

AYT

40
seans

MATEMATİK

Stratejik Konu Özeti



Çözümlü Örnekler



Öğrenci Soruları



Testler



Her Soru Çözüm Videolu



Soru Sayısı: 1458

Necmiye Sümer

OKYANUS

Yükseköğretim
Kurumları
Sınavı'na (YKS)
Uygun

OKYANUS BASIM YAYIN TİCARET A.Ş.

Eski Turgut Özal Caddesi No: 22/101 34490 Başakşehir / İstanbul

Tel: (0212) 572 20 00 Fax: (0212) 572 19 49

okyanusokulkitap.com www.akilliogretim.com

Akademik Yönetmen

Mehmet Şirin Bulut

Yayın Editörü

Yasemin Güloğlu

Ders Editörleri

Tolga Elevli - Zeynep Serra Kılıç

Akıllı Tahta Soru Çözümü

Necmiye Sümer / Elif Özbulur

Dizgi ve Grafik

Okyanus Yayıncılık Dizgi Servisi (İ. Ç.)

Kapak Tasarım

Türk Mutfağı

Baskı Cilt

Milsan Basım Yayın A.Ş.

Yayıncı Sertifika No : **27397**

Matbaa Sertifika No : **12169**

ISBN: **978-605-9565-63-9**



Bu eserin her hakkı saklı olup tüm hakları Okyanus Basım Yayın Ticaret Anonim Şirketine aittir. Kısmen de olsa alıntı yapılamaz, metin ve soruları aynen veya değiştirilerek elektronik, mekanik, fotokopi ya da başka türlü bir sistemle çoğaltılamaz, depolanamaz.

Ön Söz

Sevgili Öğrencimiz,

Milli Eğitim Bakanlığının özellikle son yıllarda üzerinde durduğu hususlardan biri de değişen dünyanın gerektirdiği becerileri sağlayan, değişimin aktörü olacak öğrencilerin yetiştirilmesi için bütüncül ve yapısal bir dönüşüme ihtiyacın olmasıdır. Bu değişim ve dönüşüm süreçleri içerisinde ortaöğretim müfredatları da değişmektedir.

Okyanus Yayıncılık lise grubu olarak hazırladığımız kitaplar, Milli Eğitim Bakanlığının uygulamaya koyduğu yeni öğretim programlarına uymakla birlikte ÖSYM'nin son yıllarda sorduğu sorular incelenerek hazırlanmıştır.

40 Seans Serisini öğrencilerin zorlandığı derslerin üstesinden gelmesi için hazırladık. Zorlandığınız derslerdeki en önemli sorun temelizin olmaması veya zayıf olmasıdır. İşte 40 Seans Serisi öğrenciye temelden öğretip başarıya ulaştırmayı hedeflemektedir. Dersleri özel ders mantığına uygun olarak 40 Seansa ayırdık. Her seansta önce konuyu özlü bir biçimde, mantık ve yoruma dayalı olarak hazırladık. Ardından Çözümlü Örneklerle ve Öğrenci Sorularına yer verdik. Her senansın sonunda ise Testlere yer verdik.

Uzman yazarlarımız tarafından büyük bir özveriyle hazırlanan TYT 40 Seans Matematik kitabının, sizlere yarar sağlayacağına gönülden inanıyoruz.

Akademik Yönetmen
Mehmet Şirin Bulut

Yazarın Sana Mesajı Var

Sevgili Öğrencim,

Üniversite sınavındaki sorular, zorluk derecesi açısından 5 kategoridir: % 10 Çok Kolay, % 20 Kolay, % 40 Normal, % 20 Zor, % 10 Çok Zor. 40 Seansta Serisinin amacı; sizi Çok Kolay, Kolay ve Normal soruları yapmanızı sağlamaktır. Bu da % 70'lik bir başarıya karşılık gelir. Eğer Zor ve Çok Zor soruları da yapıp % 100'lük başarıya ulaşmak istiyorsanız 40 Seanstan sonra Okyanus Yayıncılığın ICEBERG konu anlatımı kitaplarını ve soru bankalarını öneririz.

40 Seansta Matematik Kitabıyla matematik hakkında önyargıları kaldırmayı ve belli oranda temel oluşturmayı hedefledik.

Kısacası seni fazla yormadan en az çalışma ile konuları kısa sürede kavramanı amaç edindik.

Hayallerini gerçekleştirecek cesaretin varsa, gerçekleşmeyecek hayal yoktur.

Tüm Soruların Çözüm Videolarıyla 7/24 Yanındayız.

Tüm soruları akıllı tahtada senin için çözdük. Çözüm videolarına sayfanın üst kısmındaki karekodları akıllı telefon veya tabletine okutarak ulaşabilirsin. Ya da karekodun altındaki sayısal kodları www.akillioegretim.com adresindeki arama modülüne yazarak bilgisayarınla ulaşabilirsin. Çözümlere ulaşman sana bir telefon kadar yakın olsa da herhangi bir soru ile ilgili elinden gelen tüm çözüm yollarını denemeden çözümü izlememeni öneriyoruz. Bu yöntem senin daha iyi öğrenmeni sağlayacaktır. Çözdüğün soruların çözüm videolarını da izlemeni öneririz. Seninle aynı yoldan çözmediğimiz sorularda farklı bir yöntem öğreneceksin. Bu da sana farklı bakış açıları ve analitik düşünme becerisi kazandıracak.

Çalışmalarında başarılar dilerim.

Necmiye Sümer

İÇİNDEKİLER

1.SEANS	FONKSİYONLARIN GRAFİK VE TABLO TEMSİLİ.....	6
2.SEANS	PARABOL ve PARABOLÜN TEMEL ELEMANLARI.....	14
3.SEANS	PARABOL DENKLEMİ YAZMA VE PARABOL İLE DOĞRUNUN DURUMLARI.....	24
4.SEANS	FONKSİYONLARDA SİMETRİ	34
5.SEANS	FONKSİYONLARDA ÖTELEME.....	40
6.SEANS	İKİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ	48
7.SEANS	I. ve II. DERECEDEKİ EŞİTSİZLİKLER.....	56
8.SEANS	ÇARPIM veya BÖLÜM DURUMUNDAKİ EŞİTSİZLİKLER.....	62
9.SEANS	II. DERECEDEKİ BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ.....	70
10.SEANS	EŞİTSİZLİKLERİN GRAFİKLE ÇÖZÜMÜ.....	78
11.SEANS	YÖNLÜ AÇILAR - DİK ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK ORANLAR.....	88
12.SEANS	BİRİM ÇEMBER ve TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR.....	96
13.SEANS	TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER ve TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İŞARETLERİ.....	102
14.SEANS	İNDİRGEME FORMÜLLERİ ve TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ.....	110
15.SEANS	ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK BAĞINTILAR - TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR.....	122
16.SEANS	TOPLAM, FARK VE YARIM AÇI FORMÜLLERİ	130
17.SEANS	TRİGONOMETRİK DENKLEMLER	140
18.SEANS	ÜSTEL VE LOGARİTMA FONKSİYONLARI.....	152
19.SEANS	LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ.....	160
20.SEANS	LOGARİTMA FONKSİYONUNUN UYGULAMALARI	168

21.SEANS	ÜSLÜ – LOGARİTMALİ DENKLEMLER	176
22.SEANS	ÜSLÜ – LOGARİTMALİ EŞİTSİZLİKLER.....	184
23.SEANS	DİZİLER.....	194
24.SEANS	ARİTMETİK DİZİ	204
25.SEANS	GEOMETRİK DİZİ	214
26.SEANS	LİMİT KAVRAMI VE LİMİTİN ÖZELLİKLERİ.....	226
27.SEANS	TRİGONOMETRİK, PARÇALI VE MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN LİMİTİ.....	236
28.SEANS	LİMİTTE BELİRSİZLİK OLURSA.....	242
29.SEANS	SÜREKLİLİK	248
30.SEANS	TÜREV ALMA KURALLARI - I	254
31.SEANS	TÜREV ALMA KURALLARI - II	262
32.SEANS	TEĞET-NORMAL DENKLEMLERİ ve ARTAN-AZALAN FONKSİYONLAR	272
33.SEANS	EKSTREMUM NOKTALARI, MİNİMUM - MAKSİMUM PROBLEMLERİ	286
34.SEANS	POLİNOM FONKSİYONLARIN GRAFİĞİ	298
35.SEANS	İNTEGRALİN ANLAMI ve İNTEGRAL ALMA KURALLARI.....	304
36.SEANS	İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ.....	312
37.SEANS	BELİRLİ İNTEGRAL VE UYGULAMALARI.....	318
38.SEANS	PARÇALI VE MUTLAK DEĞER FONKSİYONLARININ İNTEGRALI.....	330
39.SEANS	RİEMANN TOPLAMI VE ALAN HESABI.....	336
40.SEANS	TEKRARLI PERMÜTASYON - OLASILIK	350



1. SEANS | FONKSİYONLARIN GRAFİK VE TABLO TEMSİLİ

BİLGİ

1.1 - $y = f(x) = ax + b$ Şeklindeki Fonksiyonların Grafikleri ile İlgili Uygulamalar - I

a, b birer gerçekte (reel) sayı ve $a \neq 0$ olmak üzere, $y = f(x) = ax + b$ şeklindeki fonksiyonların grafikleri ile

- bir aracın deposundaki yakıtın tüketimi
- bir su deposundaki suyun tüketimi
- bir bitkinin boyunun zamana göre uzaması
- bir malın alış - satış fiyatları arasındaki ilişki v.b

durumları temsil edebiliriz.

Örneğin;

Bir otoparkın sabit ücreti 7 TL olup, aracın otoparkta beklediği her saat için 3 TL ücret alınmaktadır. Bu bilgilere ait tablo aşağıdaki gibidir.

Bekleme Süresi (saat)	0 (sabit ücret)	1	2	3	4	...
Ücret (TL)	7	10	13	16	19	...

Yukarıdaki tabloya göre, bir aracın otoparkta bekleme süresi x saat olmak üzere bir araç sahibinin ödeyeceği ücreti x e bağlı olarak ifade edelim.

Ödenecek ücret zamanın bir fonksiyonudur. Bu fonksiyonu $f(x)$ ile gösterecek olursak; her 1 saat için 3 TL, x bir doğal sayı olmak üzere x saat için $3x$ TL ödenir. Araç kaç saat kalırsa kalsın 7 TL de sabit ücret ödeneceğinden $f(x) = 3x + 7$ TL şeklinde ifade edilir.

Bir araç bu otoparkta 10 saat bırakılırsa ödenecek ücreti hesaplayalım.

Yukarıda elde ettiğimiz fonksiyonda x yerine 10 yazman yeterli olacaktır.

$$f(x) = 3x + 7$$

$$x = 10 \Rightarrow f(10) = 3 \cdot 10 + 7 = 37 \text{ TL ödenecektir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. Bir su deposunda 250 litre su vardır. Depodaki suyun her saat düzenli olarak 15 litresi kullanılmaktadır. Depoda kalan su miktarı y litre ve geçen süre t saat olmak üzere aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- a) y ile x arasındaki bağıntıyı yazınız.
- b) 8 saat sonra depoda kaç litre su kalacaktır?

Çözüm:

a) 1 saatte 15 litre su azalır x saatte $15x$ litre su azalır. Başlangıçta depoda 250 litre su olup, sürekli azalacağı da unutulmazsa y nin x e bağlı denklemi ya da fonksiyonu

$$y = f(x) = 250 - 15x \text{ litre olur.}$$

Depodaki su azaldığından $-$ yazıldı.

Ama depoya su eklenseydi $+$ yazılırdı.

b) 8 saat sonra depoda kalacak su miktarını bulmak için yukarıdaki fonksiyonda x yerine 8 yazmalısın.

$$f(x) = 250 - 15x$$

$$x = 8 \Rightarrow f(8) = 250 - 15 \cdot 8 = 250 - 120$$

$$= 130 \text{ litre su kalacaktır.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

Yol (km)	0	1	2	3	4	...
Ücret (TL)	8	11,5	15	18,5	22	...

Bir taksinin taksimetresinin açılış ücreti ile her 1 km için ödenecek ücret yukarıdaki tablo ile verilmiştir.

Buna göre,

- a) Yolculuk mesafesi x olmak üzere bir yolcunun ödeyeceği ücretin x e bağlı fonksiyonu bulunuz.
- b) 10 saat yolculuk yapan birinin ödeyeceği ücret kaç TL dir?

2. Ali'nin kumbarasında 825 TL parası vardır. Ali her gün düzenli olarak bu paradan 25 TL harcamaktadır.

x gün, kumbarada kalan para miktarı $f(x)$ olmak üzere, kumbarada kalan parayı gösteren fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = 825 + 25x$

B) $f(x) = 825 - 15x$

C) $f(x) = 25x - 825$

D) $f(x) = 825 - 25x$

E) $f(x) = 15x - 825$

1- a) $y = 8 + 3,5x$

b) 43

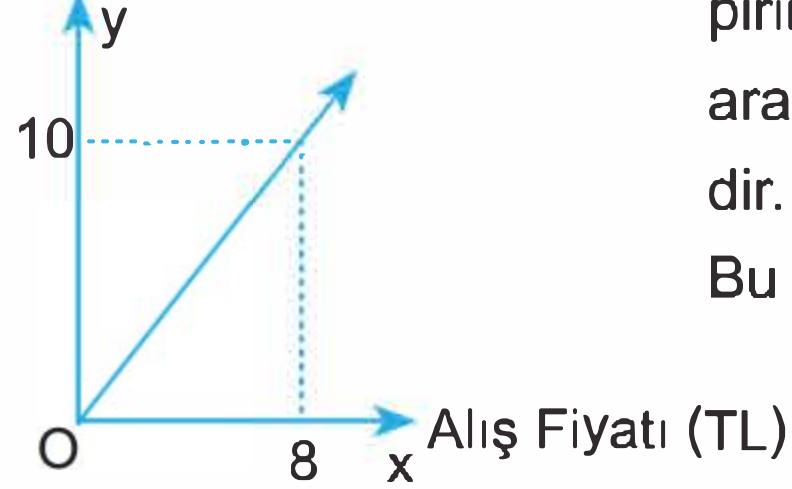
2-D



BİLGİ

1.2 - $y = f(x) = ax + b$ Şeklindeki Fonksiyonların Grafikleri ile İlgili Uygulamalar - II

Satis Fiyatı (TL)



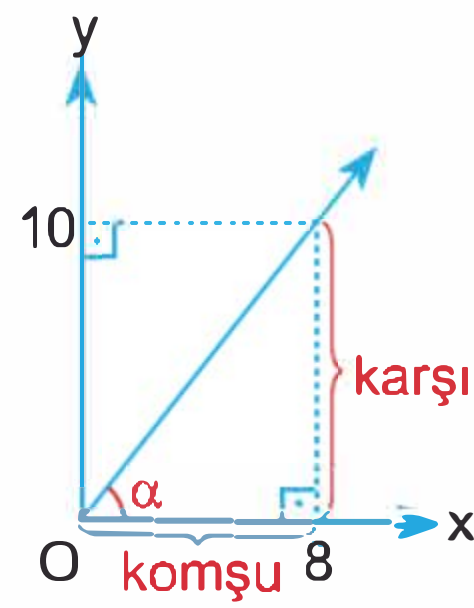
Yandaki doğrusal grafik bir kg pirincin alış - satış fiyatı arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu grafikteki verileri kullanarak

a) Grafiğin denklemini (fonksiyonunu)

b) Bu satıştan % kaç kâr edildiğini bulabiliriz.

Çözüm:

a) m doğrunun eğimi olmak üzere orijinden geçen doğruların denklemini $y = mx$ dir.



$$m = \tan \alpha = \frac{\text{karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{komşu dik kenar uzunluğu}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \text{ tür.}$$

O hâlde alış - satış fiyatı arasındaki ilişkinin denklemini (fonksiyonu)

$$y = f(x) = \frac{5}{4} \cdot x = \frac{5x}{4} \text{ tür.}$$

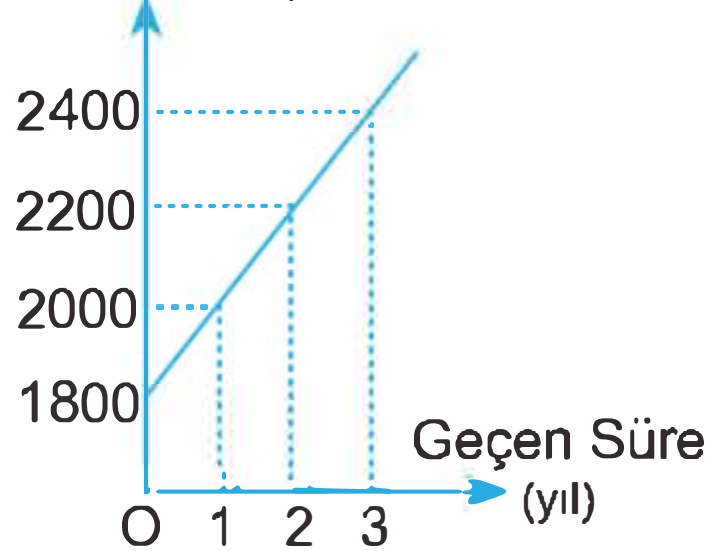
b) x alış fiyatı, y satış fiyatı olduğundan kâr fonksiyonu $k(x)$,

$k(x) = \text{Satış fiyatı} - \text{Alış fiyatı} = y - x = \frac{5x}{4} - x = \frac{x}{4}$ olarak bulunur. Bu $k(x) = \frac{x}{4} = \frac{1 \cdot x}{4} = \frac{1}{4} \cdot x$ fonksiyonunun eğimi olan $\frac{1}{4}$ sayısı kârı gösterir.

$$\text{Kâr yüzdeliği} = \frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} \Rightarrow \%25 \text{ tir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

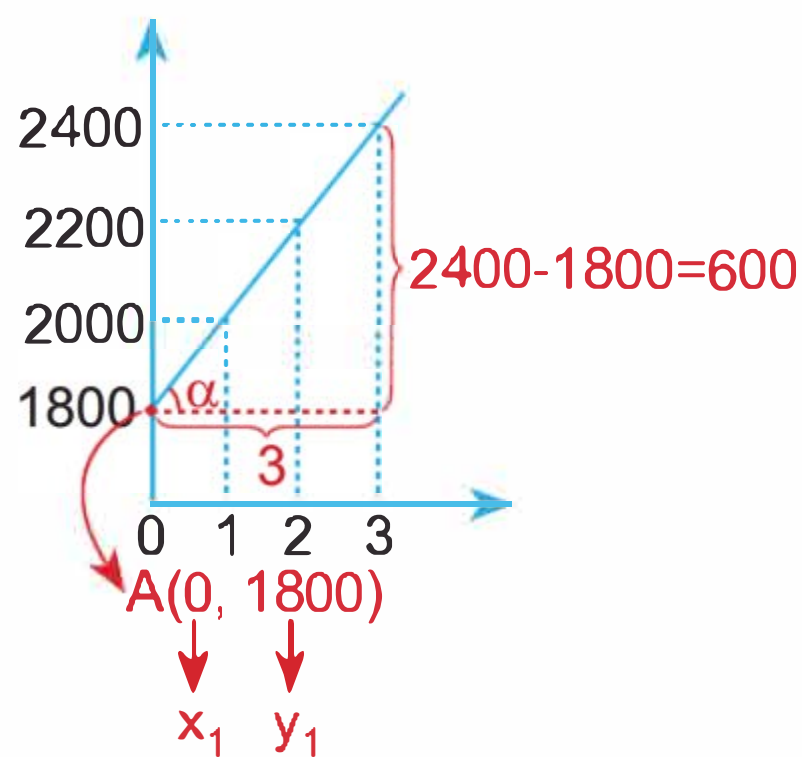
1. Maaş (TL)



Yandaki grafik bir işçinin işe başladığında ve sonraki 3 yılda aldığı aylık maaşlarını göstermektedir.

Maaş (y) ve yıl (x) olmak üzere, y ile x arasındaki ilişkiyi gösteren $y = f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

Çözüm:



Şekildeki grafik orijinden geçmediği için eğimini ve doğrunun geçtiği bir noktayı saptaman gerekir. Eğim $= \tan \alpha = \frac{\text{karşı}}{\text{komşu}} = \frac{600}{3} = 200$

doğrunun geçtiği noktalardan biri de $A(0, 1800)$ dür.

Şimdi de eğimi ve bir noktası belli olan doğru denklemini hatırlamalıyız.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

tek yapacağın elindeki verileri yerleştirmek.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

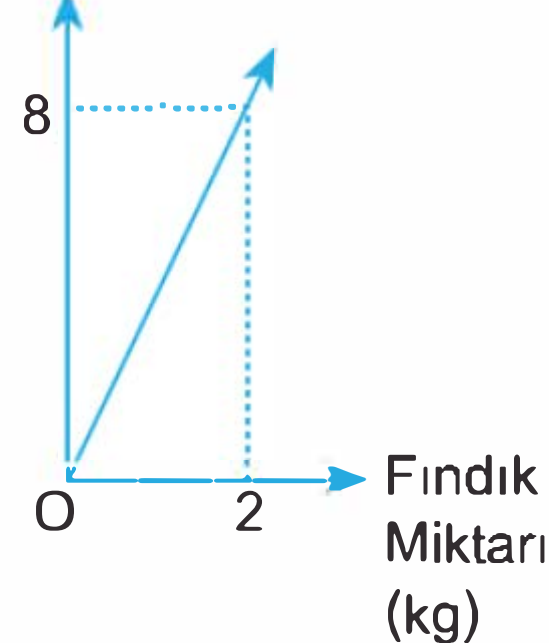
$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1800 & 200 & 0 \end{array}$$

$$y - 1800 = 200(x - 0) \Rightarrow y = 200x + 1800$$

$$y = f(x) = 200x + 1800 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Karışım Miktarı (kg)



Yandaki doğrusal grafik fındık ve fıstıktan oluşan bir karışımın içindeki fındık miktarını göstermektedir.

Bu verilere göre karışım miktarı ile fındık miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \frac{x}{4}$

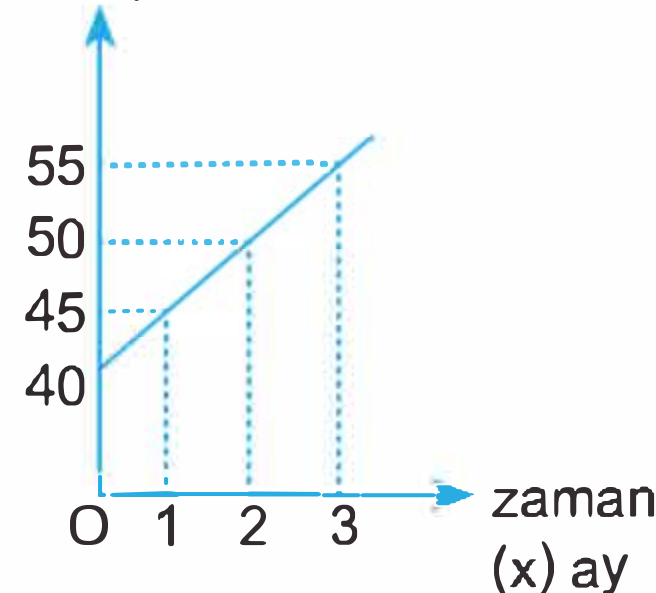
B) $f(x) = 8x$

C) $f(x) = 4x$

D) $f(x) = 4x + 8$

E) $f(x) = \frac{x}{8}$

2. Boy (y) cm



Yandaki grafik bir fidanın dikildikten sonra zamana bağlı olarak uzama miktarını göstermektedir.

Fidanın boyu (y) cm, zaman (x) ay olmak üzere x ile y arasındaki ilişkiye ait fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = 5x + 40$

B) $f(x) = 40x + 5$

C) $f(x) = 5x - 40$

D) $f(x) = 40 - 5x$

E) $f(x) = 40x - 5$

1-C

2-A



00C109D3



BİLGİ

1.3 - Fonksiyon Grafiğinin Eksenleri Kestiği Noktalar

Polinom fonksiyonların grafikleri x ve y eksenlerini en az 1 noktada keser.

- ✓ Bir grafiğin y eksenini kestiği noktayı bulmak için fonksiyonda x yerine 0 yazılır.

$$f(x) = 3x - 6$$

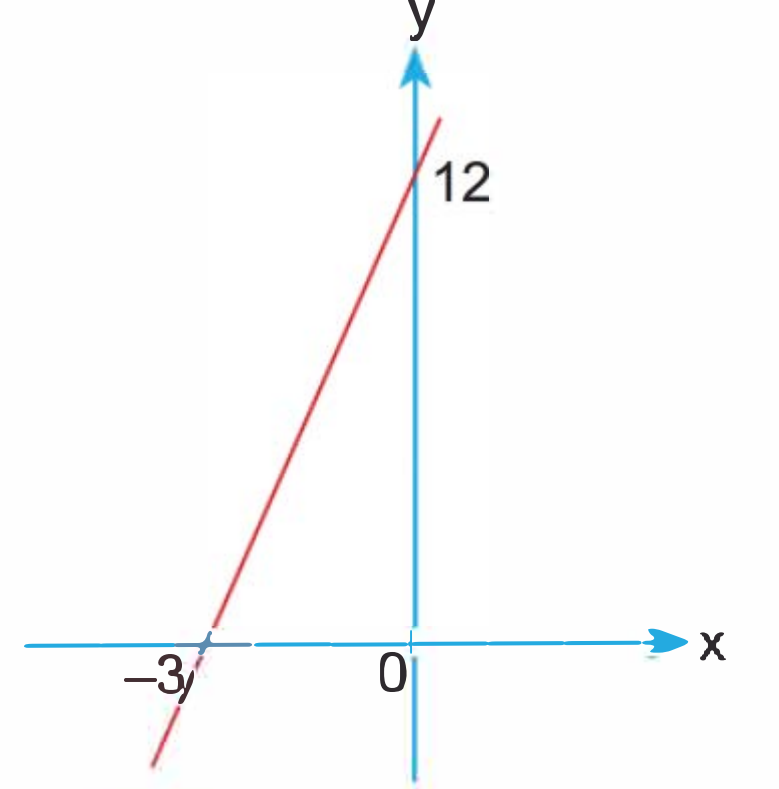
$x = 0 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0 - 6 = -6$ olduğundan $f(x) = 3x - 6$ fonksiyonunun grafiği y eksenini $y = -6$ da keser. y eksenindeki noktaların apsileri (x leri) 0 olduğundan bu nokta $A(0, -6)$ şeklinde gösterilir.

- ✓ Bir grafiğin x eksenini kestiği noktayı bulmak için fonksiyonda $y = f(x) = 0$ yazılarak x ya da x ler bulunur.

$$f(x) = 3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2 \text{ dir.}$$

x ekseninde ordinatlar (y ler) 0 olduğundan bu nokta $B(2, 0)$ şeklinde gösterilir.

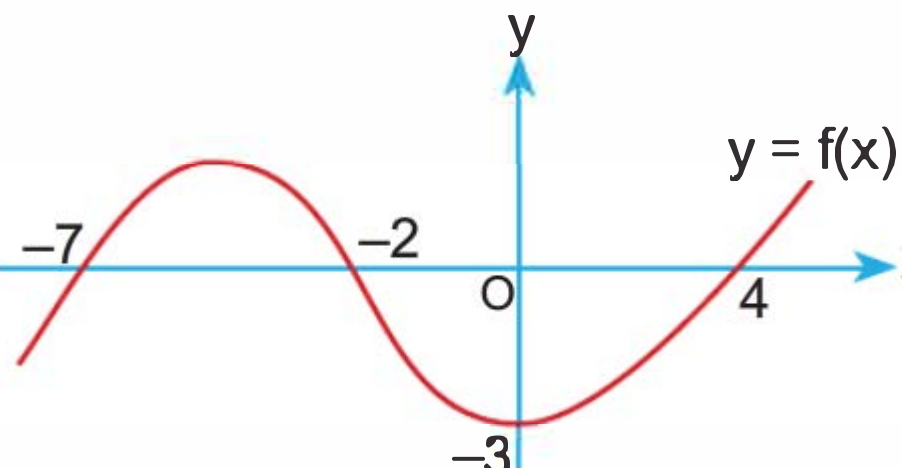
- $f(x) = 4x + 12$ fonksiyonu y eksenini,
 $x = 0 \Rightarrow y = f(0) = 4 \cdot 0 + 12$
 $y = 12$ de
x eksenini,
 $y = 0 \Rightarrow 0 = 4x + 12$
 $4x = -12$
 $x = -3$ te keser.

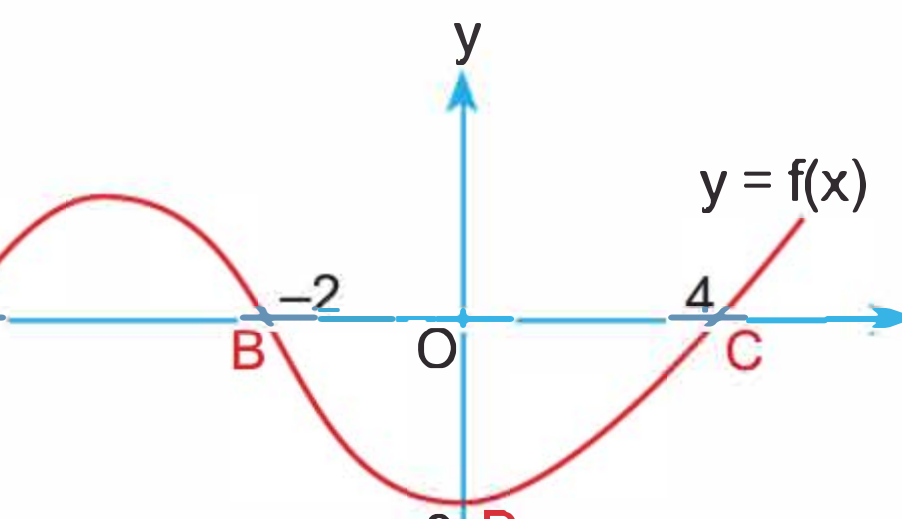


ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^2 + 3x - 10$
fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaları bulunuz.
Çözüm:
 $y = 0$ yazarak x leri bulmalısın.
 $y = f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0$ } $x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \rightarrow A(-5, 0)$
 $(x + 5)(x - 2) = 0$ } $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \rightarrow B(2, 0)$
0 0

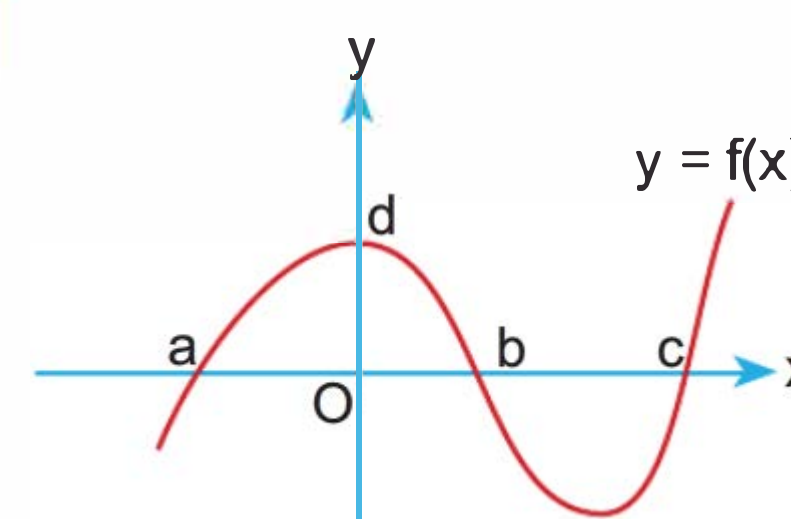
2. $f(x) = x^3 + 3mx - 9 + m$
fonksiyonunun grafiği x eksenini $A(1, 0)$ noktasında kestiğine göre, m kaçtır?
Çözüm:
 $A(1, 0) \Rightarrow$ fonksiyonda $x = 1, y = 0$ yazmalısın
 $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ x & y \end{matrix}$
 $f(x) = x^3 + 3mx - 9 + m \Rightarrow 0 = 1^3 + 3m \cdot 1 - 9 + m$
 $0 = 1 + 3m - 9 + m \Rightarrow 4m = 8 \Rightarrow m = 2$ dir.

3. 
Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
a) Grafiğin x eksenini kestiği noktaları bulunuz.
b) Grafiğin y eksenini kestiği noktayı bulunuz.

- Çözüm:** 
a) x eksenini kestiği noktalar $A(-7, 0), B(-2, 0)$ ve $C(4, 0)$ dir.
b) y eksenini kestiği nokta $D(0, -3)$ tür.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = x^2 - 5x - 14$
fonksiyonuna ait grafiğin x eksenini kestiği noktaların apsileri toplamı kaçtır?
A) -14 B) -5 C) 2 D) 3 E) 5
2. $f(x) = x^3 + 2kx + 7 + k$
fonksiyonunun grafiği x eksenini $A(-1, 0)$ noktasında kestiğine göre, k kaçtır?
A) 6 B) 3 C) 2 D) -2 E) -3

3. 
Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bu grafiğin eksenleri kestiği noktalardan biri olamaz?
A) (a, 0) B) (b, 0) C) (c, 0)
D) (0, d) E) (d, 0)

1-E

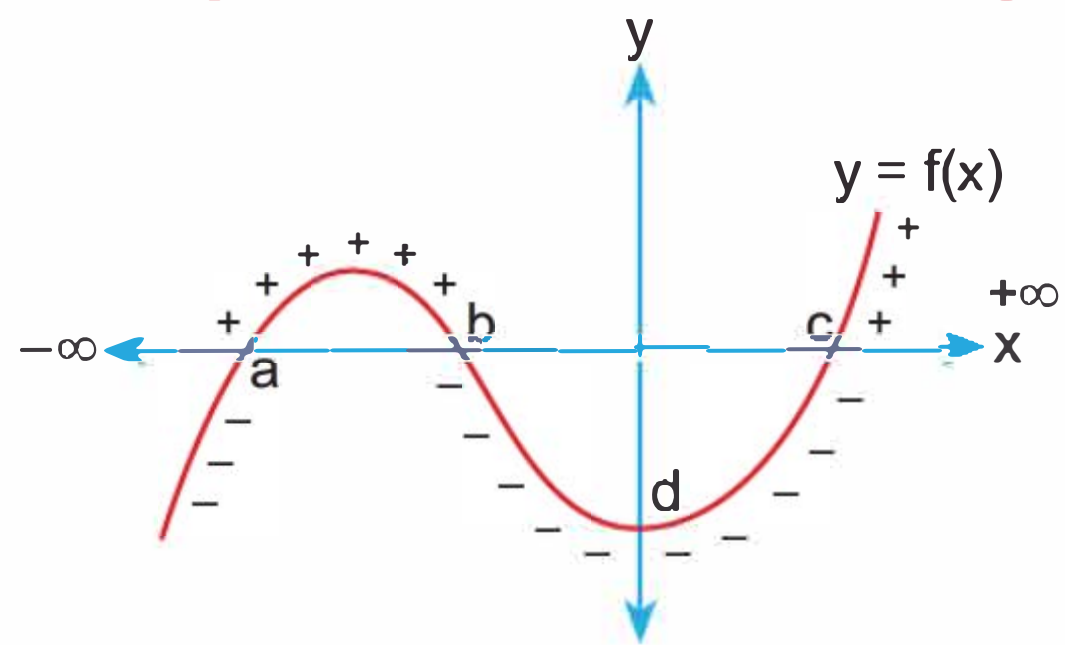
2-A

3-E

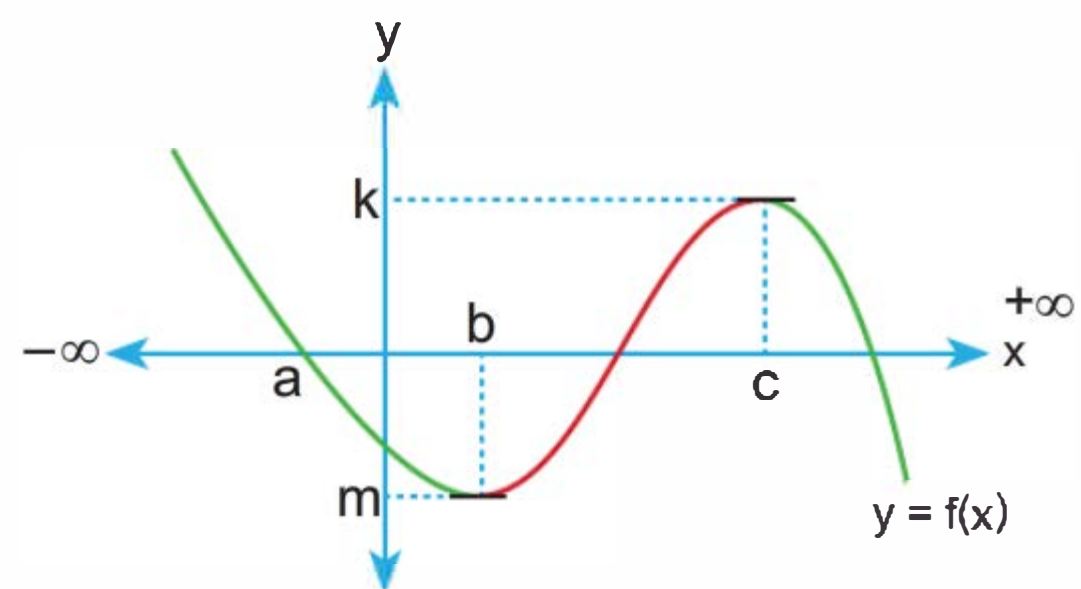


BİLGİ

1.4 - Fonksiyonun Pozitif - Negatif ve Artan - Azalan Olduğu Aralıklar



- x ekseninin üst tarafında $y = f(x) > 0$ olduğundan fonksiyonun pozitif olduğu aralıklar $(a, b) \cup (c, +\infty)$ dur.
- x ekseninin alt tarafında $y = f(x) < 0$ olduğundan fonksiyonun negatif olduğu aralıklar, $(-\infty, a) \cup (b, c)$ dir.



- Soldan sağa doğru grafik incelendiğinde grafik aşağıya doğru iniyorsa (yeşil çizgiler) $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ ise $f(x)$ azalandır.

ters döndü

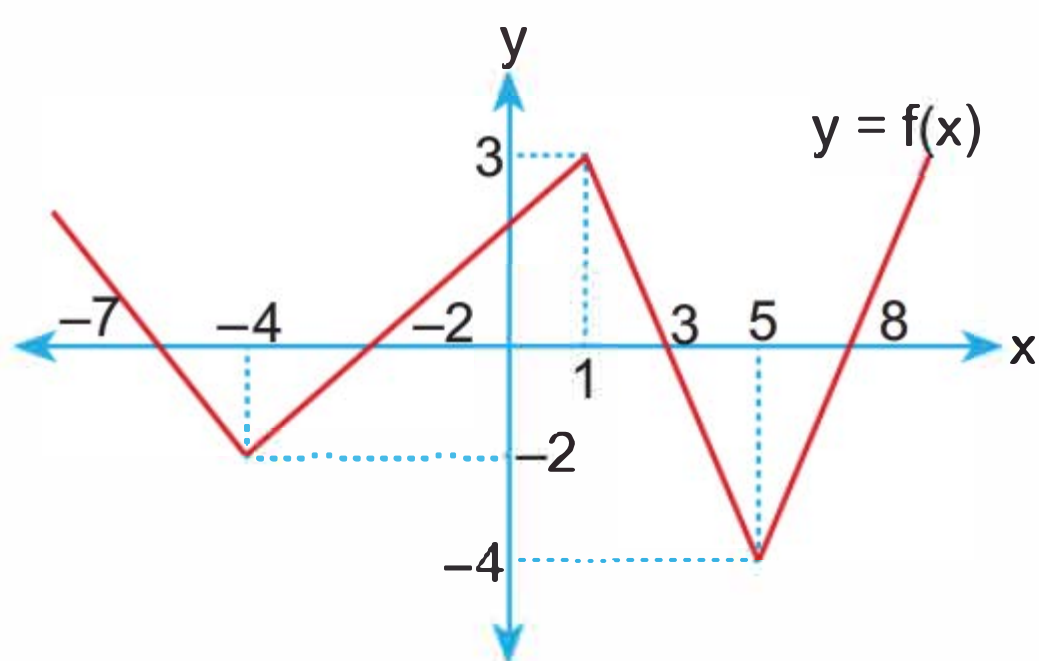
 $f(x)$ in azalan olduğu aralıklar $(-\infty, b] \cup [c, +\infty)$ dur.

- Soldan sağa doğru grafik incelendiğinde grafik yukarı doğru çıkıyorsa (kırmızı çizgiler) $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ ise

değişmedi

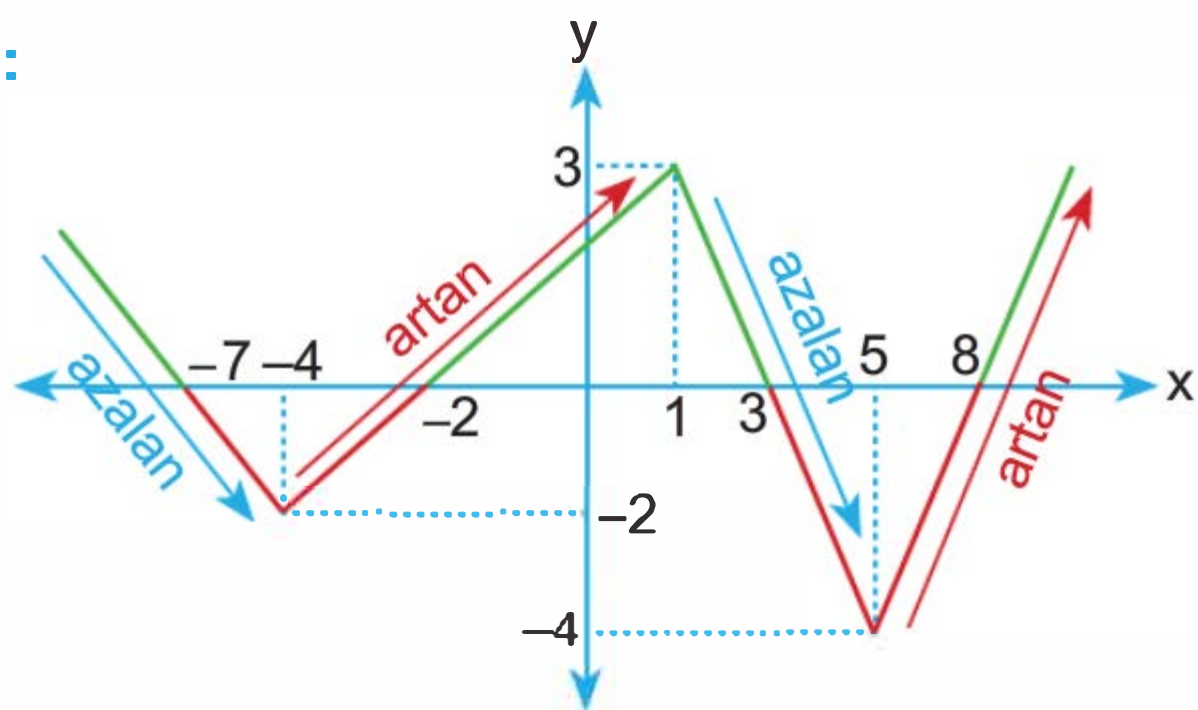
 $f(x)$ artandır. $f(x)$ in artan olduğu aralık, $[b, c]$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



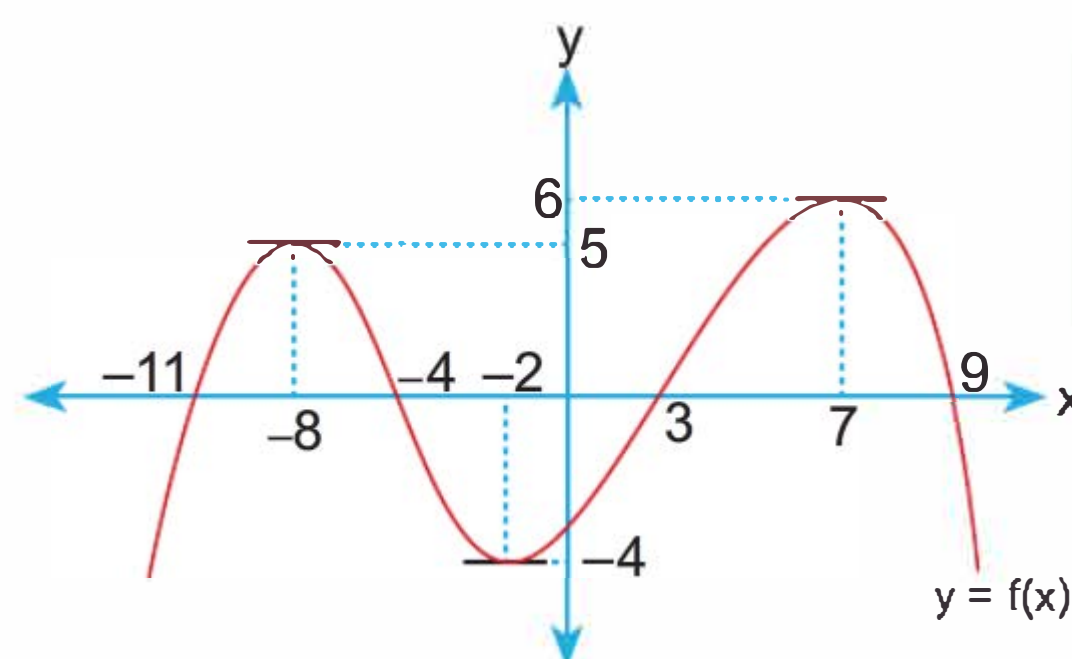
Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $y = f(x)$ in pozitif, negatif, artan - azalan olduğu aralıkları bulunuz.

Çözüm:



- Grafiğin yeşil çizilmiş olan yerleri x eksenini üstünde kaldığından, $f(x)$ $(-\infty, -7)$, $(-2, 3)$ ve $(8, +\infty)$ aralıklarında pozitiftir.
- Grafiğin kırmızı çizilmiş olan yerleri x ekseninin altında kaldığından, $(-7, -2)$ ve $(3, 8)$ aralıklarında $f(x)$ negatiftir.
- Kırmızı oklarla gösterilen bölgelerde grafik yukarı doğru çıktığından fonksiyon, $[-4, 1]$ ve $[5, +\infty)$ aralıklarında artandır.
- Mavi oklarla gösterilen bölgelerde grafik aşağıya doğru yöneldiğinden fonksiyon, $(-\infty, -4]$ ve $[1, 5]$ aralıklarında azalandır.

ÖĞRENCİ SORULARI



1., 2. ve 3. soruları yandaki grafiğe göre cevaplayınız.

1. $y = f(x)$ in pozitif olduğu aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -11)$ B) $(3, 7)$ C) $(9, +\infty)$
D) $(-4, -2)$ E) $(-2, 3)$
2. $y = f(x)$ in negatif olduğu aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(7, 9)$ B) $(3, 7)$ C) $(-2, 3)$
D) $(-8, -4)$ E) $(-\infty, -4)$
3. $y = f(x)$ in artan olduğu aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-2, 7]$ B) $[7, 9]$ C) $[-8, -4]$
D) $[-8, -2]$ E) $[-4, -2]$

1-B

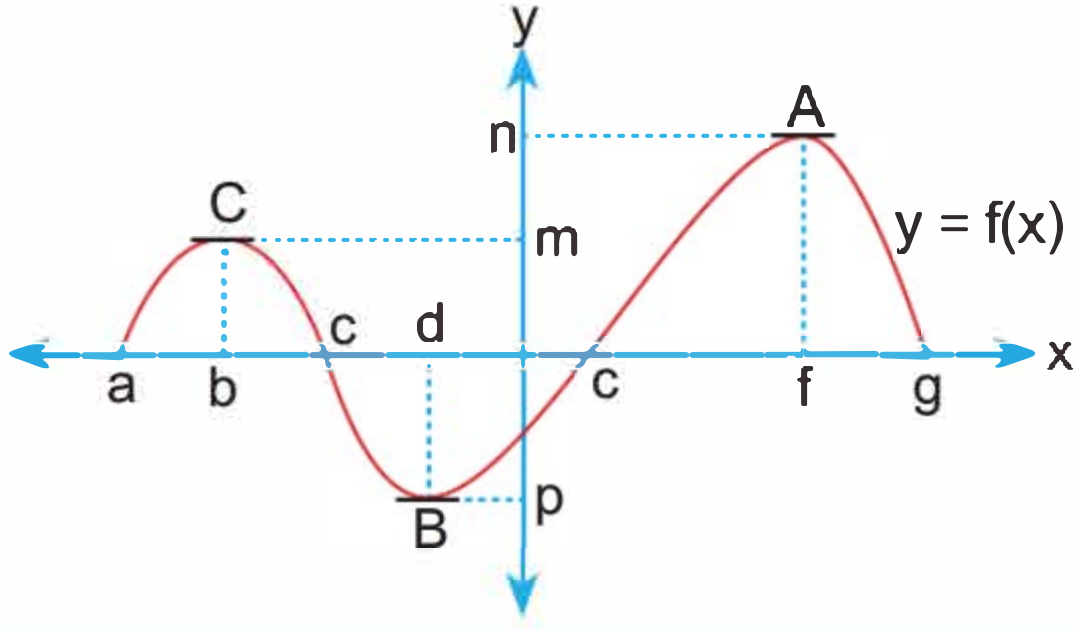
2-C

3-A



BİLGİ

1.5 - Maksimum - Minimum Noktalar



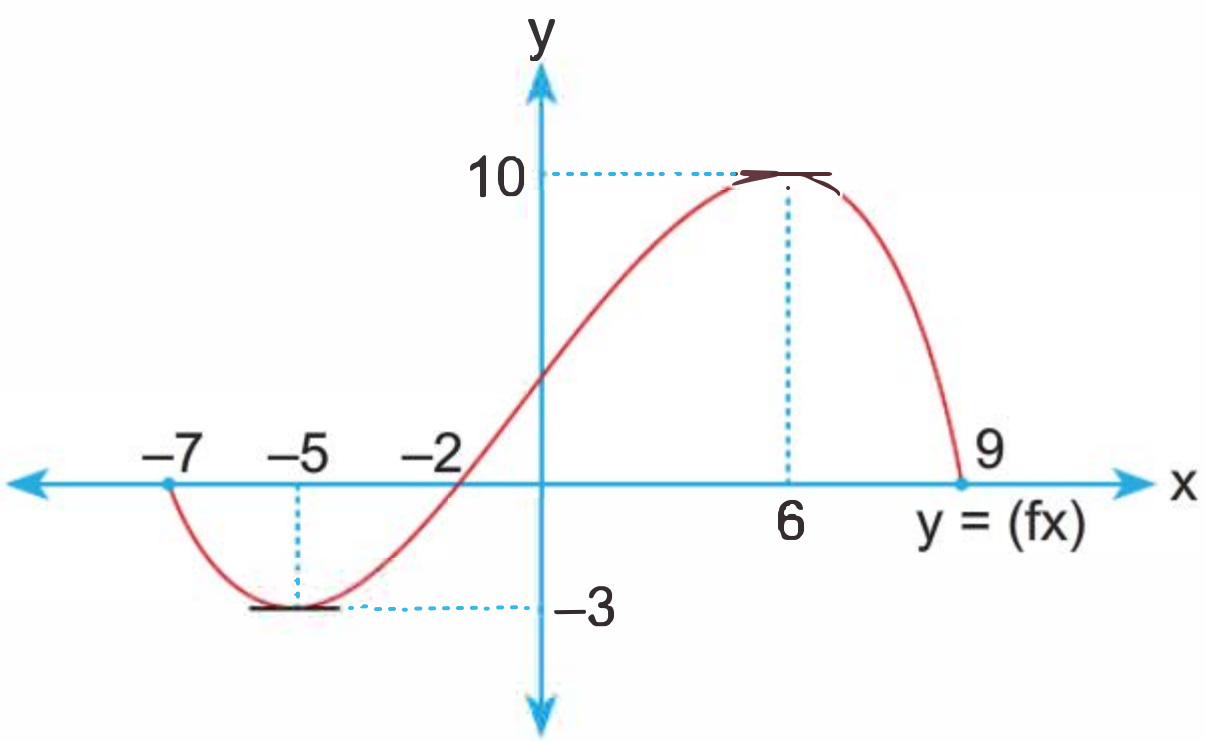
[a, g] aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun

- maksimum noktası (grafik'in en üst noktası) $A(f, n)$ dir.
- maksimum (en büyük) değeri maksimum noktasının y bileşeni olan n değeridir.
- minimum noktası (grafik'in en alt noktası) $B(d, p)$ noktasıdır.
- minimum (en küçük) değeri minimum noktasının y bileşeni olan p değeridir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

ÖĞRENCİ SORULARI

1.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

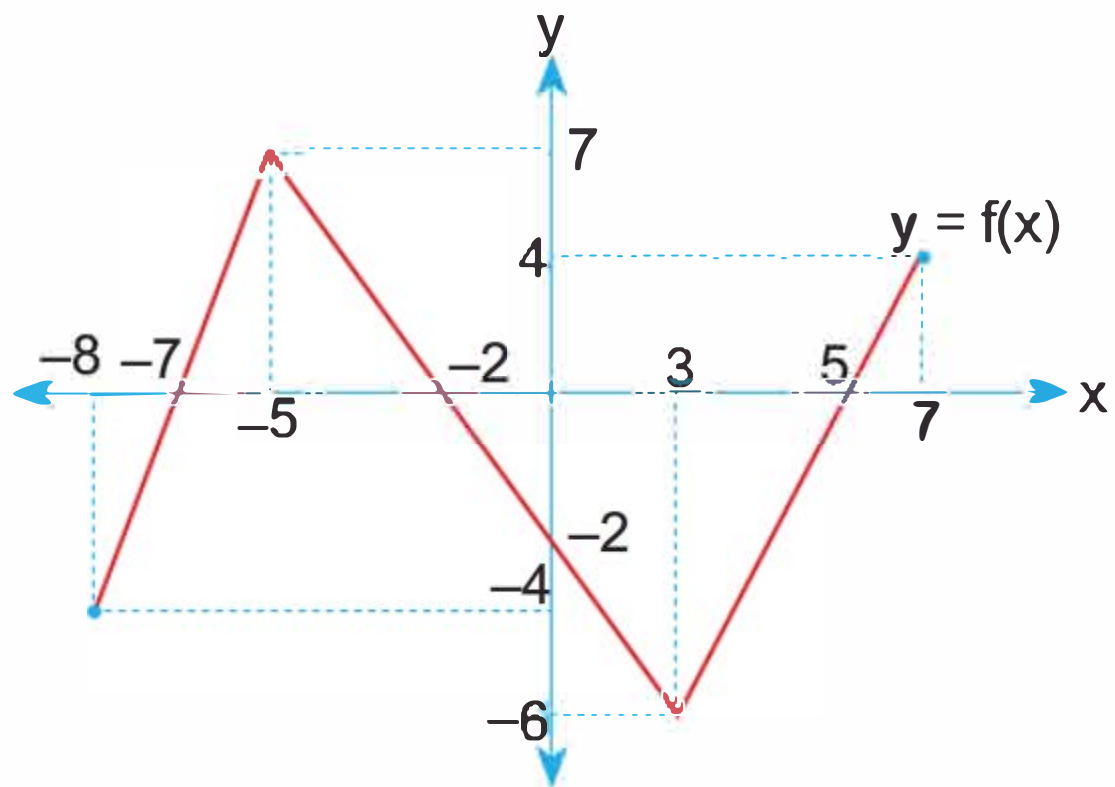
- $y = f(x)$ in maksimum noktası ile maksimum değerini bulunuz.
- $y = f(x)$ in minimum noktası ile minimum değerini bulunuz.

Çözüm:

- Grafik'in en üstteki (maksimum) noktası $(6, 10)$ olup $f(x)$ in y bileşeni 10 olduğundan maksimum değeri 10 dur.
- Grafik'in en alttaki noktası $(-5, -3)$ olup $f(x)$ in minimum noktasıdır.

Bu noktanın y bileşeni -3 olduğundan minimum değeri -3 tür.

2.



Yandaki şekilde $[-8, 7]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

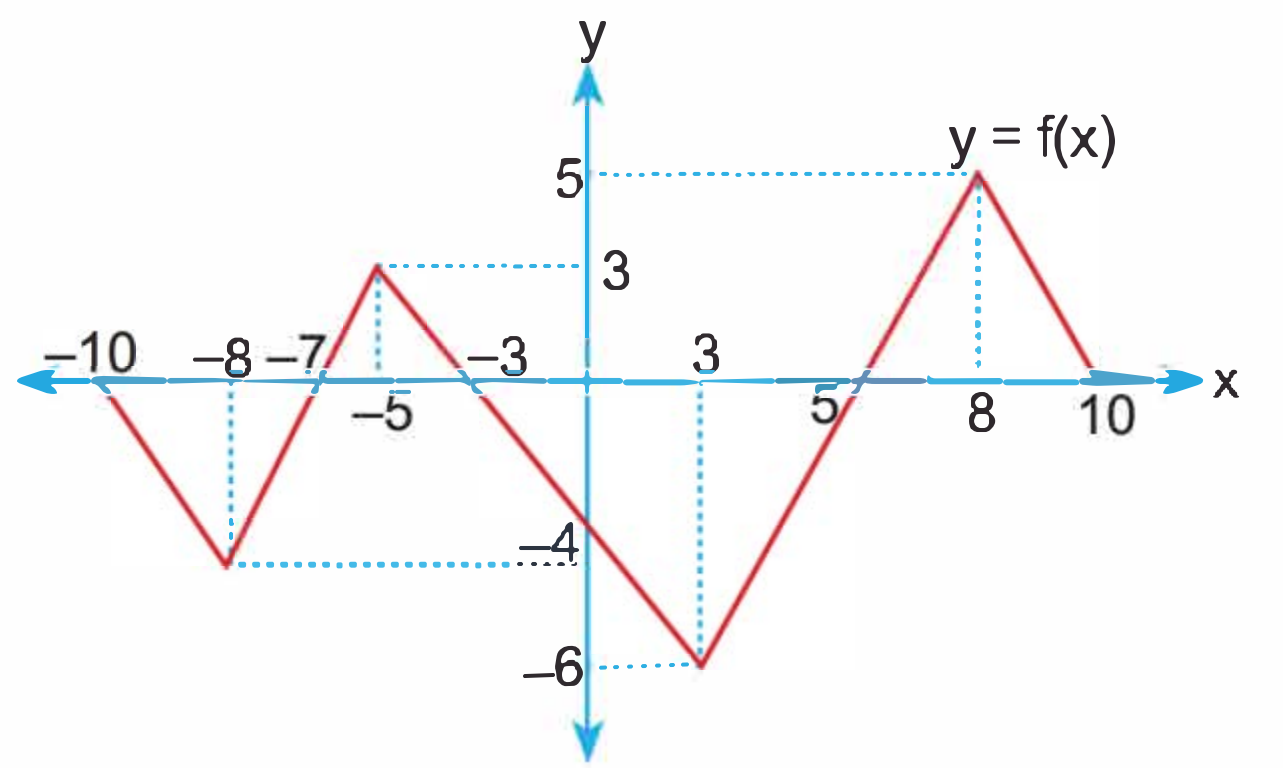
Buna göre, $y = f(x)$ in minimum değeri ile maksimum değerinin çarpımı kaçtır?

Çözüm:

Grafik'in en üst noktasına baktığında $(-5, 7)$ olduğunu göreceksin. O halde $f(x)$ in maksimum değeri 7 dir.

Grafik'in en alt noktasına baktığında $(3, -6)$ noktası olduğunu göreceksin. O halde $f(x)$ in minimum değeri -6 dir. Bu değerlerin çarpımı $7 \cdot (-6) = -42$ dir.

1.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

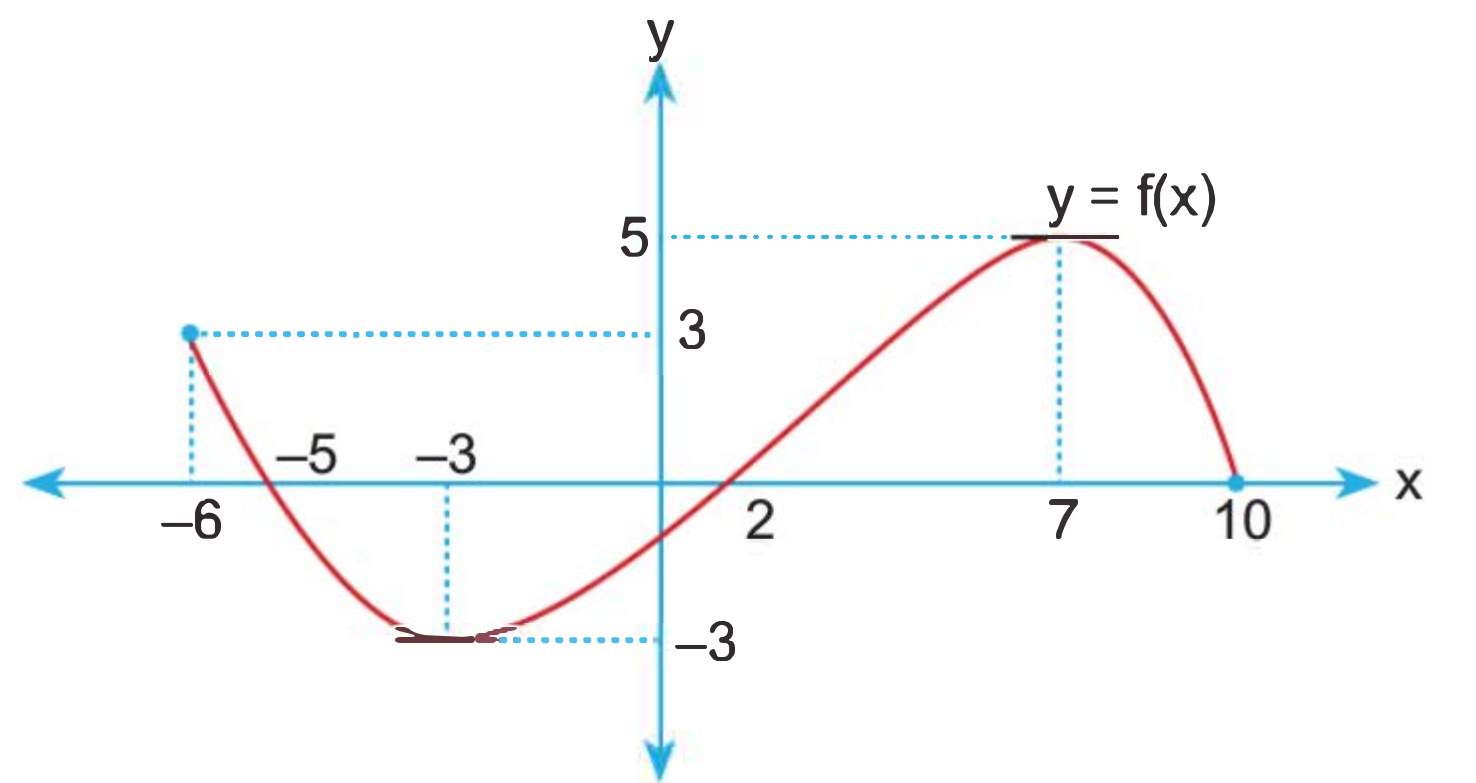
Buna göre,

- $f(x)$ in maksimum değeri 3 tür.
- $f(x)$ in minimum noktası $(3, -6)$ dir.
- $f(x)$ in maksimum noktası $(8, 5)$ tir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

2.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ in maksimum değeri ile minimum değerinin toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 2 C) 0 D) -2 E) -3

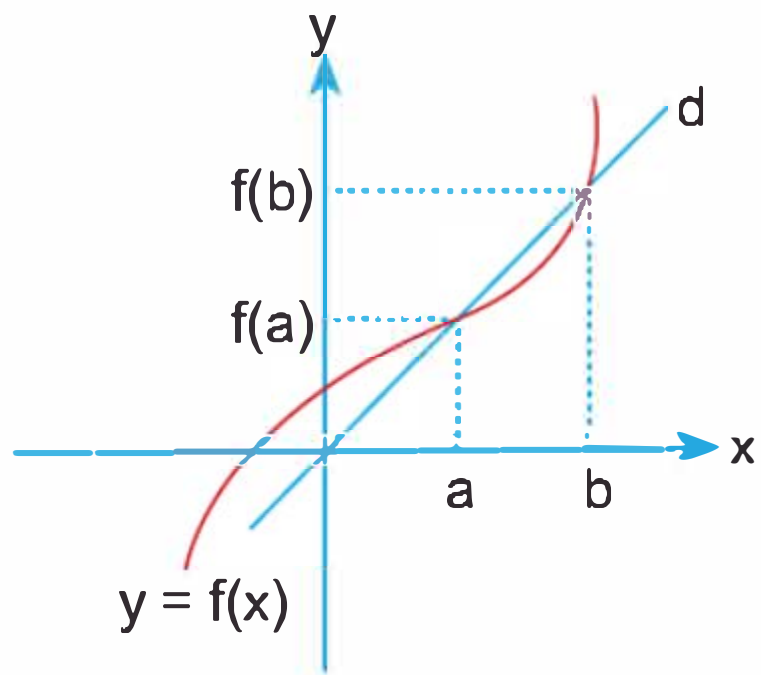
1-D

2-B



BİLGİ

1.6 - Ortalama Değişim Hızı



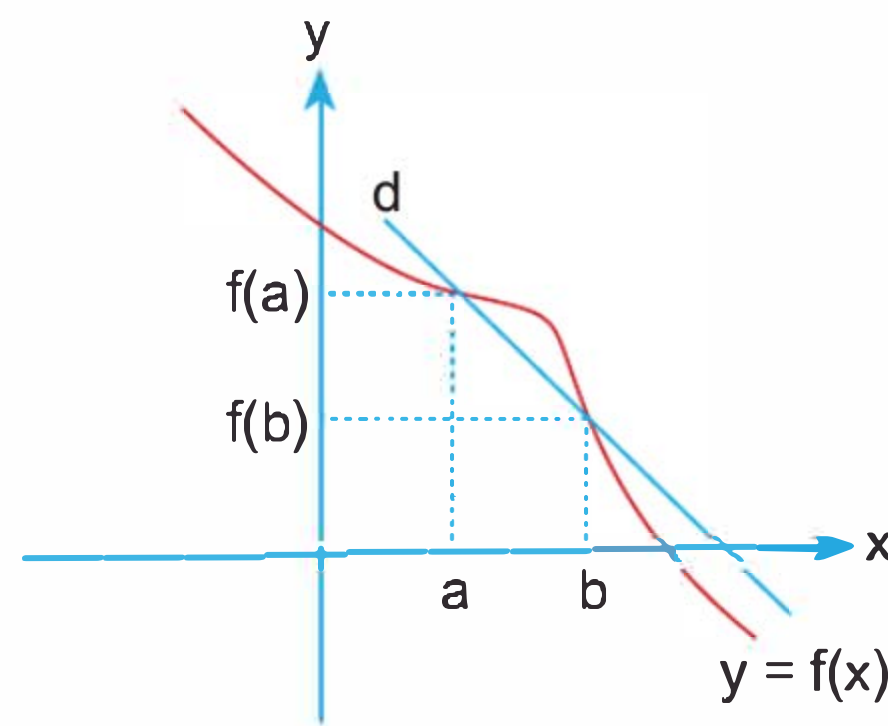
$[a, b]$ aralığında $f(b) > f(a)$ dır.

O halde bu aralıkta $f(x)$ fonksiyonunun değişim hızı pozitiftir.

$f(x)$ in $[a, b]$ aralığındaki ortalama değişim hızı

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

formülüyle bulunur.



$[a, b]$ aralığında $f(b) < f(a)$ dır.

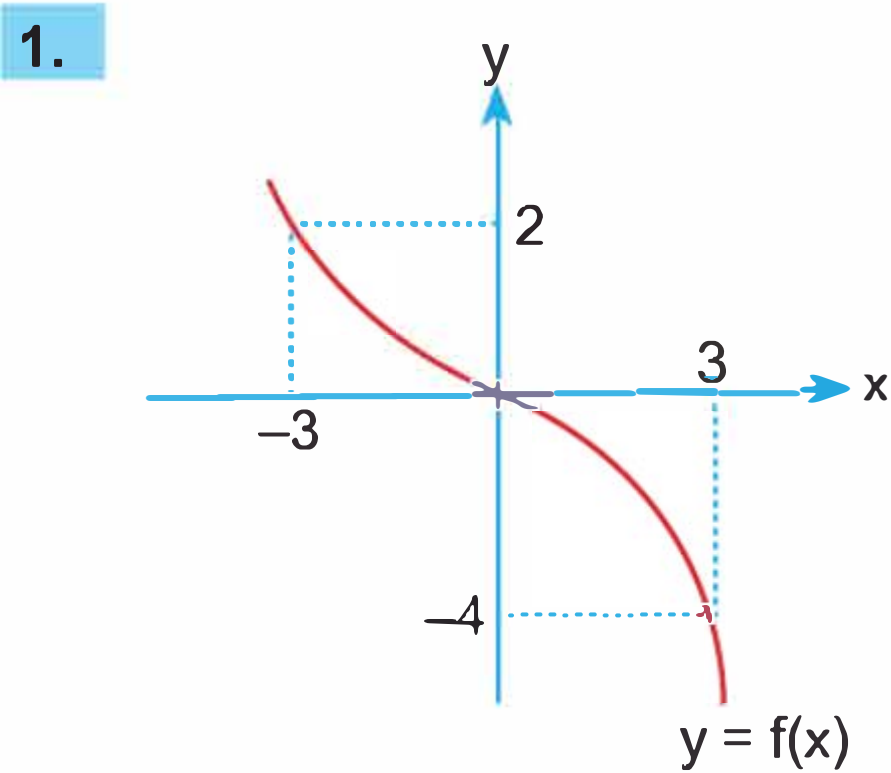
O halde bu aralıkta $f(x)$ fonksiyonunun değişim hızı negatiftir.

$f(x)$ in $[a, b]$ aralığındaki ortalama değişim hızı

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

formülüyle bulunur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



Yandaki şekilde $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ in $[-3, 3]$ aralığındaki ortalama değişim hızını bulunuz.

Çözüm:

$$[-3, 3] \Rightarrow a = -3 \Rightarrow f(a) = f(-3) = 2 \text{ dir.}$$

$$\downarrow \downarrow \quad b = 3 \Rightarrow f(b) = f(3) = -4 \text{ tür.}$$

$$a \quad b$$

$$\text{Ort. Değişim Hızı} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{-4 - 2}{3 - (-3)} = \frac{-6}{3 + 3} = -\frac{6}{6} = -1$$

2. $f(x) = x^2 + 3x$ fonksiyonunun $[-2, 1]$ aralığındaki ortalama değişim hızını bulunuz.

Çözüm:

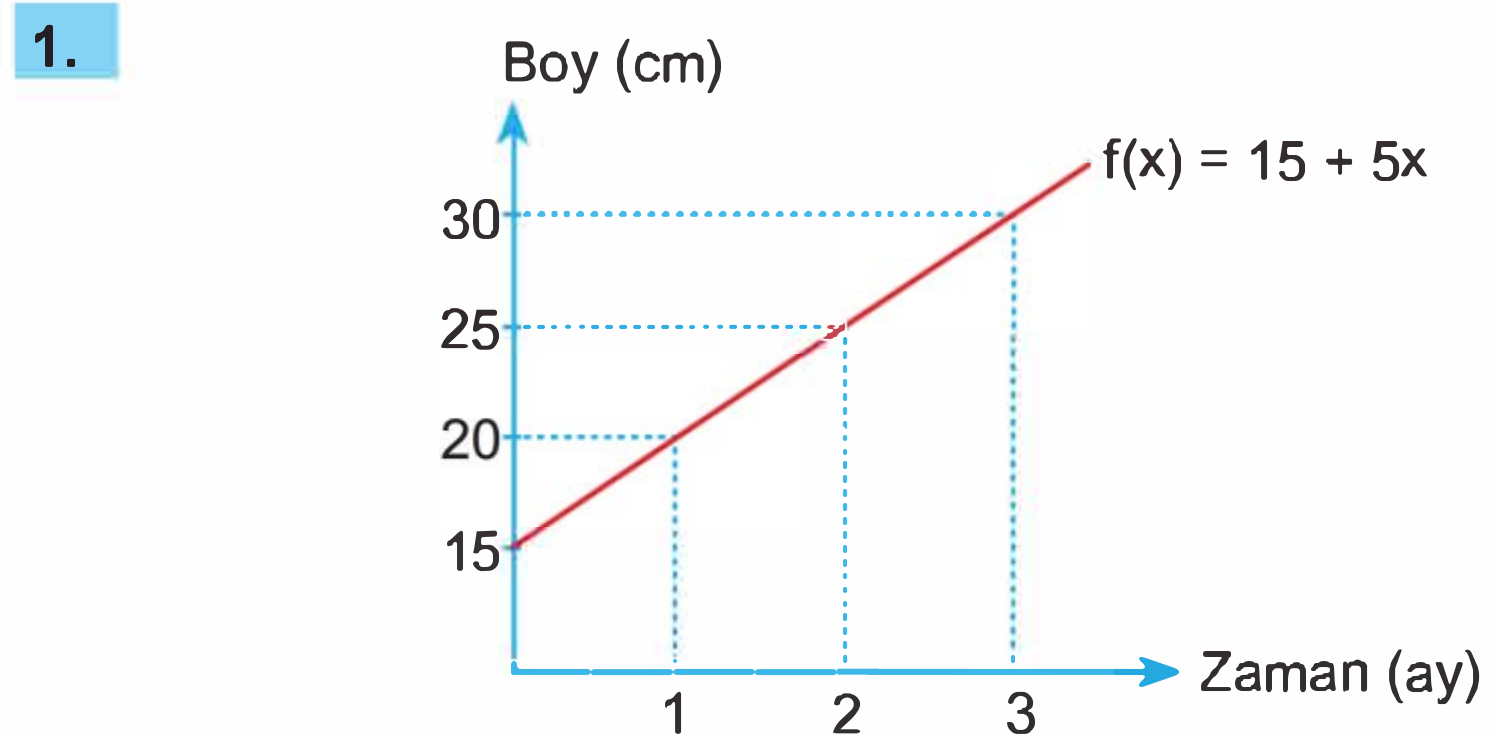
$$[-2, 1] \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(a) = f(-2) = (-2)^2 + 3(-2) = 4 - 6 = -2$$

$$\downarrow \downarrow \quad b = 1 \Rightarrow f(b) = f(1) = 1^2 + 3 \cdot 1 = 1 + 3 = 4$$

$$a \quad b$$

$$\text{Ort. Değişim Hızı} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{4 - (-2)}{1 - (-2)} = \frac{4 + 2}{1 + 2} = \frac{6}{3} = 2$$

ÖĞRENCİ SORULARI



Yukarıdaki şekilde dikildiği andaki boyu 15 cm olan bir fidanın boyunun zamana göre değişimini temsil eden grafik verilmiştir.

Bu grafiğe göre, $y = f(x)$ in $[1, 3]$ aralığındaki ortalama değişim hızı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

2. $f(x) = 2x^2 - x$ fonksiyonunun $[-1, 2]$ aralığındaki ortalama değişim hızı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $f(x) = x^2 - x + 2$ fonksiyonunun $-3 \leq x \leq 0$ aralığındaki ortalama değişim hızı kaçtır?

- A) -4 B) -6 C) 8 D) $\frac{26}{3}$ E) 9

1-B

2-C

3-A



TEST 1

1. SEANS: FONKSİYONLARIN GRAFİK VE TABLO TEMSİLİ

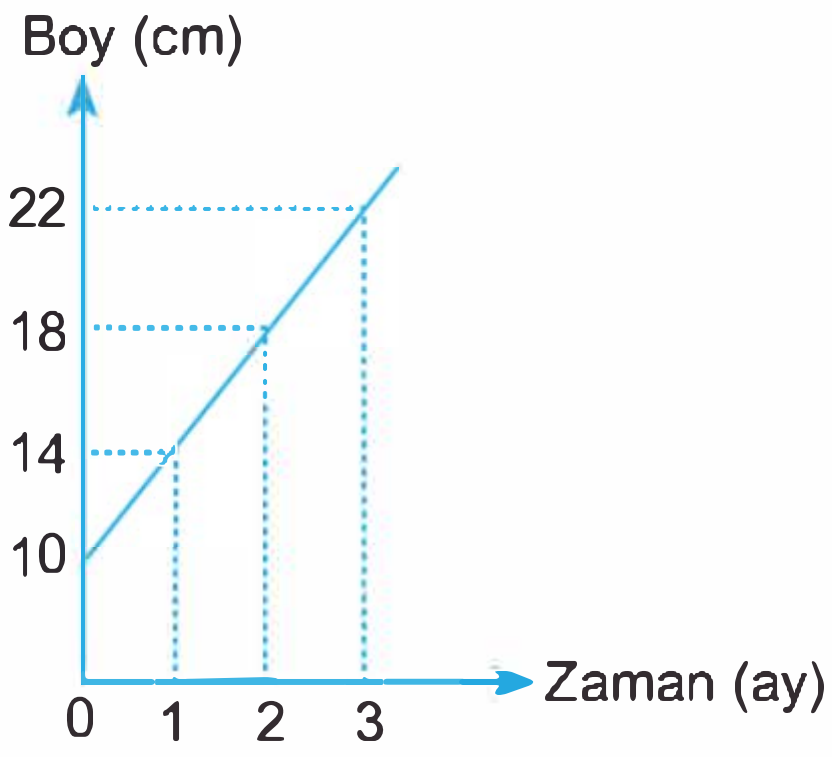
1. Aşağıdaki tabloda $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonuna ait bazı değerler verilmiştir.

x	1	2	3	4	...
f(x)	5	9	13	17	...

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = 2x + 3$ B) $f(x) = 3x + 2$ C) $f(x) = 4x + 1$
D) $f(x) = 4x + 2$ E) $f(x) = x + 4$

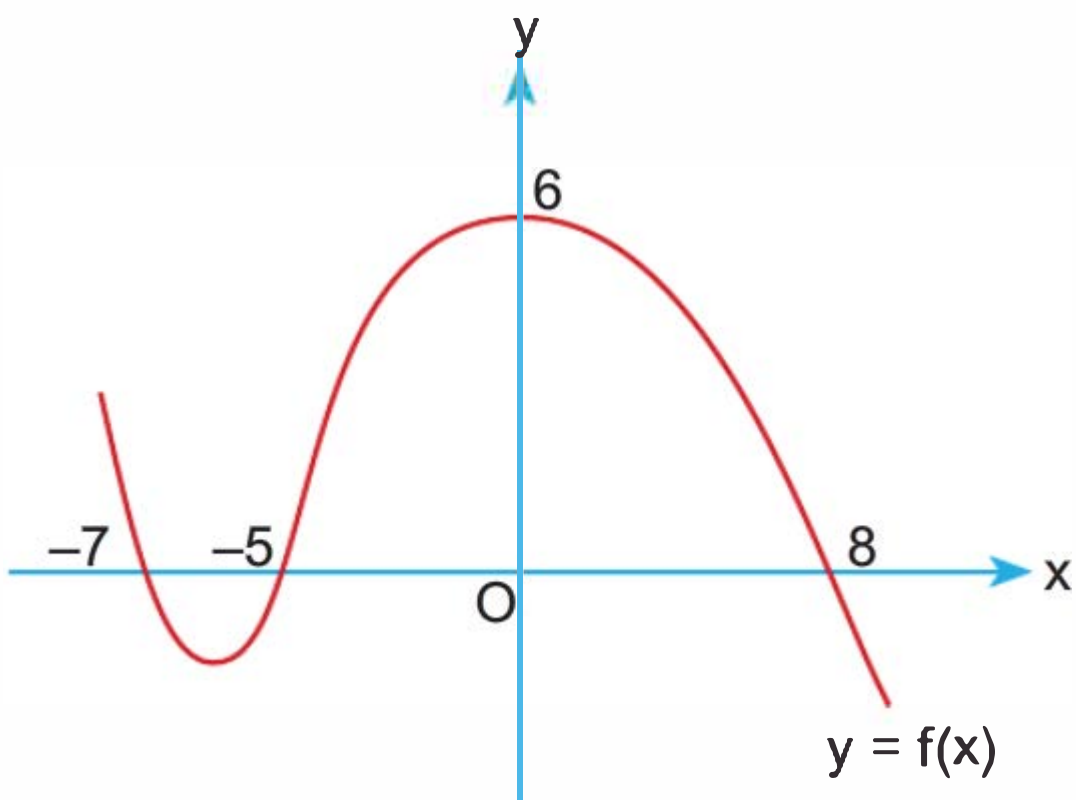
2.



Yukarıdaki grafikte dikildiği an boyu 10 cm olan bir bitkinin dikildikten sonra zamana bağlı olarak uzama miktarını göstermektedir. **Bitkinin boyu (y) cm, zaman (x) ay olmak üzere, x ile y arasındaki ilişkiye ait fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $f(x) = 8x + 6$ B) $f(x) = 4x + 10$ C) $f(x) = 7x + 7$
D) $f(x) = 5x + 9$ E) $f(x) = 12x + 2$

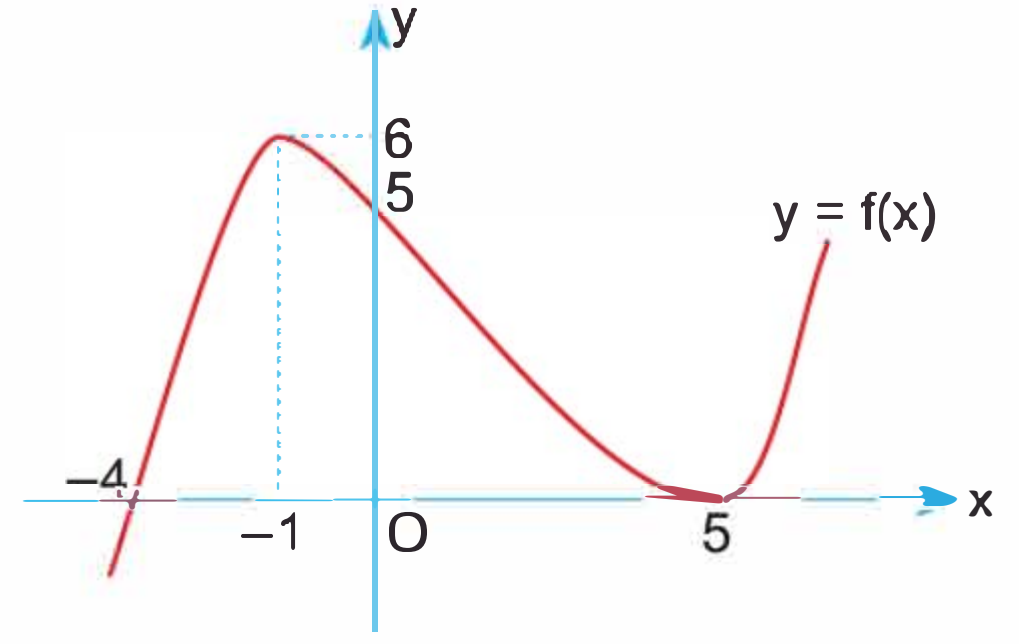
3.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. **Grafiğin x eksenini kestiği noktaların apsisi toplamı kaçtır?**

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

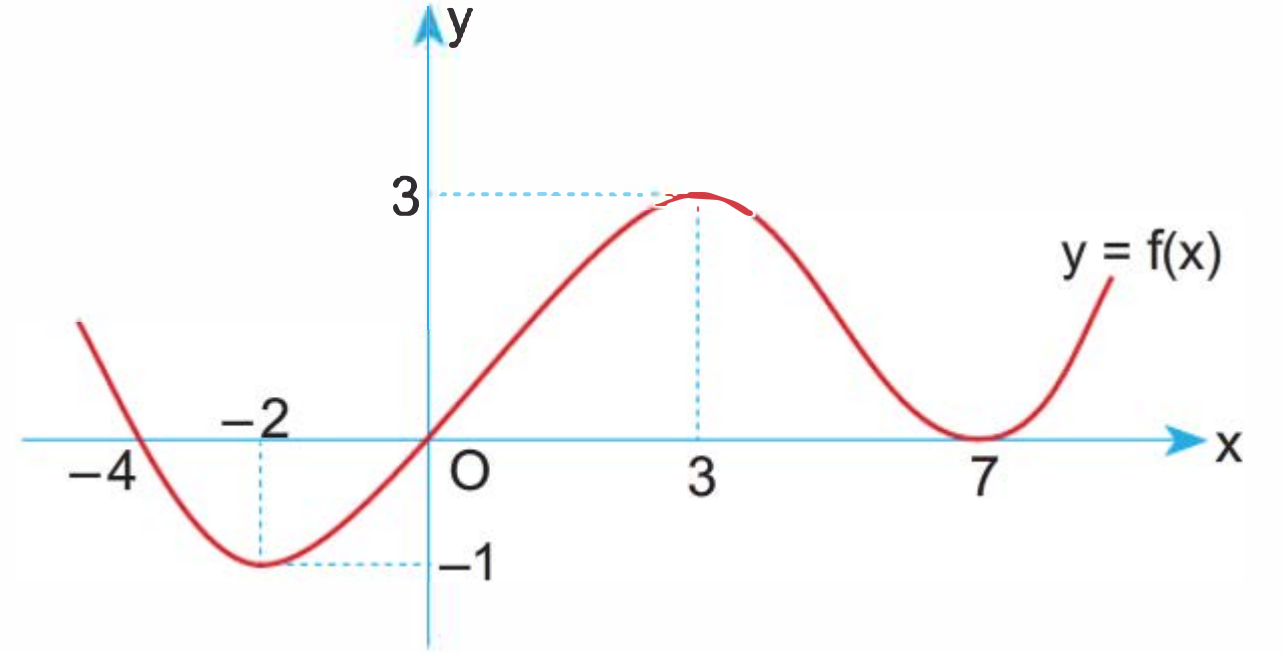
4.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. **Buna göre, $y = f(x)$ in pozitif olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $(-4, +\infty)$ B) $(-4, 5)$ C) $(-4, +\infty) - \{5\}$
D) $(-4, +\infty) - \{-1\}$ E) $(5, +\infty)$

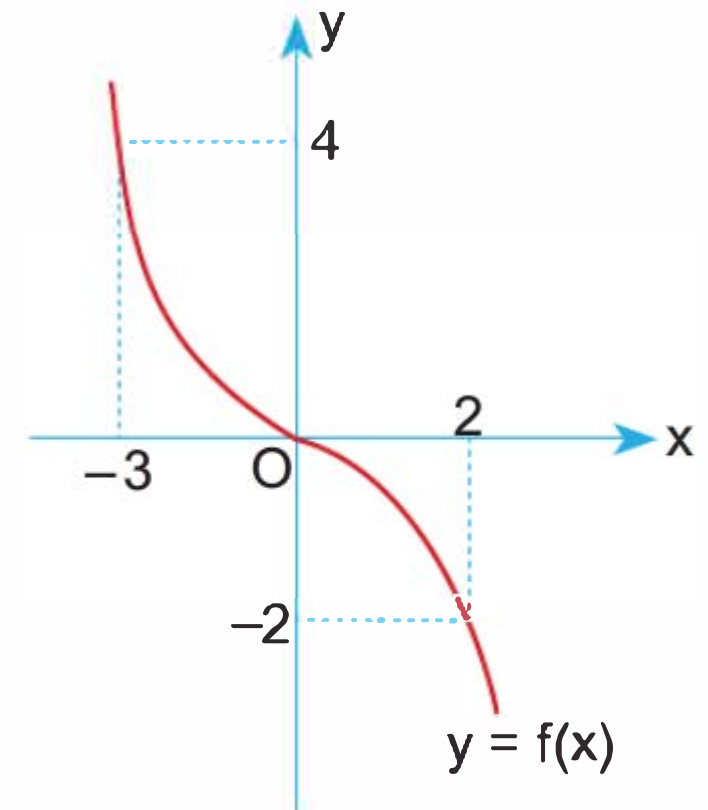
5.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $y = f(x)$ fonksiyonu için,
I. $[-2, 3]$ aralığında artandır.
II. En küçük değeri -2 dir.
III. $[3, 7]$ aralığında azalandır.
İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

6.

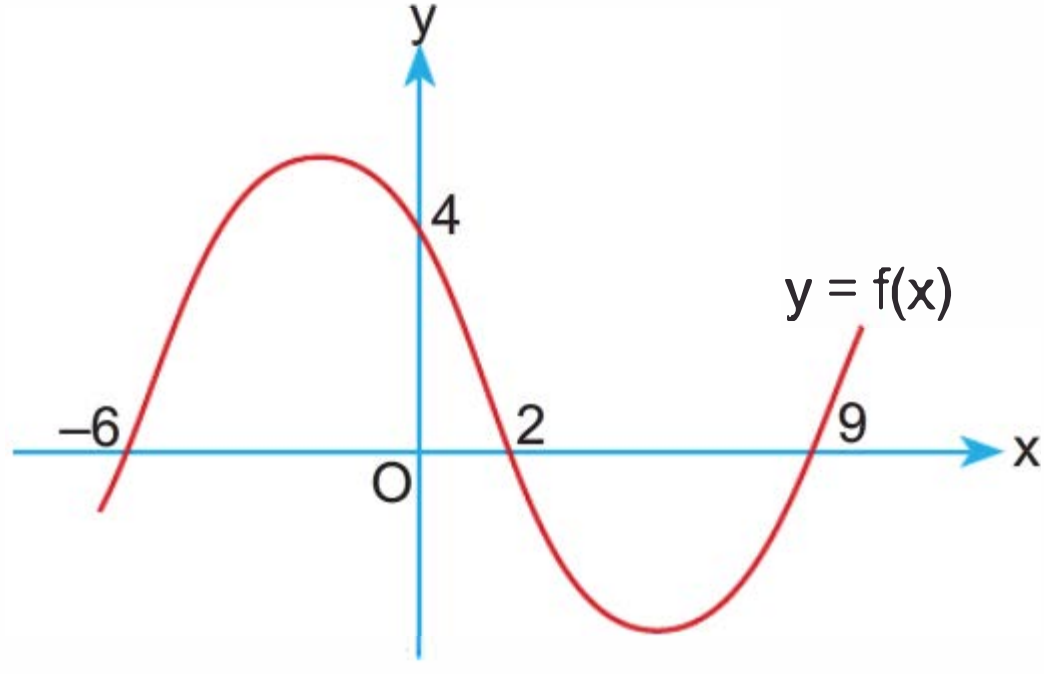


Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. **Buna göre, $y = f(x)$ in $[-3, 2]$ aralığındaki ortalama değişim hızı kaçtır?**

- A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $-\frac{4}{5}$ D) -1 E) $-\frac{6}{5}$



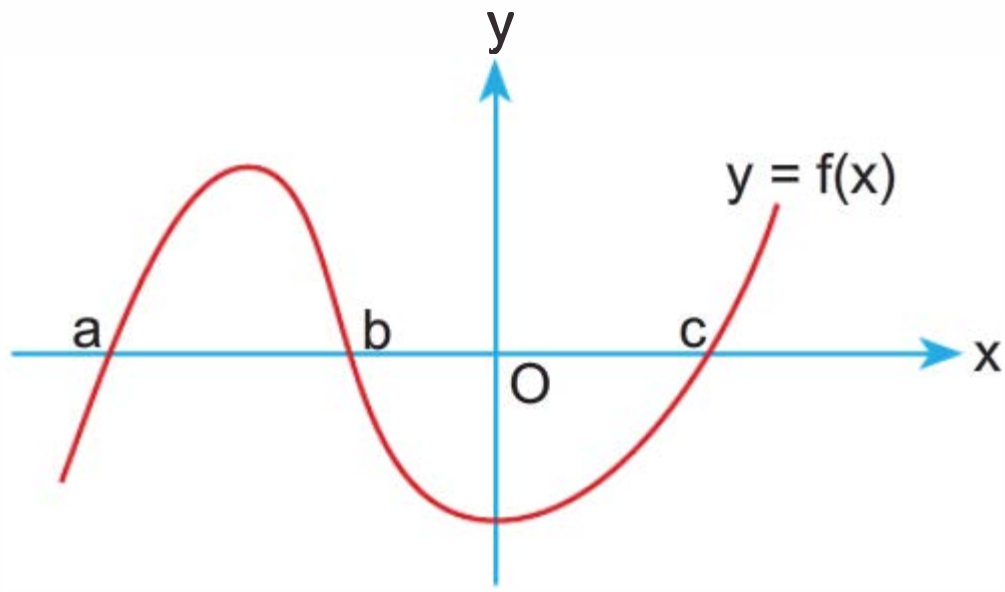
1.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesindeki elemanların toplamı a , y eksenini kestiği noktanın ordinatı b olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -5 C) 9 D) 11 E) 15

2.



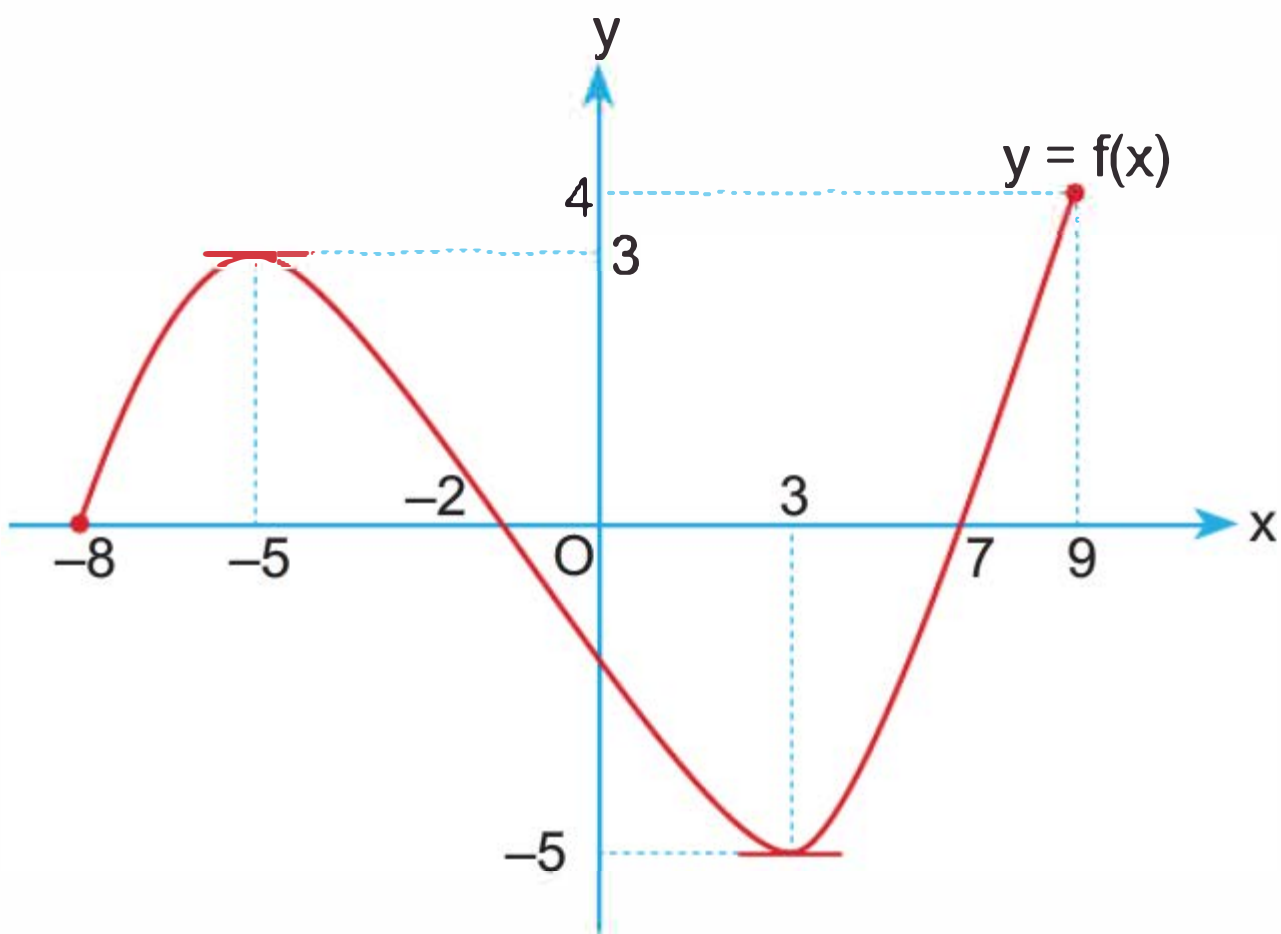
Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$f(x) = 0$$

denklemini sağlayan x değerlerinin kümesi $\{-4, -2, 3\}$ olduğuna göre, $b - a + c$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) -2 E) -1

3.

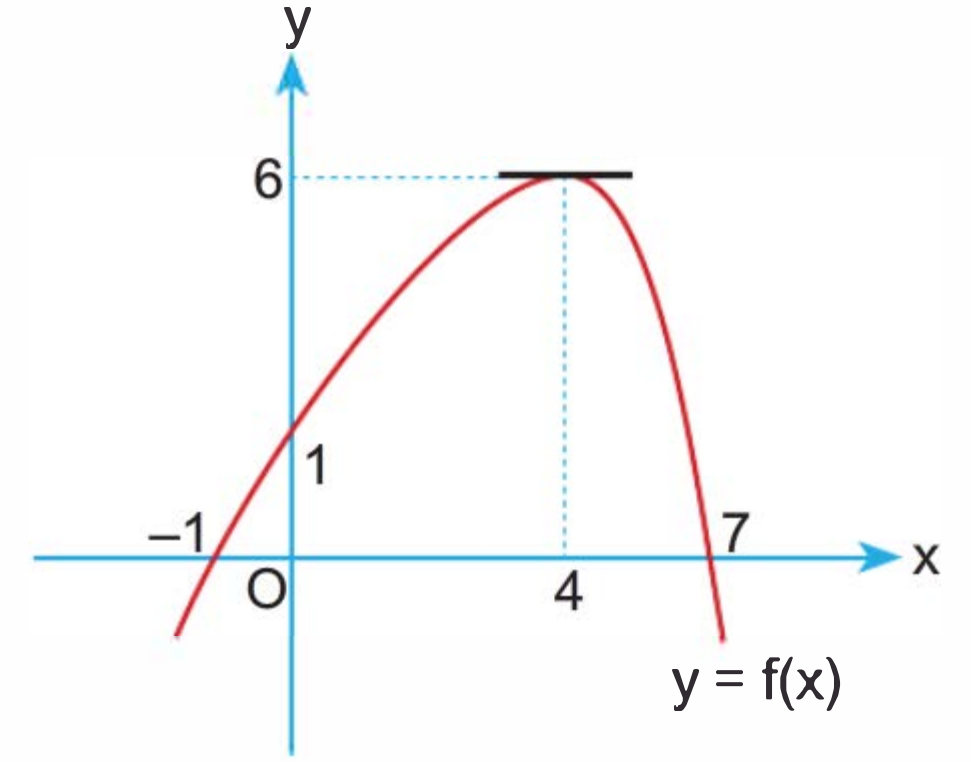


Yukarıdaki şekilde $[-8, 9]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ in minimum değeri ile maksimum değerinin çarpımı kaçtır?

- A) -20 B) -15 C) -12 D) 12 E) 18

4.



Yukarıdaki şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) x eksenini kestiği noktaların apsisi toplamı 6'dır.
B) y eksenini kestiği noktanın ordinatı 1'dir.
C) $x > 7$ için negatif değerlidir.
D) $f(x)$ in alabileceği en küçük değer 6'dır.
E) $-1 < x < 4$ için $f(x)$ artandır.

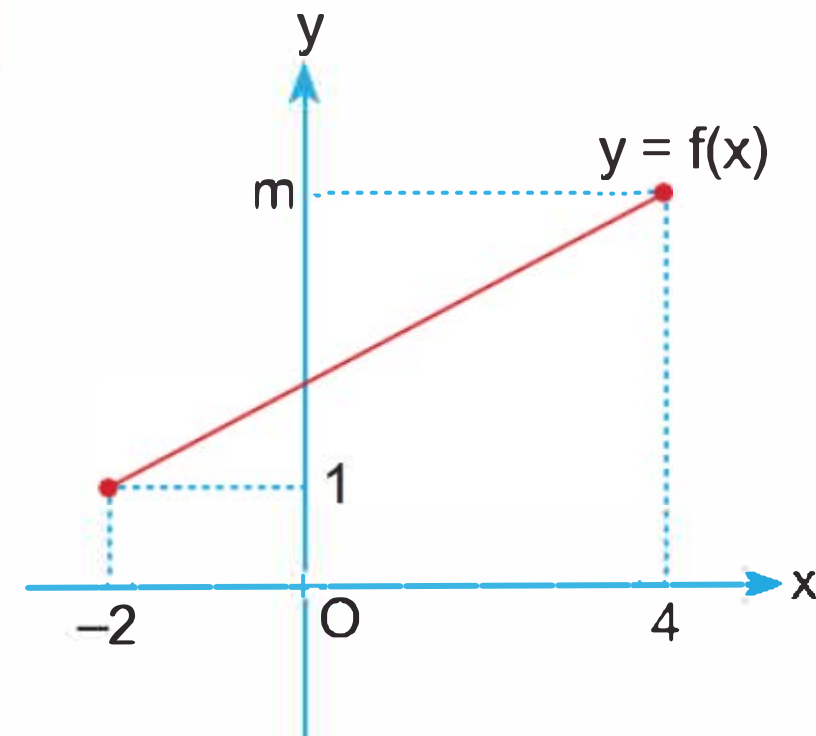
5.

$$f(x) = x^2 + ax + 3$$

fonksiyonunun $[1, 3]$ aralığındaki ortalama değişim hızı 6 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

6.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$y = f(x)$ fonksiyonunun $[-2, 4]$ aralığındaki değişim hızı $\frac{2}{3}$ olduğuna göre, m kaçtır?

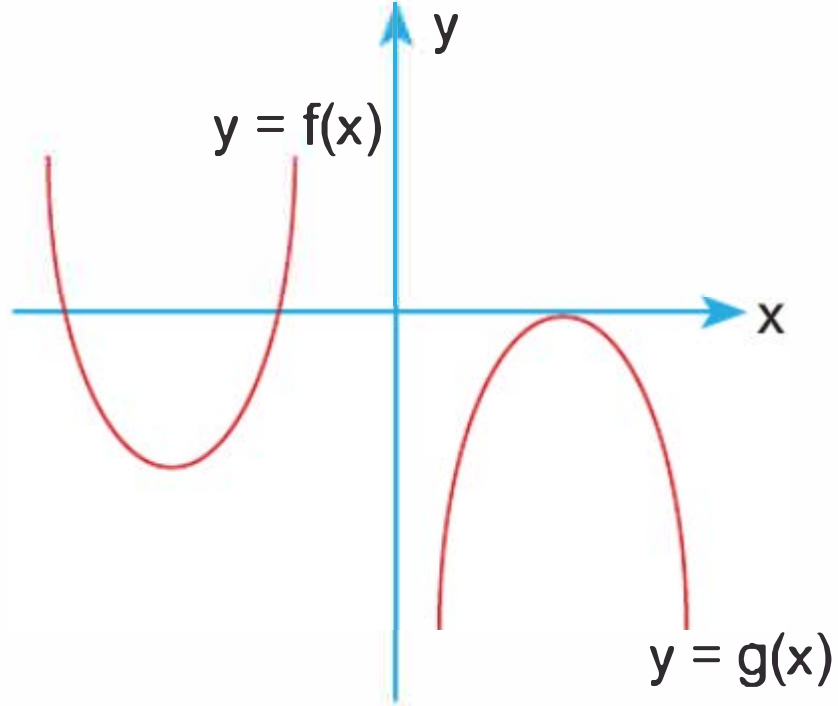
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



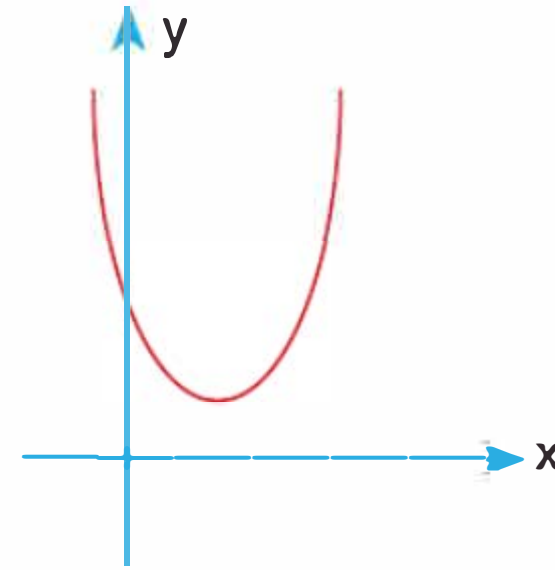
BİLGİ

2.1 - Parabolün Tanımı ve Kollarının Durumu

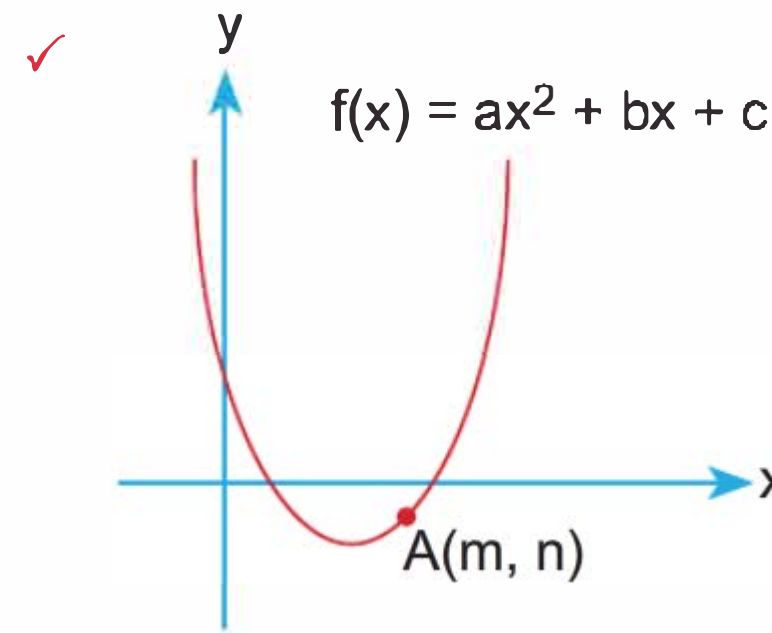
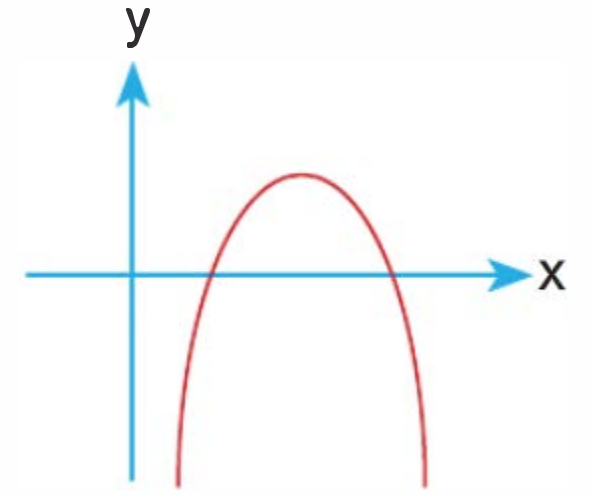
✓ a, b, c birer gerçektek sayı ve $a \neq 0$ olmak üzere, $f(x) = ax^2 + bx + c$ şeklindeki 2. dereceden fonksiyonların grafiklerine parabol denir.



✓ $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünde $a > 0$ ise parabolün kolları yukarı doğrudur.



✓ $a < 0$ ise parabolün kolları aşağı doğrudur.



$A(m, n)$ noktası $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolü üzerinde ise $f(m) = n$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = (n - 4)x^3 + 5x^{m-1} + 3x - 1$ fonksiyonunun grafiği analitik düzlemde bir parabol belirttiğine göre, m ve n sayılarını bulunuz.

Çözüm:

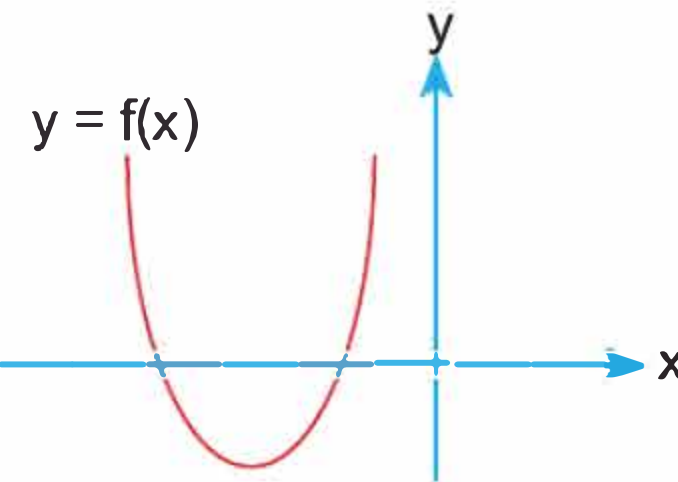
$f(x)$, 2. dereceden olacağı için

$(n - 4) \cdot x^3 = 0 \cdot x^3 = 0$ olup yok olmalıdır.

$$\begin{matrix} 0 \\ n - 4 = 0 \end{matrix} \Rightarrow n = 4 \text{ tür.}$$

$5x^{m-1} = 5x^2$ olacağından $m - 1 = 2$ olmalıdır.

$$m - 1 = 2 \Rightarrow m = 3 \text{ tür.}$$

2.  Yanda şekli verilen $y = f(x) = (m + 8)x^2 + 4x - 3$ parabolü için m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

Çözüm:

Parabolün kolları yukarı doğru olduğundan x^2 nin katsayısı pozitif olmalıdır. $m + 8 > m > -8$ dir. -8 den büyük en küçük tam sayı -7 dir.

3. $f(x) = x^2 - mx + 2$ parabolünün üzerindeki noktalardan biri $A(2, 12)$ olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

A noktası parabol üzerinde olduğundan

$$f(2) = 12 \text{ dir.}$$

$$f(x) = x^2 - mx + 2$$

↓
2

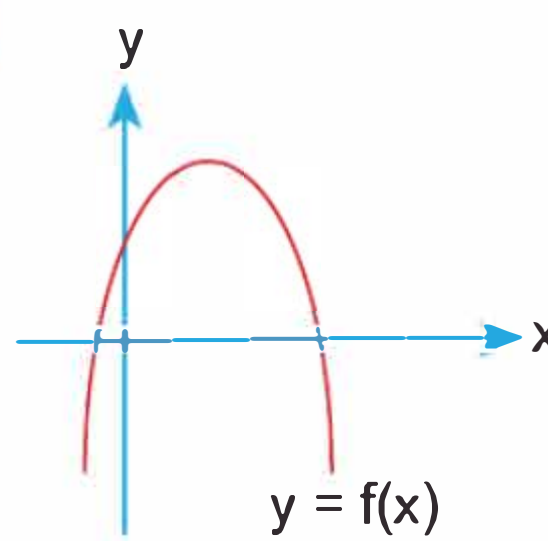
$$\begin{matrix} f(2) = 2^2 - m \cdot 2 + 2 \Rightarrow 12 = 4 - 2m + 2 \\ 12 \quad \quad \quad 2m = 6 - 12 \Rightarrow m = -3 \text{ tür.} \end{matrix}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = (a + 2)x^3 + 3x^{b-3} - 7x + 3$ fonksiyonunun grafiği analitik düzlemde bir parabol belirttiğine göre, a . b çarpımı kaçtır?

- A) -10 B) -6 C) -4 D) 4 E) 6

2. Yandaki şekilde verilen $y = f(x) = (n - 3)x^2 + 5x + 7$



parabolü için n nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

3. $A(1, -2)$ noktası, $f(x) = 3x^2 + mx + 1$ parabolü üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) -2 D) -4 E) -6

1-A

2-C

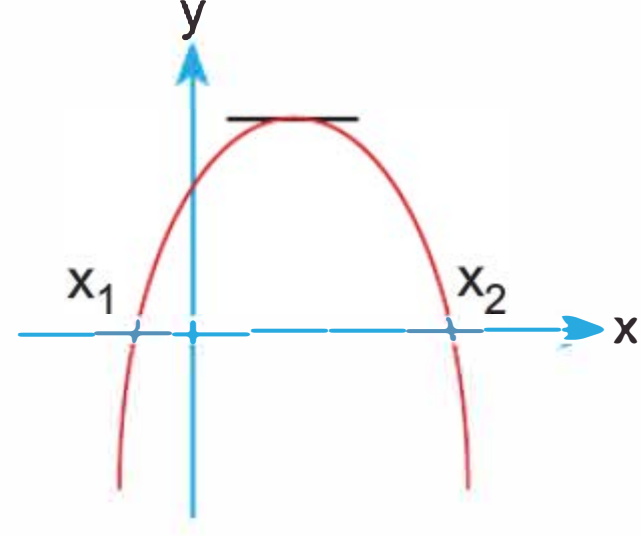
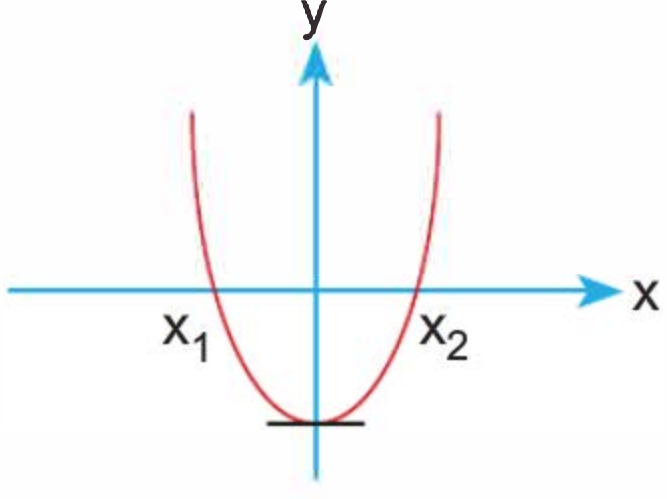
3-E



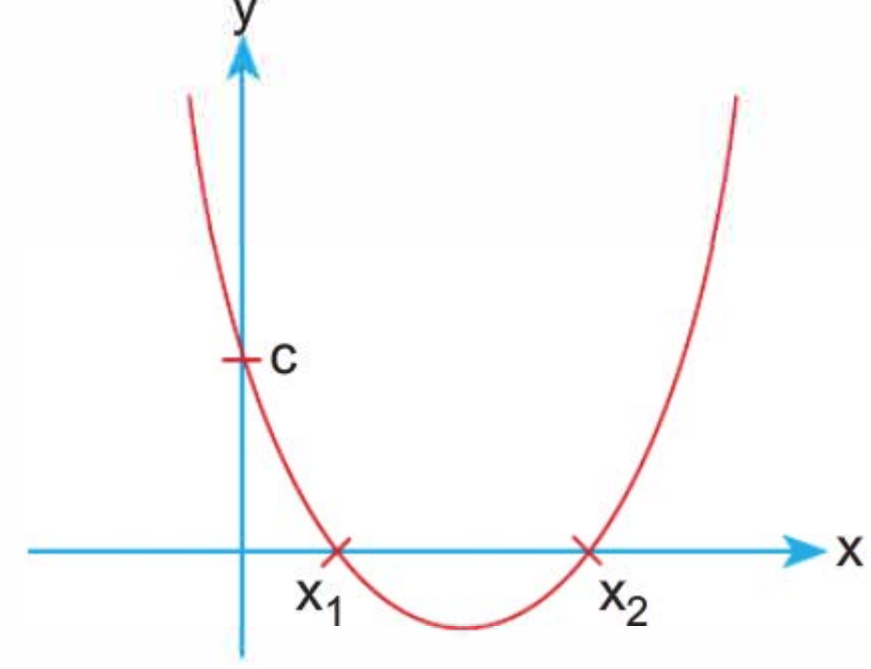
BİLGİ

2.2 - Parabolün Eksenleri Kestiği Noktalar

✓ $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonu alınıp sıfıra eşitlendiğinde elde edilen $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. (Eğer kök varsa) Bu kökler parabolün x eksenini kestiği noktaların apsiseridir.



✓ $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda $x = 0$ yazılırsa $f(0) = c$ bulunur. İşte bu c sayısı parabolün y eksenini kestiği noktanın ordinatıdır.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^2 - 8x + 12$
parabolünün eksenleri kestiği noktaları bulunuz.

Çözüm:

Öncelikle $f(x) = 0$ denkleminin köklerini bulalım.

$$x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x - 2) = 0$$

$$\begin{array}{cccc} & & & \\ & \swarrow & \searrow & \\ -6 & & -2 & \\ & \swarrow & \searrow & \\ & 6 & & 2 \end{array}$$

A(6, 0) ve B(2, 0) parabolün x eksenini kestiği noktalardır.

Şimdi de $x = 0$ yazarak parabolün y eksenini kestiği noktayı bulalım.

$$f(x) = x^2 - 8x + 12$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 8 \cdot 0 + 12 = 12$$

Parabol y eksenini C(0, 12) noktasında keser.

2. $f(x) = x^2 + (m + 2)x + m - 2$
parabolünün x eksenini kestiği noktaların apsiseri çarpımını 4 olduğuna göre, apsiseri toplamı kaçtır?

Çözüm:

$x^2 + (m + 2)x + m - 2 = 0$ denkleminin kökleri parabolün x eksenini kestiği noktaların apsiseri olduğundan $x_1 \cdot x_2 = 4$ tür.

$$1 \cdot x^2 + \underbrace{(m + 2)}_b x + \underbrace{m - 2}_c = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \text{ (10. sınıftan hatırla)}$$

$$4 = \frac{m - 2}{1} \Rightarrow m = 6 \text{ dir.}$$

$$f(x) = x^2 + (m + 2)x + m - 2$$

$$m = 6 \Rightarrow f(x) = x^2 + 8x + 4$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{8}{1} = -8 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = x^2 - x - 12$
parabolünün x eksenini kestiği noktalardan birinin apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) -4 B) -3 C) 3 D) 6 E) 12

2. $f(x) = x^2 + (m - 1)x + m - 5$
parabolünün x eksenini kestiği noktaların apsiseri çarpımını -2 olduğuna göre, apsiseri toplamı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) -2 D) -3 E) -5

3. $f(x) = x^2 - 6x + 5$
parabolünün x eksenini kestiği noktaların arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1-B

2-C

3-A



BİLGİ

2.3 - Parabolün Tepe Noktası

$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası $T(r, k)$ ile gösterelim.

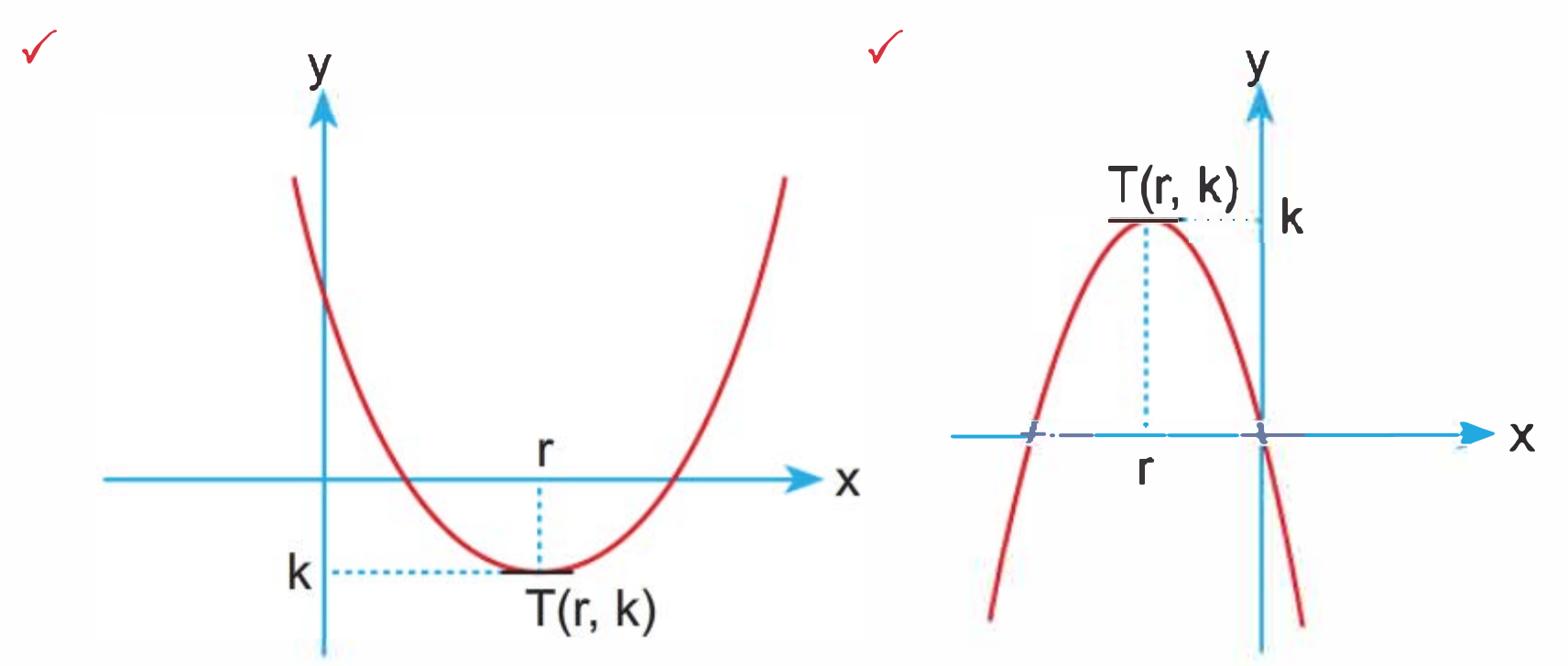
$r = -\frac{b}{2a}$ formülü ile bulunur.

$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$ formülü ile bulunur.



NOT

k yi; istersen $f(x)$ de x yerine r yi yazarak da bulabilirsin. Aynı zamanda $k = f(r)$ dir.



$f(x) = x^2 - 6x + 3$ parabolünün tepe noktası; $a = 1, b = -6, c = 3$ olup

$$r = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3 \text{ tür. Buradan}$$

$$k = f(r) = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 3 = 9 - 18 + 3 = -6 \text{ bulunur.}$$

$T(3, -6)$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^2 - (m - 3)x + 2$ parabolünün tepe noktasının apsisi 6 olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

Tepe noktasının apsisini r ile gösterdiğimizden $r = 6$ dir. $a = 1, b = -(m - 3), c = 2$

$$r = -\frac{b}{2a} = \frac{-[-(m - 3)]}{2 \cdot 1} = \frac{m - 3}{2} = \frac{6}{1} \Rightarrow m - 3 = 12 \Rightarrow m = 15 \text{ tir.}$$

2. $f(x) = x^2 - (m + 3)x + n + 2$ parabolünün tepe noktası $T(2, 3)$ olduğuna göre, m ve n değerlerini bulunuz.

Çözüm:

$T(2, 3)$ $a = 1, b = -(m + 3), c = n + 2$ dir.

$$r = -\frac{b}{2a} = \frac{-[-(m + 3)]}{2 \cdot 1} = \frac{m + 3}{2} = 2 \Rightarrow m + 3 = 4 \Rightarrow m = 1 \text{ olur.}$$

$$k = f(r) = f(2) = 3$$

$$f(x) = x^2 - (m + 3)x + n + 2 = 3$$

$$2 \quad 1$$

$$k = f(2) = 2^2 - (1 + 3) \cdot 2 + n + 2 = 3$$

$$4 - 8 + n + 2 = 3 \Rightarrow n = 5 \text{ tir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = x^2 - (m + 2)x + 3$ parabolünün tepe noktasının apsisi 4 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. $f(x) = x^2 - 6x + n - 4$ parabolünün tepe noktasının ordinatı -2 olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 11 D) 9 E) 7

3. $f(x) = x^2 - (m + 2)x + n - 4$ parabolünün tepe noktası $T(-3, 2)$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 13

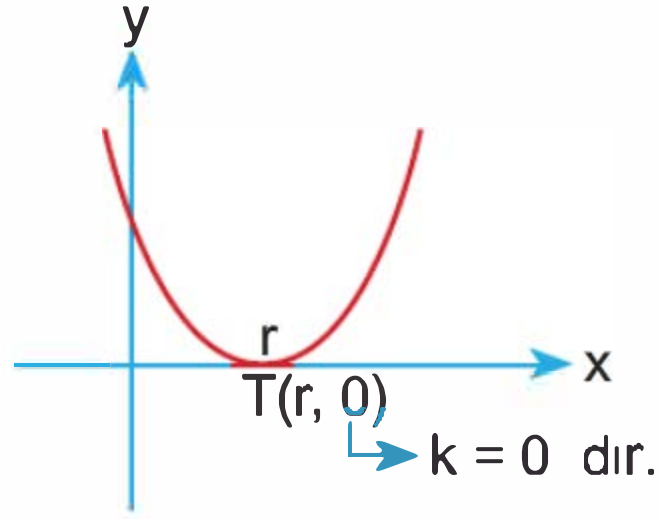
1-A	2-C	3-A
-----	-----	-----



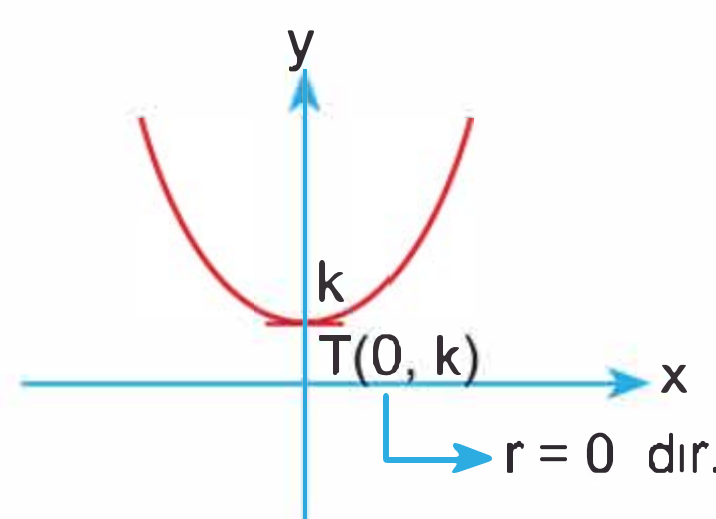
BİLGİ

2.4 - Tepe Noktasının Bulunduğu Özel Yerler

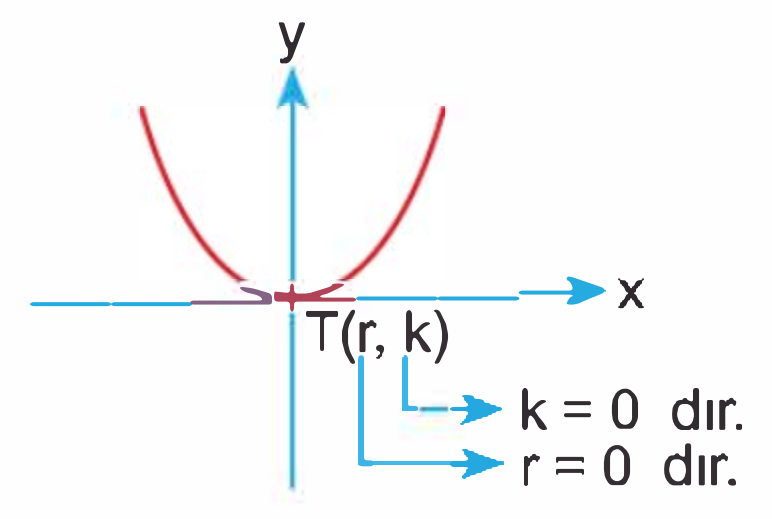
✓ Tepe noktası x ekseninde



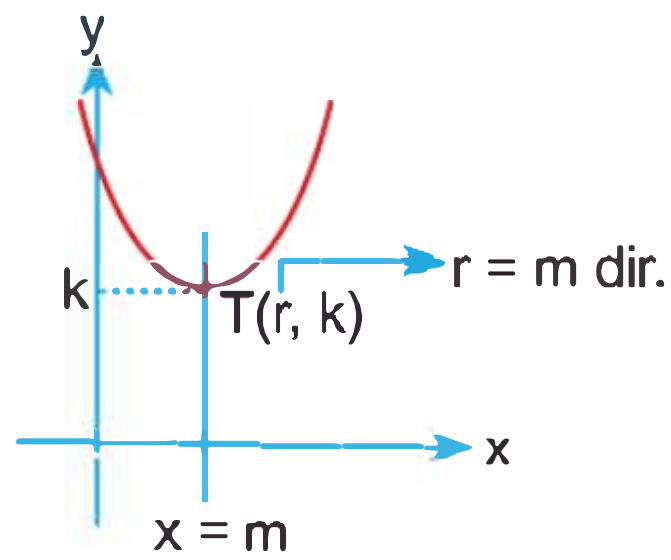
✓ Tepe noktası y ekseninde



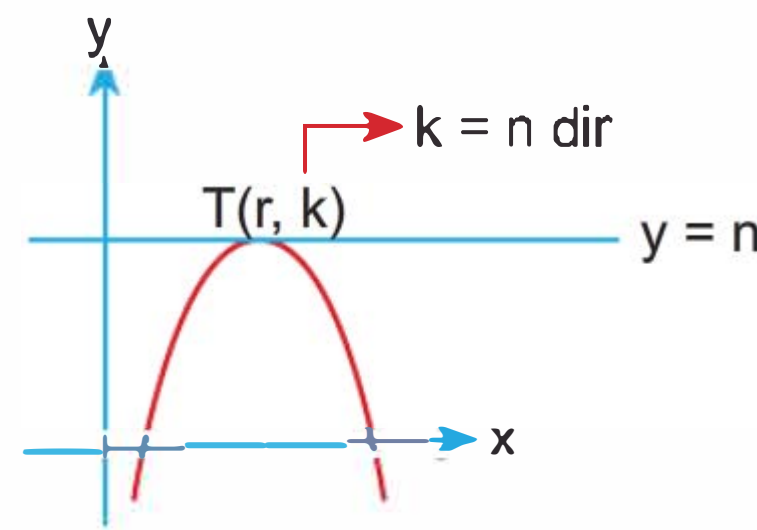
✓ Tepe noktası orijinde



✓ Tepe noktası x = m doğrusunda



✓ Tepe noktası y = n doğrusunda



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = 2x^2 + (m - 3)x + m + 2$
parabolünün tepe noktası y ekseninde olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

$$r = 0 \text{ olmalıdır. } a = 2, b = m - 3, c = m + 2$$

$$r = -\frac{b}{2a} = \frac{-(m-3)}{2 \cdot 2} = 0 \Rightarrow \frac{-(m-3)}{4} = 0 \Rightarrow m - 3 = 0$$

$$m = 3 \text{ tür.}$$

2. $f(x) = 3x^2 - (m - 2)x + n + 3$
parabolünün tepe noktası orijinde olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

Çözüm:

Hem r, hem k sıfıra eşittir. $a = 3, b = -(m - 2), c = n + 3$

$$r = -\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$-(m - 2) = 0 \Rightarrow m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ dir.}$$

$$m = 2 \Rightarrow f(x) = 3x^2 - (2 - 2)x + n + 3$$

$f(x) = 3x^2 + n + 3$ olur. Şimdi k yı bulup 0 yapalım.

$$k = f(r) = f(0) = 3 \cdot 0^2 + n + 3 = 0 \Rightarrow n = -3 \text{ tür.}$$

$$m + n = 2 + (-3) = -1 \text{ dir.}$$

3. $f(x) = x^2 + (m + 4)x + 2m - 1$
parabolünün tepe noktası x = 3 doğrusu üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

$T(r, k)$ $a = 1, b = m + 4, c = 2m - 1$

$$r = 3 \text{ tür.}$$

$$r = 3 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow \frac{-(m+4)}{2 \cdot 1} = 3 \Rightarrow -(m+4) = 6$$

$$\Rightarrow m + 4 = -6 \Rightarrow m = -10 \text{ olur.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 3x^2 + (m + 2)x + m - 1$
parabolünün tepe noktası y ekseninde olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $f(x) = 2x^2 - (m + 4)x + n + 2$
parabolünün tepe noktası orijinde olduğuna göre, m . n çarpımı kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 4 D) 8 E) 16

3. $f(x) = x^2 - 4x + 3m - 1$
parabolünün tepe noktası y = 2 doğrusu üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?

(k = y = 2 olduğunu düşünmelisin!)

- A) -1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

1-A

2-D

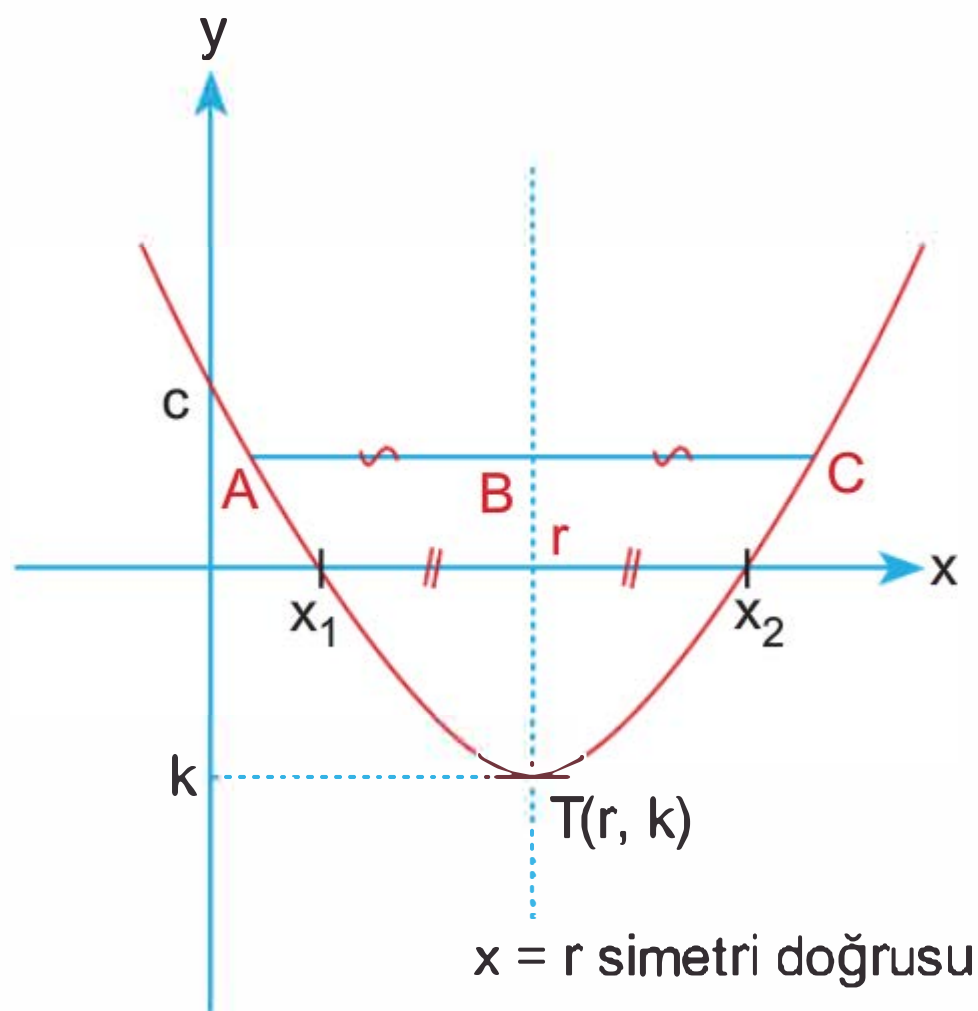
3-E



BİLGİ

2.5 - Parabolün Simetri Doğrusu (Ekseni)

Parabolün tepe noktasından geçen ve parabolü iki eş parçaya ayıran $x = r = -\frac{b}{2a}$ doğrusuna parabolün simetri doğrusu (ekseni) denir.



Yandaki şekilde görüldüğü gibi parabolün kolları simetri doğrusuna eşit uzaklıktadır.

$|AB| = |BC|$

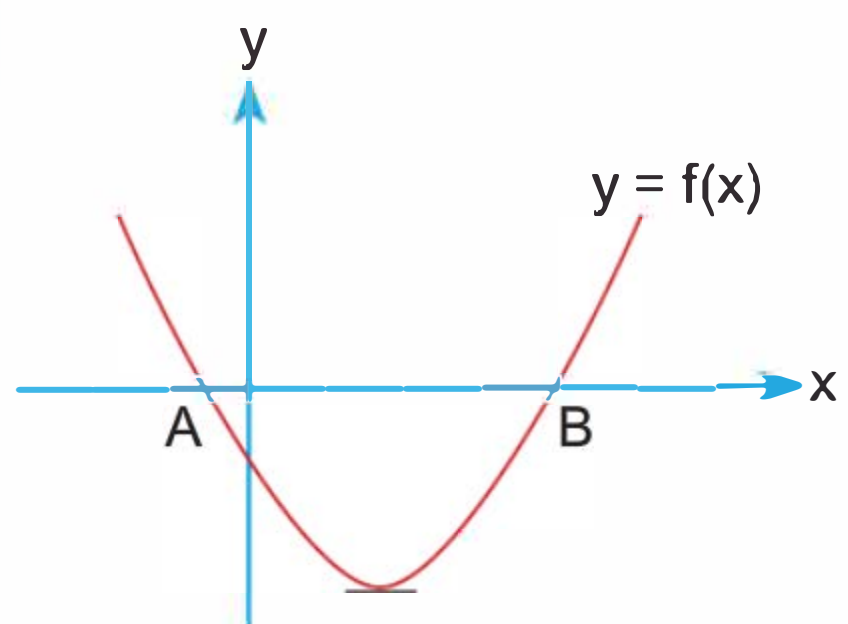
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^2 - (m - 3)x + 7$ parabolünün simetri ekseni $x = 2$ doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:
 $f(x) = x^2 - (m - 3)x + 7 \Rightarrow a = 1 \quad b = -(m - 3) \quad c = 7$ dir.

$x = 2 = -\frac{b}{2a}$
 $2 = \frac{-[-(m - 3)]}{2 \cdot 1} \Rightarrow 2 = \frac{m - 3}{2} \Rightarrow m - 3 = 4 \Rightarrow m = 7$ dir.

2. Yandaki şekilde $y = f(x) = x^2 - 6x + m - 2$ parabolü verilmiştir. $|AB| = 10$ br olduğuna göre, m kaçtır?



Çözüm:
 Önce simetri doğrusunu bulup şekle işleyelim.
 $x = r = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-6)}{2 \cdot 1} = 3$
 A ve B noktaları K ya eşit uzaklıkta olup $|AB| = 10$ olduğundan $|AK| = |KB| = 5$ br dir. $K(3, 0)$ noktasından sağa doğru 5 br gidilirse,

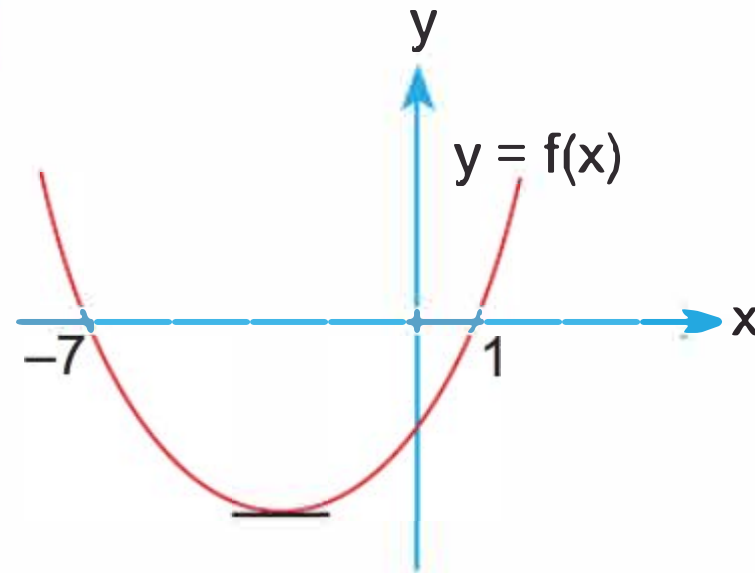
$B(3 + 5, 0) = B(8, 0)$ olur. K dan sola doğru 5 br gidilirse
 $A(3 - 5, 0) = A(-2, 0)$ olur. $x_1 = -2, x_2 = 8$ bulunur.
 A ya da B den birini seçip $f(x)$ de yerine yazarsan m yi bulursun.
 $B(8, 0) \Rightarrow 0 = 8^2 - 6 \cdot 8 + m - 2$
 $0 = 64 - 48 + m - 2 \Rightarrow m = -14$ tür.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 2x^2 - (m + 2)x + 3m - 1$ parabolünün simetri doğrusu $x = -3$ olduğuna göre, m kaçtır?

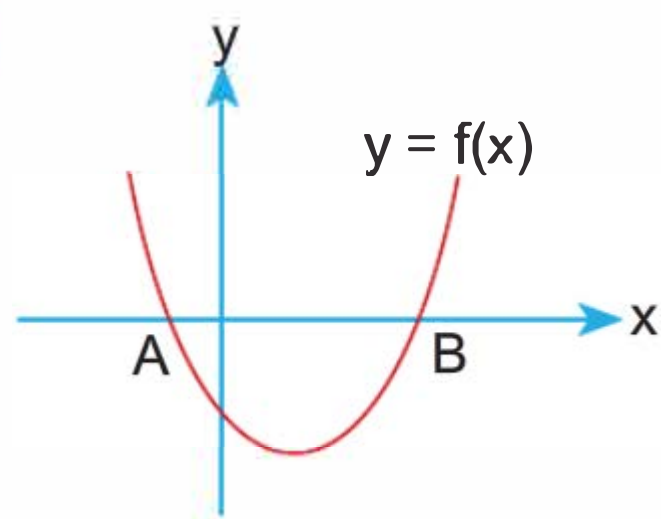
- A) -4 B) -6 C) -8 D) -14 E) -16

2. Yandaki şekilde $y = f(x)$ parabolü verilmiştir. Parabolün simetri doğrusu aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $x = 3$ B) $x = -3$ C) $x = 4$ D) $x = -4$ E) $x = 8$

3. Yandaki şekilde, $f(x) = 2x^2 - 8x + m - 3$ parabolü verilmiştir.



$|AB| = 6$ br olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -7 B) -3 C) 3 D) 4 E) 7

1-D	2-B	3-A
-----	-----	-----



BİLGİ

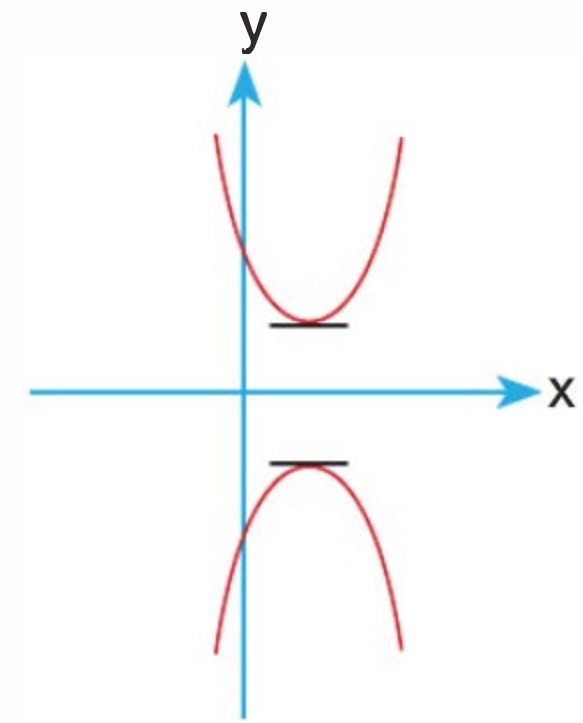
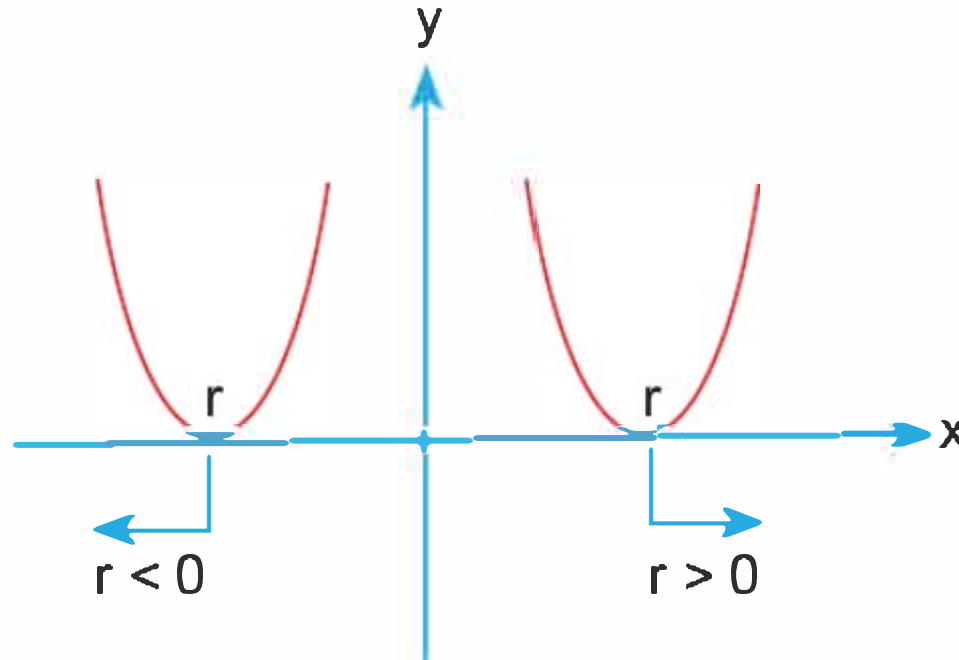
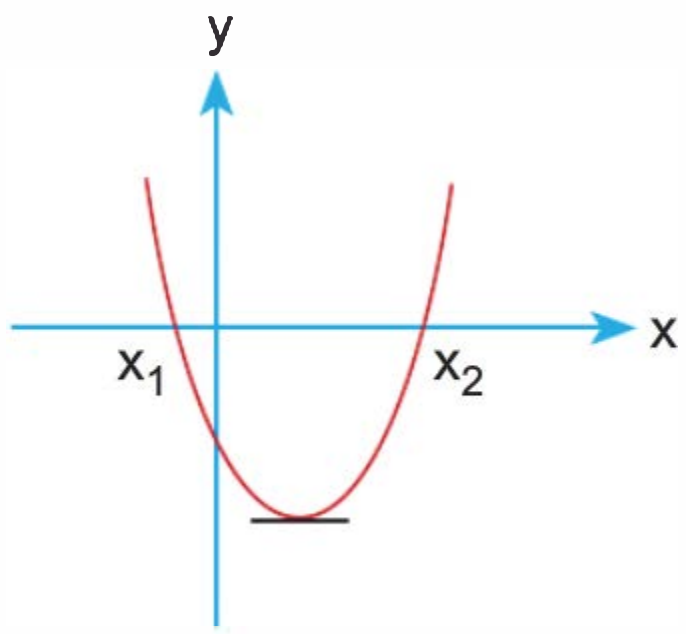
2.6 - Parabol ile x Ekseninin Birbirine Göre Durumları

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ifadesinin diskriminantına (Δ sına) bakarak parabol ile x ekseninin hangi durumda olduğunu söyleyebilirsin.

✓ $\Delta > 0$ ise parabol x eksenini birbirinden farklı iki noktada keser.

✓ $\Delta = 0$ ise parabol x eksenine teğettir. (x eksenini tek bir noktada keser.)

✓ $\Delta < 0$ ise parabol x eksenini kesmez.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^2 - 6x + m - 4$

parabolü x eksenini farklı iki noktada kestiğine göre, m nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

Çözüm:

$\Delta > 0$ olmalıdır. $a = 1$, $b = -6$, $c = m - 4$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m - 4) > 0$$

$$36 - 4m + 16 > 0 \Rightarrow \frac{52}{4} > \frac{4m}{4} \Rightarrow m < 13$$

13 ten küçük en büyük tam sayı 12 dir.

2. $f(x) = x^2 + mx + 9$

parabolü x eksenine pozitif tarafta teğet olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

Hem $\Delta = 0$ hem de $r > 0$ olmalıdır.

$a = 1$, $b = m$, $c = 9$

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0 \Rightarrow m^2 - 36 = 0 \Rightarrow m^2 = 36$$

$$m = \pm 6 \text{ olup } \Rightarrow m = -6 \text{ seçilmelidir}$$

ki $r > 0$ olsun.

3. $f(x) = x^2 - 2x + m - 3$

parabolü x eksenini kesmediğine göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

Çözüm:

$\Delta < 0$ olmalıdır. $a = 1$, $b = -2$, $c = m - 3$ tür.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m - 3) < 0$$

$$4 - 4(m - 3) < 0$$

$$4 - 4m + 12 < 0 \Rightarrow 16 < 4m \Rightarrow 4 < m$$

4 ten büyük en küçük tam sayı 5 dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = x^2 - 4x + m - 1$

parabolü x eksenini farklı iki noktada kestiğine göre, m nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $f(x) = x^2 + mx + 4$

parabolü x eksenine negatif tarafta teğet olduğuna göre, m kaçtır? ($r < 0$ olacağını unutma!)

- A) 4 B) 2 C) -2 D) -4 E) -8

3. $f(x) = x^2 - 6x + m - 1$

parabolü x eksenini kesmediğine göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

1-C

2-A

3-B



0A650076

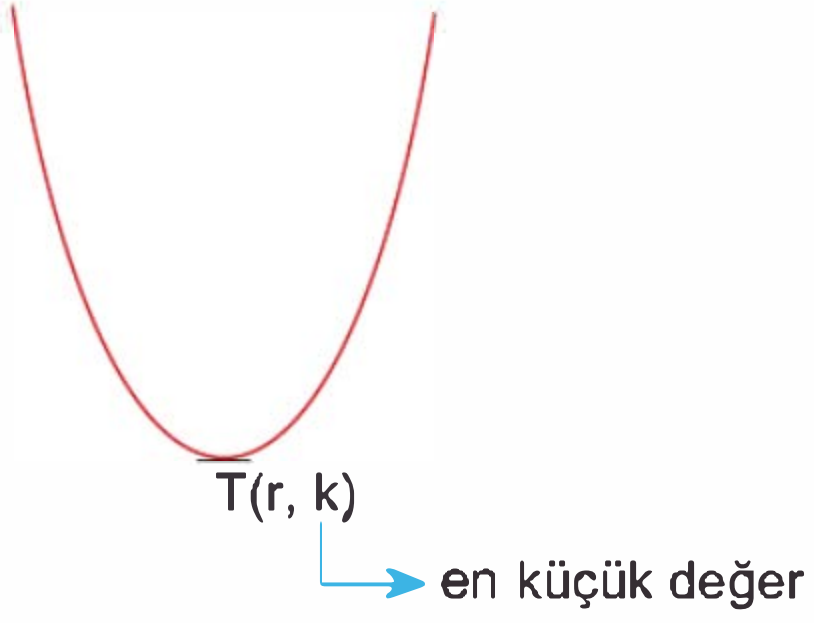


BİLGİ

2.7 - Parabolün Alabileceği En Büyük ve En Küçük Değer

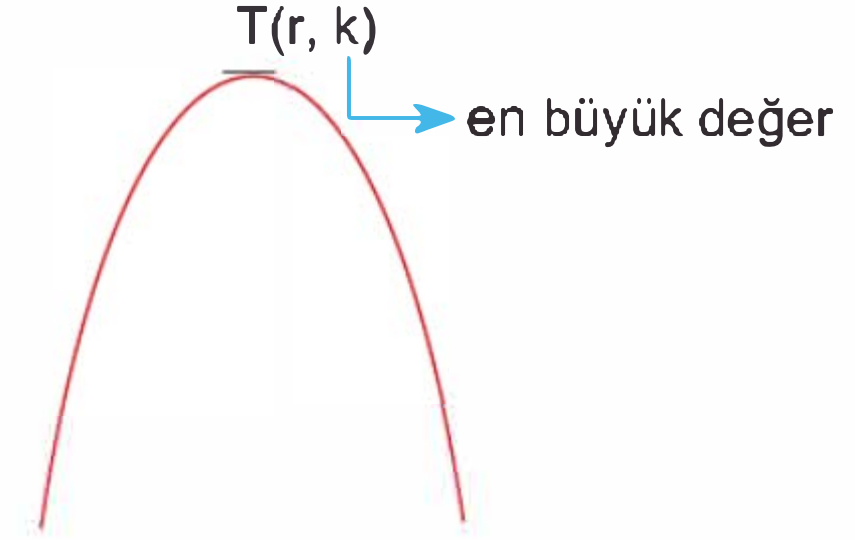
$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünde

✓ $a > 0$ ise,



k değeri $y = f(x)$ in alabileceği en küçük değerdir.

✓ $a < 0$ ise



k değeri $y = f(x)$ in alabileceği en büyük değerdir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^2 - 6x + 3$

fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

Çözüm:

Kısacası k yı bulacaksın anlamına gelir.

$$a = 1, \quad b = -6, \quad c = 3 \Rightarrow r = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$k = f(r) = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 3 = 9 - 18 + 3 = -6$$

↳ en küçük değer

2. $f(x) = -x^2 + 4x + m - 2$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer 5 olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

Kısacası $k = 5$ olduğu anlamına gelir.

$$a = -1, \quad b = 4, \quad c = m - 2 \Rightarrow r = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$k = f(r) = f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 + m - 2 = 5$$

$$2 + m = 5$$

↳ 3 tür.

3. m pozitif bir gerçektek sayı olmak üzere, kenarları $(8 - 2m)$ cm ve m cm olan dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

Çözüm:

Dikdörtgenin alan fonksiyonu $f(m)$ olsun.

A D

8 - 2m

B C

$f(m) = |BC| \cdot |DC|$

$f(m) = (8 - 2m) \cdot m$

$f(m) = 8m - 2m^2$ (Bir parabolüdür.)

O hâlde k yı bulacağız anlamına gelir.

$$f(m) = -2m^2 + 8m$$

$$a = -2, \quad b = 8, \quad c = 0 \left\{ \begin{array}{l} r = -\frac{b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot (-2)} = \frac{-8}{-4} = 2 \\ k = f(r) = f(2) = -2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 = -8 + 16 = 8 \text{ dir.} \end{array} \right.$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = x^2 - 4x + 6$

fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

2. $f(x) = -x^2 - 8x + m + 3$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer 3 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) -4 D) -8 E) -16

3. m pozitif bir gerçektek sayı olmak üzere, kenar uzunlukları $(4 - m)$ cm ve $8m$ olan dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 olabilir?

- A) 16 B) 28 C) 32 D) 48 E) 64

1-E

2-E

3-C

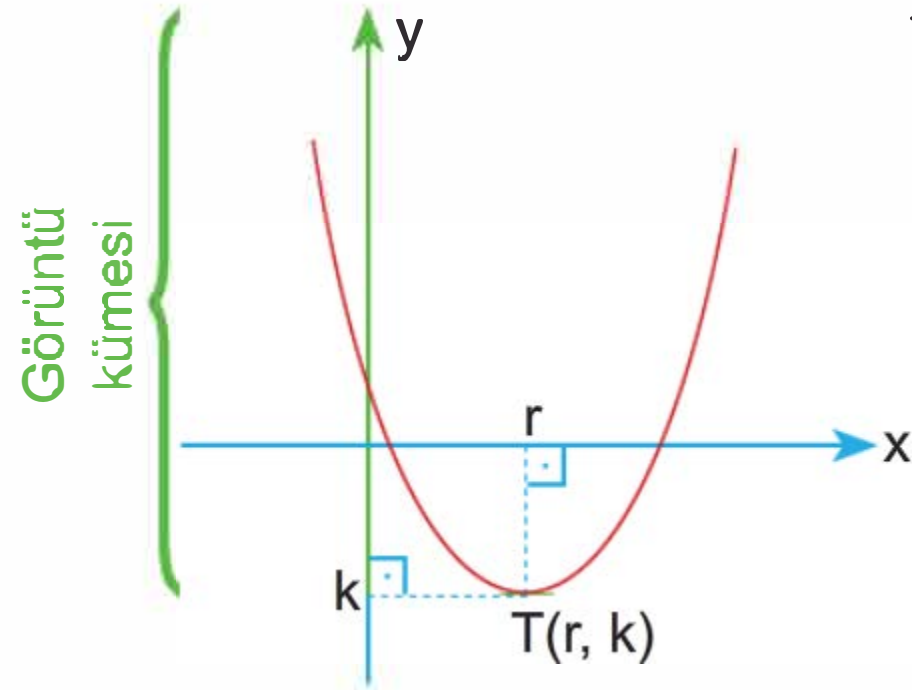


BİLGİ

2.8 - $f(x) = ax^2 + bx + c$ Fonksiyonunda Görüntü Kümesini Bulma

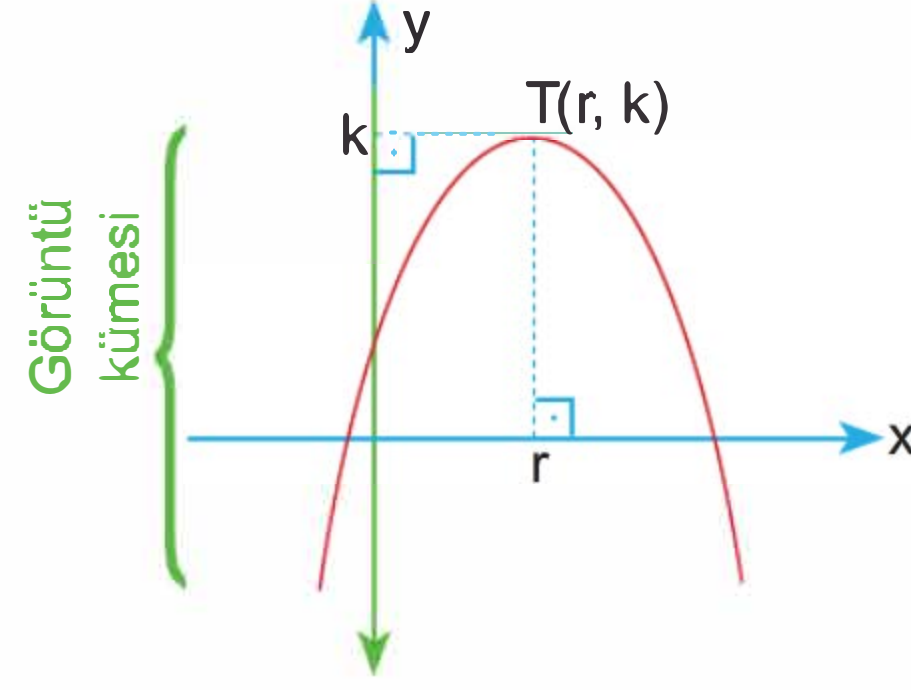
$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünde

✓ $a > 0$ ise,



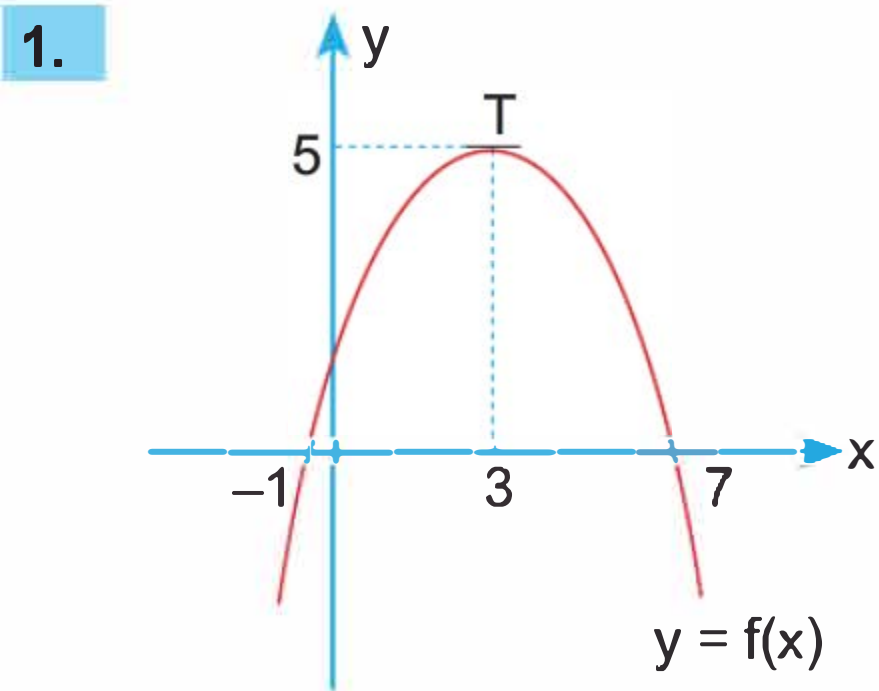
$f(x)$ in görüntü kümesi,
[k, $+\infty$) dur.

✓ $a < 0$ ise,



$f(x)$ in görüntü kümesi,
 $(-\infty, k]$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



Yandaki şekilde tepe nokta T olan $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $y = f(x)$ in görüntü kümesini bulunuz.

Çözüm:

Parabolün tepe noktası $T(3, 5)$ tir.

$r \leftarrow$ $k \rightarrow$

Kollar aşağıya doğru olduğundan görüntü kümesi $(-\infty, k]$ olduğundan $(-\infty, 5]$ tir.

2. $f(x) = x^2 - 4x + 2$ parabolünün görüntü kümesini bulunuz.

Çözüm:

$a = 1 > 0$ (kollar yukarı) olduğundan görüntü kümesi $[k, +\infty)$ dur.

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 2 \Rightarrow r = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$k = f(r) = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 2 = -2$ olup, görüntü kümesi $[-2, +\infty)$ dur.

3. $f(x) = -x^2 - 4$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

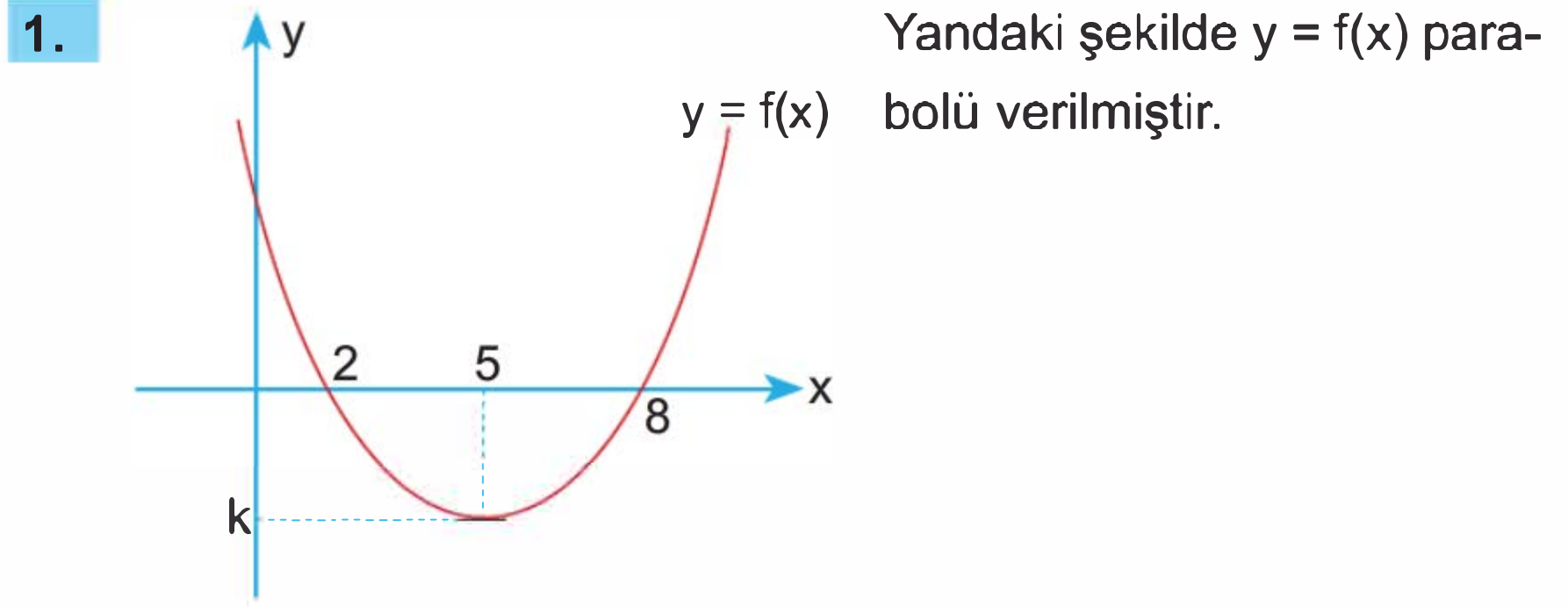
Çözüm:

$a = -1 < 0$ (kollar aşağıya) olduğundan görüntü kümesi $(-\infty, k]$ olacaktır.

$$a = -1, \quad b = 0, \quad c = -4 \Rightarrow r = -\frac{b}{2a} = \frac{-0}{2 \cdot (-1)} = \frac{0}{-2} = 0 \text{ dir.}$$

$k = f(r) = f(0) = -0^2 - 4 = -4$ olup, görüntü kümesi $(-\infty, -4]$ tür.

ÖĞRENCİ SORULARI



$y = f(x)$ in görüntü kümesi $[-3, +\infty)$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

2. $f(x) = x^2 - 6x + 8$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1, +\infty)$ B) $[1, +\infty)$ C) $(-\infty, -1]$
D) $(-\infty, 1]$ E) $(-\infty, 3]$

3. $f(x) = x^2 + 12$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[0, +\infty)$ B) $(-\infty, 12]$ C) $[-12, +\infty)$
D) $(-\infty, -12]$ E) $[12, +\infty)$



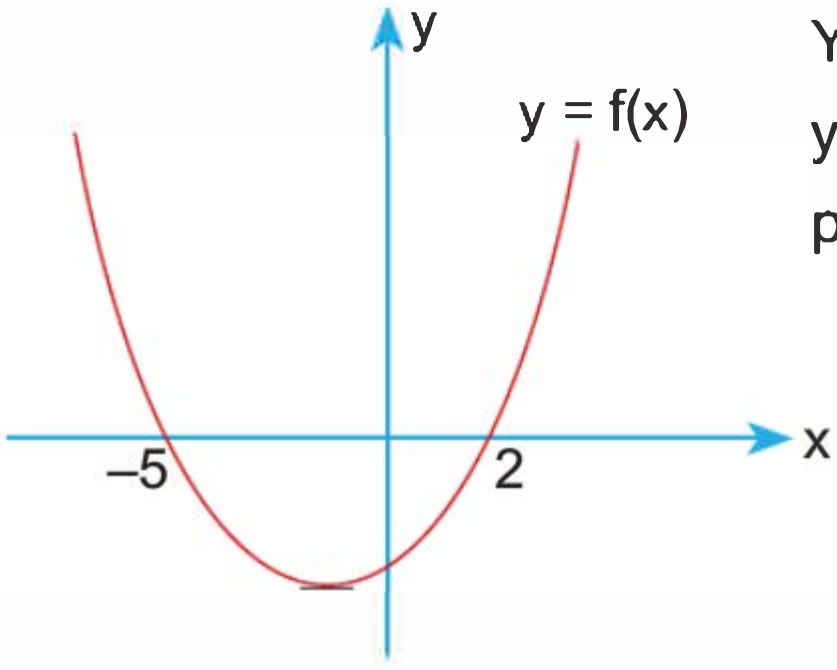
TEST 1

2. SEANS: PARABOL VE PARABOLÜN TEMEL ELEMANLARI

1. $A(-2, 3)$ noktası $f(x) = 2x^2 - x + m - 3$ parabolü üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 3 D) 7 E) 10

2. Yandaki şekilde $y = f(x) = x^2 + (m - 3)x + 2n - 4$ parabolü verilmiştir.



Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

3. $f(x) = x^2 - 4x + n + 2$ parabolünün tepe noktasının ordinatı 2 olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 12 B) 9 C) 6 D) 4 E) 2

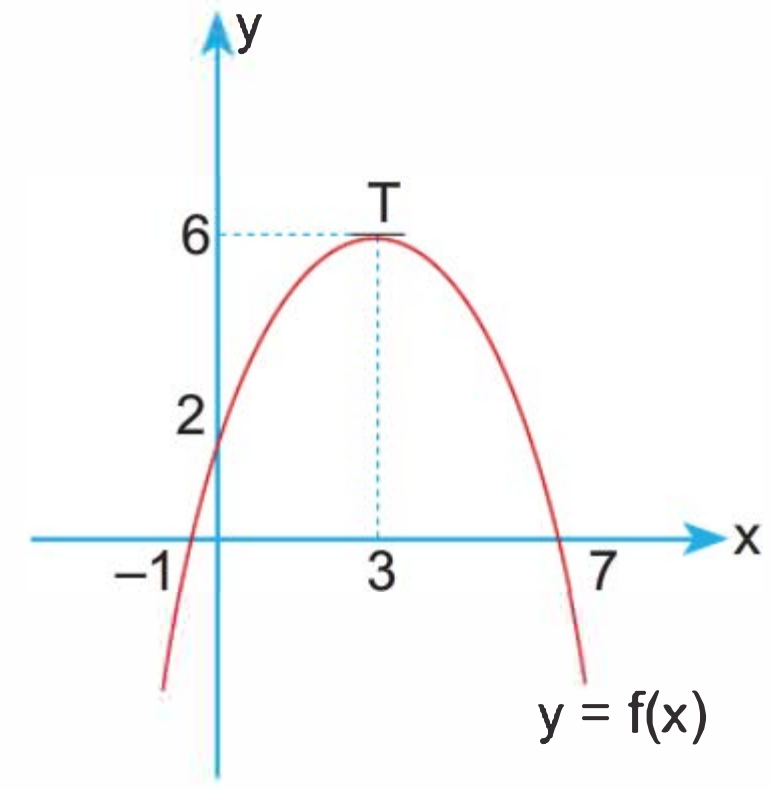
4. $f(x) = x^2 - 4x + m + 3$ parabolü x eksenini kesmediğine göre, m nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $f(x) = 2x^2 + 12x + m - 3$ fonksiyonunun alabileceği en küçük değer 4 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 27 B) 25 C) 23 D) 19 E) 17

6.



Yukarıdaki şekilde verilen $y = f(x)$ parabolünün görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[6, +\infty)$ B) $(-\infty, 6]$ C) $[2, +\infty)$
D) $[-1, 7]$ E) $[3, +\infty)$

7. $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 2x + 6$$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer ile en küçük değeri toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

8. $f(x) = x^2 + (m + 3)x + 12$ parabolünün tepe noktası y ekseninde olduğuna göre, parabolün alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -12 B) -9 C) -3 D) 9 E) 12



0AA50231

1. $f(x) = (a + 2)x^3 + (b - 4)x^2 + ax - 2$
parabolünün kolları aşağıya doğru olduğuna göre, $a + b$ toplamının en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $0 < x < 6$ olmak üzere,
 x TL ye alınan bir ürün $(-x^2 + 5x + 2)$ TL ye satılmıştır.
Bu üründen elde edilen kârın en çok alabilmesi için x kaç olmalıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $f(x) = 2x^2 - 6mx + n - 1$
 $g(x) = x^2 - 12x + 5$
parabollerinin tepe noktaları ortak olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 52

4. $f(x) = \frac{x^2}{2} - 6x + m - 2$
parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, m kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 11 E) 7

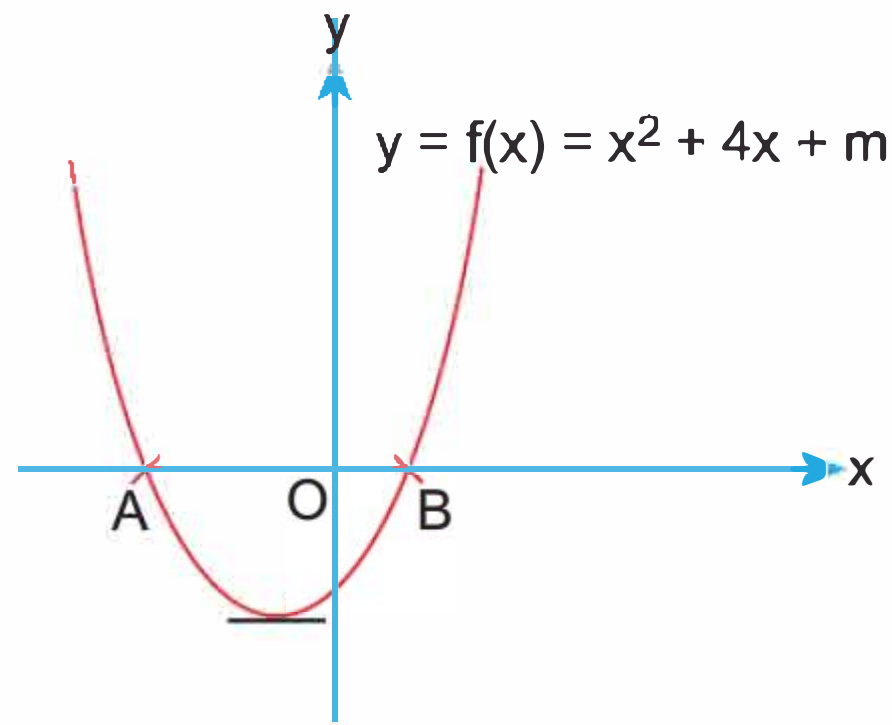
5. $f(x) = x^2 - mx + 3$
parabolü x eksenine negatif tarafta teğet olduğuna göre, m kaçtır?

A) -4 B) $-2\sqrt{3}$ C) $-3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$

6. $f(x) = x^2 - 4x + m - 5$
parabolü x eksenini farklı iki noktada kestiğine göre, m nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

7. Yandaki şekilde $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.



$|AB| = 10$ br olduğuna göre, m kaçtır?

A) -3 B) -6 C) -9 D) -12 E) -21

8. $y = f(x)$ parabolü için $f(2) = f(12)$ olduğuna göre, parabolün simetri doğrusu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x = 5$ B) $x = 7$ C) $x = 8$
D) $x = 6$ E) $x = 10$



3. SEANS | PARABOL DENKLEMİ YAZMA VE PARABOL İLE DOĞRUNUN DURUMLARI

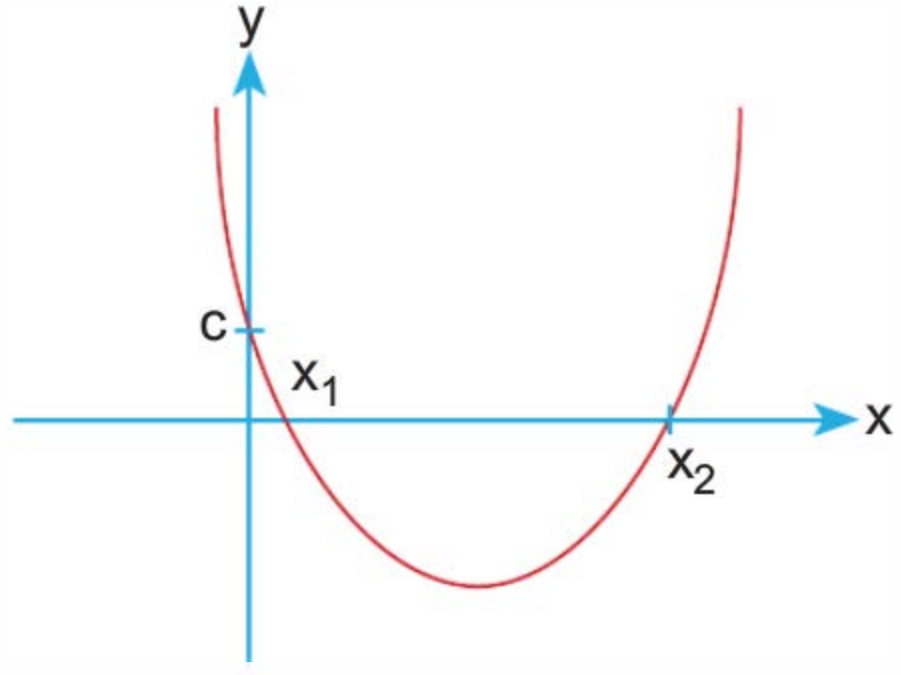
BİLGİ

3.1 - Parabolün Eksenleri Kestiği Noktalar Belliyse

Parabolün x eksenini kestiği noktalar $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ ve y eksenini kestiği nokta $C(0, c)$ ise parabolün denklemi,

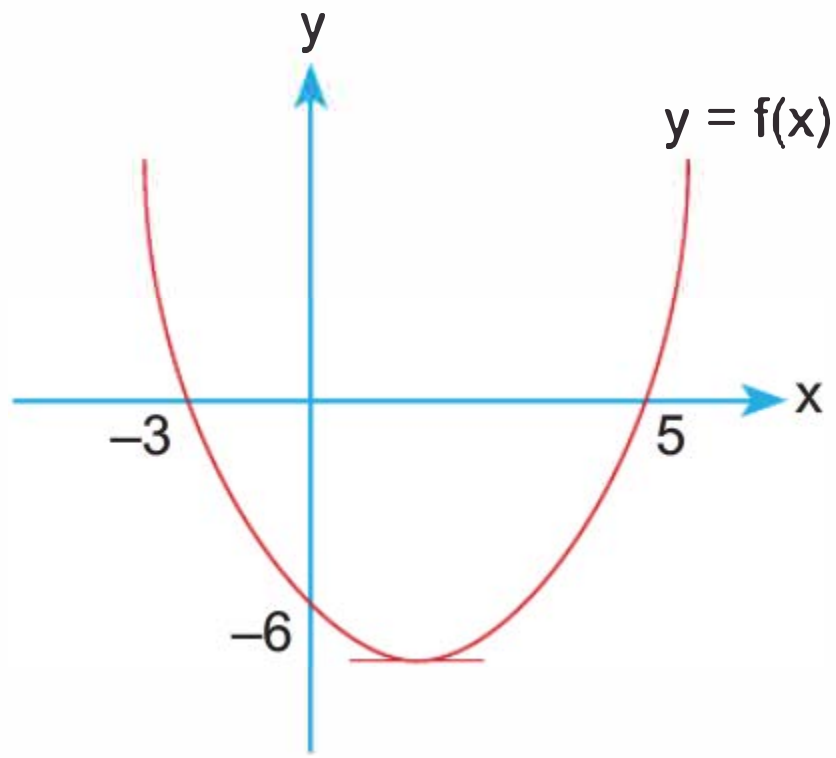
$y = f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ dir.

Bu denklemde x_1 ve x_2 yerine yazıldıktan sonra $x = 0$ ve y yerine c yazılarak baş katsayı olan a sayısı bulunur.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1.



Yukarıdaki şekilde x eksenini $(-3, 0)$ ve $(5, 0)$ noktalarında, y eksenini de $(0, -6)$ noktasında kesen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunu yazınız.

Çözüm:

$$(-3, 0), (5, 0) \Rightarrow f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \quad \downarrow \\ x_1 & x_2 & (-3) \quad 5 \end{array}$$

$$f(x) = a(x + 3)(x - 5)$$

Şimdi de $(0, -6)$ noktasını $f(x)$ te yerine yazarak a yı bulmalıyız.

$$(0, -6) \Rightarrow f(x) = a(x + 3)(x - 5)$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x & y & \end{array}$$

$$-6 = a(0 + 3)(0 - 5)$$

$$-6 = -15a \Rightarrow a = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

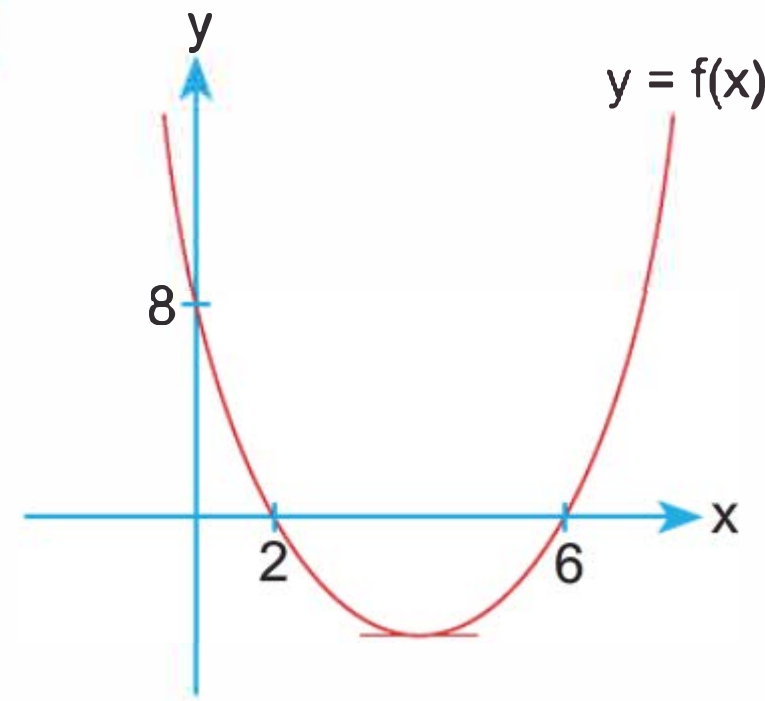
$$f(x) = a(x + 3)(x - 5) = \frac{2}{5}(x + 3)(x - 5)$$

$$\frac{2}{5}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1.



Yandaki şekilde x eksenini $(2, 0)$ ve $(6, 0)$ noktalarında, y eksenini $(0, 8)$ noktasında kesen parabol verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \frac{3}{2}(x - 2)(x - 6)$

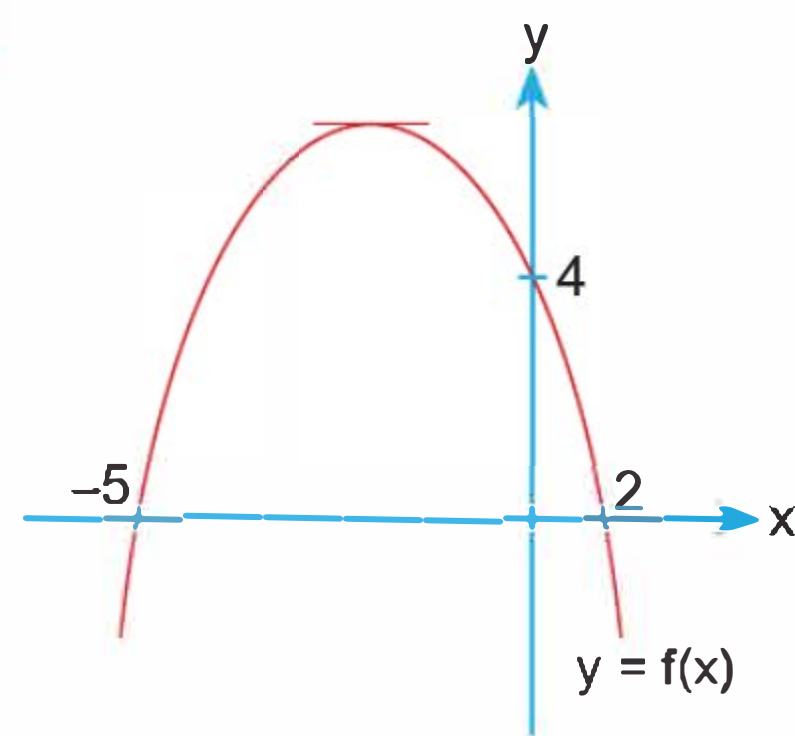
B) $f(x) = \frac{2}{3}(x - 2)(x - 6)$

C) $f(x) = \frac{2}{3}(x + 2)(x + 6)$

D) $f(x) = \frac{3}{2}(x + 2)(x - 6)$

E) $f(x) = \frac{1}{3}(x - 2)(x - 6)$

2.



Yandaki şekilde x eksenini $(-5, 0)$ ve $(2, 0)$ noktalarında y eksenini $(0, 4)$ noktasında kesen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $f(7)$ kaçtır?

A) -24

B) -12

C) -10

D) -8

E) -4

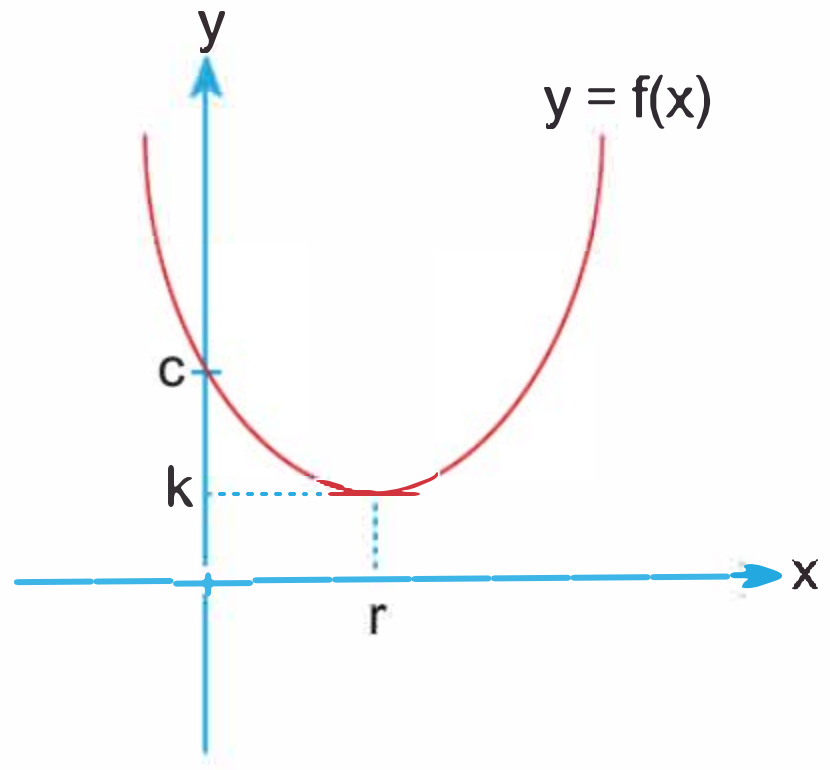
1-B

2-A



BİLGİ

3.2 - Parabolün Tepe Noktası Belliyse



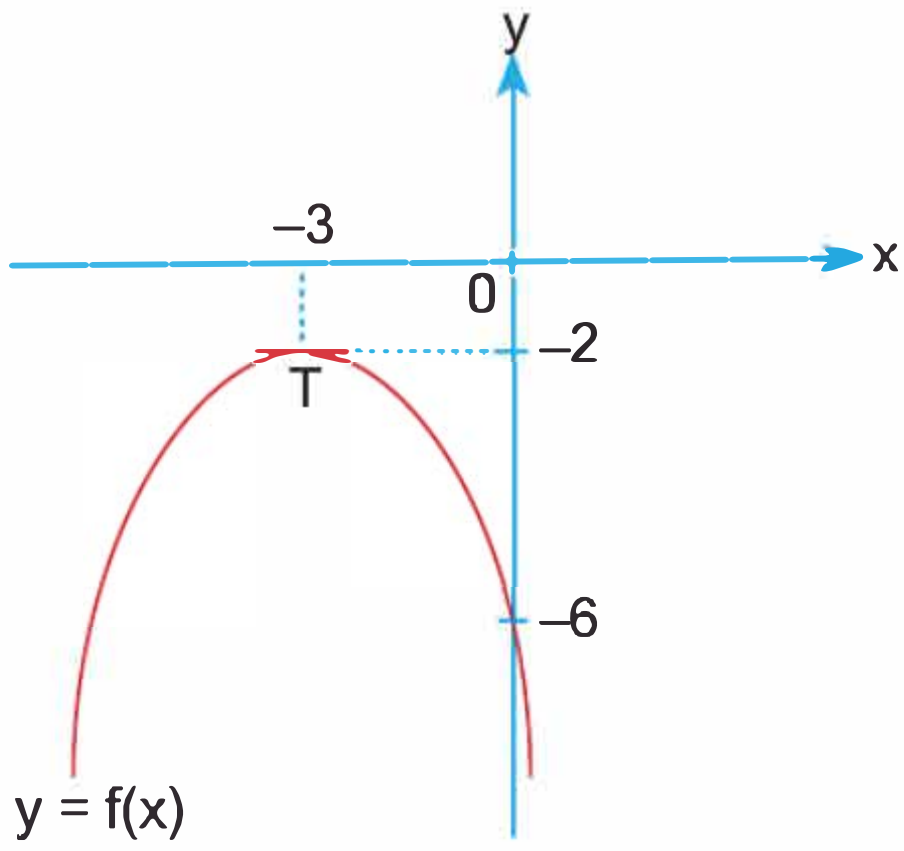
Parabolün tepe noktası $T(r, k)$ ile parabolün y eksenini kestiği nokta belliyse

$$y = f(x) = a(x - r)^2 + k$$

formülünü kullanacaksın. Daha sonra da bu denklemde $(0, c)$ noktasını yerleştirerek a başkatsayısını bulup yerine yerleştirmelisin.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1.



Yukarıdaki şekilde tepe noktası $T(-3, -2)$ olan ve y eksenini $(0, -6)$ noktasında kesen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunu yazınız.

Çözüm:

$$f(x) = a(x - r)^2 + k \Rightarrow f(x) = a(x + 3)^2 - 2$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ (-3) & (-2) \end{matrix}$$

Şimdi de $(0, -6)$ noktasını yerleştirerek a yı bulmalısın.

$$(0, -6) \Rightarrow f(x) = a(x + 3)^2 - 2$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x & y & -6 & 0 \end{matrix}$$

$$-6 = a \cdot 3^2 - 2$$

$$9a = -4 \Rightarrow a = -\frac{4}{9}$$

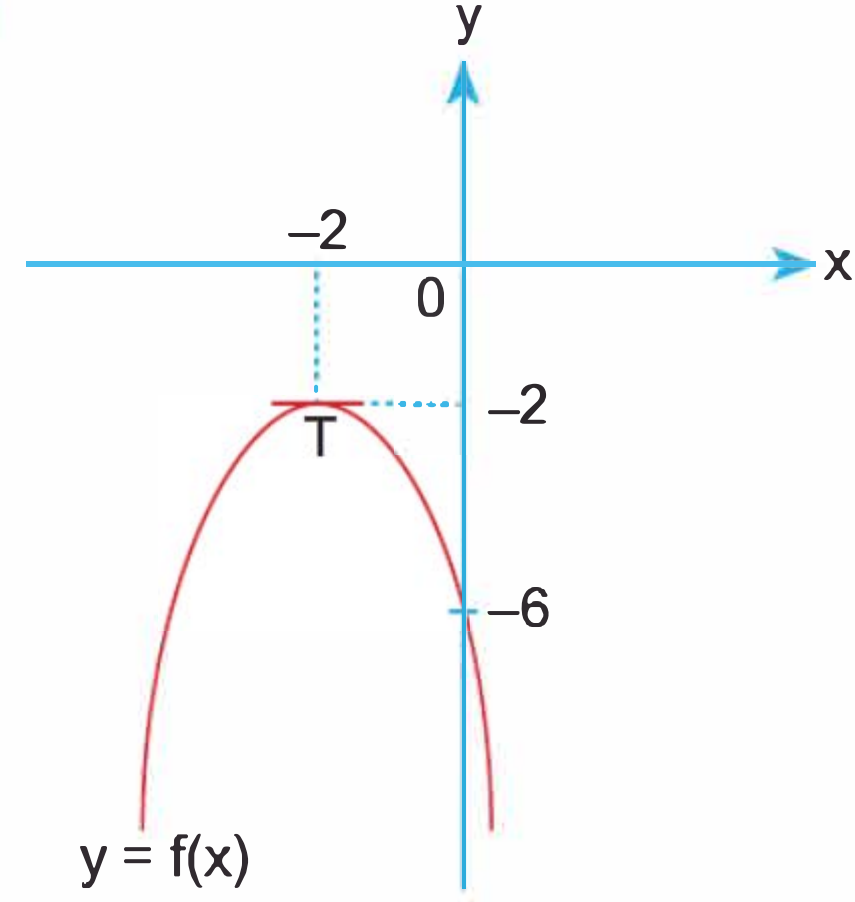
$$f(x) = a(x + 3)^2 - 2$$

$$f(x) = -\frac{4}{9}(x + 3)^2 - 2 \text{ dir.}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1.

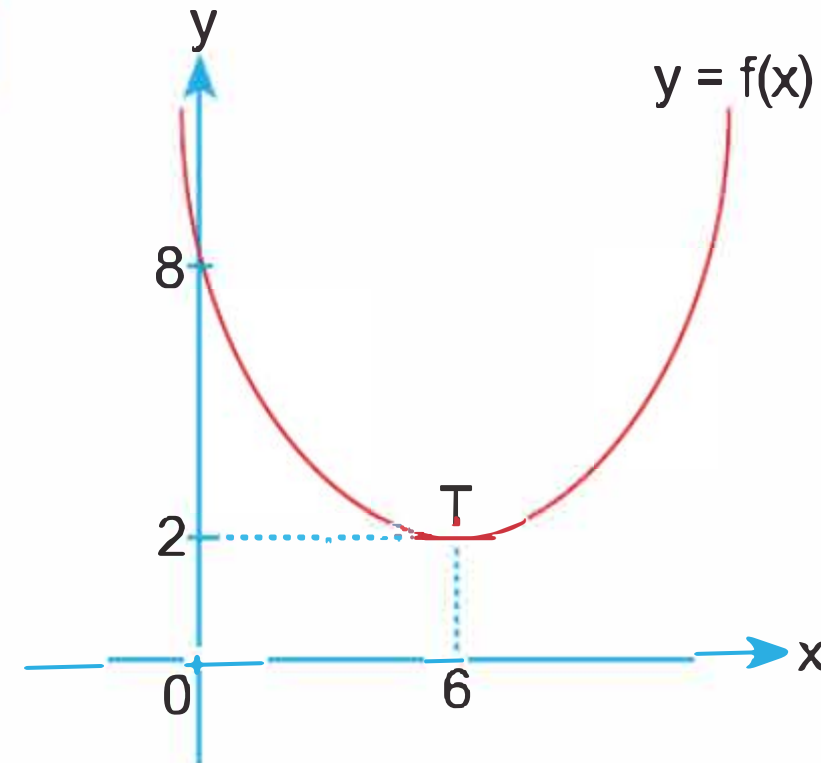


Yandaki şekilde tepe noktası $T(-2, -2)$ olan ve y eksenini $(0, -6)$ noktasında kesen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = -(x - 2)^2 + 2$ B) $f(x) = -(x + 2)^2 + 2$
 C) $f(x) = -(x + 2)^2 - 4$ D) $f(x) = -(x + 2)^2 + 4$
 E) $f(x) = -(x + 2)^2 - 2$

2.



Yandaki şekilde tepe noktası $T(6, 2)$ olan ve y eksenini $(0, 8)$ de kesen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) $\frac{11}{6}$ B) 2 C) $\frac{13}{6}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

1-E

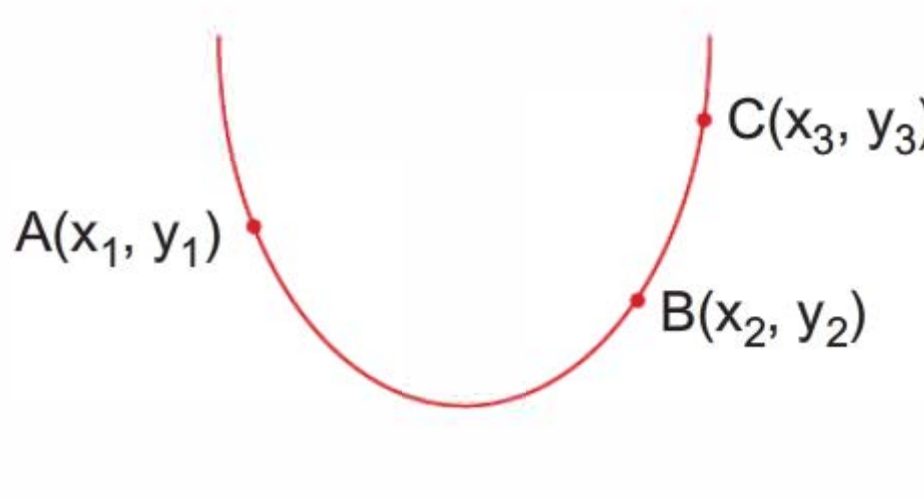
2-C



BİLGİ

3.3 - Parabole Ait Üç Nokta Biliniyorsa

Parabole ait üç nokta biliniyorsa bu üç nokta $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ denkleminde yerine yazılarak 3 bilinmeyenli denklem sistemi elde edilir. Bu sistem çözülerek, a, b ve c sayıları bulunur. Daha sonra bu sayıların yerine yazılarak $y = f(x)$ fonksiyonunun kuralı elde edilmiş olur.



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(x_1, y_1) \rightarrow y_1 = a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + c$$

$$B(x_2, y_2) \rightarrow y_2 = a \cdot x_2^2 + b \cdot x_2 + c$$

$$C(x_3, y_3) \rightarrow y_3 = a \cdot x_3^2 + b \cdot x_3 + c$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. A(2, 1), B(-1, 1) ve C(0, 3) noktalarından geçen $y = f(x)$ fonksiyonunu yazınız.

Çözüm:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(2, 1) \Rightarrow 1 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \Rightarrow 4a + 2b + c = 1 \dots (1)$$

$$B(-1, 1) \Rightarrow 1 = a \cdot (-1)^2 + b(-1) + c \Rightarrow a - b + c = 1 \dots (2)$$

$$C(0, 3) \Rightarrow 3 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 3$$

$c = 3$ ü (1) ve (2) de yerine yazalım.

$$c = 3 \Rightarrow 4a + 2b + 3 = 1 \Rightarrow 4a + 2b = -2$$

$$c = 3 \Rightarrow a - b + 3 = 1 \Rightarrow (a - b = -2) \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 4a + 2b = -2 \\ + 2a - 2b = -4 \\ \hline 6a = -6 \Rightarrow a = -1 \end{array}$$

$a = -1$ ve $a - b = -2$ ise $-1 - b = -2$

$$b = 1 \text{ dir.}$$

$a = -1, b = 1, c = 3 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c$

$$f(x) = -x^2 + x + 3 \text{ tür.}$$

2. A(-1, 2), B(1, 2) ve C(0, 3) noktalarından geçen parabolün denklemini yazınız.

Çözüm:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(-1, 2) \Rightarrow 2 = a(-1)^2 + b(-1) + c \Rightarrow a - b + c = 2 \dots (1)$$

$$B(1, 2) \Rightarrow 2 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \Rightarrow a + b + c = 2 \dots (2)$$

$$C(0, 3) \Rightarrow 3 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 3$$

$c = 3$ ü (1) ve (2) de yerine yazalım.

$$c = 3 \Rightarrow a - b + 3 = 2 \Rightarrow a - b = -1$$

$$c = 3 \Rightarrow a + b + 3 = 2 \Rightarrow a + b = -1$$

$$\begin{array}{r} a - b = -1 \\ + a + b = -1 \\ \hline 2a = -2 \\ a = -1 \end{array}$$

$b = 0$ dir.

$a = -1, b = 0$ ve $c = 3 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\Rightarrow f(x) = -1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 3$$

$$f(x) = -x^2 + 3$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. A(-1, 3), B(1, 3) ve C(0, 1) noktalarından geçen $y = f(x)$ parabolü aşağıdakilerden hangisidir?

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| A) $f(x) = 2x^2 + 1$ | B) $f(x) = 2x^2 + x + 1$ |
| C) $f(x) = 2x^2 + x$ | D) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ |
| E) $f(x) = x^2 + 2x + 2$ | |

2. A(2, 8) ve B(-1, 2) ve C(0, 2) noktalarından geçen $y = f(x)$ parabolü aşağıdakilerden hangisidir?

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| A) $f(x) = -x^2 + x + 2$ | B) $f(x) = x^2 + x + 2$ |
| C) $f(x) = x^2 + 2x - 1$ | D) $f(x) = x^2 - x + 2$ |
| E) $f(x) = x^2 + x - 2$ | |

3. A(0, 2), B(1, 7) ve C(-2, 4) noktalarından geçen $y = f(x)$ parabolü aşağıdakilerden hangisidir?

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| A) $f(x) = 3x^2 + 2x + 2$ | B) $f(x) = 3x^2 - 2x + 2$ |
| C) $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$ | D) $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ |
| E) $f(x) = 2x^2 + 3x + 2$ | |

1-A

2-B

3-E



BİLGİ

3.4 - Parabol ile Geometrinin Birlikteliği

Şekilli sorularda sana parabolün üzerine oturtulmuş, üçgen, dikdörtgen, kare ya da bir yamuk verecekler. Daha sonra da bu şekillerin çevrelerini ya da alanlarını hesaplamayı isteyecekler. Bunun için verilen şekillerin kenar uzunluğu ile yüksekliklerini bulman gerekecek. Burada unutmaman gereken parabol ile şeklin ortak olan noktasının bileşenlerini (x ve y değerlerini) bulmak gerektirir. Bunun yanında sorulan bu geometrik şekillerin çevre ve alan bağıntılarını hatırlaman da gerekecektir.

Alan(\widehat{ABC}) = $\frac{\text{taban} \times \text{yükseklik}}{2}$
 Alan(\widehat{ABC}) = $\frac{a \cdot h_a}{2}$

Dikdörtgen

Çevre(ABCD) = $2(a + b)$
 Alan(ABCD) = $a \cdot b$

Kare

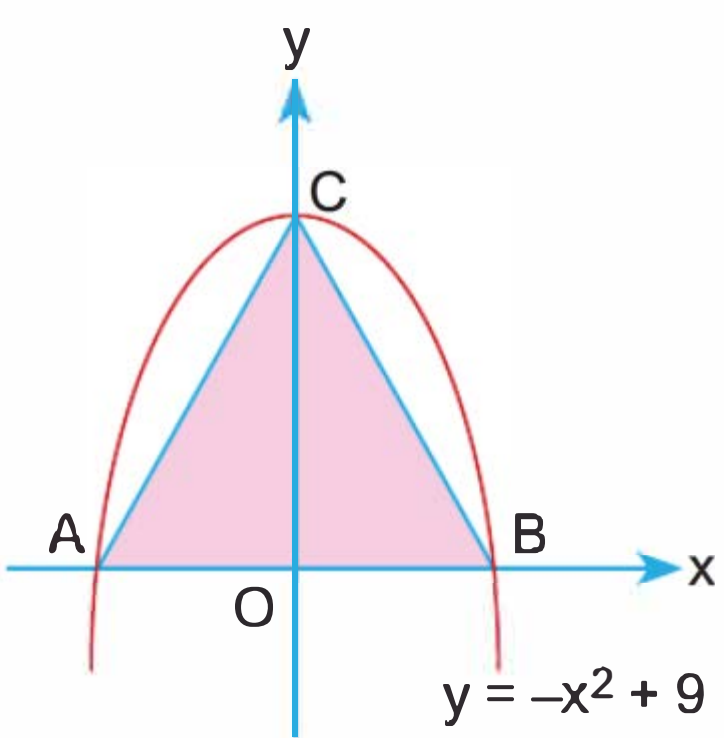
Çevre(ABCD) = $4a$
 Alan(ABCD) = a^2

Yamuk

Alan(ABCD) = $\frac{(|AD| + |BC|) \cdot h}{2}$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

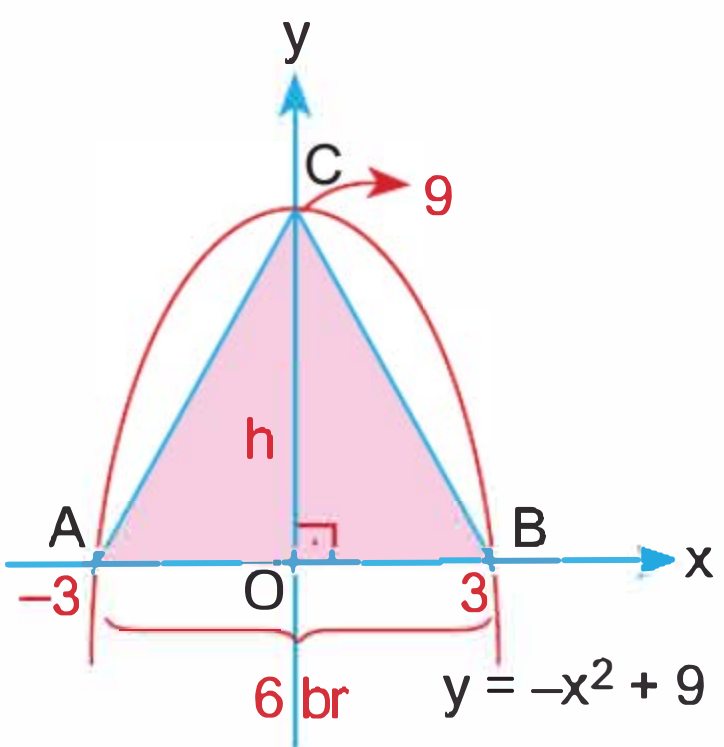
1.



Yandaki şekilde $y = -x^2 + 9$ parabolü ile köşeleri bu parabol üzerinde olan CAB üçgeni verilmiştir.

Buna göre, Alan(\widehat{CAB}) kaç br^2 dir?

Çözüm:



Öncelikle parabolün eksenleri kestiği noktaları bulmalısın. Bu noktalar aynı zamanda üçgenin köşeleridir. OC uzunluğu da yüksekliktir.

$$y = -x^2 + 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow x = -3 \dots [A(-3, 0)] \\ &\rightarrow x = 3 \dots [B(3, 0)] \end{aligned}$$

$$y = 0 \Rightarrow y = -x^2 + 9 \Rightarrow y = -0^2 + 9 = 9$$

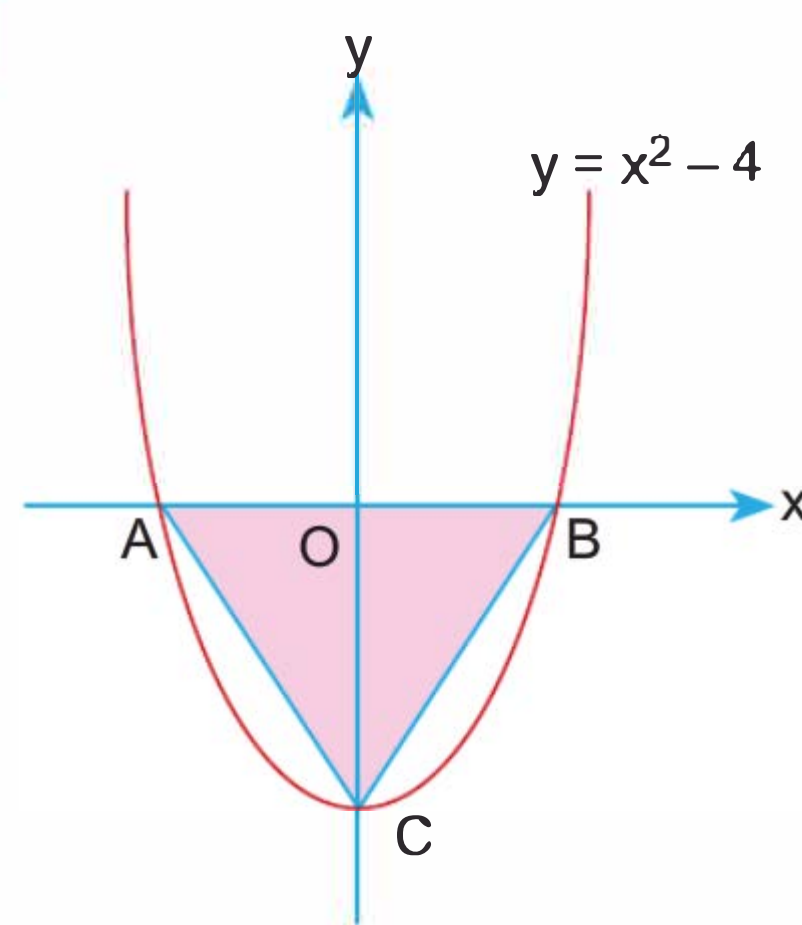
$$y = 9 \dots [C(0, 9)]$$

Taban $\rightarrow |AB| = 6 \text{ br}$, Yükseklik $\rightarrow |OC| = 9 \text{ br}$

$$\text{Alan}(\widehat{CAB}) = \frac{|AB| \cdot |OC|}{2} = \frac{6 \cdot 9}{2} = 27 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.

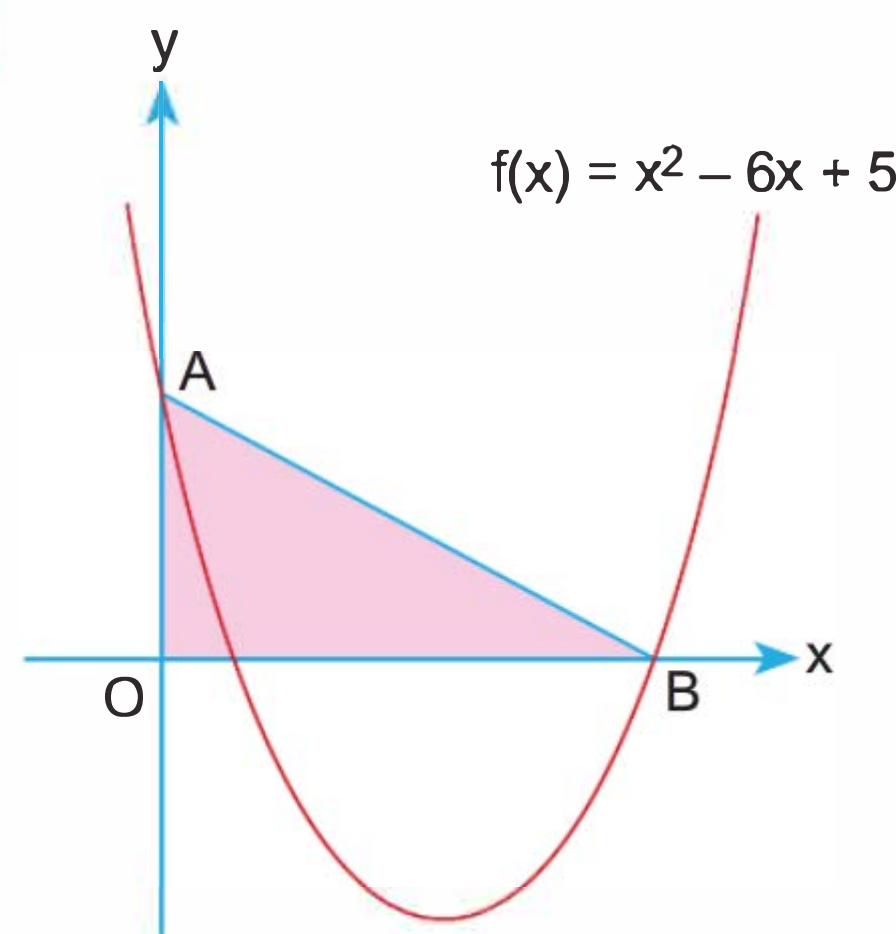


Yandaki şekilde $y = x^2 - 4$ parabolü ile köşeleri bu parabol üzerinde olan CBA üçgeni verilmiştir.

Buna göre, Alan(CBA) kaç br^2 dir?

- A) 16 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

2.



Yandaki şekilde $f(x) = x^2 - 6x + 5$ parabolü ile AOB üçgeni verilmiştir.

Buna göre, Alan(AOB) kaç br^2 dir?

- A) 12,5 B) 24 C) 25 D) 48 E) 50

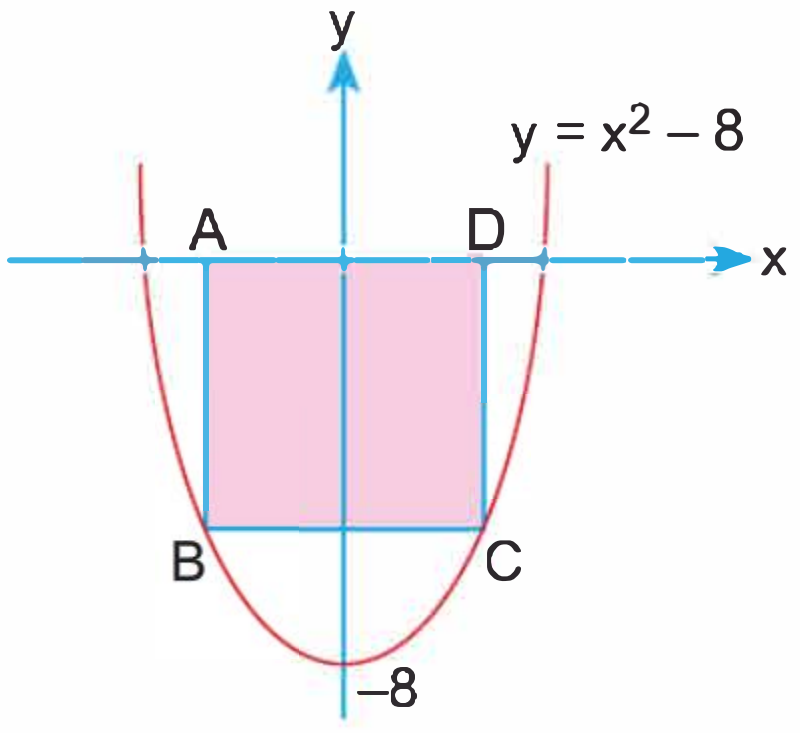
1-E

2-A



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

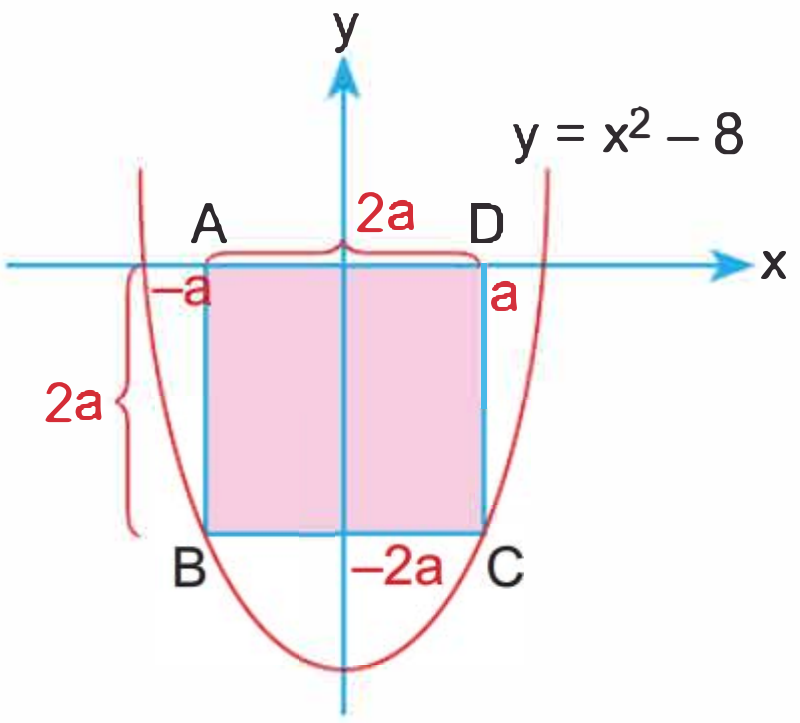
1.



Yandaki şekilde, $y = x^2 - 8$ parabolü ile ABCD karesi verilmiştir.

Buna göre, Alan(ABCD) kaç br^2 dir?

Çözüm:



Parabolün kolları simetrik olduğundan A ile D noktaları y ekseninden eşit uzaklıktadır. Bu durumda $A(-a, 0)$ ve $D(a, 0)$ alabiliriz.

Bu durumda $|AD| = |AB| = 2a$ br olur. a'nın değerini bulduğumuzda karenin bir kenar uzunluğunu hesaplayabiliriz.

$D(a, -2a)$ olacağından parabolün denklemini sağlar.

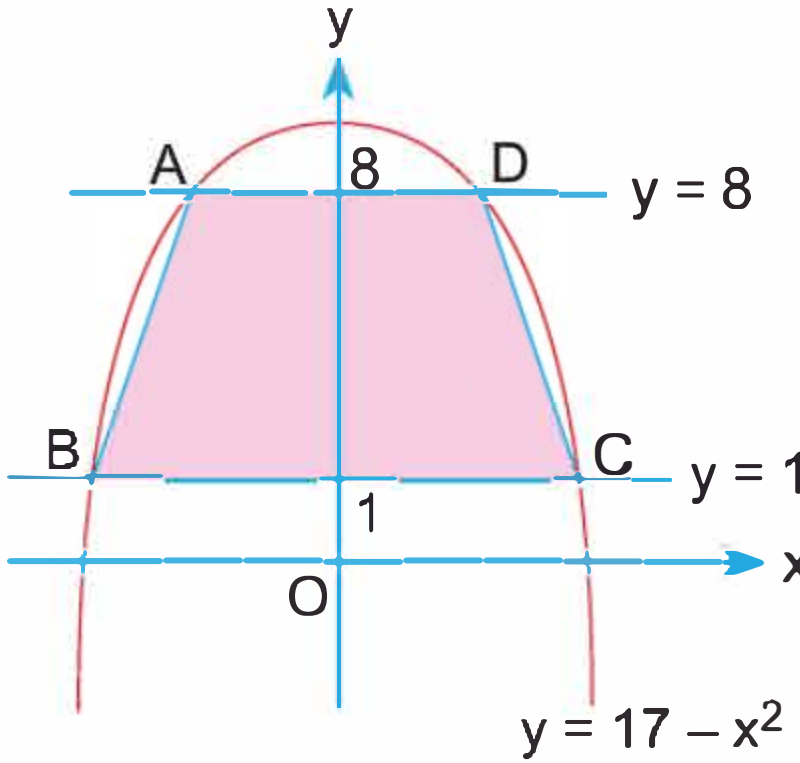
(Parabol üzerinde çünkü) $f(x) = x^2 - 8$

$$x = a \Rightarrow f(a) = a^2 - 8 = -2a \Rightarrow a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$a = -4, \quad a = 2 \text{ olur. (} a > 0 \text{ olmalı)}$$

$a = 2$ ise $|AD| = 2 \cdot 2 = 4$ br olur. Alan(ABCD) = $4 \cdot 4 = 16$ br^2 dir.

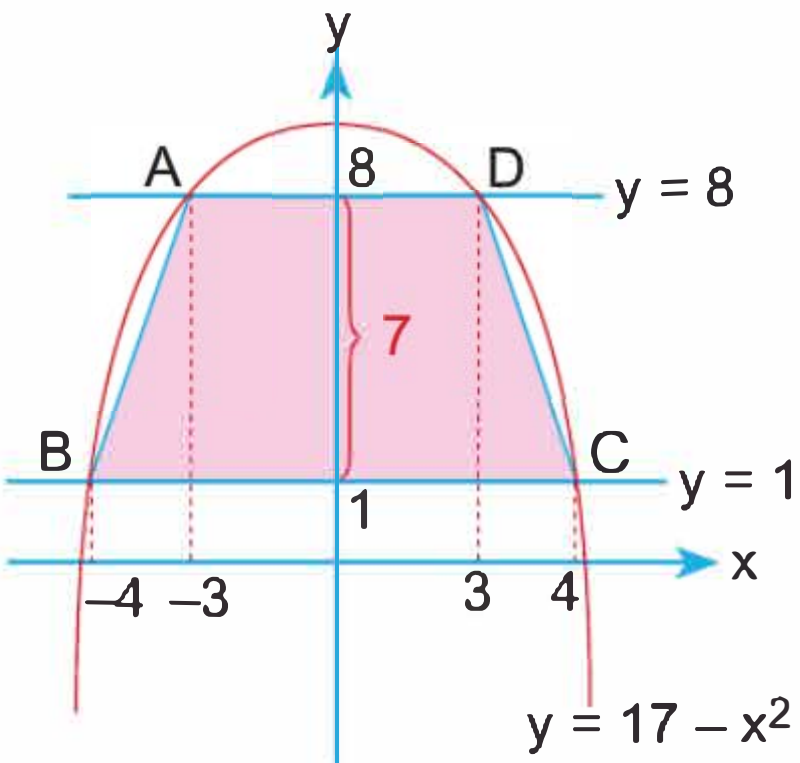
2.



Yandaki şekilde, $y = 17 - x^2$ parabolü ile köşeleri bu parabol üzerinde olan ABCD yamuğu verilmiştir.

Buna göre, Alan(ABCD) kaç br^2 dir?

Çözüm:



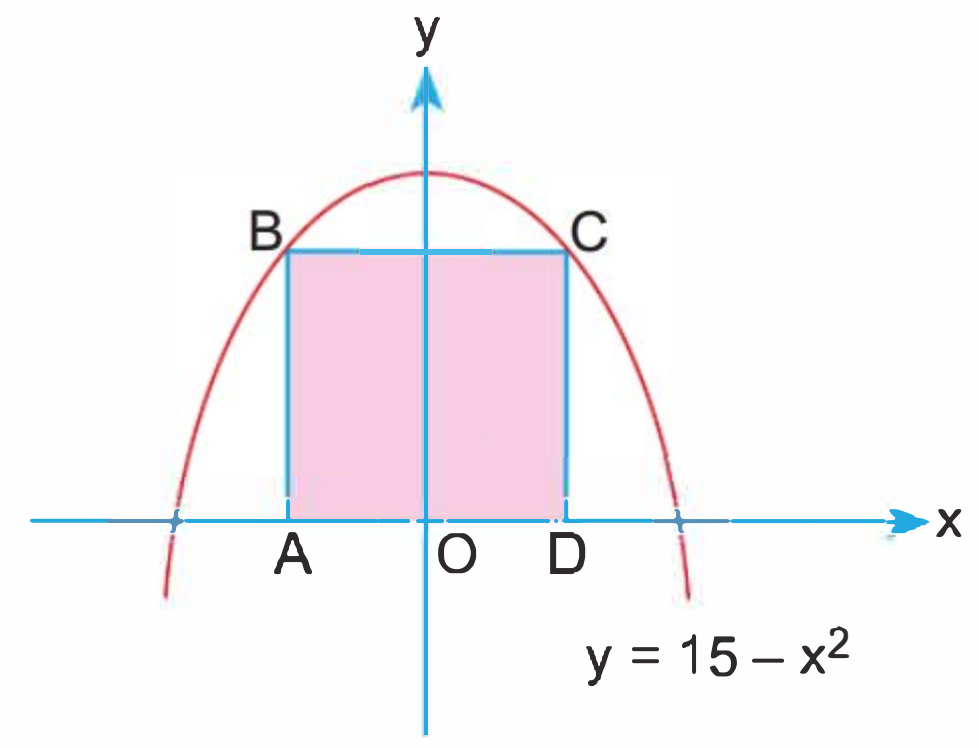
$y = 17 - x^2$
 $8 = 17 - x^2 \Rightarrow x = \mp 3$ tür.
 O hâlde $D(3, 8)$ ve $A(-3, 8)$ olacaktır. Bu durumda $|AD| = 6$ br olur.
 Ayrıca, $y = 17 - x^2$
 $1 = 17 - x^2 \Rightarrow x^2 = 16$
 $x = \mp 4$ tür. O hâlde $B(-4, 1)$ ve $C(4, 1)$ olacaktır.

Bu durumda $|BC| = 8$ br olur. Yamuğun yüksekliğinin $h = 7$ br olduğu şekilde açıkça gözüküyor.

$$\text{Alan(ABCD)} = \frac{(|AD| + |BC|) \cdot h}{2} = \frac{(6 + 8) \cdot 7}{2} = 49 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

3.

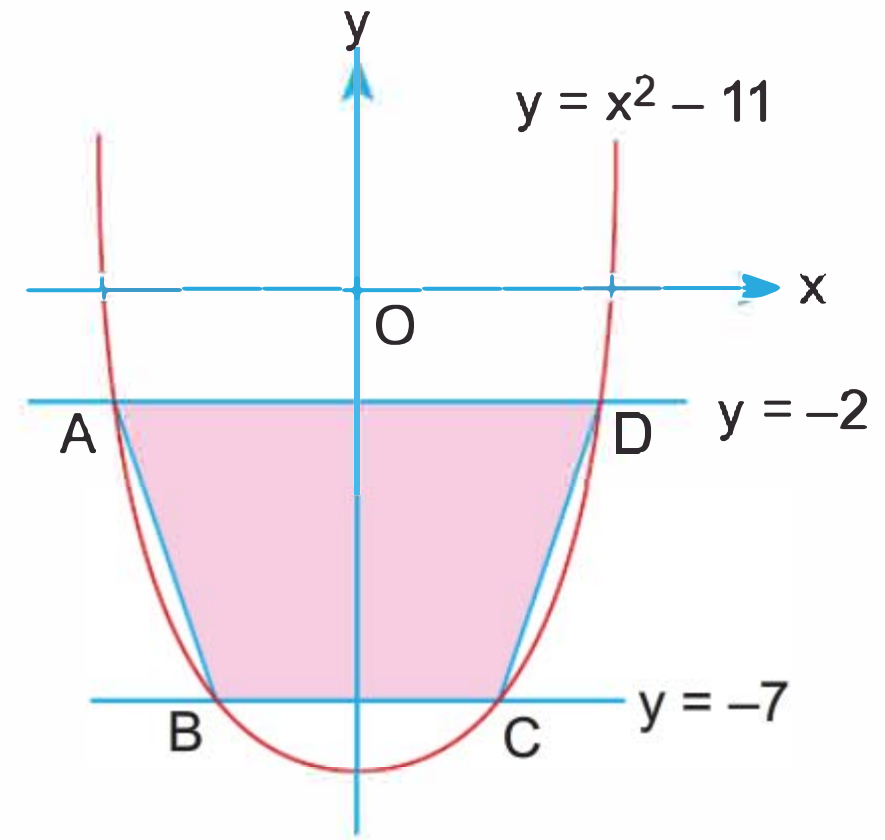


Yukarıdaki şekilde $y = 15 - x^2$ parabolü ile BADC karesi verilmiştir.

Buna göre, Alan(BADC) kaç br^2 dir?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36

4.

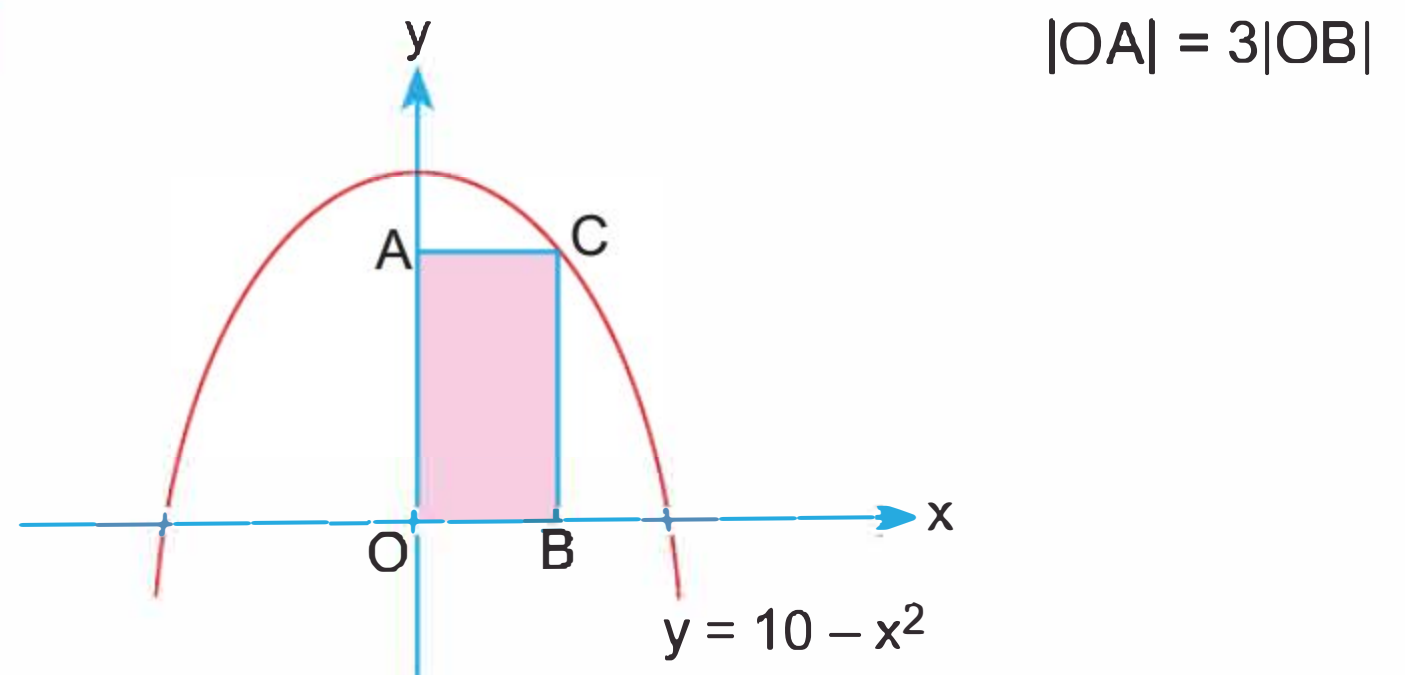


Yukarıdaki şekilde $y = x^2 - 11$ parabolü ile köşeleri bu parabol üzerinde olan ABCD yamuğu verilmiştir.

Buna göre, Alan(ABCD) kaç br^2 dir?

- A) 50 B) 48 C) 25 D) 24 E) 18

5.



Yukarıdaki şekilde $y = 10 - x^2$ parabolü ile OBCA dikdörtgeni verilmiştir.

Buna göre, Çevre(OBCA) kaç birimdir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

1-E

2-C

3-E



BİLGİ

3.5 - Bir Parabol ile Bir Doğrunun Birbirine Göre Durumları - I

✓ $y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile $y = mx + n$ doğrusunun denklemlerini birbirine eşitleyerek ortak çözüm denklemini elde edeceksin.

$$ax^2 + bx + c = mx + n \Rightarrow ax^2 + bx - mx + c - n = 0$$

$$ax^2 + (b - m)x + c - n = 0 \text{ (ortak çözüm denklemi)}$$

✓ Sonra bu denklemin diskriminantını (Δ sın) hesaplayacaksın.

✓ Diskriminantın değerine bakarak parabol ile doğrunun durumlarına karar vereceksin.

I. $\Delta > 0$ ise parabol ile doğru birbiriyle farklı noktada kesişir.



NOT

Ortak çözüm denkleminin kökleri de kesişme noktalarının apsisleridir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $y = x^2 + x - 7$ parabolü ile $y = 2x - 1$ doğrusunun birbirine göre durumlarını inceleyip varsa kesişme noktalarını bulunuz.

Çözüm:

$$x^2 + x - 7 = 2x - 1 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

$$a = 1, b = -1, c = -6$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$$

$\Delta = 25 > 0$ olduğundan parabol ile doğru farklı 2 noktada kesişir. Şimdi bu noktaları bulalım.

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 = 0 \\ (x - 3)(x + 2) = 0 \\ \begin{matrix} \rightarrow 3 \\ \rightarrow -2 \end{matrix} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x_1 = -2 \Rightarrow y = 2 \cdot (-2) - 1 = -5 \\ \text{(ortak nokta olduğundan doğru denklemini sağlamalı) } A(-2, -5), \\ x = 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 3 - 1 = 5 \Rightarrow B(3, 5) \end{cases}$$

2. $y = x^2 - (a - 2)x + 3$ parabolü ile $y = x + a$ doğrusu farklı iki noktada kesiştiğine göre, a 'nın alabileceği en küçük pozitif tam sayı kaçtır?

Çözüm:

Ortak çözüm denkleminin diskriminantı pozitif olmalıdır.

$$x^2 + (a - 2)x + 3 = x + a \Rightarrow x^2 + (a - 2)x + 3 - x - a = 0$$

$$x^2 + (a - 3)x + 3 - a = 0 \text{ (ortak çözüm denklemi)}$$

$$\Delta = (a - 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3 - a) > 0 \Rightarrow a^2 - 6a + 9 - 12 + 4a > 0$$

$$a^2 - 2a - 3 > 0$$

$$(a - 3)(a + 1) > 0$$

$$\begin{matrix} \rightarrow 3 \\ \rightarrow -1 \end{matrix}$$

a	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
Δ	+	0	-	0	+

$a \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ için $\Delta > 0$ olacaktır.

Bu aralıktaki en küçük pozitif tam sayı 4 tür.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $y = x^2 + x - 6$ parabolü ile $y = 3x + 2$ doğrularının kesim noktalarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (4, 14) B) (2, 8) C) (2, -6)
D) (4, 12) E) (-4, -10)

2. $y = x^2 - 3x - 3$ parabolü ile $y = x + 2$ doğrusunun kesim noktalarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (5, 12) B) (-1, 2) C) (5, 7)
D) (1, -8) E) (-1, -8)

3. $y = x^2 - 3x + m$ parabolü ile $y = x$ doğrusu farklı iki noktada kesiştiğine göre, m 'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1-A

2-C

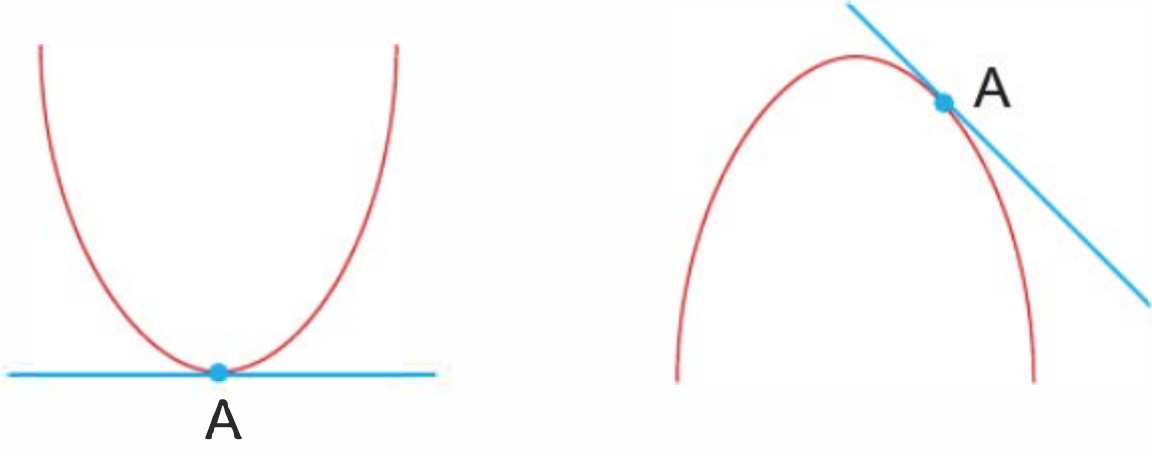
3-B



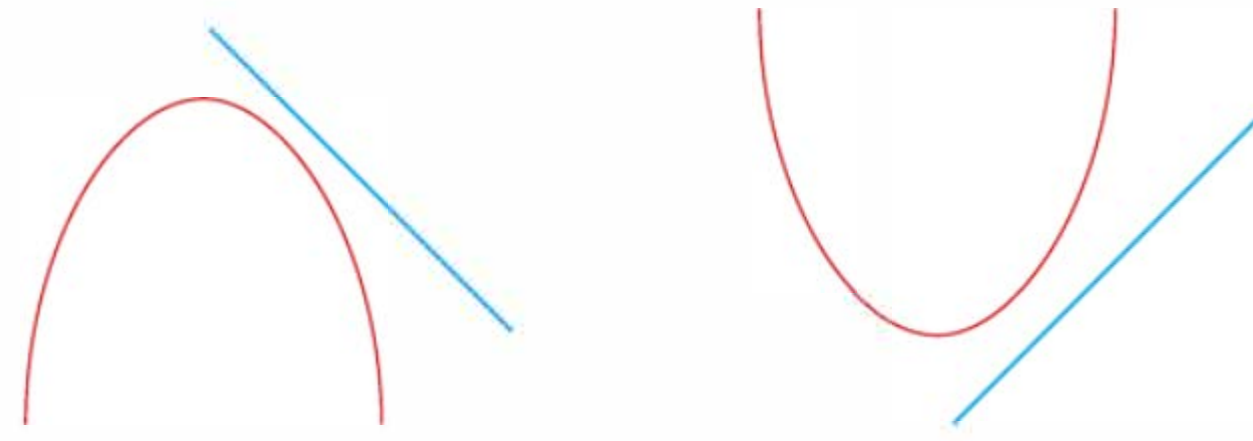
BİLGİ

3.6 - Bir Parabol ile Bir Doğrunun Birbirine Göre Durumları - II

II. $\Delta = 0$ ise parabol ile doğru tek bir noktada kesişir. Bir başka deyişle doğru parabole teğettir.



III. $\Delta < 0$ ise parabol ile doğru kesişmez.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $y = x^2 - 3x + 2$ parabolü ile $y = 3x - 7$ doğrusunun birbirine göre durumunu inceleyerek varsa kesişme noktasını bulunuz.

Çözüm:

$$x^2 - 3x + 2 = 3x - 7 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 - 3x + 7 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \text{ (ortak çözüm denklemi)}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

$\Delta = 0$ olduğundan parabol ile doğru birbirine teğettir. Bu ortak çözüm denkleminin kökü teğet noktasının apsisidir.

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x - 3)^2 = 0$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 3x - 7 = 3 \cdot 3 - 7 = 2 \Rightarrow \text{Teğet noktası } T(3, 2) \text{ dir.}$$

1. $y = x^2 - 3x + 1$ parabolü ile $y = x - 3$ doğrusunun teğet olduğu nokta aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-2, -1) B) (2, 1) C) (2, -1)
D) (-2, -5) E) (-1, 2)

2. $y = x^2 - 3x + 2$ parabolü ile $y = x + m$ doğrusu birbirine teğet olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

Ortak çözüm denkleminin diskriminantı sıfıra eşit olmalıdır.

$$x^2 - 3x + 2 = x + m \Rightarrow x^2 - 3x + 2 - x - m = 0$$

$$x^2 - 4x + 2 - m = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2 - m) = 0$$

$$16 - 4(2 - m) = 0 \Rightarrow 16 - 8 + 4m = 0$$

$$4m = -8 \Rightarrow m = -2 \text{ dir.}$$

2. $y = x^2 - 6x + 9$ parabolü ile $y = 2x - a$ doğrusu birbirine teğet olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 3 D) 5 E) 7

3. $y = x^2 - 4x + 2$ parabolü ile $y = x - m$ doğrusu kesişmediğine göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

Çözüm:

Ortak çözüm denkleminin Δ sı negatif olmalıdır.

$$x^2 - 4x + 2 = x - m$$

$$x^2 - 5x + 2 + m = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2 + m) < 0$$

$$25 - 8 - 4m < 0$$

$$17 - 4m < 0$$

$$\frac{4m}{4} > \frac{17}{4} \Rightarrow m > \frac{17}{4} = 4, \dots$$

4'ten büyük en küçük tam sayı 5 tir.

3. $y = 2x^2 - 3x + 1$ parabolü ile $y = x - n$ doğrusu kesişmediğine göre, n nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1-C

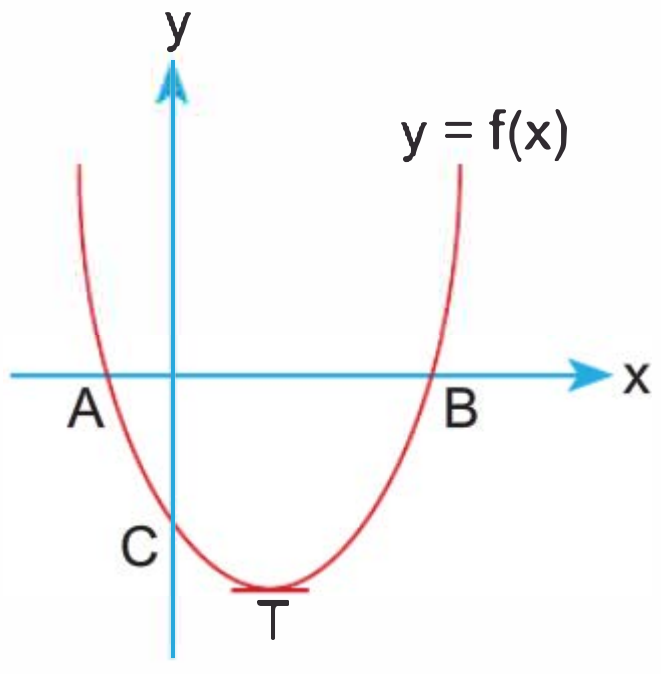
2-E

3-E



OB1A00DD

1.

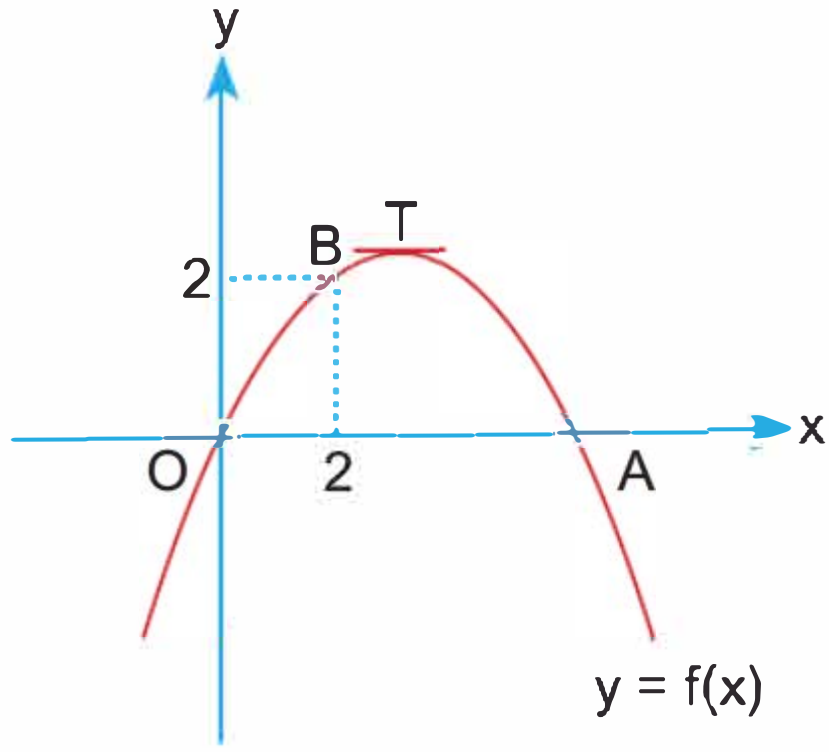


Yandaki şekilde x eksenini $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ ve y eksenini $C(0, -4)$ noktalarında kesen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \frac{3}{4}(x+1)(x-3)$ B) $f(x) = \frac{4}{3}(x-1)(x+3)$
 C) $f(x) = \frac{3}{4}(x-1)(x+3)$ D) $f(x) = \frac{4}{3}(x+1)(x-3)$
 E) $f(x) = \frac{4}{3}(x+1)(x+3)$

2.

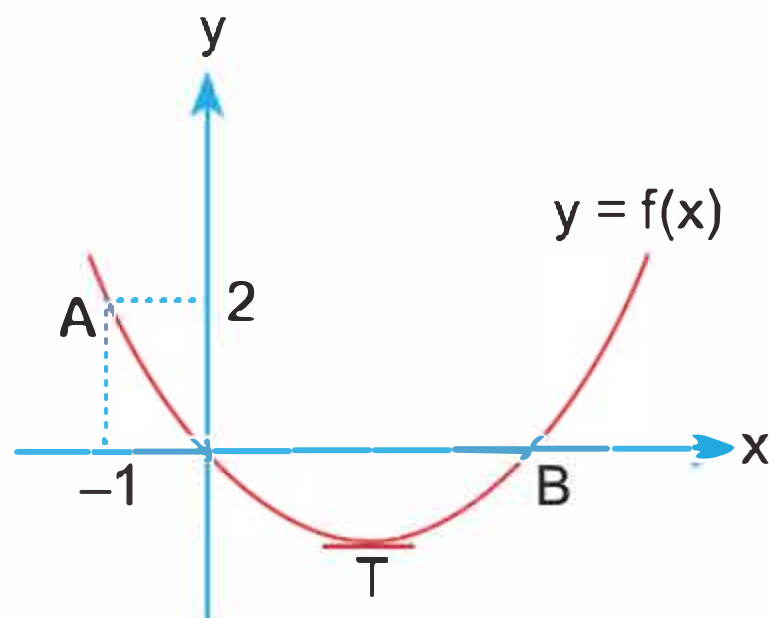


Yukarıdaki şekilde orijinden, $A(6, 0)$ ve $B(2, 2)$ noktalarından geçen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \frac{x}{4}(x-6)$ B) $f(x) = -4x(x-6)$
 C) $f(x) = -\frac{x}{4}(x-6)$ D) $f(x) = -\frac{1}{4}(x-2)(x-6)$
 E) $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)(x-6)$

3.

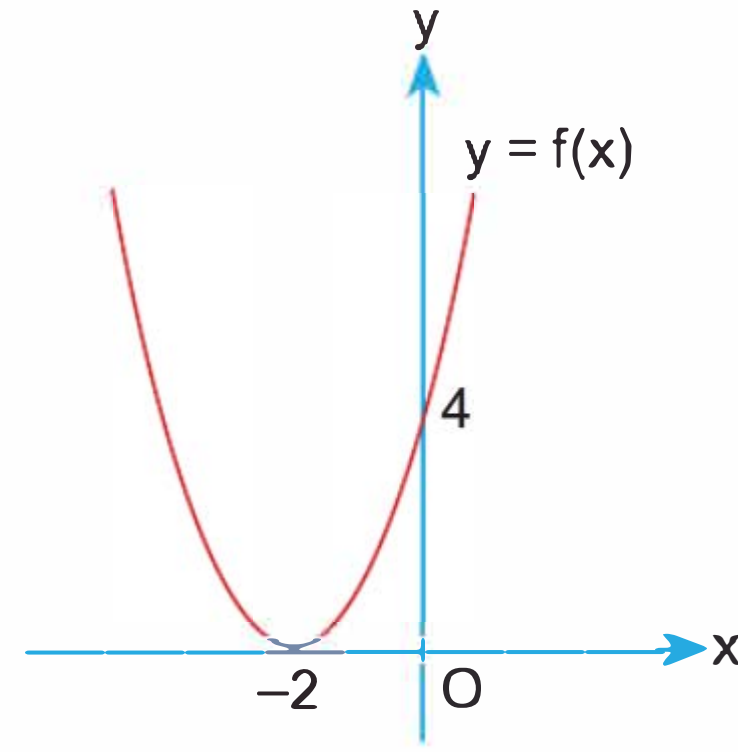


Yukarıdaki şekilde orijinden, $A(-1, 2)$ ve $B(4, 0)$ noktalarından geçen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4.

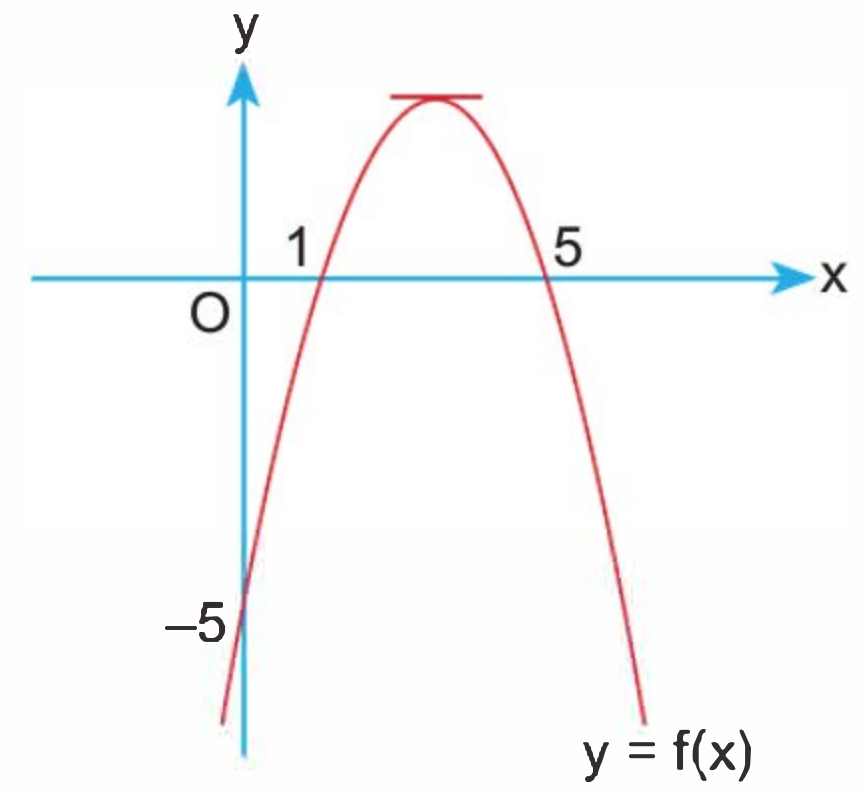


Yandaki şekilde x eksenine $(-2, 0)$ noktasında teğet olan ve $(0, 4)$ noktasında y eksenini kesen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $f(-3)$ kaçtır?

- A) 25 B) 16 C) 4 D) 2 E) 1

5.

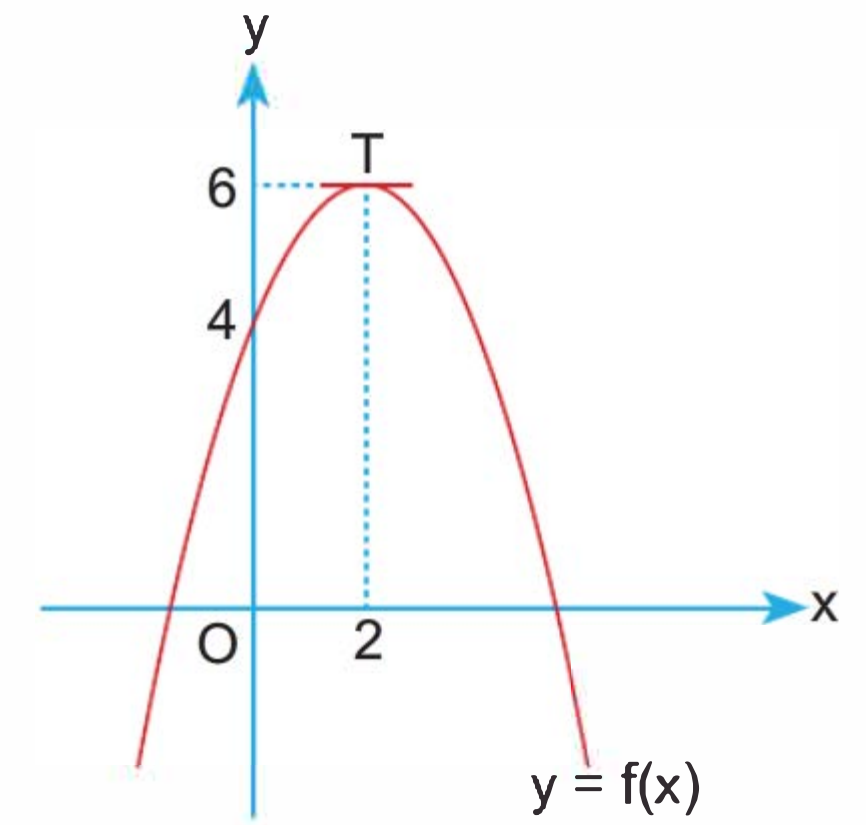


Yukarıdaki şekilde x eksenini $(1, 0)$, $(5, 0)$ noktalarında ve y eksenini $(0, -5)$ noktasında kesen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ in alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 9 D) 14 E) 22

6.



Yukarıdaki şekilde tepe noktası $T(2, 6)$ olan ve y eksenini $(0, 4)$ noktasında kesen $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

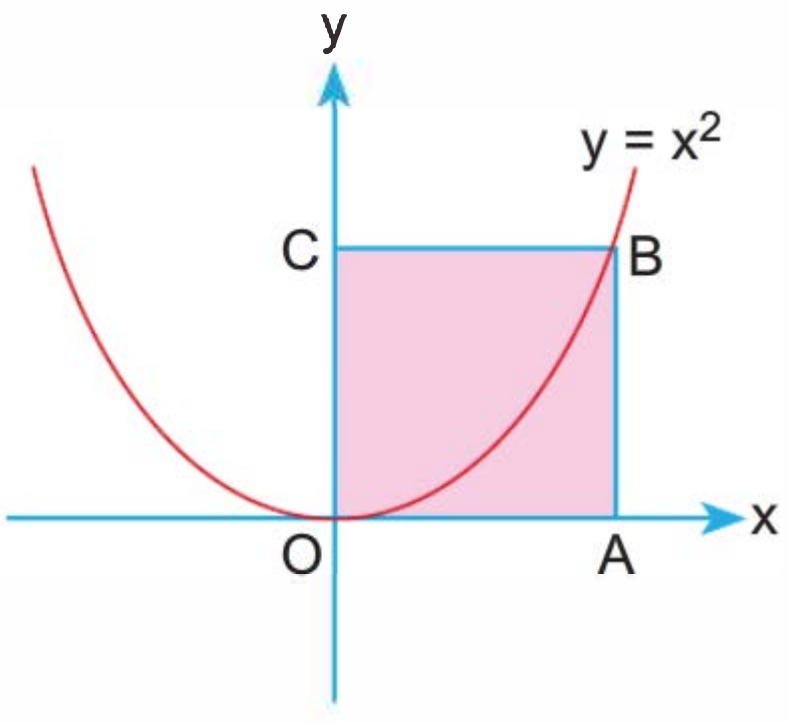
Buna göre, parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ B) $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$
 C) $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 - 6$ D) $f(x) = -2(x-2)^2 + 6$
 E) $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 6$



TEST 2

1.

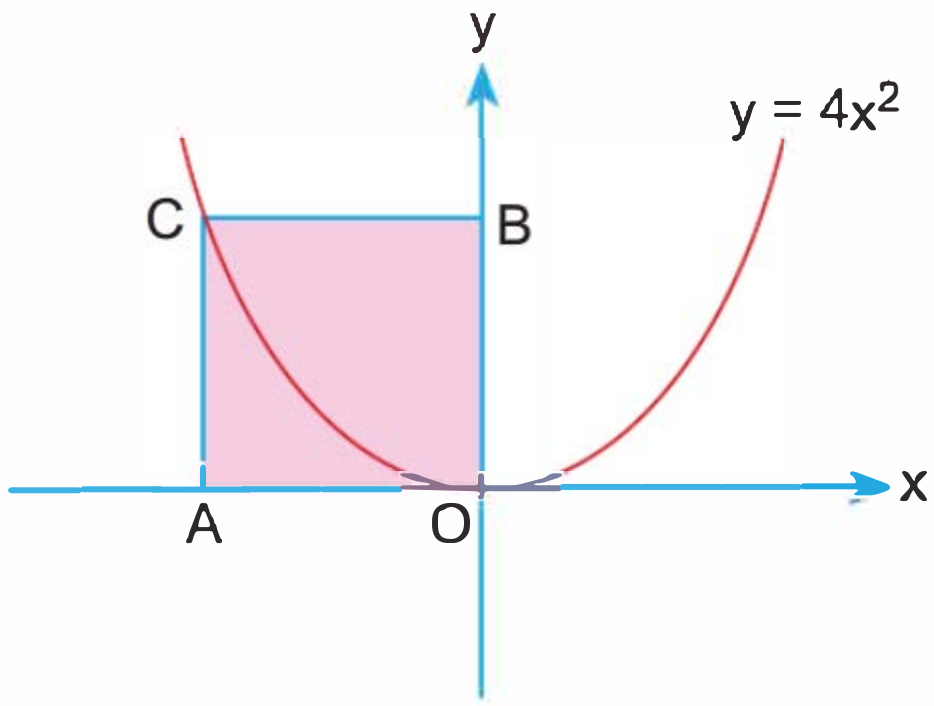


Yandaki şekilde $y = x^2$ parabolü ile OABC karesi verilmiştir.

Buna göre, Alan(OABC) kaç br^2 dir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 4

2.

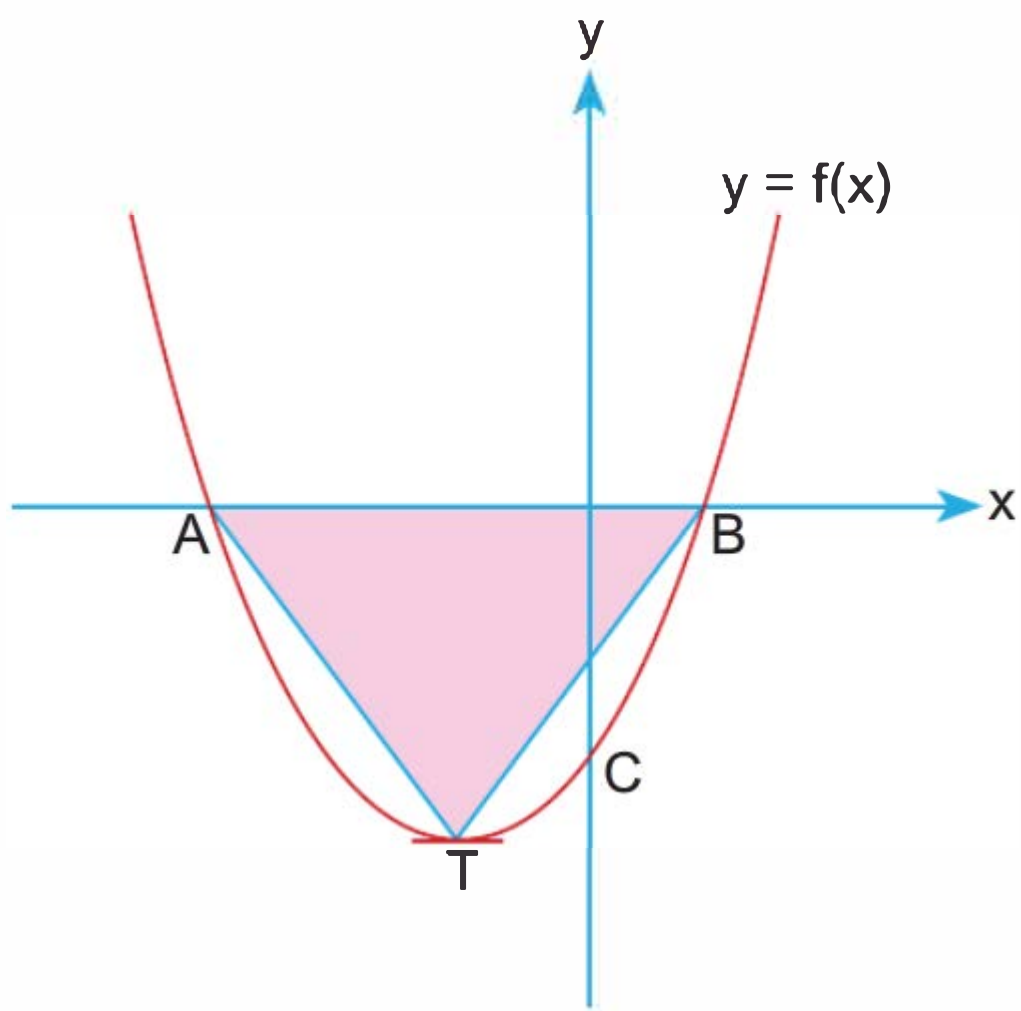


Yukarıdaki şekilde $y = 4x^2$ parabolü ile AOBC dikdörtgeni verilmiştir.

Alan(AOBC) = $108 br^2$ olduğuna göre, |AO| kaç birimdir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3.



Yukarıdaki şekilde tepe noktası T olan $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$ parabolü ile ATB üçgeni verilmiştir.

Buna göre, Alan(ATB) kaç br^2 dir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

4.

$y = x^2 - 3x + 4$ parabolü ile $y = 5x - 3$ doğrusunun kesiştiği noktalardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 2) B) (1, -2) C) (-1, -8)
D) (-1, 8) E) (-7, -38)

5.

$y = x^2 + 2x + m$ parabolü ile $y = -2x$ doğrusu birbirinden farklı iki noktada kesiştiğine göre, m nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6.

$f(x) = x^2 - 4x + 4$ parabolü ile $y = m$ doğrusu birbirine teğet olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

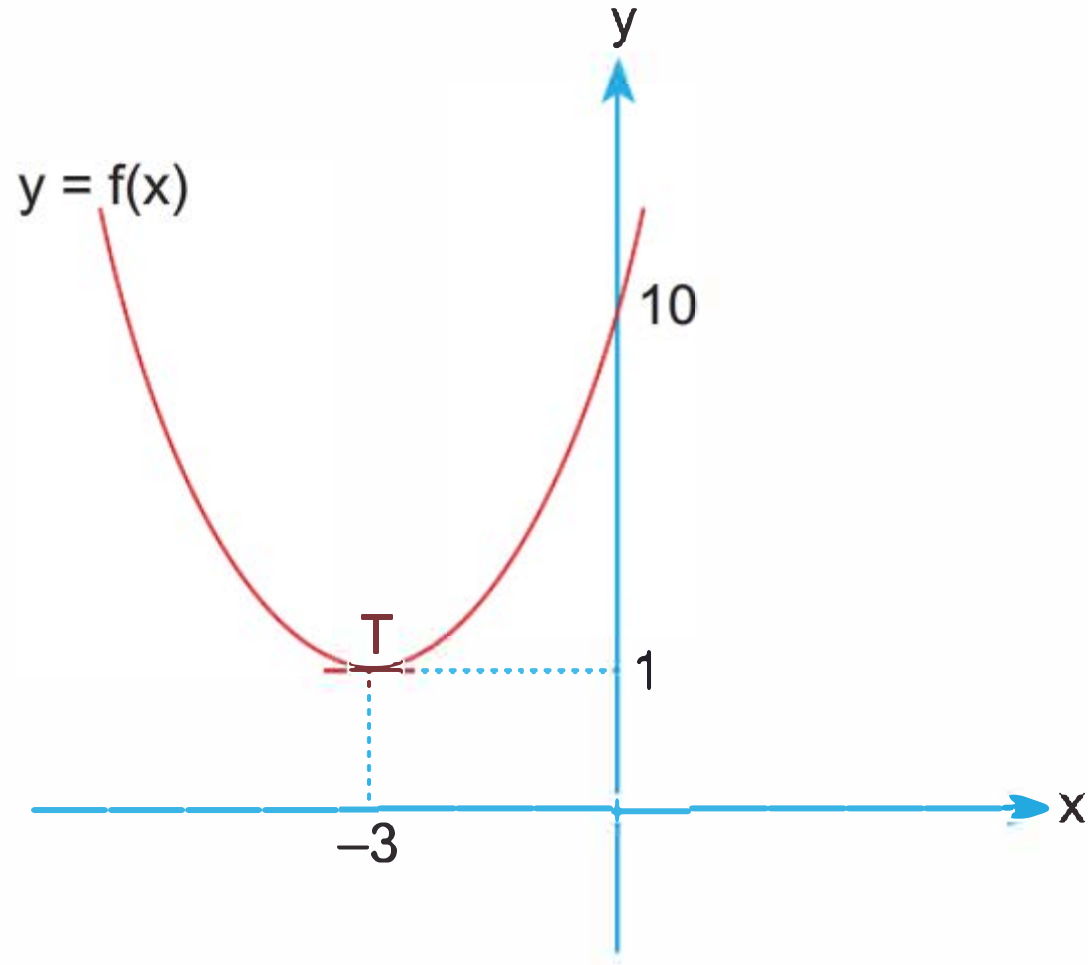
7.

$f(x) = 2x^2 - 3x + m$ parabolü ile $y = x - 2$ doğrusu kesişmediğine göre, m nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3



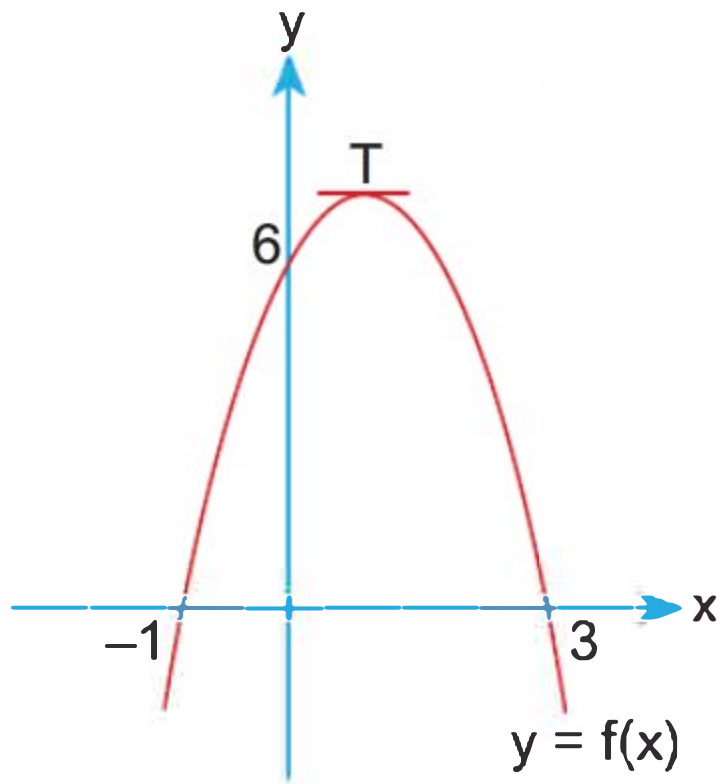
1.



Yukarıdaki şekilde tepe noktası T olan $y = f(x)$ parabolü verilmiştir. Buna göre, $f(-5)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

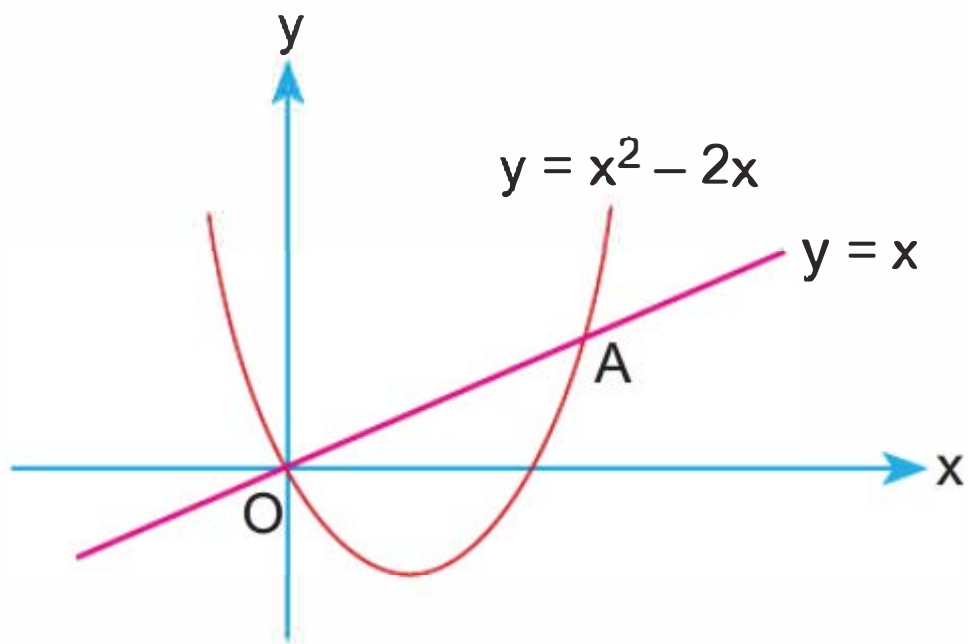
2.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolü verilmiştir. Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) -6 E) -4

3.



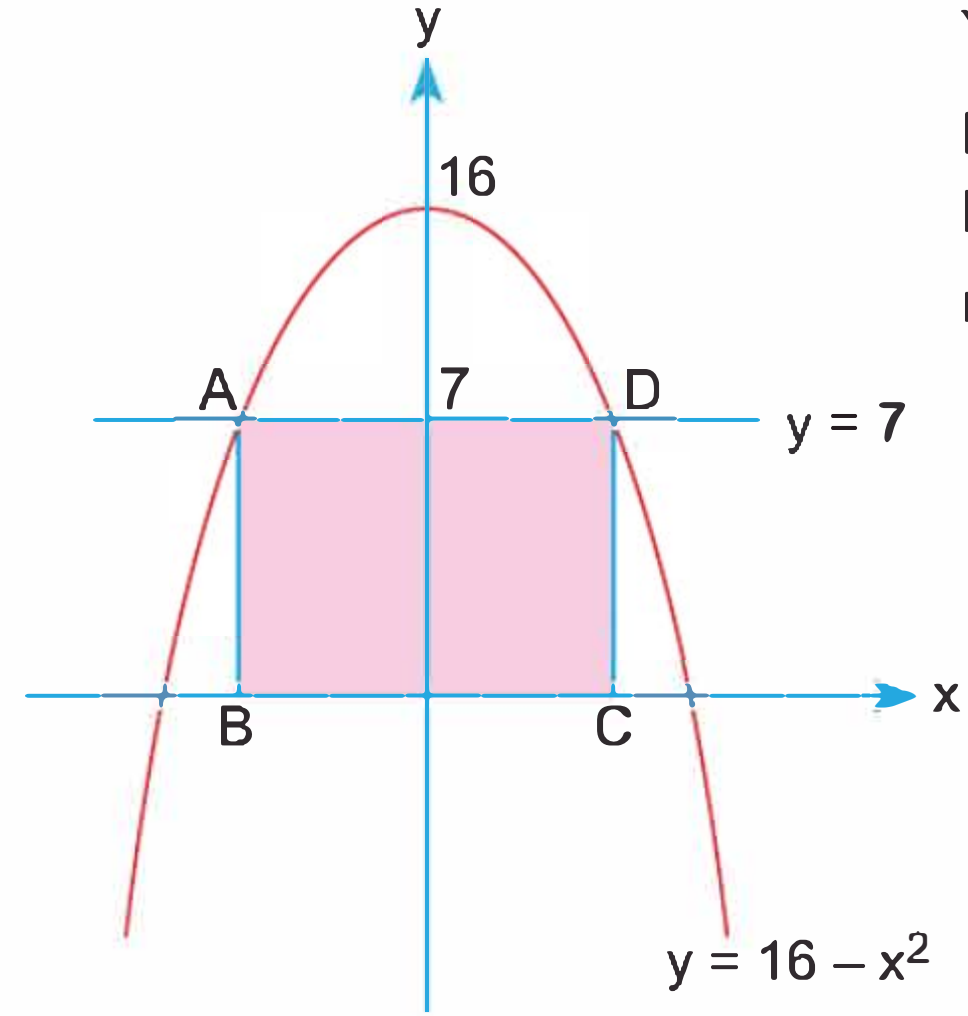
Yukarıdaki şekilde $y = x^2 - 2x$ parabolü ile $y = x$ doğrusu verilmiştir.

Buna göre, A noktasının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $2\sqrt{5}$



4.



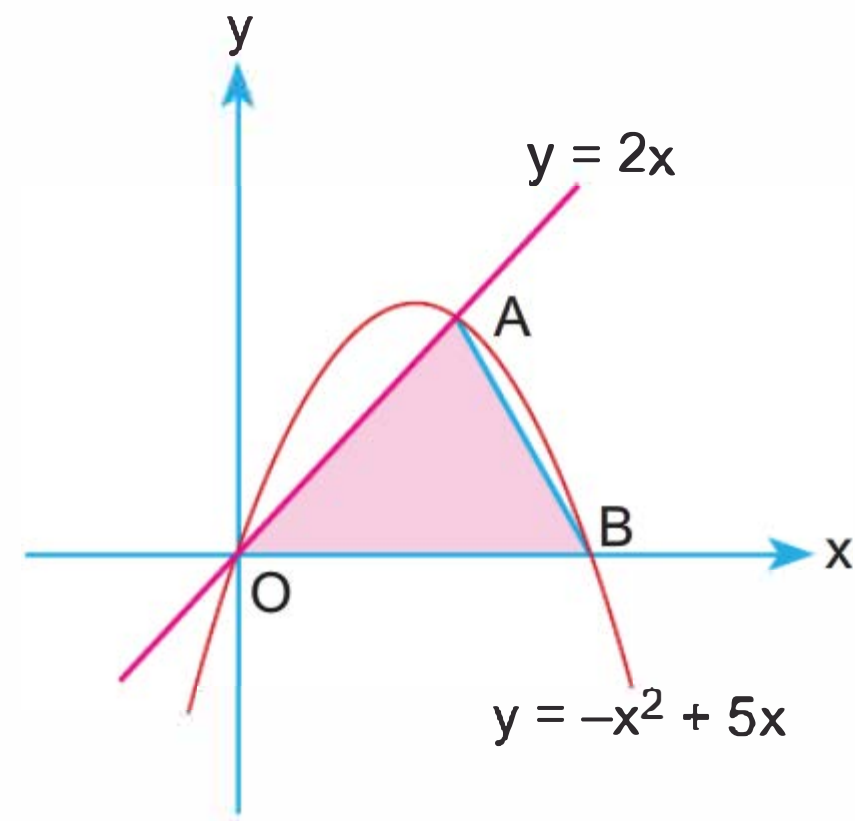
Yandaki şekilde $y = 16 - x^2$ parabolü ile A ve D noktalarında kesişen $y = 7$ doğrusu verilmiştir.

Buna göre, ABCD dikdörtgeninin çevresi kaç birimdir?

- A) 16 B) 20 C) 24 D) 26 E) 28



5.



Yandaki şekilde $y = -x^2 + 5x$ parabolü ile $y = 2x$ doğrusu verilmiştir.

Buna göre, $\text{Alan}(\widehat{AOB})$ kaç br^2 dir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15



6.

$f(x) = x^2 + 3$ parabolü ile $y = 5x - 1$ doğrusu A ve B noktalarında kesişmektedir.

Buna göre, A ve B noktalarının orta noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{23}{2}, \frac{5}{2}\right)$ B) $\left(\frac{5}{2}, \frac{21}{2}\right)$ C) $\left(\frac{5}{2}, \frac{23}{2}\right)$
 D) $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{23}{2}\right)$ E) $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{21}{2}\right)$

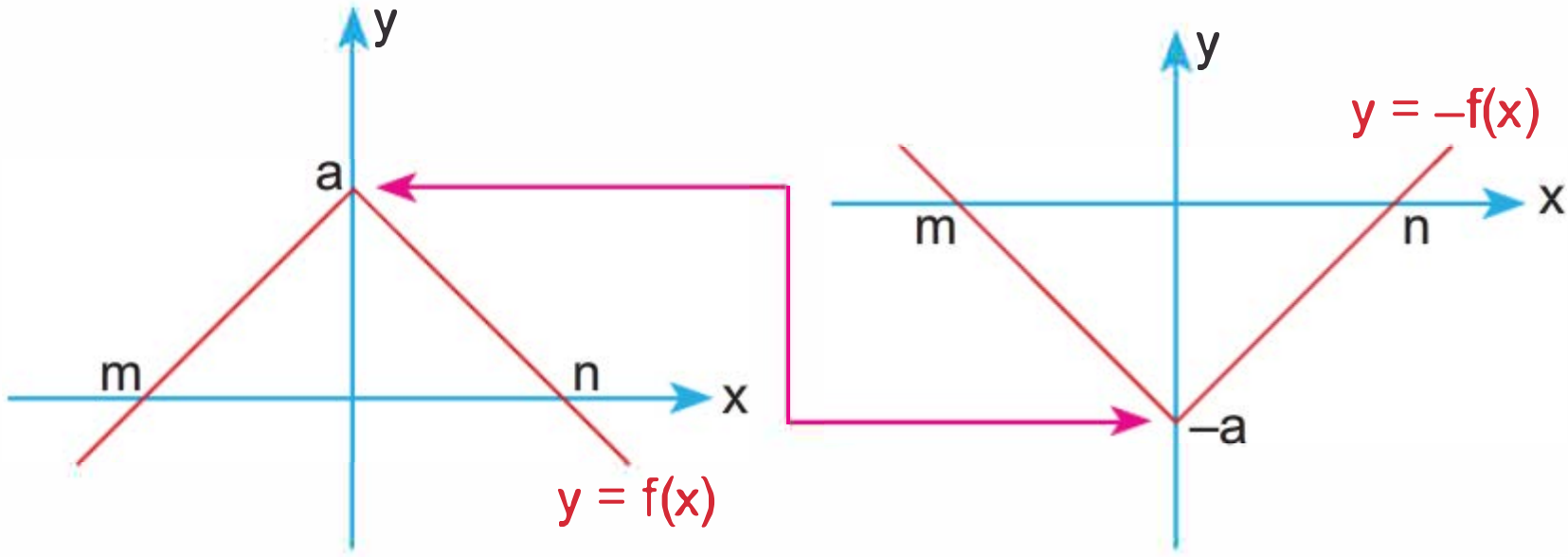


BİLGİ

4.1 - Grafiklerin x ve y Eksenlerine Göre Simetrisi

✓ x Eksenine Göre Simetri

$y = f(x)$ fonksiyonunun x eksenine göre simetriği $y = -f(x)$ fonksiyonunun grafiğidir.

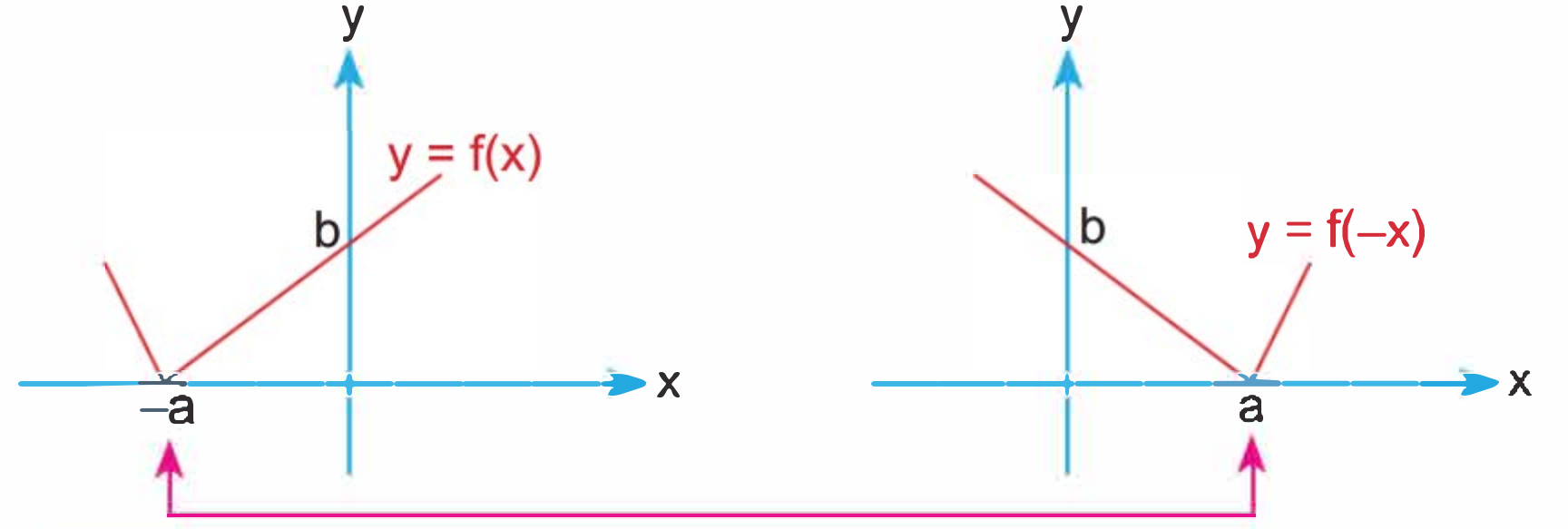


! UYARI

İlk grafik x ekseninin kaç birim üstündeyse grafiği baş aşağıya getirip, o kadar birim y ekseninin altına katlayacaksın.

✓ y Eksenine Göre Simetri

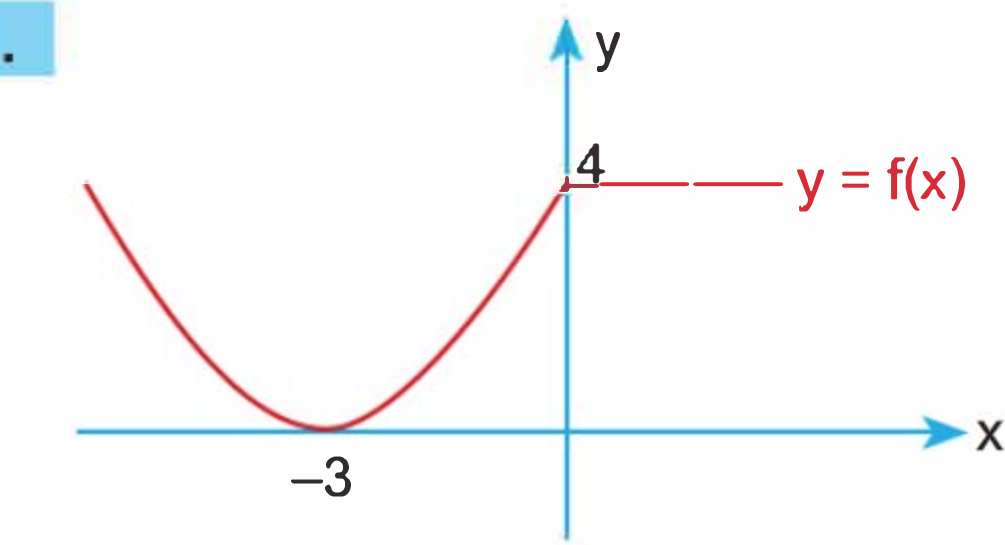
$y = f(x)$ fonksiyonunun y eksenine göre simetriği $y = f(-x)$ fonksiyonunun grafiğidir.



! UYARI

İlk grafik y ekseninin kaç birim solundaysa (sağındaysa) y eksenine göre simetriğinde o kadar birim y ekseninin sağında (solunda) kalacak.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

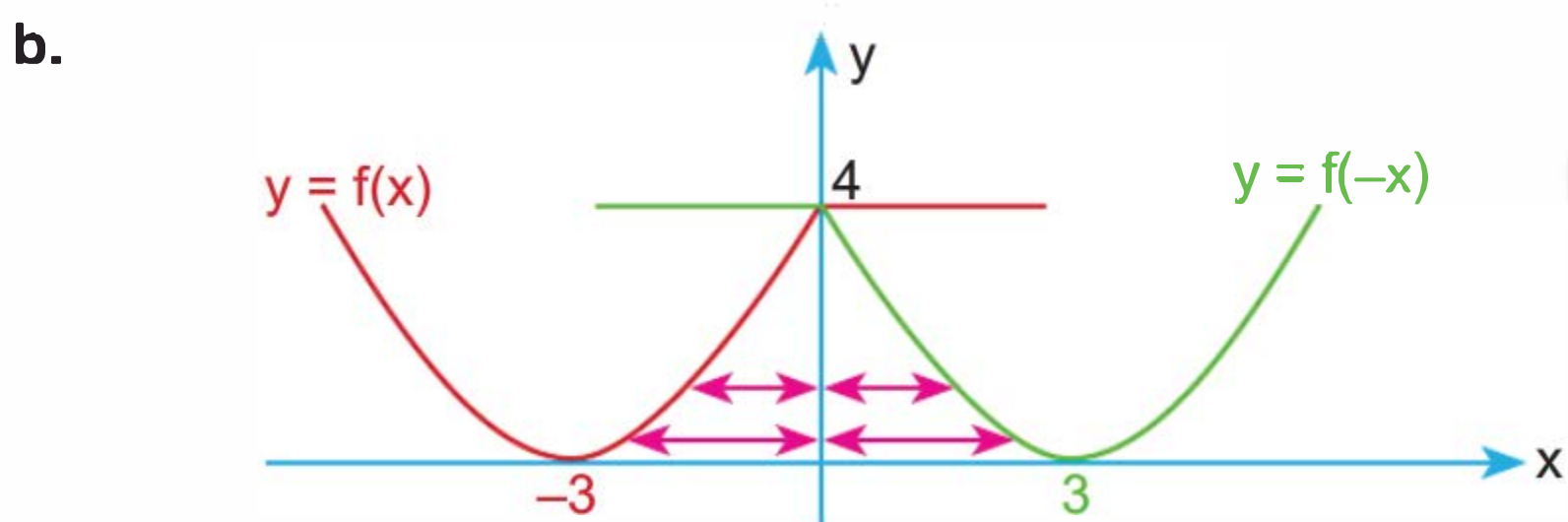
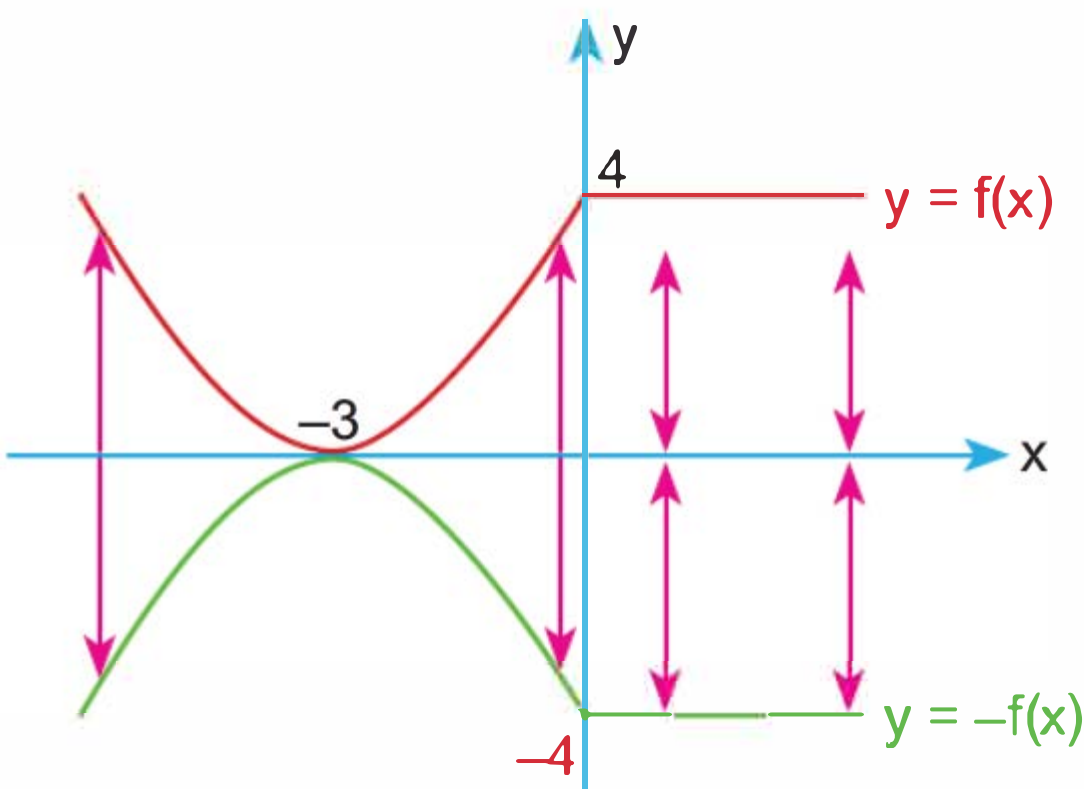


Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- $y = f(x)$ in x eksenine göre simetriğini çiziniz.
- $y = f(x)$ in y eksenine göre simetriğini çiziniz.

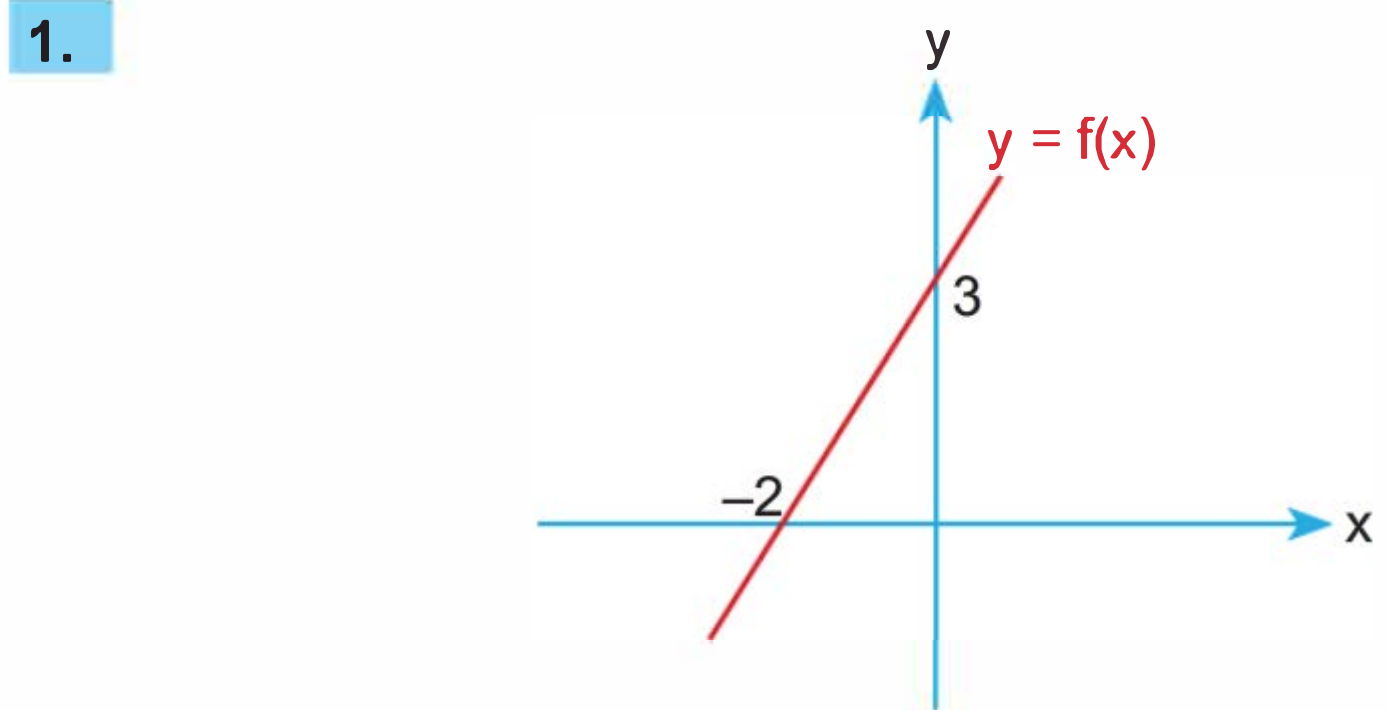
Çözüm:

- x eksenini ortada kalacak şekilde grafiği tepetaklak getirerek aşağıdakileri yukarıya, yukarıdakileri aşağıya getireceksin.

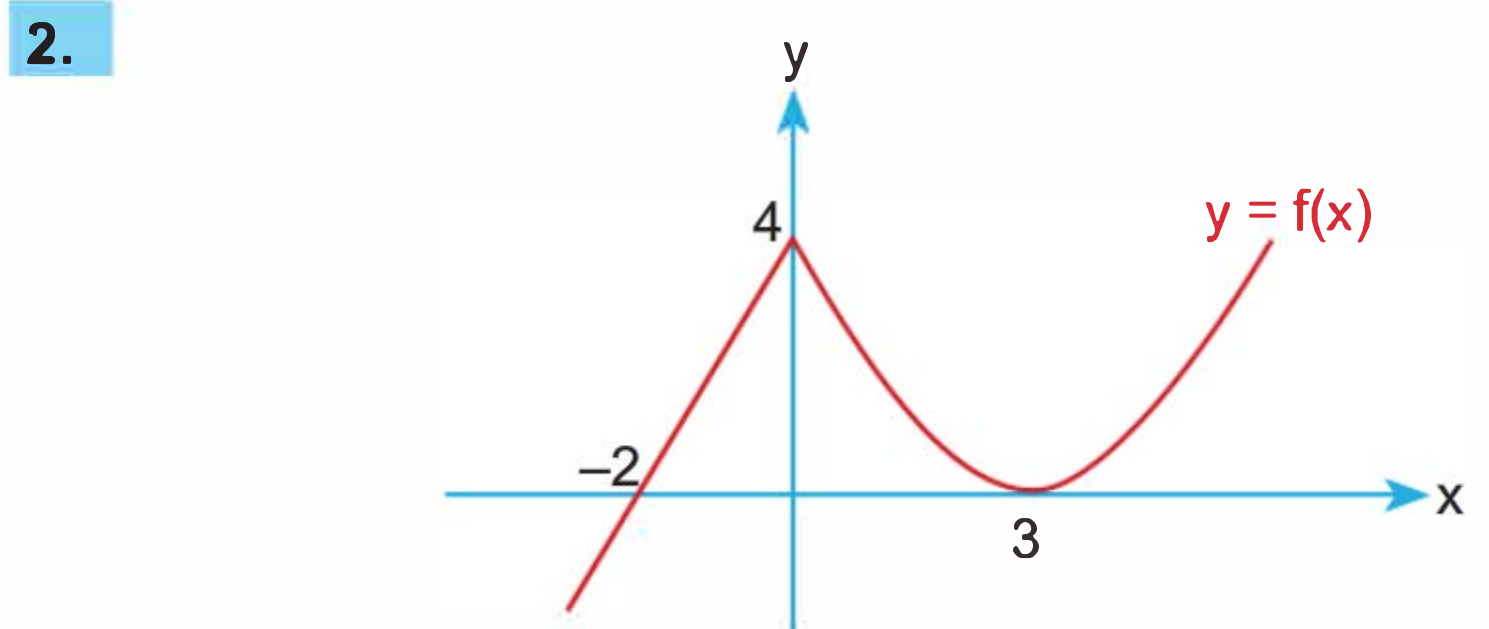


y eksenini ortada kalacak şekilde soldakileri sağa, sağdakileri sola çizeceksin.

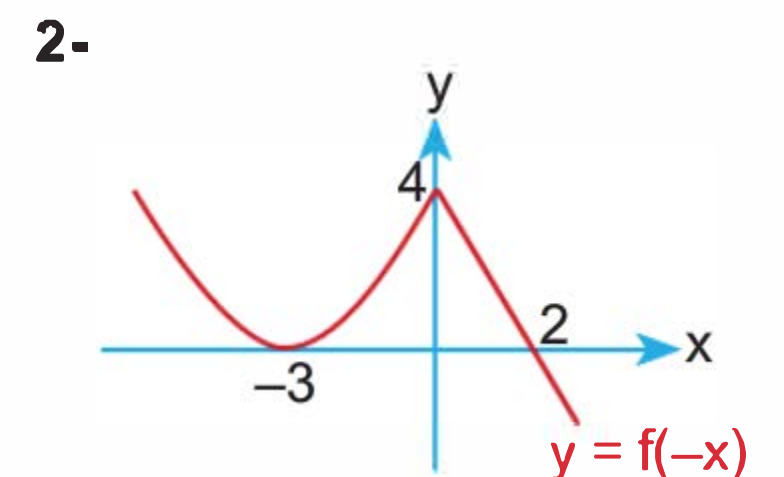
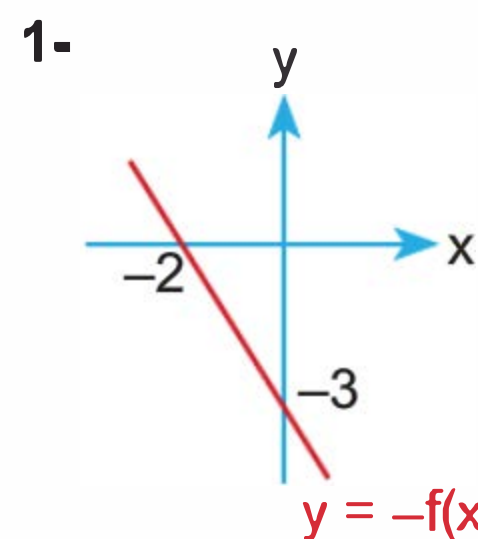
ÖĞRENCİ SORULARI



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun x eksenine göre simetriğini çiziniz.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için $y = f(-x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

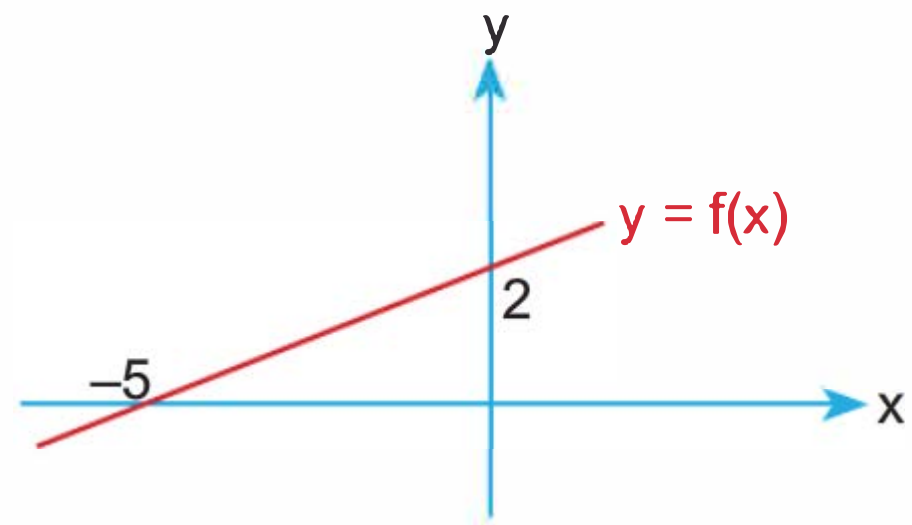
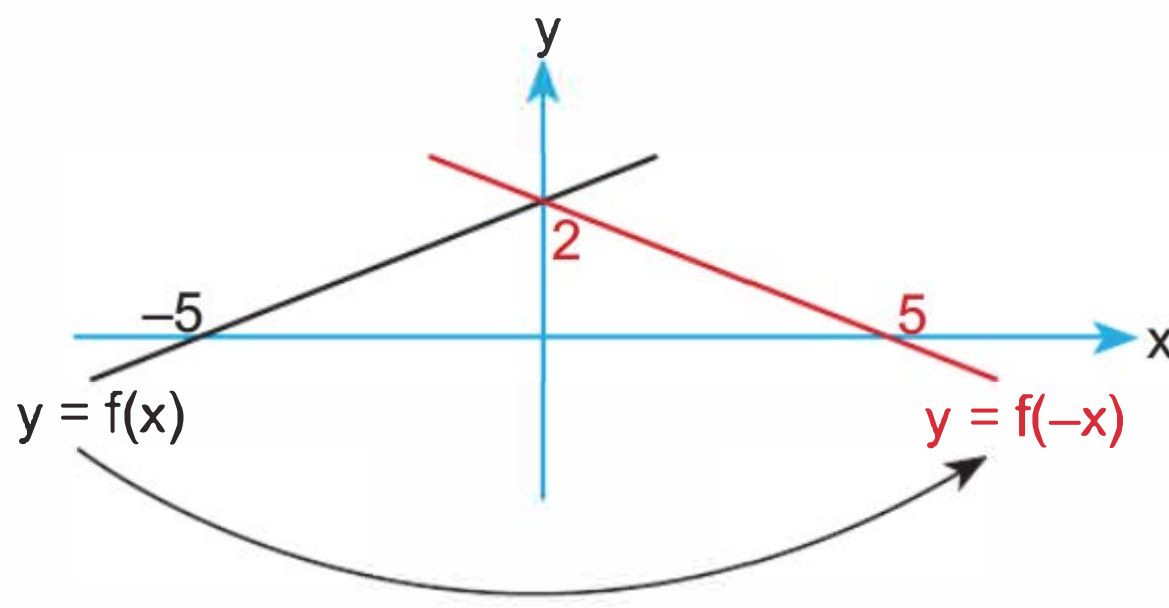
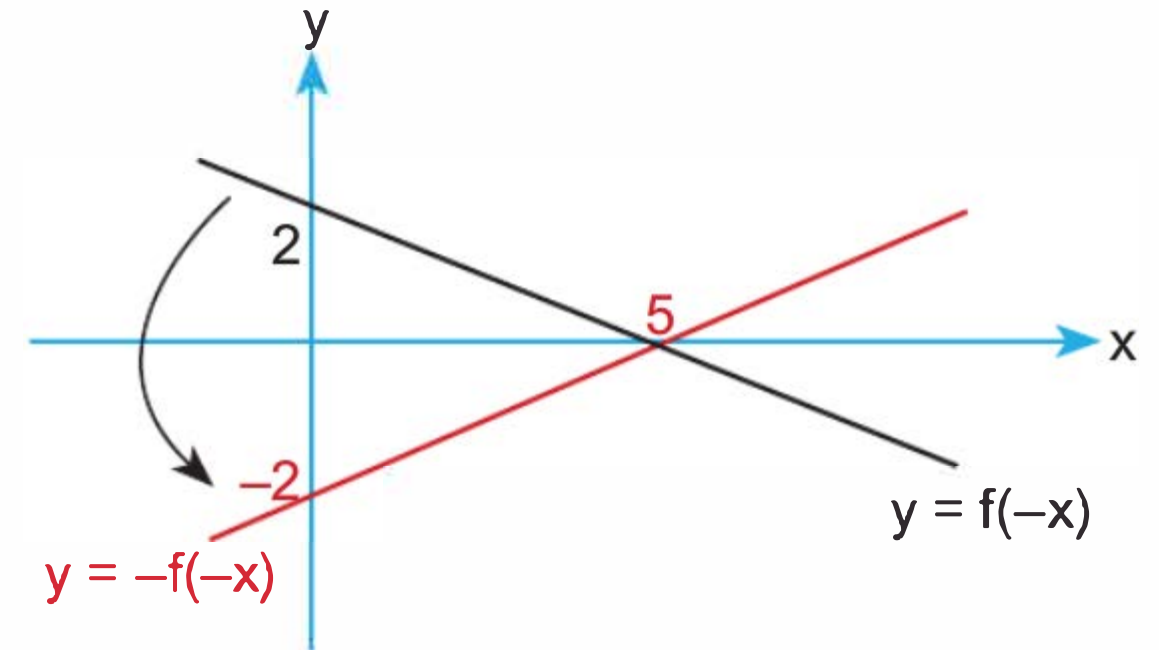




BİLGİ

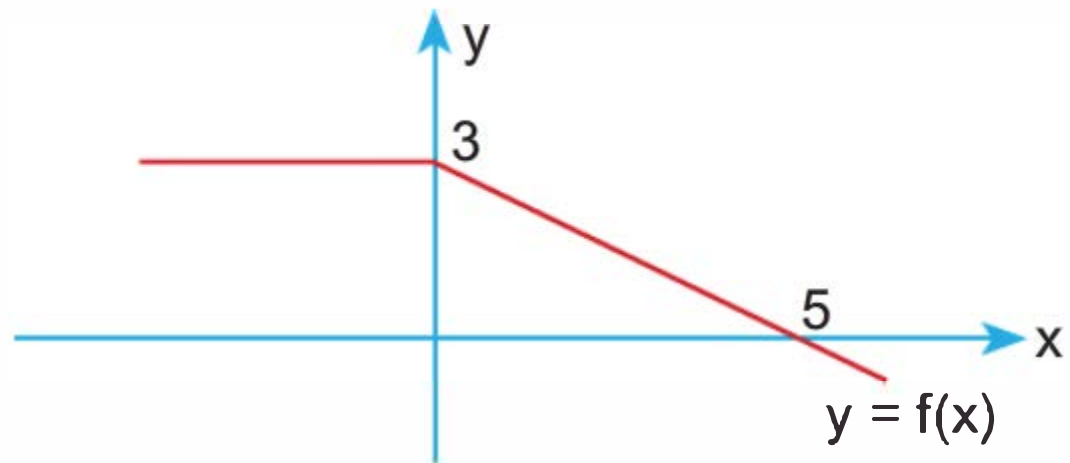
4.2 - Grafiklerin Orijine Göre Simetriği

$y = f(x)$ fonksiyonunun orijine göre simetriği $y = -f(-x)$ fonksiyonunun grafiğidir. Önce y eksenine göre, sonra da x eksenine göre simetriğini peşpeşe almaktır.

I. Adım (y ye göre simetri al)II. Adım (x e göre simetri al)

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

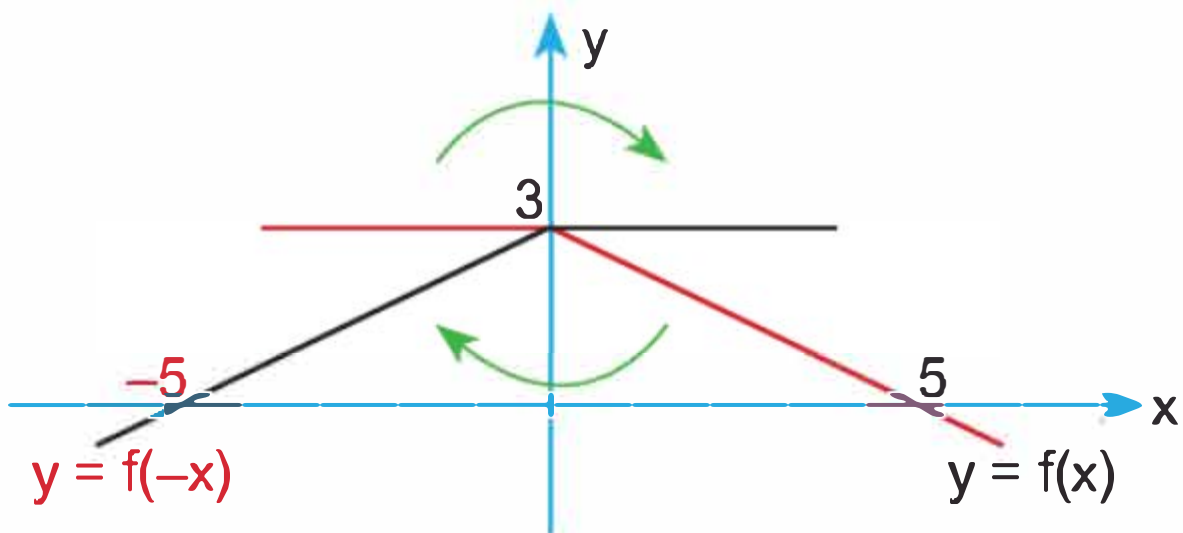
1.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun orijine göre simetriğini çiziniz.

Çözüm:

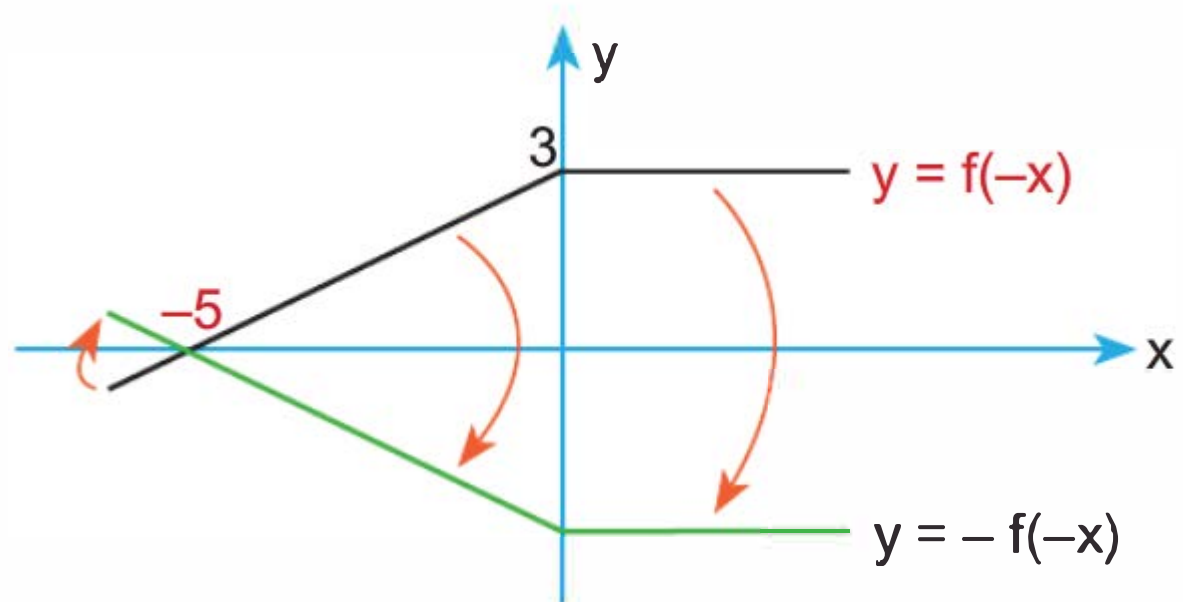
I. Adım: önce verilen grafiğin y eksenine göre simetriğinin grafiğini çizelim.



UYARI

Grafiğin y eksenine göre soldaki kısmı sağa, sağdaki kısmı sola taşındı.

II. Adım: Şimdi de I. Adımdaki grafiğin x eksenine göre simetriğini çizelim.

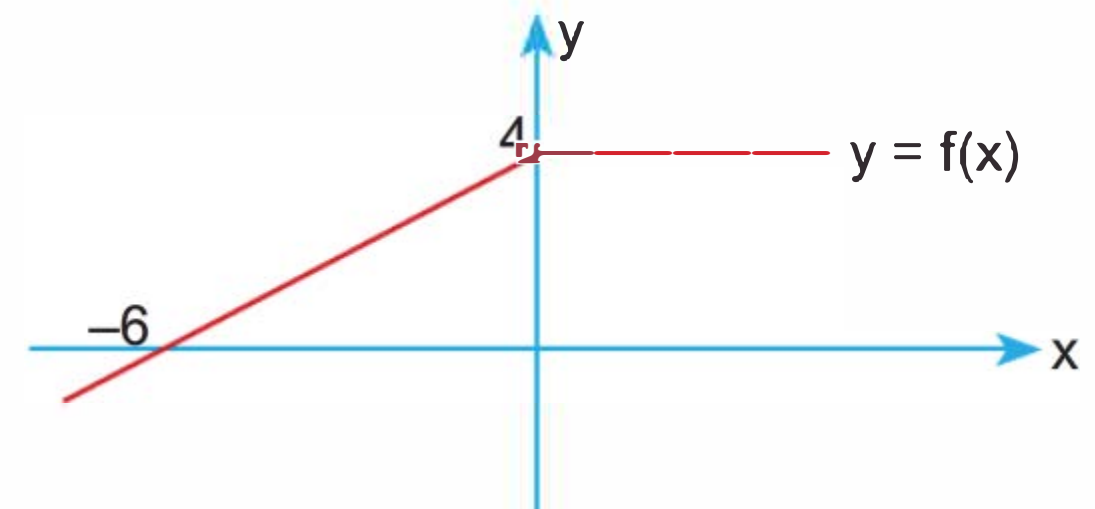


UYARI

Grafiğin x eksenine göre üstte olan kısmı alta, altta olan kısmı üste taşındı.

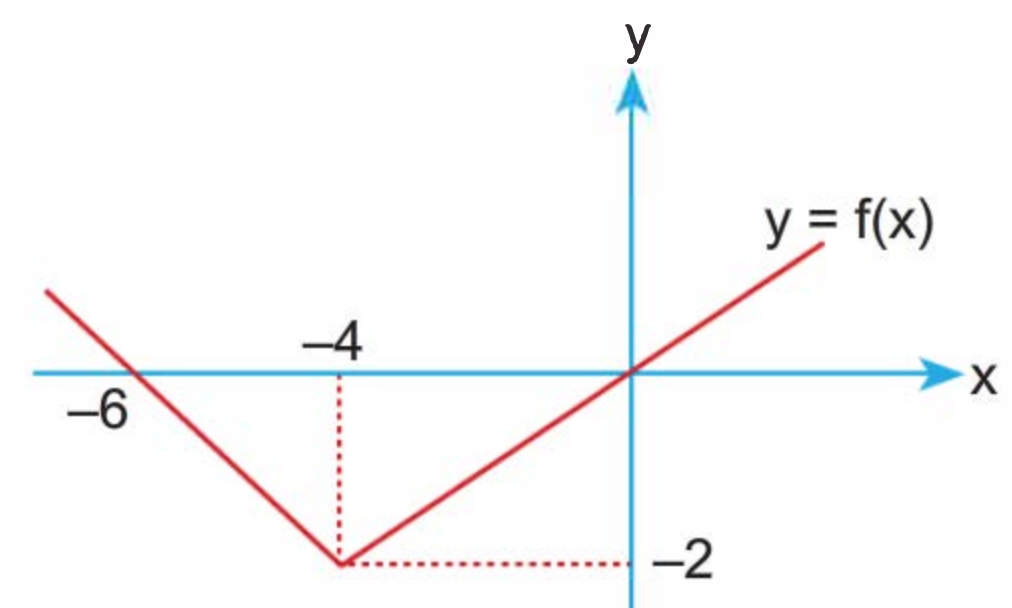
ÖĞRENCİ SORULARI

1.



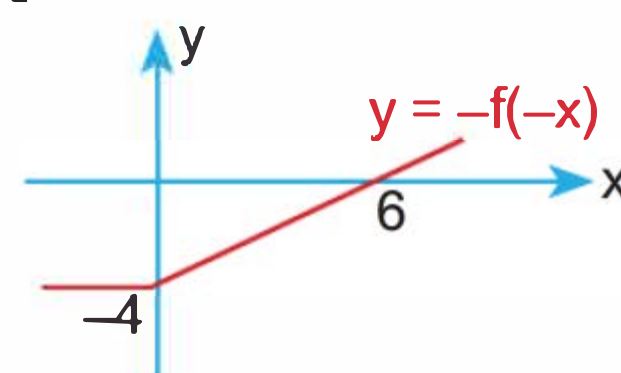
Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun orijine göre simetriğini çiziniz.

2.

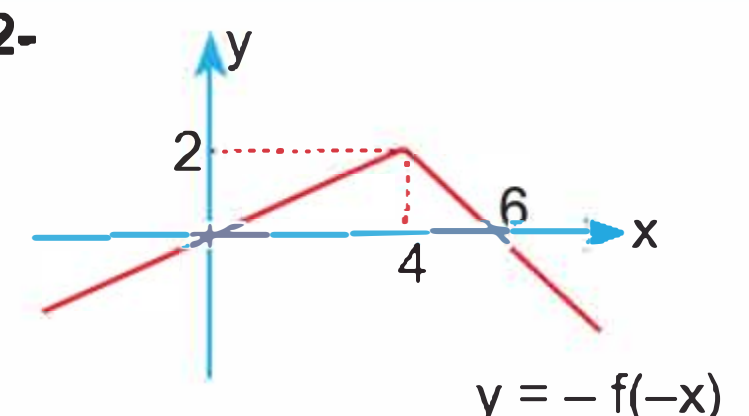


Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun orijine göre simetriğini çiziniz.

1-



2-

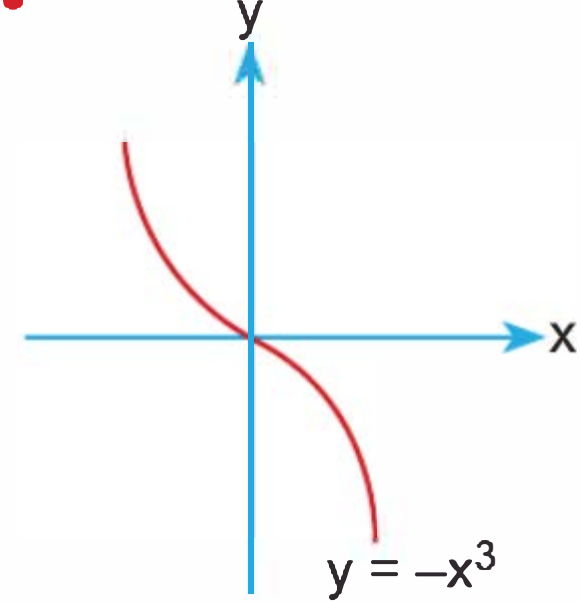
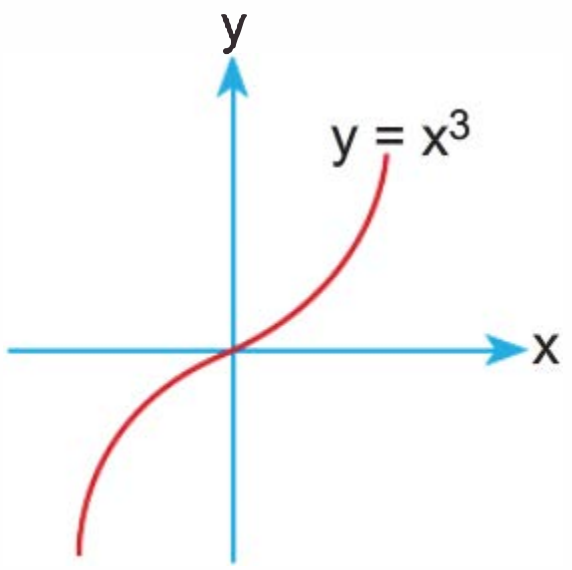
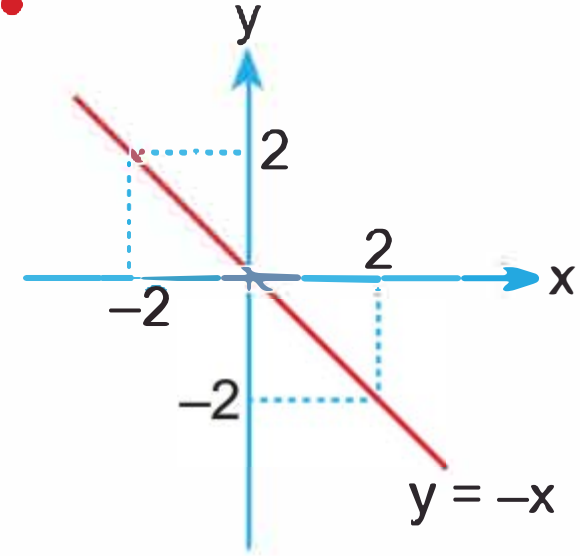
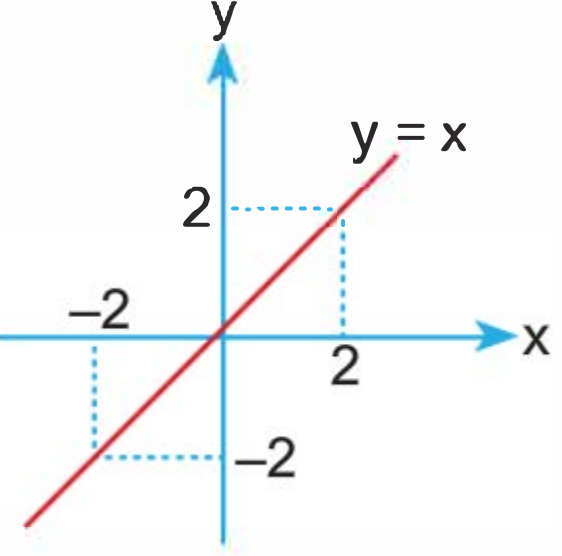




BİLGİ

4.3 - Tek Fonksiyonların Grafikleri ve Özellikleri

✓ Analitik düzlemde tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktir.



$f(x) = x$, $f(x) = -x$, $f(x) = x^3$ ve $f(x) = -x^3$ birer tek fonksiyondur.

✓ $f(x) = 4x^3 + x \rightarrow f(x) = 4x^{\textcircled{3}} + x^{\textcircled{1}}$

x lerin dereceleri 3 ve 1 olup tek olduğundan $f(x)$ tek fonksiyondur.

✓ $f(x) = 7x^5 + x^3 - x$

x lerin dereceleri 5, 3 ve 1 olup tek olduğundan $f(x)$ tek fonksiyondur.

✓ $f(x)$ tek fonksiyon ise

$f(x) = -f(-x)$ olup

• $f(2) = -f(-2)$ • $f(5) = -f(-5)$

ya da $f(-x) = -f(x)$ olup

• $f(-4) = -f(4)$ • $f(-10) = -f(10)$ yazılabilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = (a - 3)x^4 + (a + 2)x^3 + (b + 1)x^2 + (b + 3)x + c + 3$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetrik olduğuna göre, a , b ve c sayılarını bulunuz.

Çözüm:

Grafik orijine göre simetrik olduğundan tek fonksiyondur. Bu durumda üssü çift olan x li terimleri yok etmelisin.

$$f(x) = \underbrace{(a - 3)x^4}_{\text{Çift}} + \underbrace{(a + 2)x^3}_{\text{Tek}} + \underbrace{(b + 1)x^2}_{\text{Çift}} + \underbrace{(b + 3)x^1}_{\text{Tek}} + \underbrace{(c + 3)x^0}_{\text{Çift}}$$

$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$

$b + 1 = 0 \Rightarrow b = -1$

$c + 3 = 0 \Rightarrow c = -3$ tür.

2. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.

$3f(x) + f(-x) = x^3 + 4x$

olduğuna göre, $f(x)$ in eşitini bulunuz.

Çözüm:

$f(x)$ tek fonksiyon olduğundan $f(-x)$ yerine $-f(x)$ yazabilirsin.

$3f(x) + \underbrace{f(-x)}_{-f(x)} = x^3 + 4x \Rightarrow 3f(x) - f(x) = x^3 + 4x$

$2f(x) = x^3 + 4x$

$\frac{2f(x)}{2} = \frac{x^3 + 4x}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{x^3 + 4x}{2}$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = (a + 2)x^2 + (a + 5)x + b - 4$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir. Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) -20 B) -12 C) -8 D) 8 E) 12

2. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.

$2f(x) + f(-x) = 4x^3 - 7x$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \frac{4x^3 - 7x}{2}$ B) $f(x) = 4x^3 - 7x$ C) $f(x) = \frac{4x^3 - 7x}{3}$
D) $f(x) = \frac{4x^3 + 7x}{2}$ E) $f(x) = \frac{4x^3 + 7x}{3}$

3. $f(x)$ tek fonksiyondur.

$3f(x) + f(-x) = 6x^3 + 4x$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 22 D) 24 E) 28

1-C

2-B

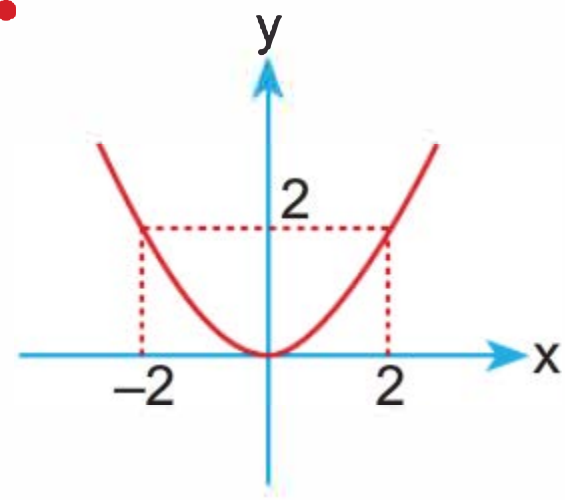
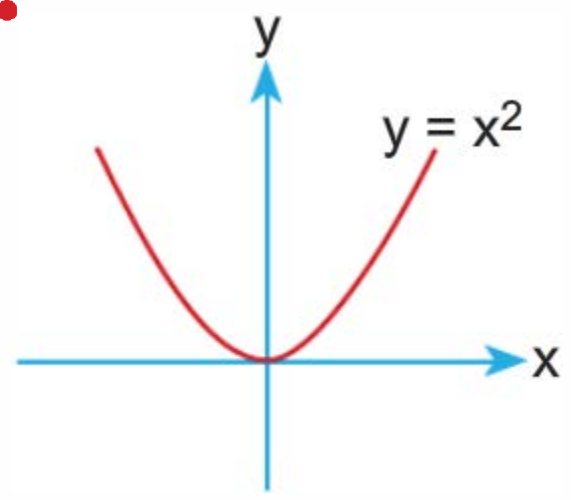
3-E



BİLGİ

4.4 - Çift Fonksiyonların Grafikleri ve Özellikleri

✓ Analitik düzlemde çift fonksiyonların grafikleri y eksenine göre simetriktir.



✓ $f(x) = 5x^4 + 3x^2 + 7 \Rightarrow f(x) = 5x^{\text{çift}} + 3x^{\text{çift}} + 7 \cdot x^{\text{çift}}$

x lerin dereceleri 4, 2 ve 0 olup çift olduğundan $f(x)$ çift fonksiyondur.

✓ $f(x)$ çift fonksiyon ise $f(x) = f(-x)$ olup.

• $f(5) = f(-5)$ • $f(-3) = f(3)$ yazılabilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = (a + 4)x^3 + (a + 2)x^2 + (b - 2)x + 7$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir. Buna göre, a ve b sayılarını bulunuz.

Çözüm:

Grafik y eksenine göre simetrik olduğundan çift fonksiyondur. Bu durumda üssü tek olan x li terimleri yok etmelisin.

$f(x) = (a + 4)x^{\text{Tek}} + (a + 2)x^{\text{Çift}} + (b - 2)x^{\text{Tek}} + 7 \cdot x^{\text{Çift}}$
fonksiyon çift olacağından derecesi tek olan tüm x li terimleri yok etmelisin.

$$f(x) = \underbrace{(a + 4)}_0 x^3 + (a + 2)x^2 + \underbrace{(b - 2)}_0 x + 7 \cdot x^0$$

$$a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4 \quad b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \text{ dir.}$$

2. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

$$3f(x) + f(-x) = 3x^2 - 6$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

Çözüm:

$f(x)$ çift fonksiyon olduğundan $f(-x)$ yerine $f(x)$ yazabilirsin.

$$3f(x) + \underbrace{f(-x)}_{f(x)} = 3x^2 - 6$$

$$3f(x) + f(x) = 3x^2 - 6$$

$$4f(x) = 3x^2 - 6 \Rightarrow \frac{4f(x)}{4} = \frac{3x^2 - 6}{4}$$

$$f(x) = \frac{3x^2 - 6}{4}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{3 \cdot 4 - 6}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = (2a - 4)x^3 + 5x^2 + (b - 5)x + 9$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir. Buna göre, a . b çarpımı kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 7 D) 6 E) 5

2. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

$$2f(x) + f(-x) = 9x^2 - 3$$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = 3x^2 - 1$ B) $f(x) = 3x^2 - 3$ C) $f(x) = 9x^2 - 3$
D) $f(x) = 3x^2 + 1$ E) $f(x) = 9x^2 + 3$

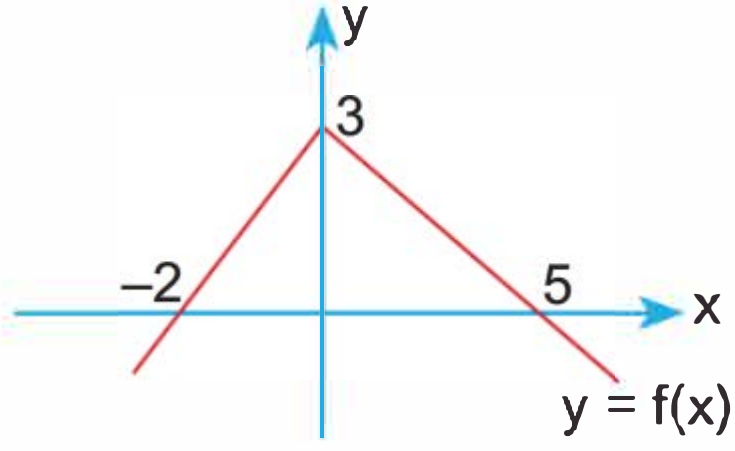
3. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

$$f(x) + f(-x) = 4x^2 + 2$$

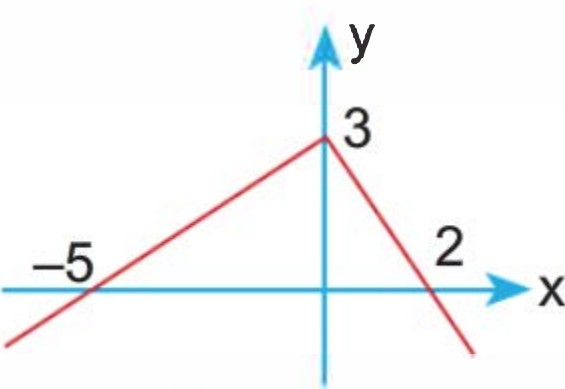
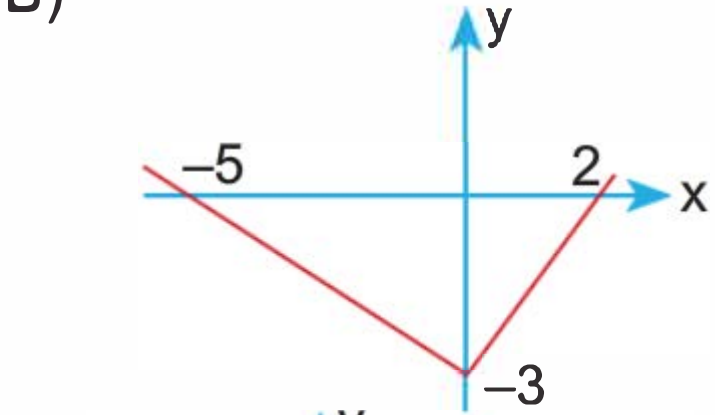
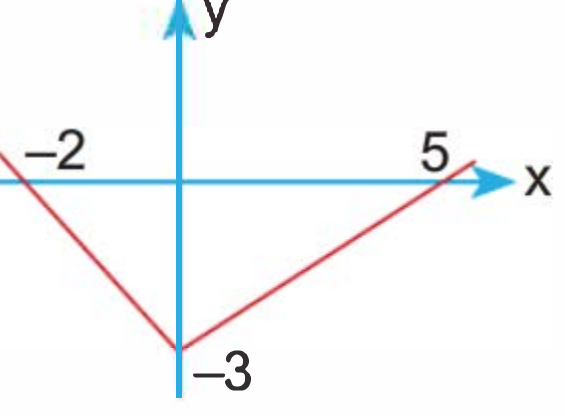
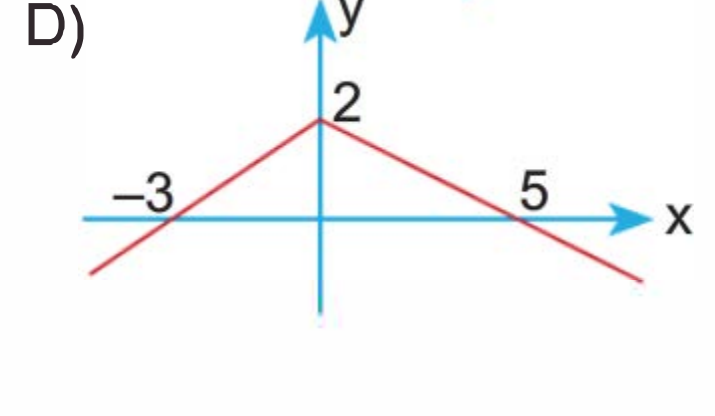
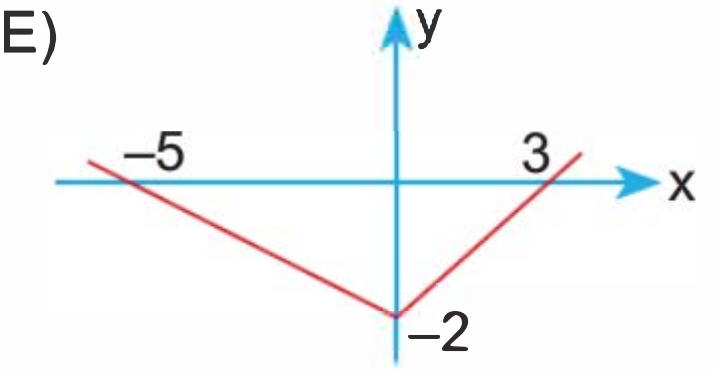
olduğuna göre, $f(-3)$ kaçtır?

- A) 37 B) 36 C) 34 D) 27 E) 19

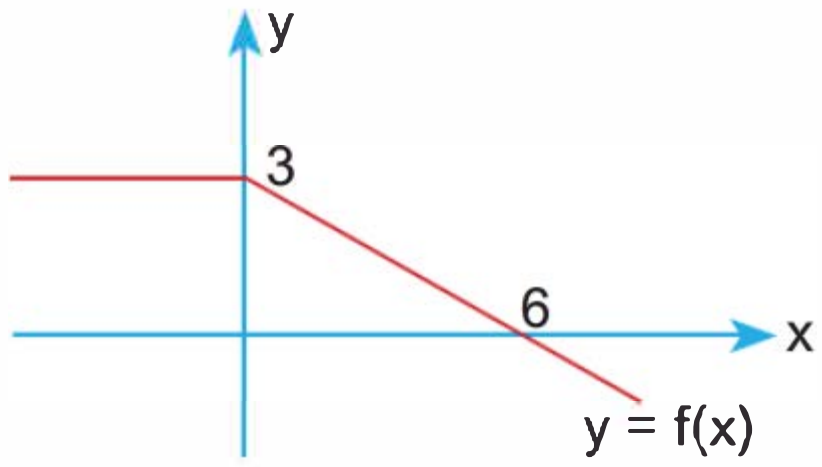
1.



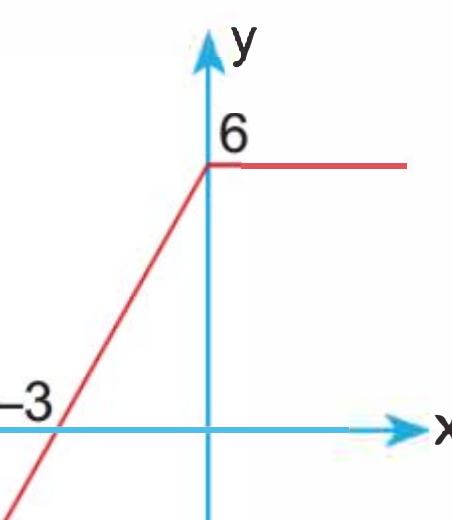
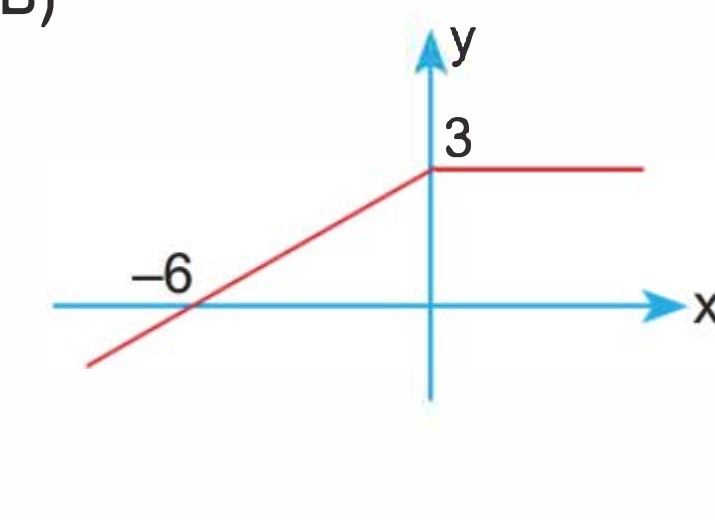
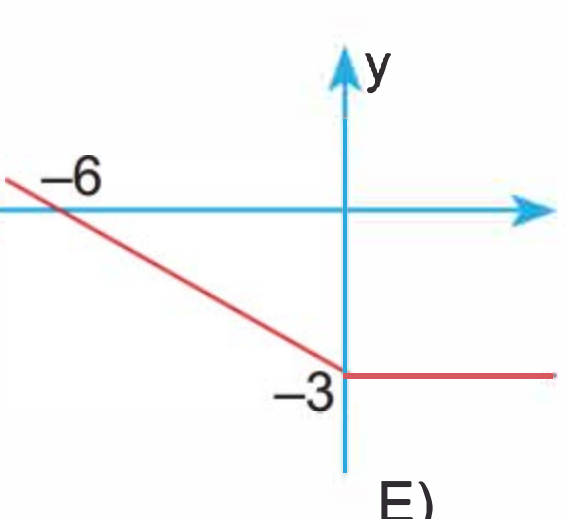
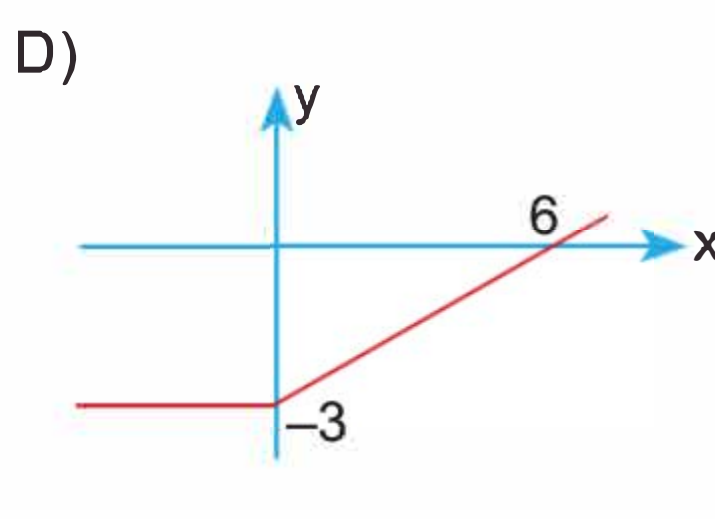
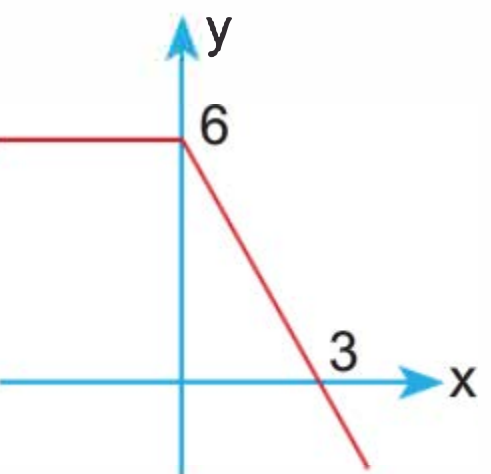
Şekildeki $y = f(x)$ fonksiyonunun x eksenine göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 

2.

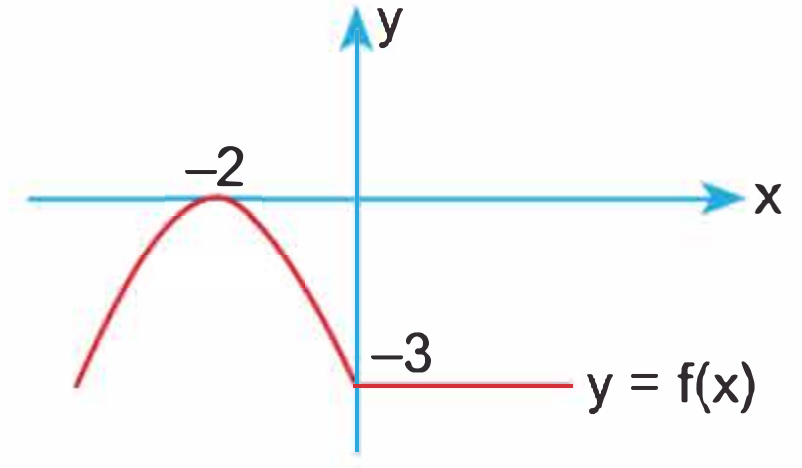


Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun y eksenine göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

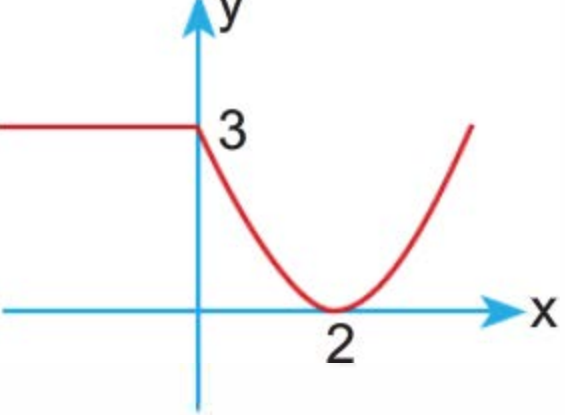
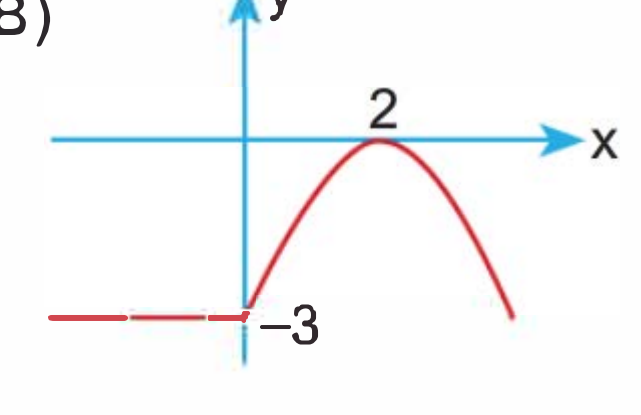
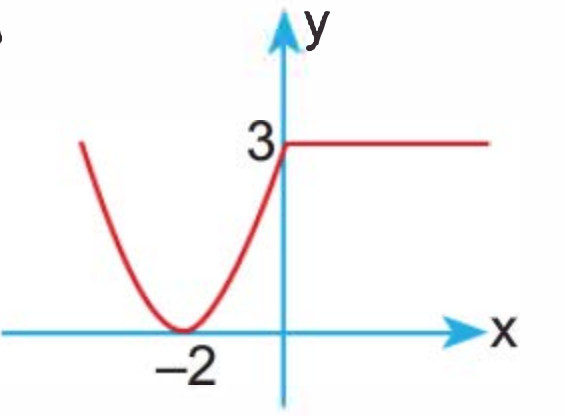
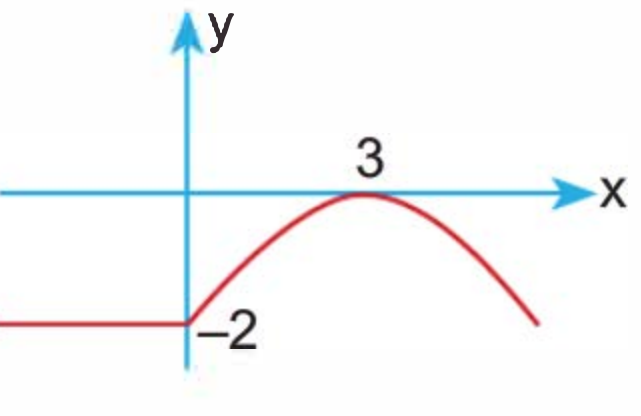
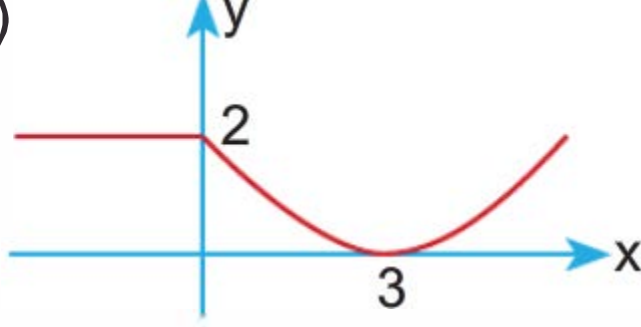
- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 



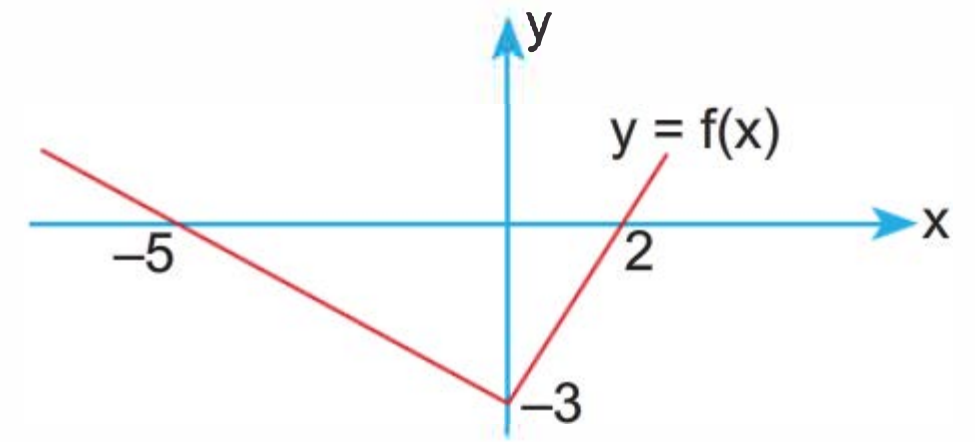
3.



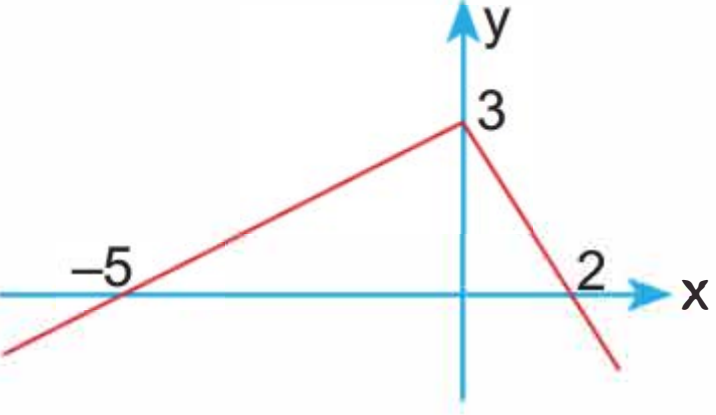
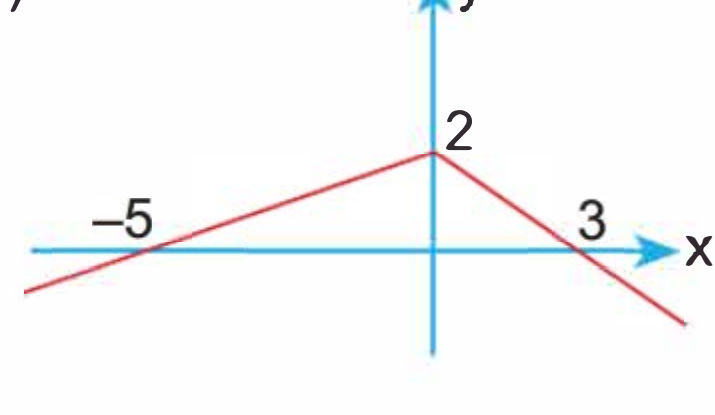
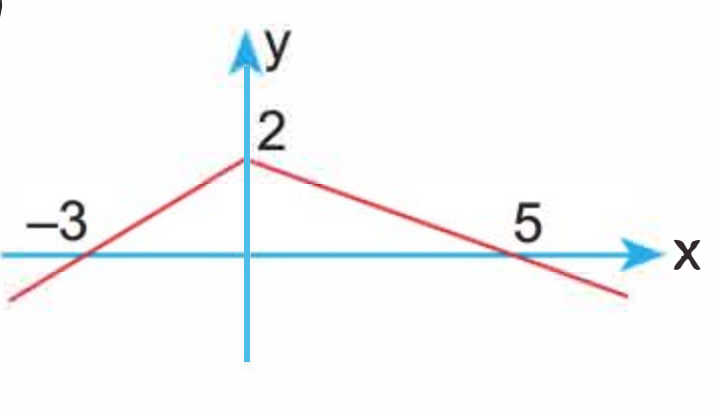
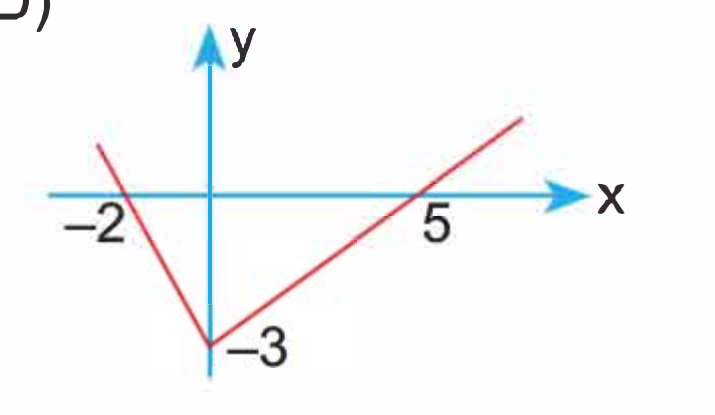
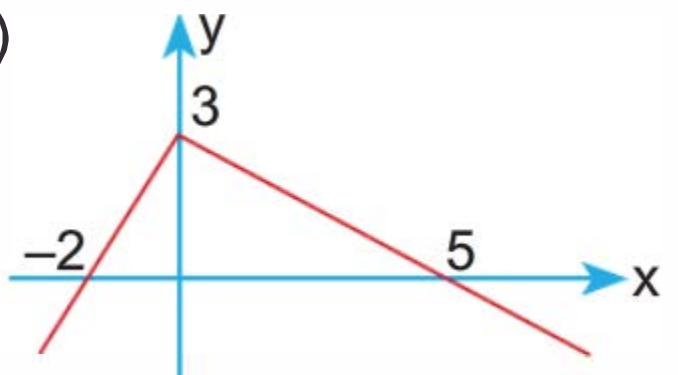
Şekildeki $y = f(x)$ fonksiyonunun orijine göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 

4.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $y = -f(-x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

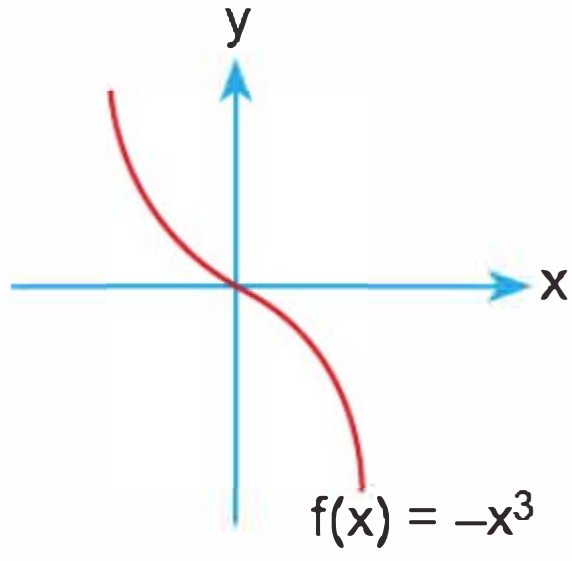
- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 



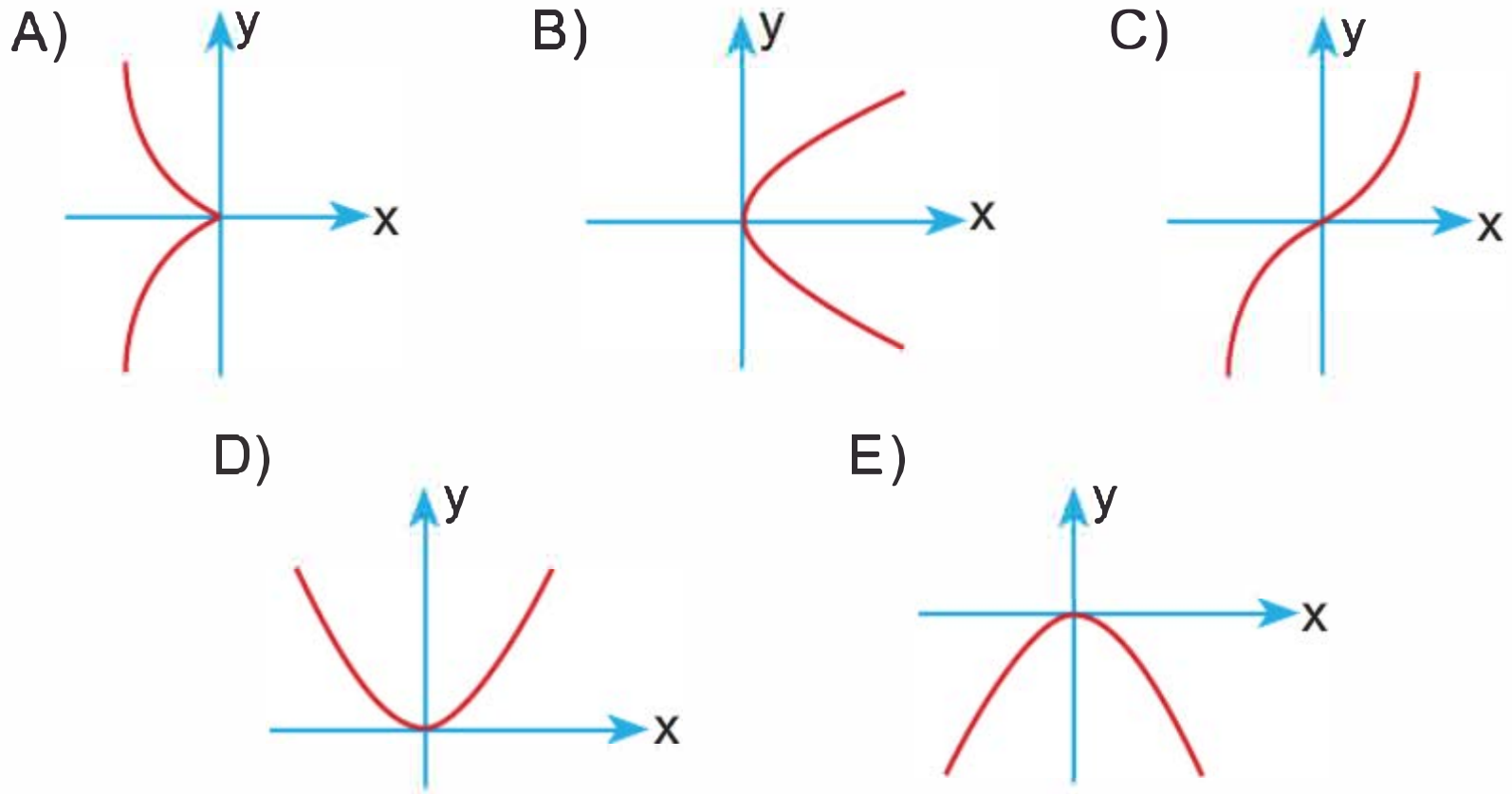


OB230A90

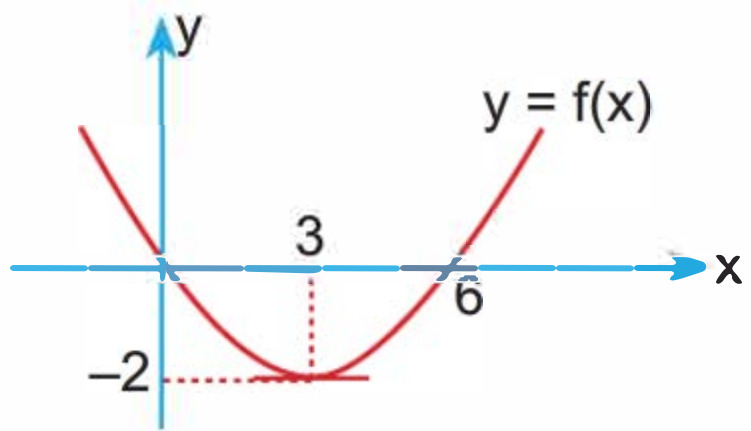
1.



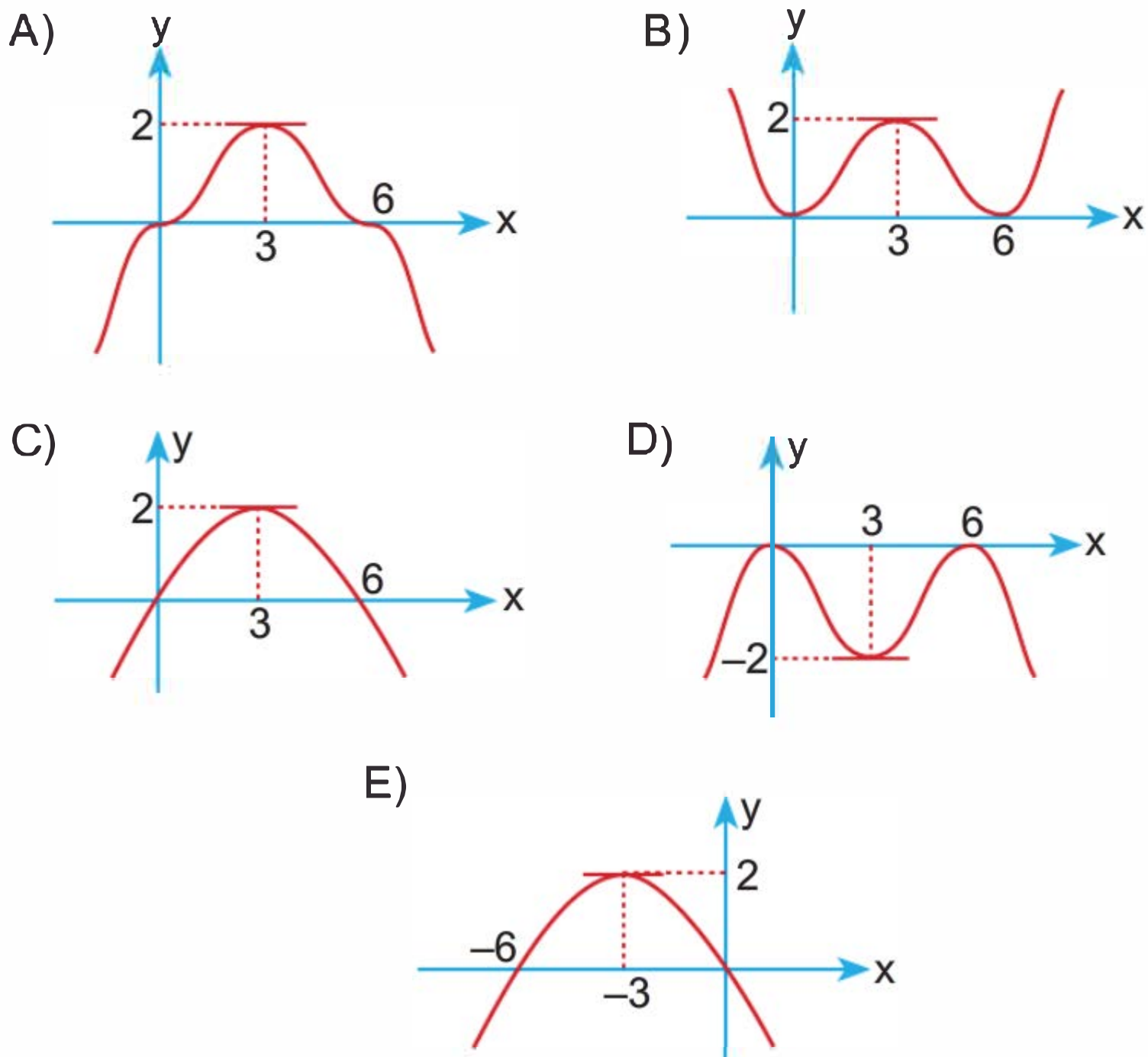
Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun y eksenine göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?



2.

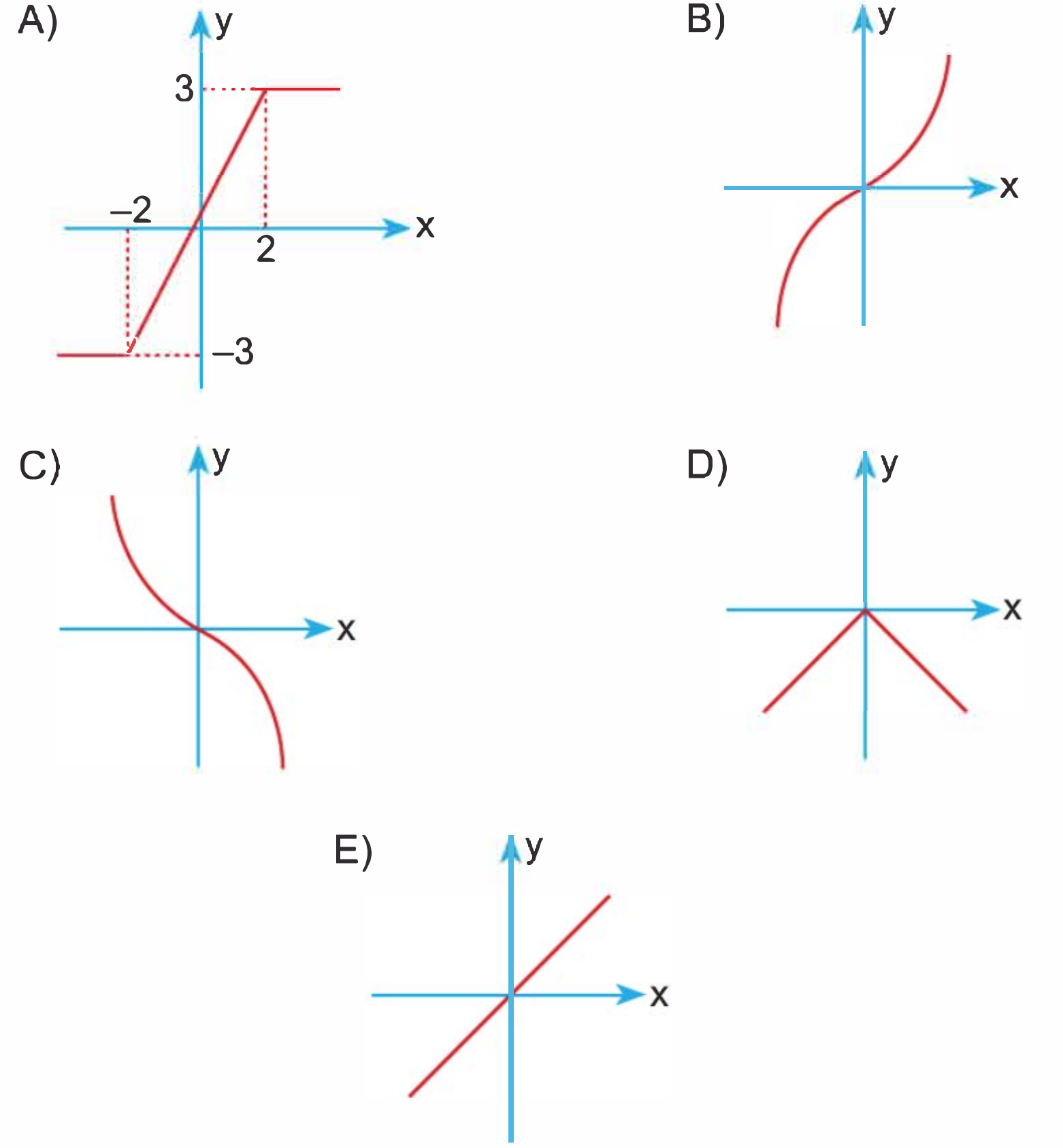


Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun x eksenine göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?



3.

$f(x) = f(-x)$ olduğuna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



4.

$f(x) = x^2 + 3$ fonksiyonunun grafiğinin x eksenine göre simetriği $g(x)$ tir. Buna göre, $g(-2)$ kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) 3 D) 5 E) 7

5.

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir. $f(x) = (a - 3)x^3 + (a + b)x^2 + (b - 1)x + b - 5$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 0 D) -4 E) -5

6.

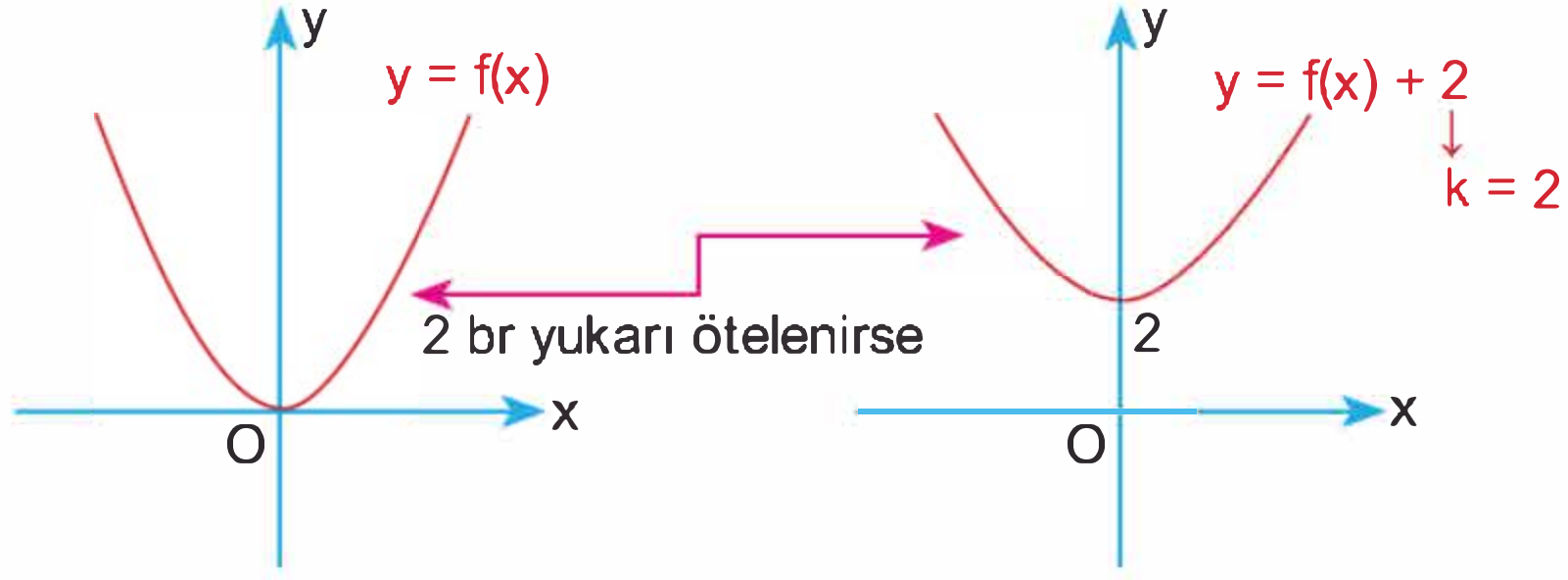
$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir. $f(x) - 5f(-x) = 3x^2 - 4$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) 0 E) -2

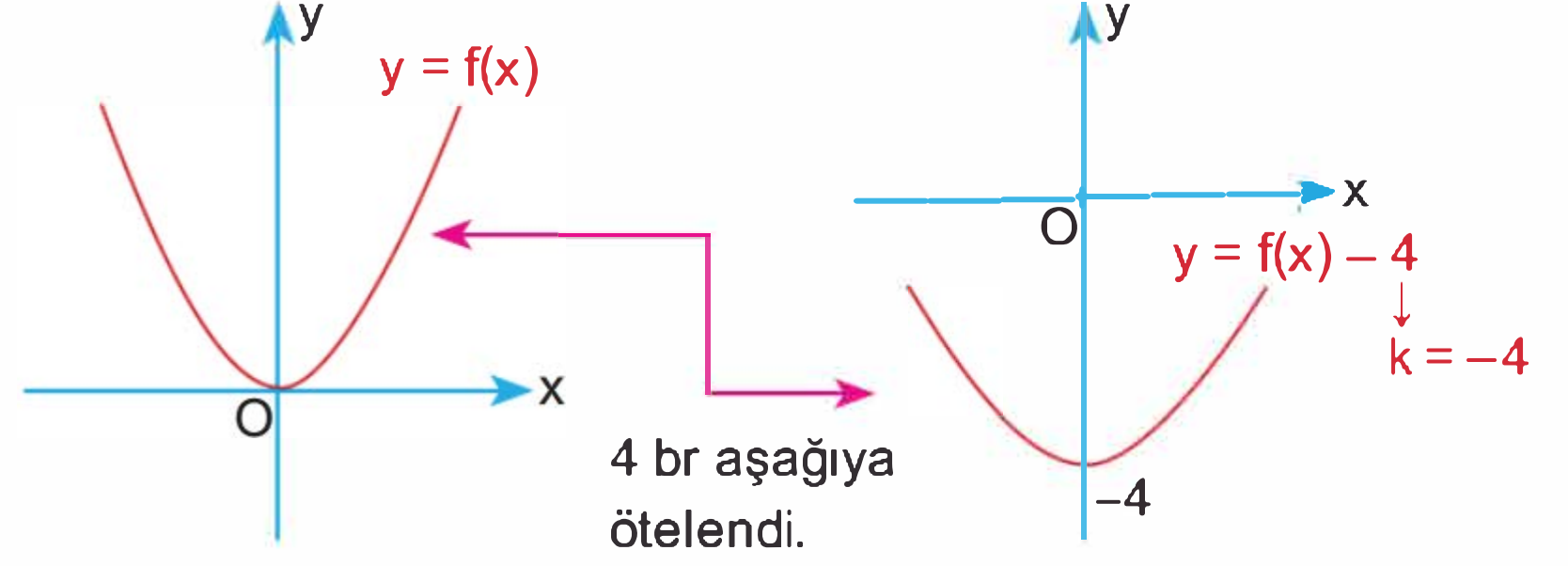
BİLGİ

5.1 - Grafiklerin y Ekseninde Ötelenmesi

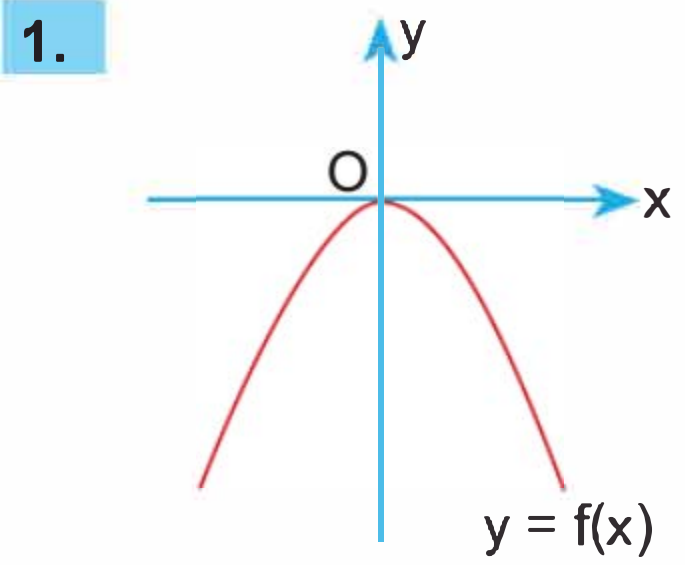
✓ $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği y ekseninde k birim yukarı ötelenirse $y = f(x) + k$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.



✓ $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği y ekseninde k birim aşağıya ötelenirse $y = f(x) - k$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

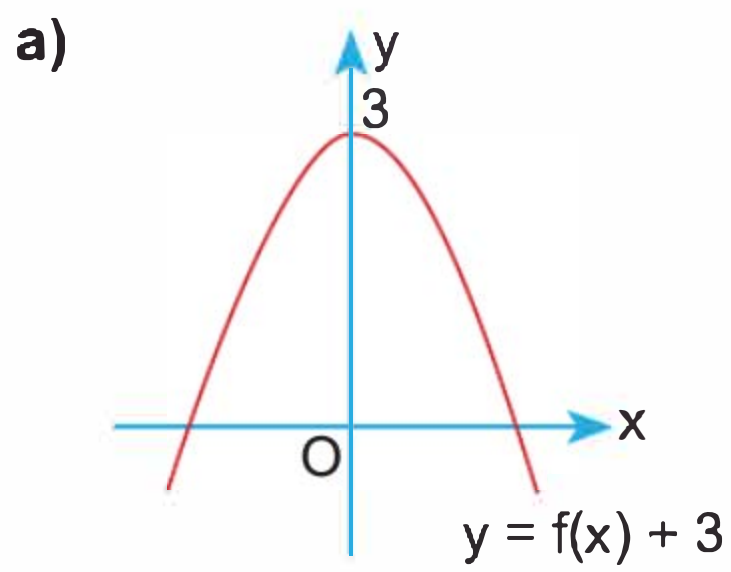


ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

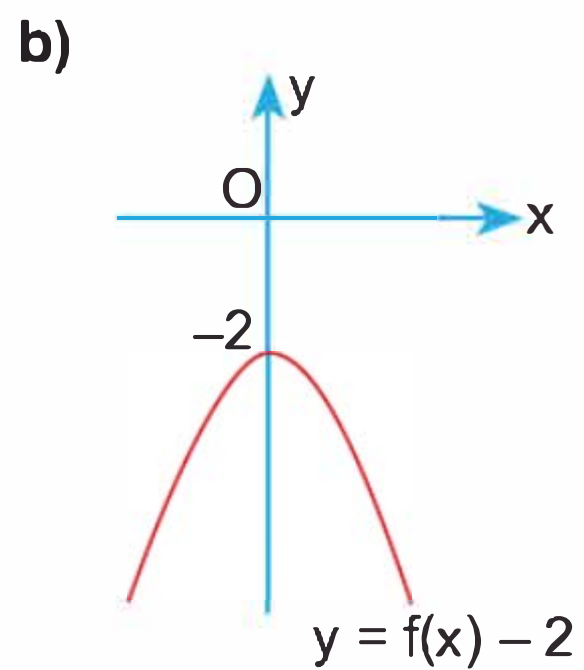


Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, a) $y = f(x) + 3$ b) $y = f(x) - 2$ fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

Çözüm:



$y = f(x) + 3 \rightarrow +3$
pozitif olduğundan ilk grafik 3 br yukarı ötelenmelidir.



$y = f(x) - 2 \rightarrow -2$
negatif olduğundan ilk grafik 2 br aşağıya ötelenmelidir.

2. $f(x) = x^3 + 4$ fonksiyonunun grafiği 2 br yukarı ötelendiğinde $g(x)$ fonksiyonu elde ediliyor. Buna göre, $g(-2)$ kaçtır?

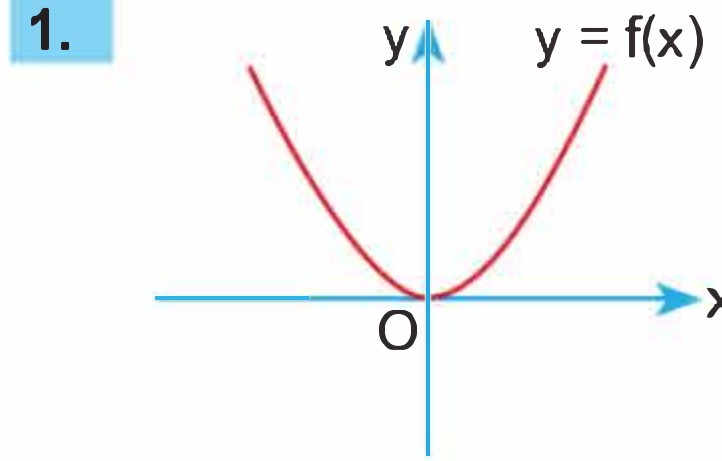
Çözüm:

$$g(x) = f(x) + 2 \text{ olmalıdır.}$$

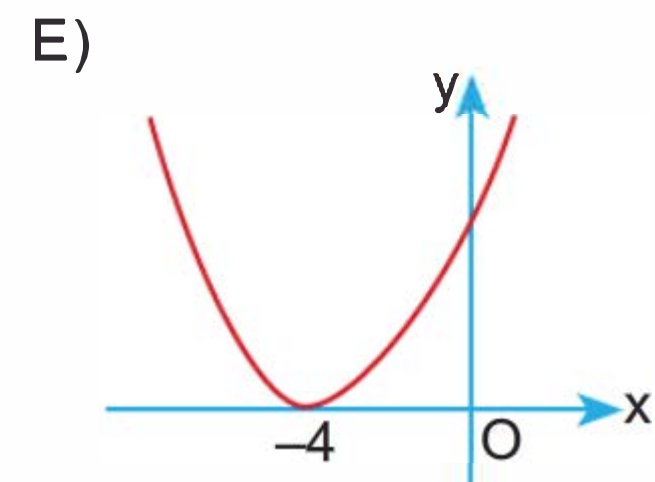
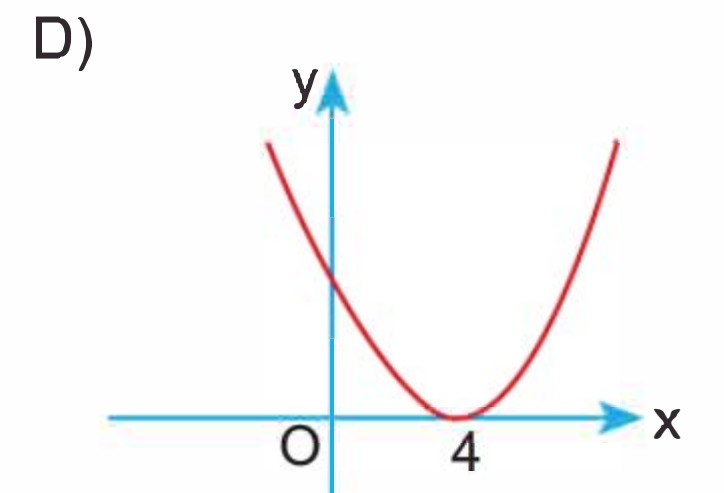
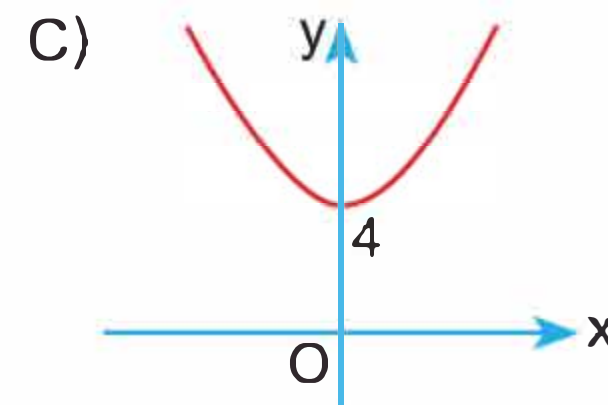
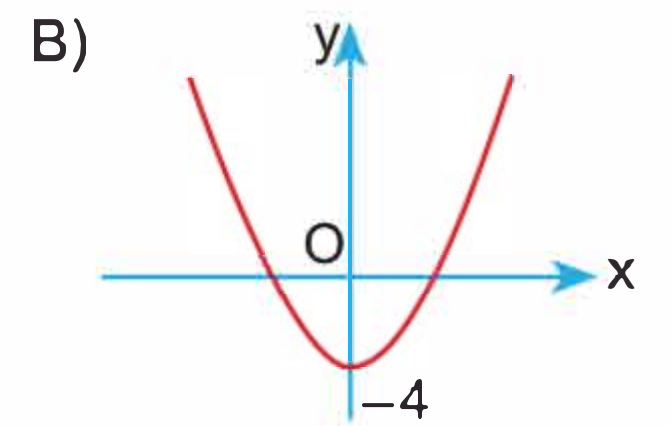
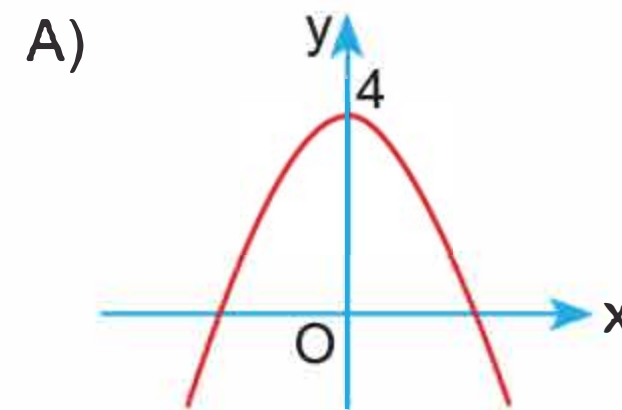
$$g(x) = x^3 + 4 + 2 \Rightarrow g(x) = x^3 + 6$$

$$x = -2 \rightarrow g(-2) = (-2)^3 + 6 = -8 + 6 = -2$$

ÖĞRENCİ SORULARI



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $y = f(x) + 4$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2. $f(x) = x^2 + 3x + 1$ fonksiyonunun grafiği 3 birim aşağıya ötelendiğinde $g(x)$ fonksiyonunun grafiği elde ediliyor. Buna göre, $g(3)$ kaçtır?

- A) 22 B) 21 C) 18 D) 17 E) 16

1-C

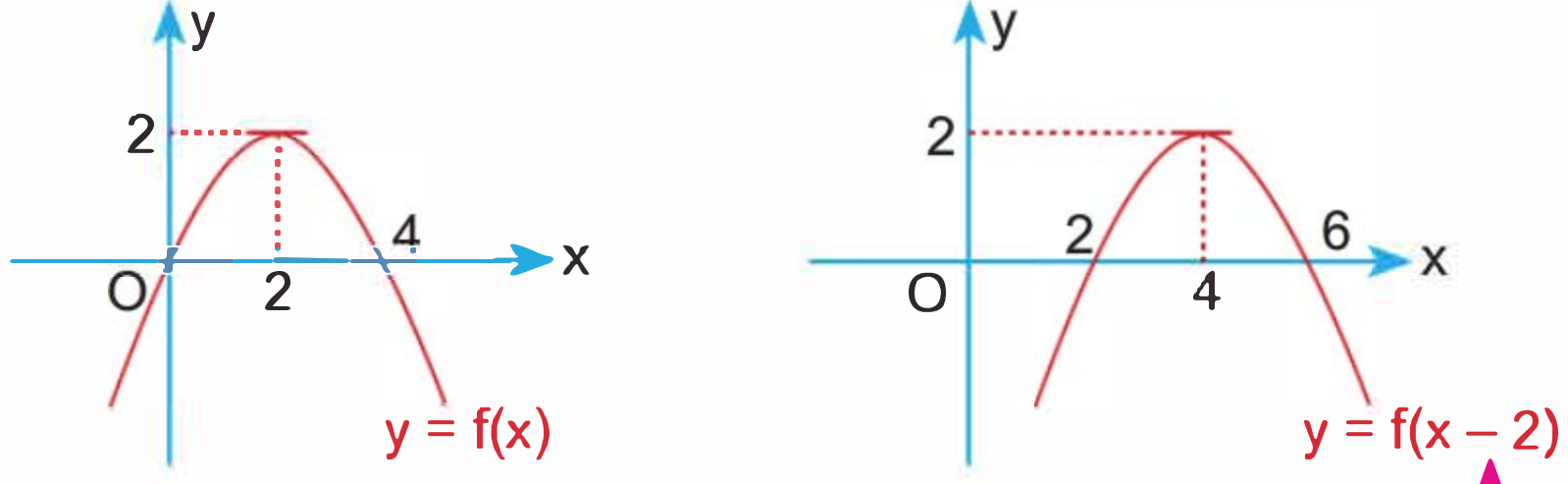
2-E



BİLGİ

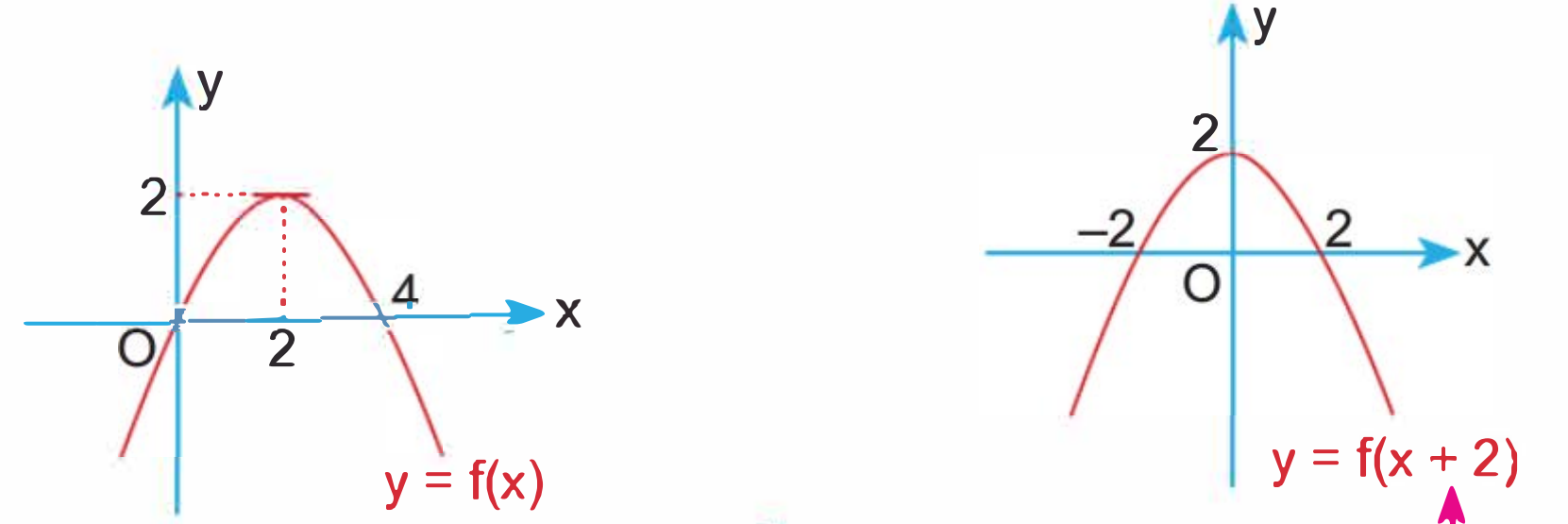
5.2 - Grafiklerin x Ekseninde Ötelenmesi

✓ $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği x ekseninde k birim sağa ötelenirse $y = f(x - k)$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.



- işareti olunca grafik sağa kayacak anlamına gelir.

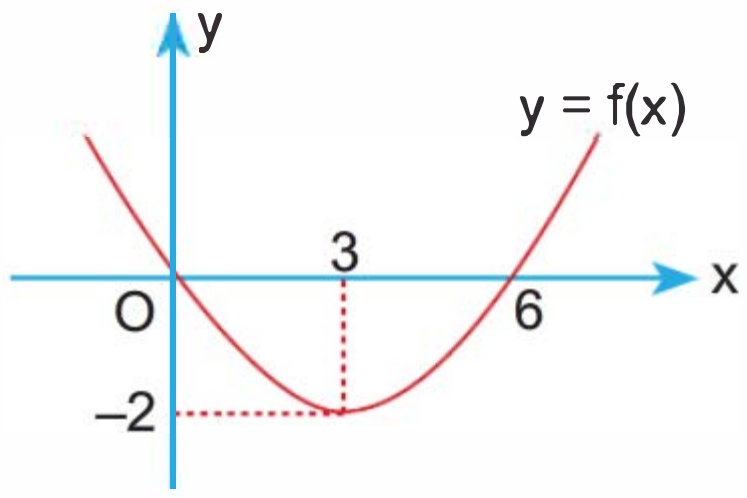
✓ $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği x ekseninde k birim sola ötelenirse $y = f(x + k)$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.



+ işareti olunca grafik sola kayacak anlamına gelir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1.



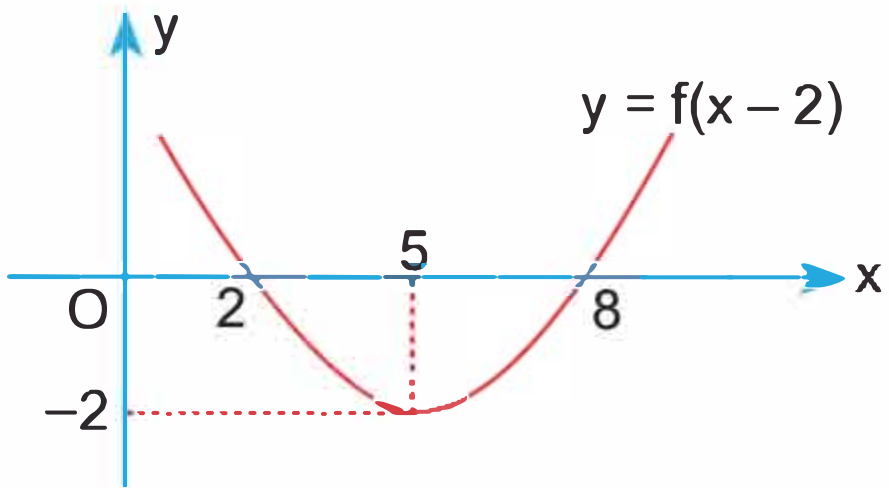
Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x - 2)$ ve $y = f(x + 1)$ fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

Çözüm:

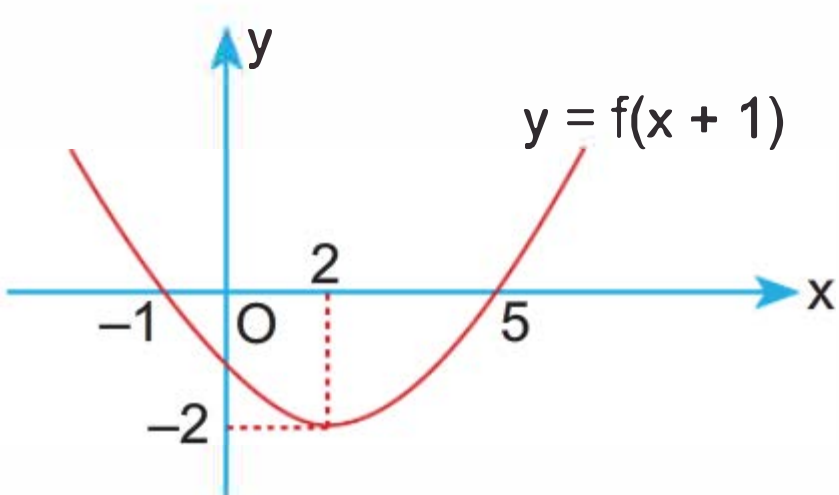
$$y = f(x - 2)$$

→ - olduğundan dolayı grafik 2 br sağa ötelenmelidir.



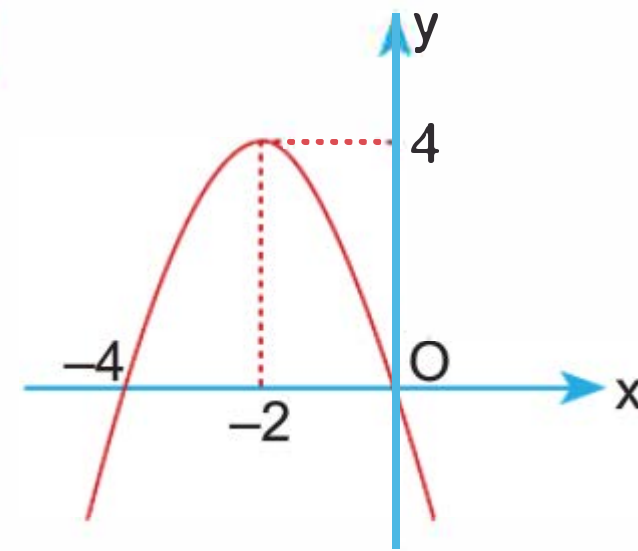
$$y = f(x + 1)$$

→ + olduğundan dolayı grafik 1 br sola ötelenmelidir.



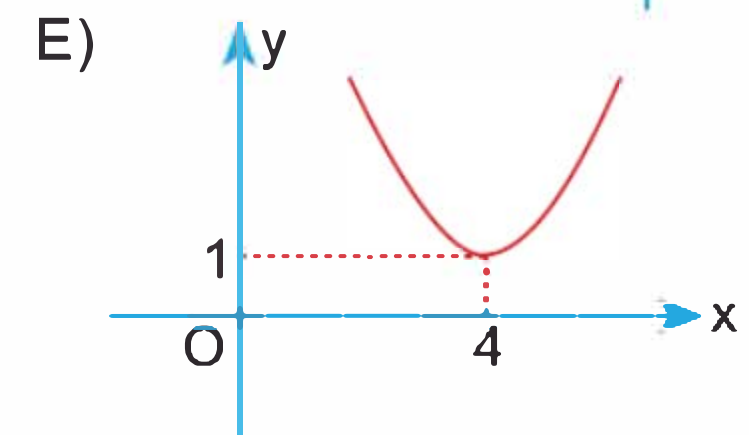
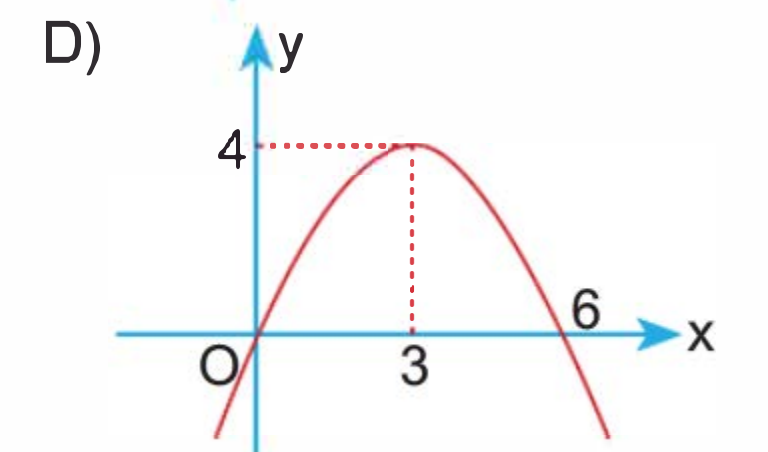
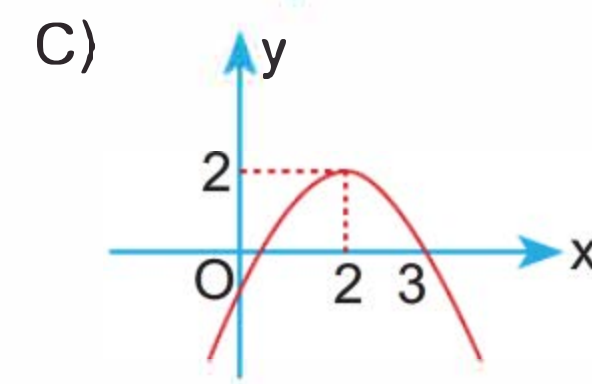
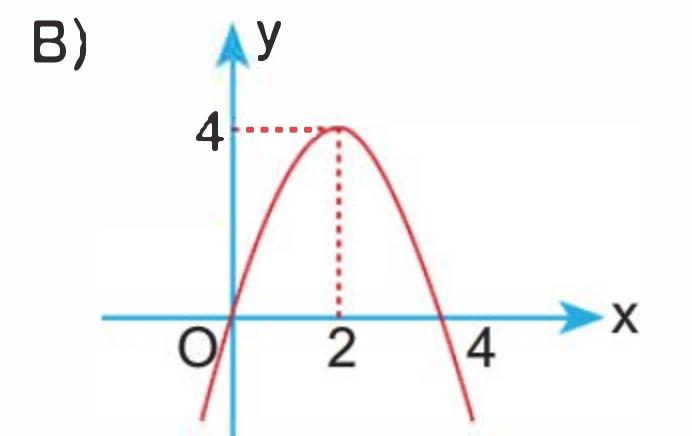
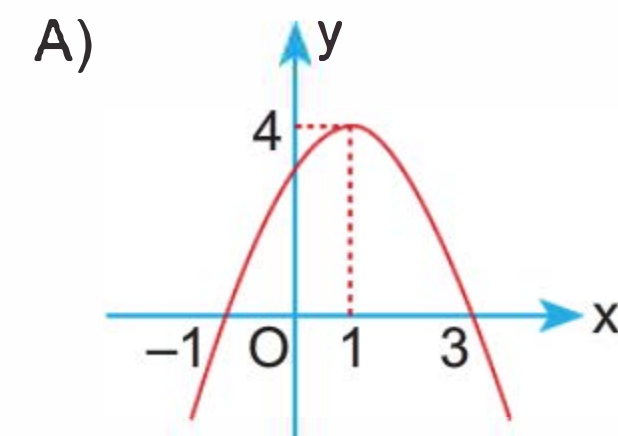
ÖĞRENCİ SORULARI

1.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x - 3)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2.

$$f(x) = 2x + 3$$

fonksiyonunun grafiği x ekseninde 4 birim sola ötelenerek $g(x)$ fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

Buna göre, $g(2)$ kaçtır? (Tüm x lere + 4 ekle!)

A) 1

B) 8

C) 12

D) 15

E) 18



BİLGİ

5.3 - Hem x Ekseninde, Hem y Ekseninde Ötelenme

✓ $y = f(x + a) + b$ ($a > 0, b > 0$)
 → y ekseninde b br yukarıya
 → x ekseninde a br sola ötelenmeli

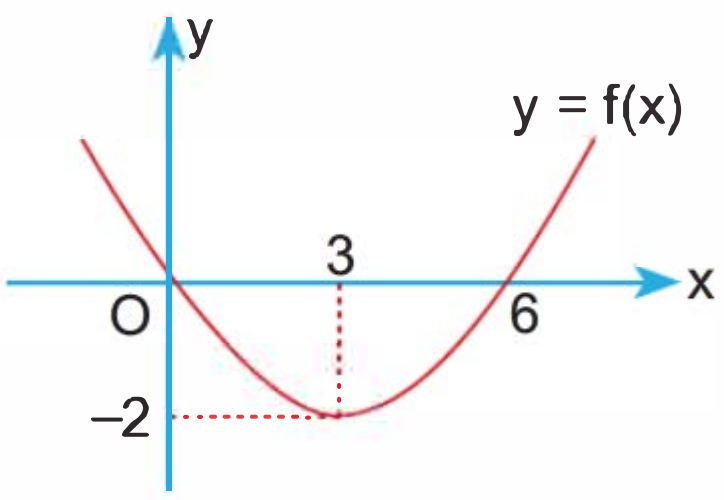
✓ $y = f(x + a) - b$
 → y ekseninde b br aşağıya
 → x ekseninde a br sola ötelenmeli

✓ $y = f(x - a) - b$
 → y ekseninde b br aşağıya
 → x ekseninde a br sağa ötelenmeli

✓ $y = f(x - a) + b$
 → y ekseninde b br yukarıya
 → x ekseninde a br sağa ötelenmeli

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

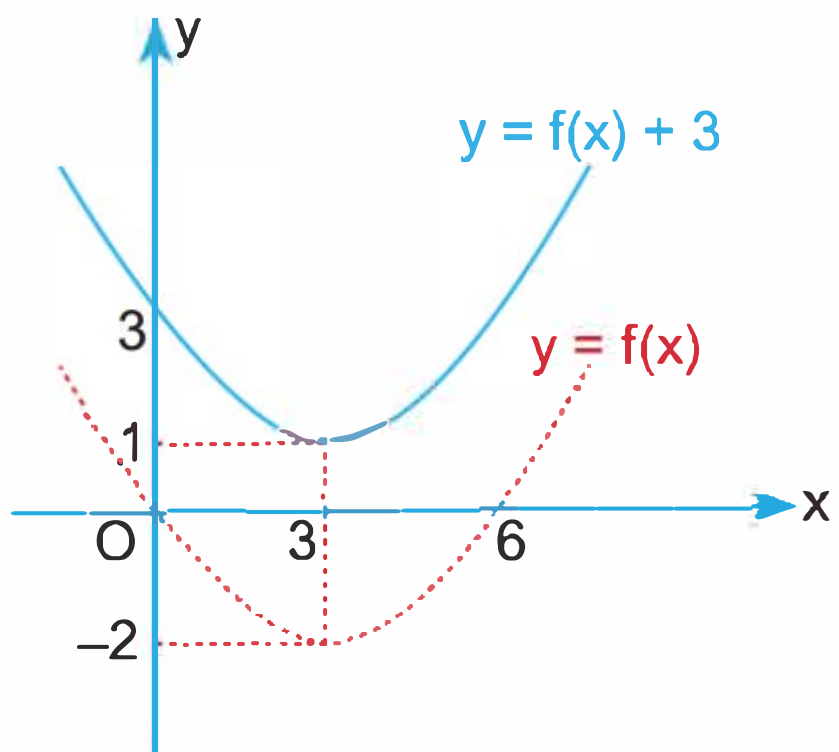
Buna göre, $y = f(x - 2) + 3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm:

I. Aşama

$y = f(x - 2) + 3$

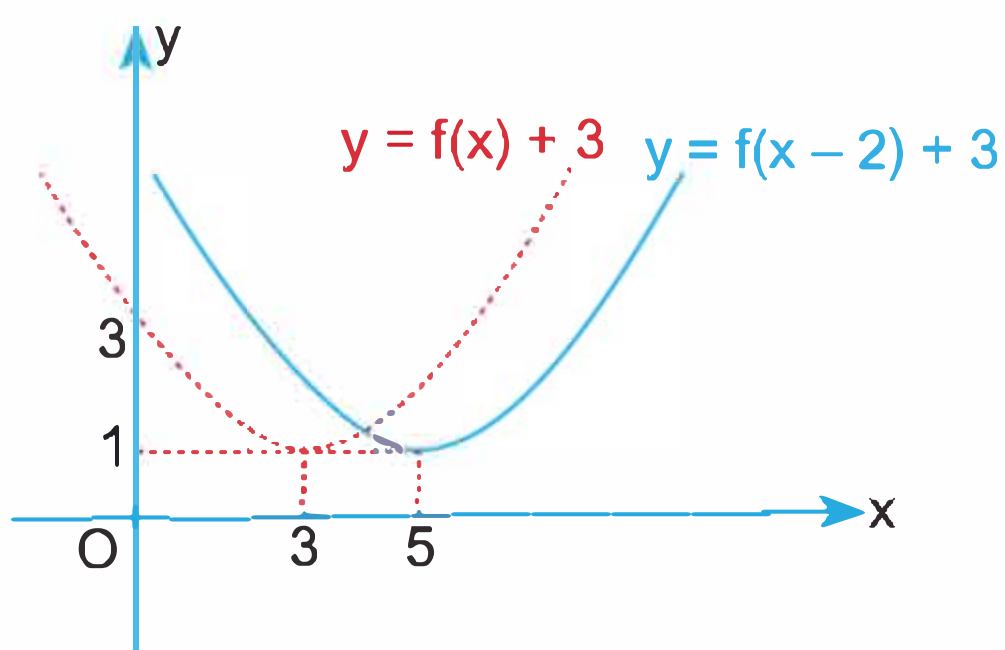
→ Grafik önce y ekseninde 3 br yukarıya ötelenmelidir.



II. Aşama

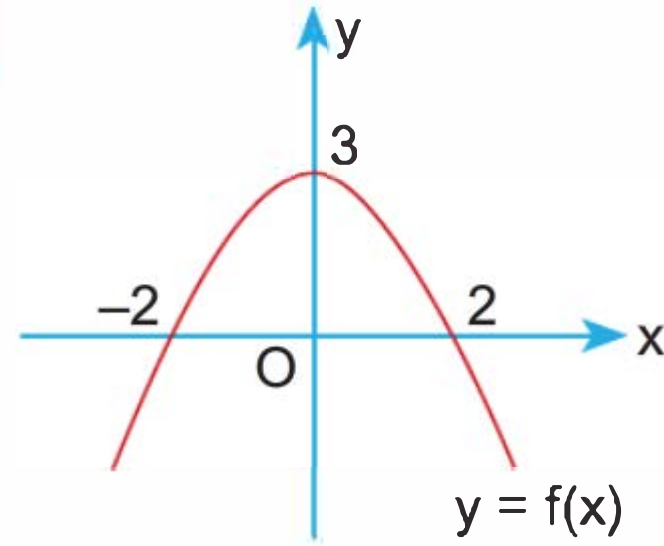
$y = f(x - 2) + 3$

→ Grafik şimdi de x ekseninde 2 br sağa ötelenmelidir.



ÖĞRENCİ SORULARI

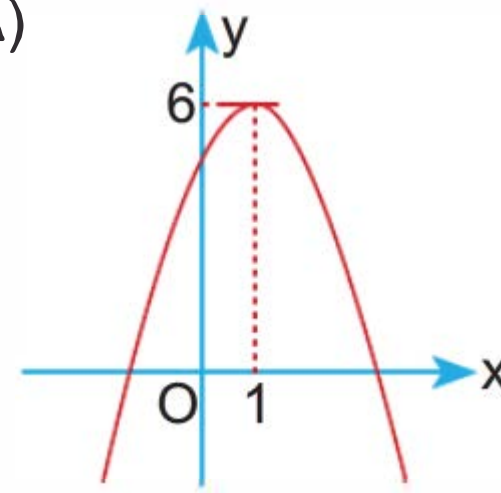
1.



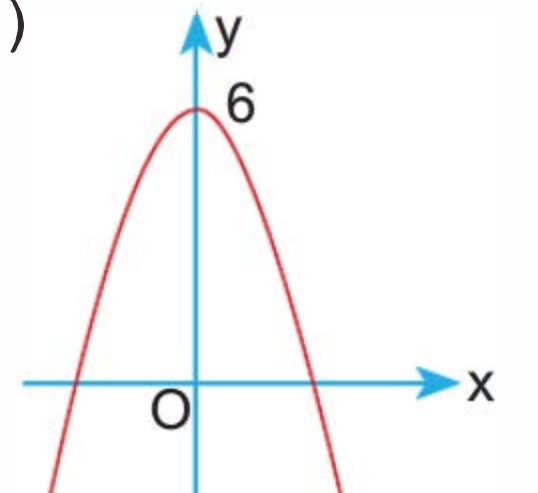
Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x - 1) - 3$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

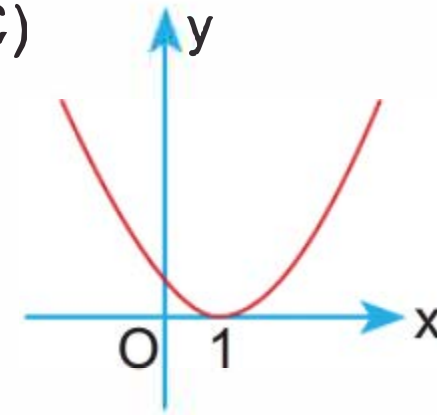
A)



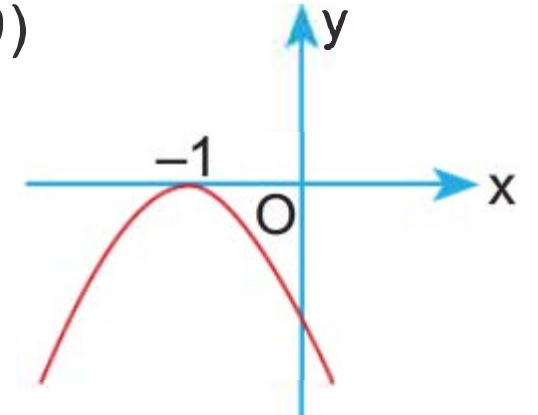
B)



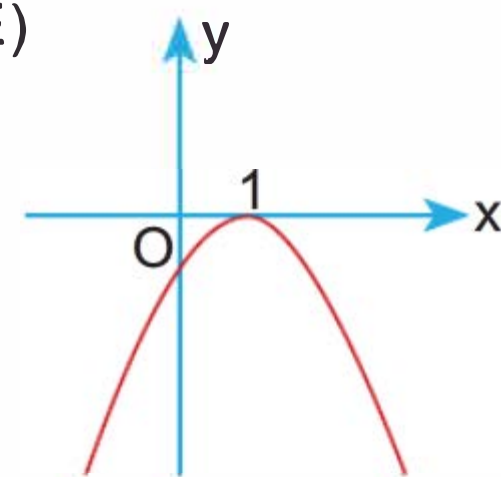
C)



D)



E)



2.

$y = f(x) = 3x - 1$

fonksiyonunun grafiği y ekseninde 5 br yukarıya, x ekseninde 3 br sola ötelenecek g(x) fonksiyonu elde ediliyor.

Buna göre, g(1) kaçtır?

A) -12

B) -2

C) 2

D) 6

E) 16

1-E

2-E



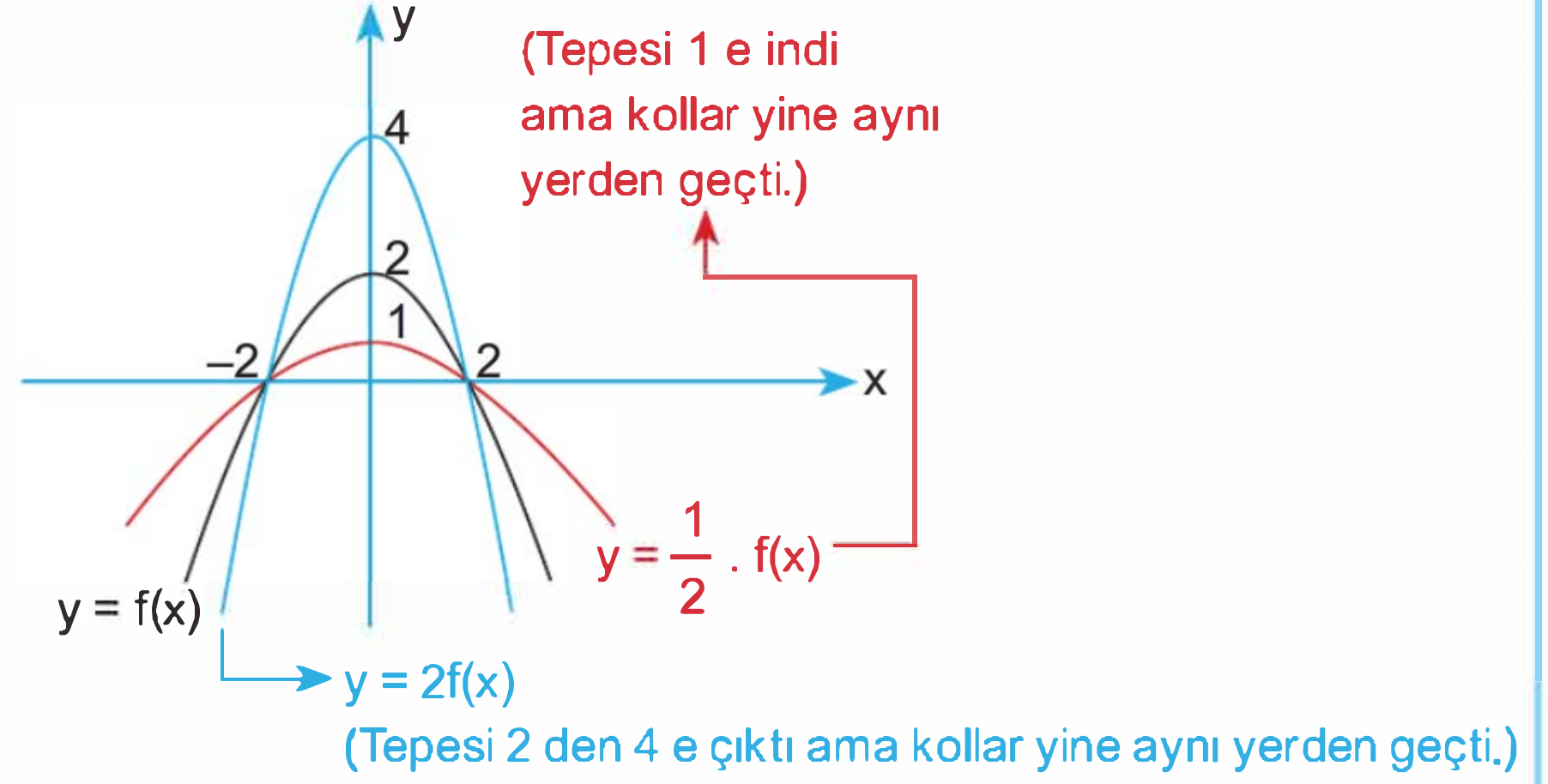
BİLGİ

5.4 - $y = f(x)$ in Grafiğinden $y = k \cdot f(x)$ in Grafiğinin Elde Edilişi

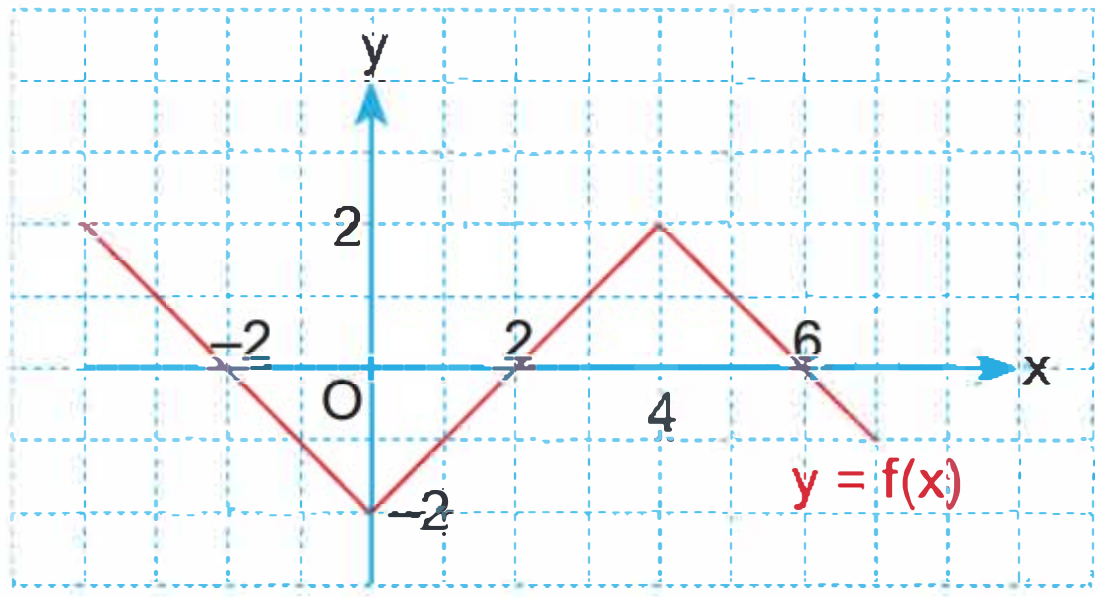
$k > 0$ olmak üzere,

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinden yola çıkarak $y = k \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizebilmek için önce k nin büyüklüğüne bakmalısın.

- I. $k > 1$ ise $f(x)$ in grafiği k kat düşey uzama yapar.
- II. $0 < k < 1$ ise $f(x)$ in grafiği k kat düşey kısalma yapar.
- III. k ne olursa olsun $f(x)$ in yatay ekseninde aldığı değerler hiç değişmez unutma!



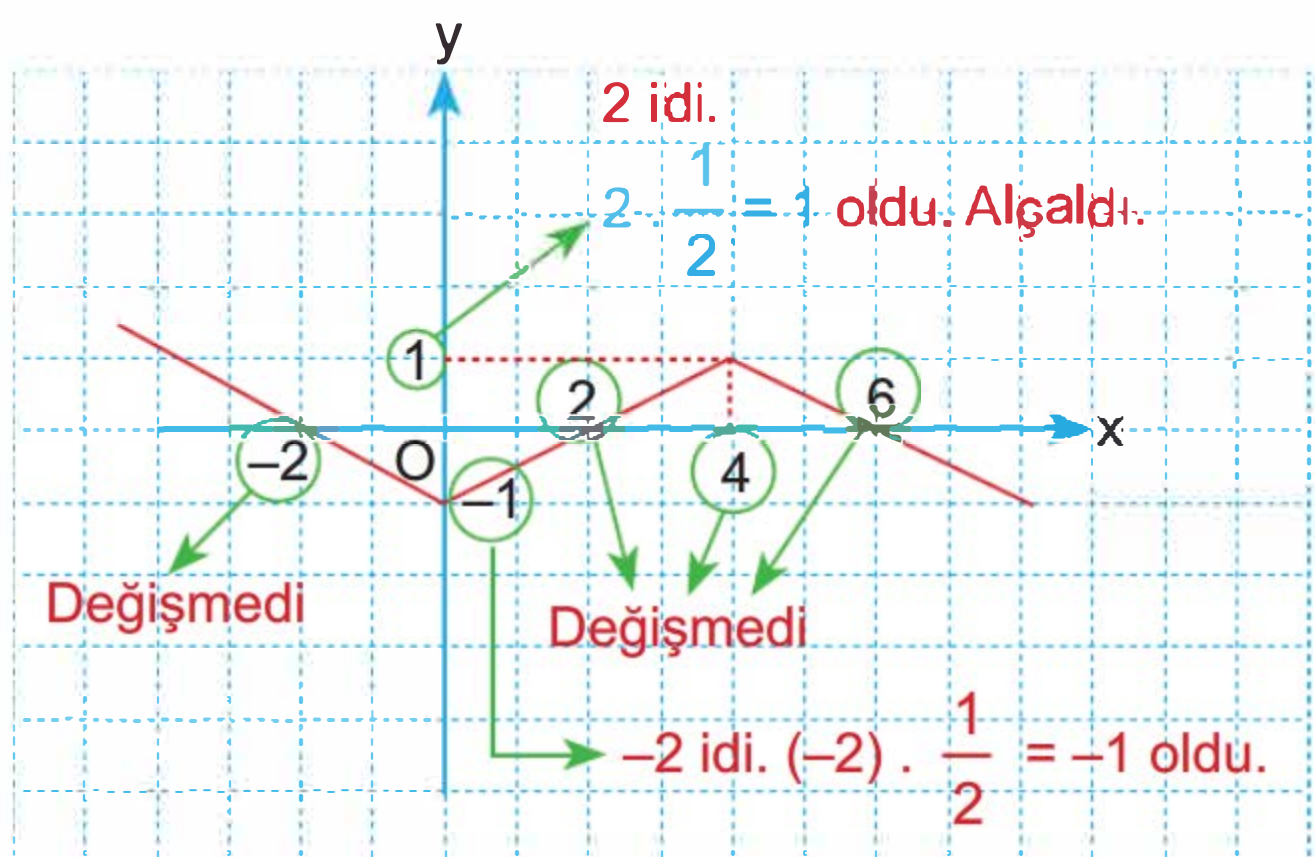
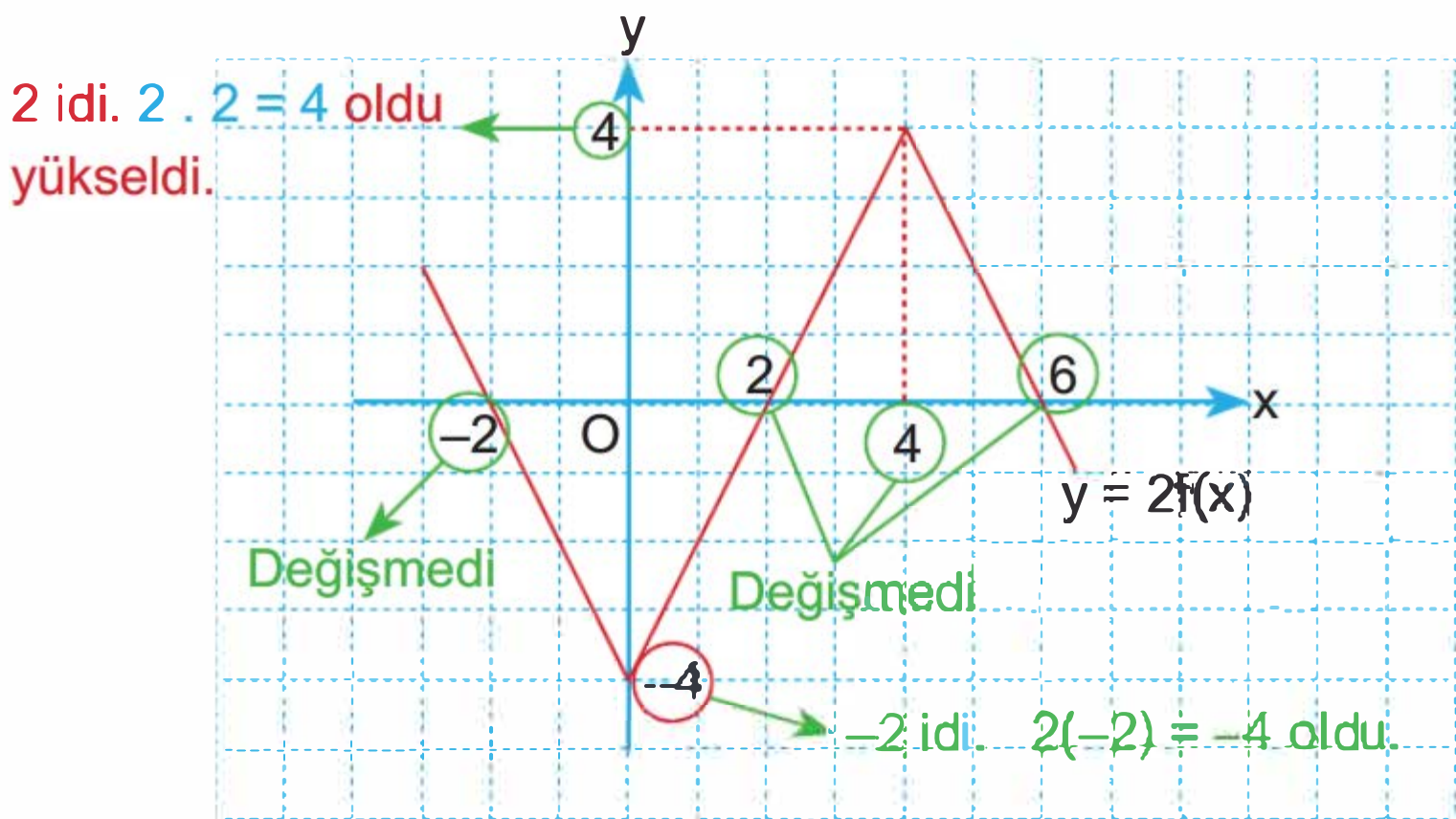
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



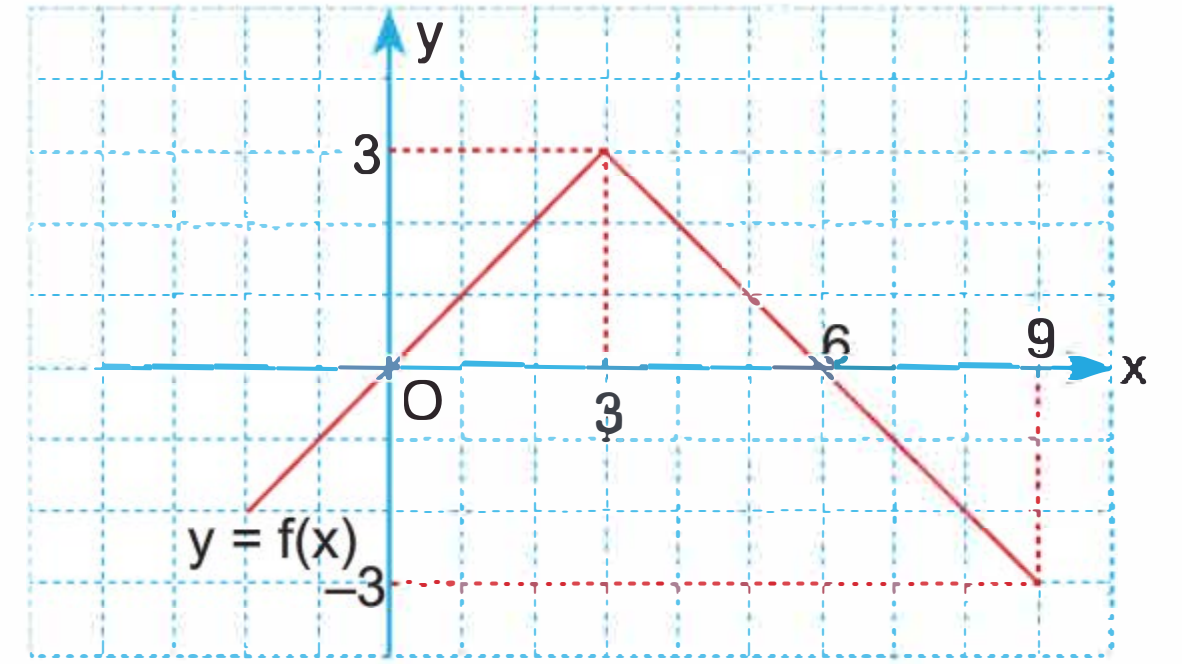
Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunu kullanarak $y = 2f(x)$ ve $y = \frac{1}{2} f(x)$ fonksiyonlarının grafiklerini çizin.

Çözüm:

Yukarıdaki grafik x eksenini -2 , 2 ve 6 da kestiğinden diğer grafiklerde de yine aynı yerden x eksenini kesecek. Boyu ilk grafikte 2 kat uzayacak. 2 . grafikte ise yarıya düşecek. Hepsi bu kadar...



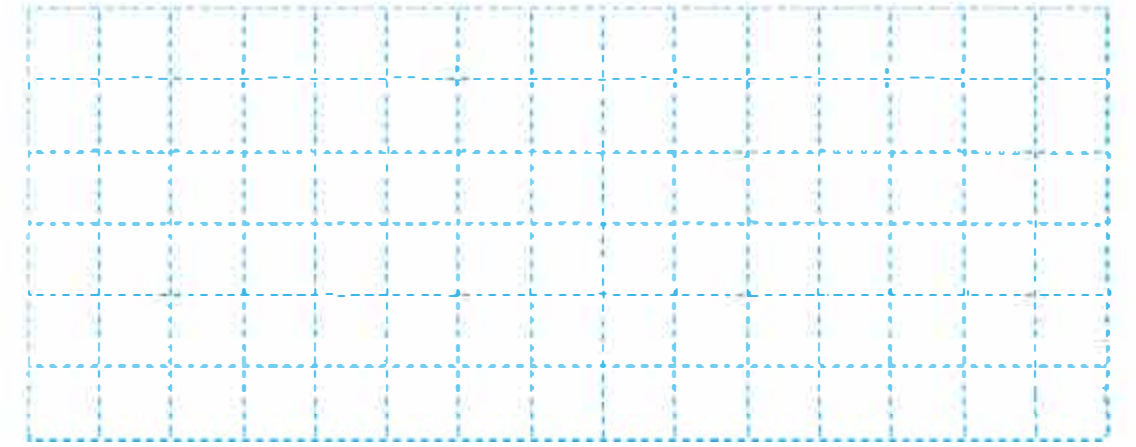
ÖĞRENCİ SORULARI



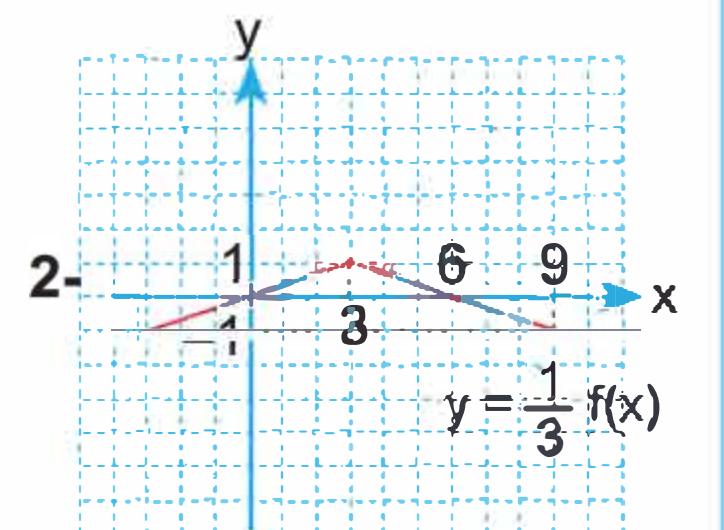
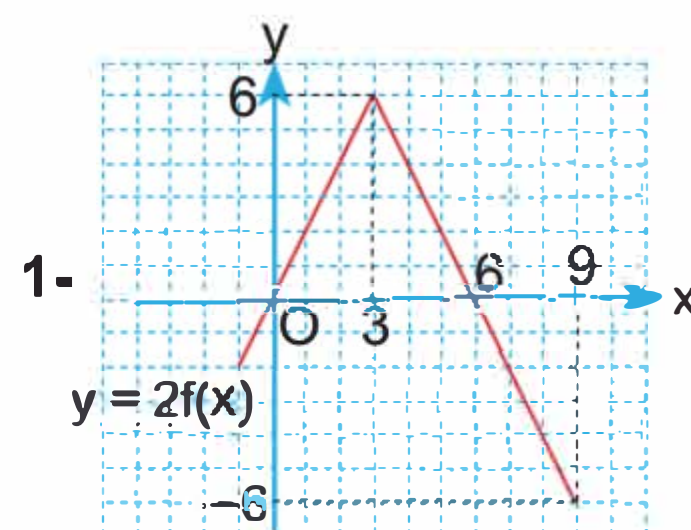
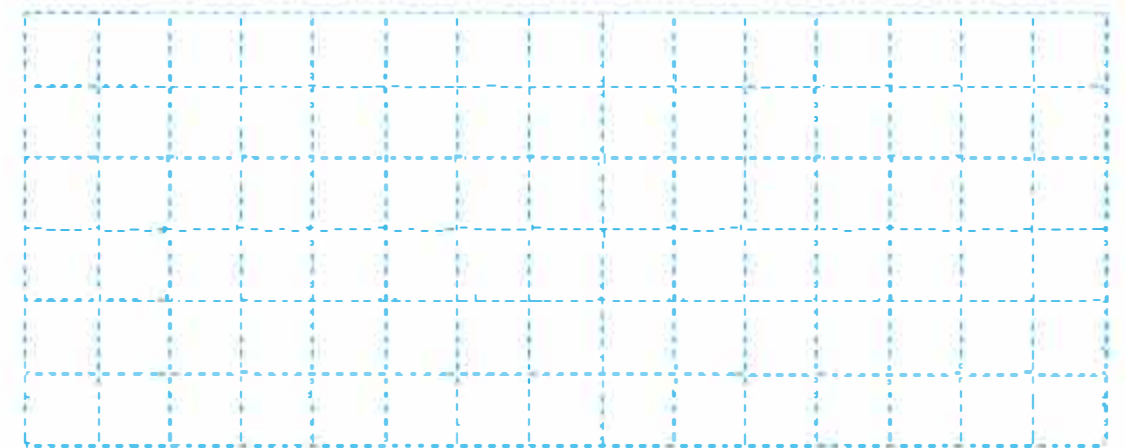
Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

1. ve 2. soruları yukarıdaki grafiğe göre çözüünüz.

1. $y = 2f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizin.



2. $y = \frac{1}{3} \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizin.





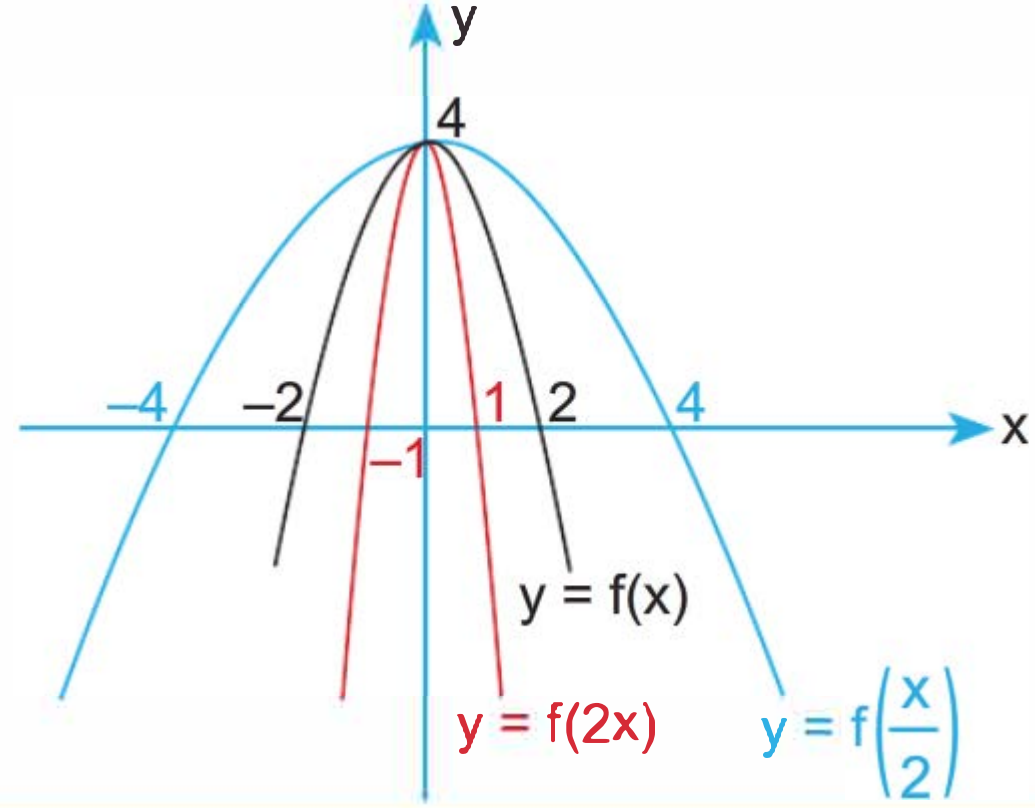
BİLGİ

5.5 - $y = f(x)$ in Grafiğinden $y = f(kx)$ in Grafiğinin Elde Edilişi

$k > 0$ olmak üzere,

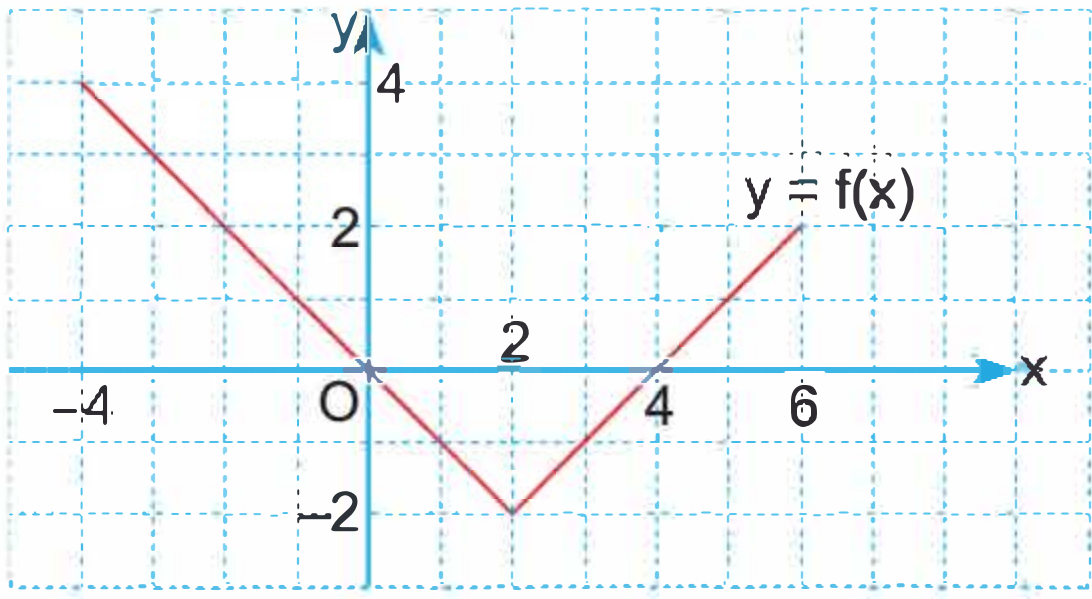
$y = f(x)$ in grafiğinden yola çıkarak $y = f(k \cdot x)$ fonksiyonunun grafiğini çizebilmek için önce k nin büyüklüğüne bakacaksınız.

- I. $k > 1$ ise $f(x)$ in grafiği k kat yatay daralma yapar.
- II. $0 < k < 1$ ise $f(x)$ in grafiği k kat yatay genişleme yapar.
- III. k ne olursa olsun $f(x)$ in düşey ekseninde aldığı değerler hiç değişmez unutma!...



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1.

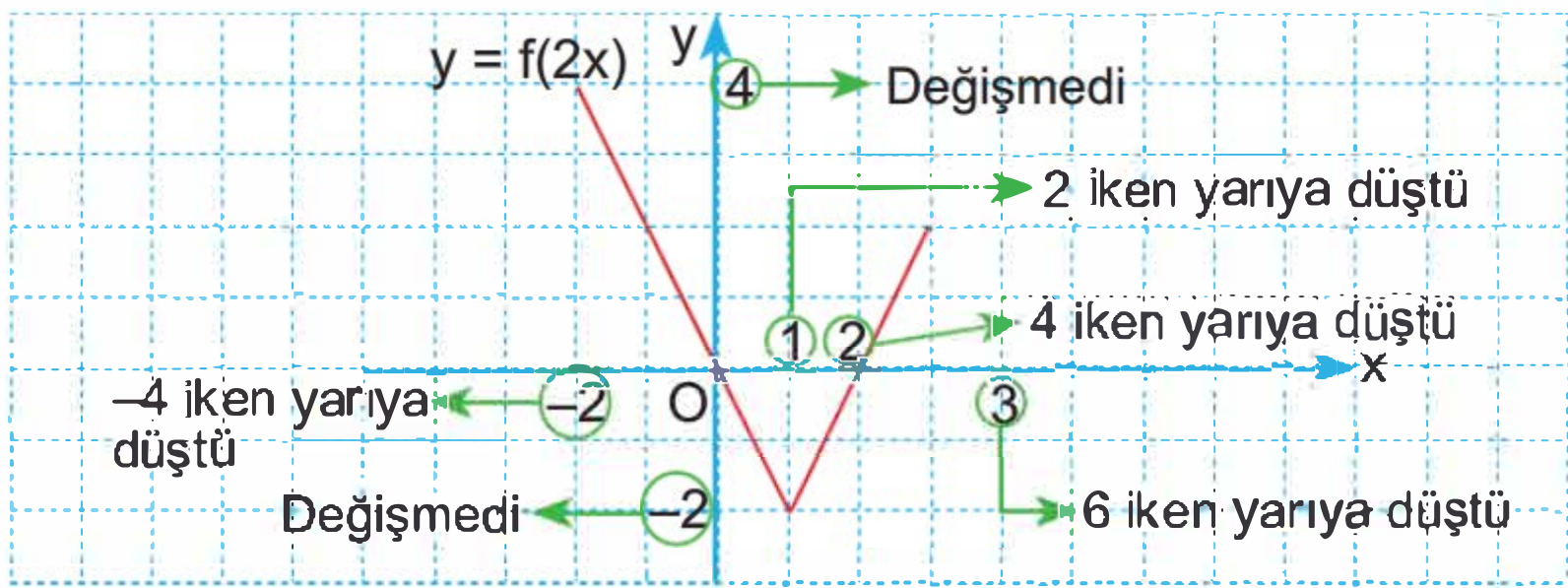


Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunu kullanarak, $y = f(2x)$ ve $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

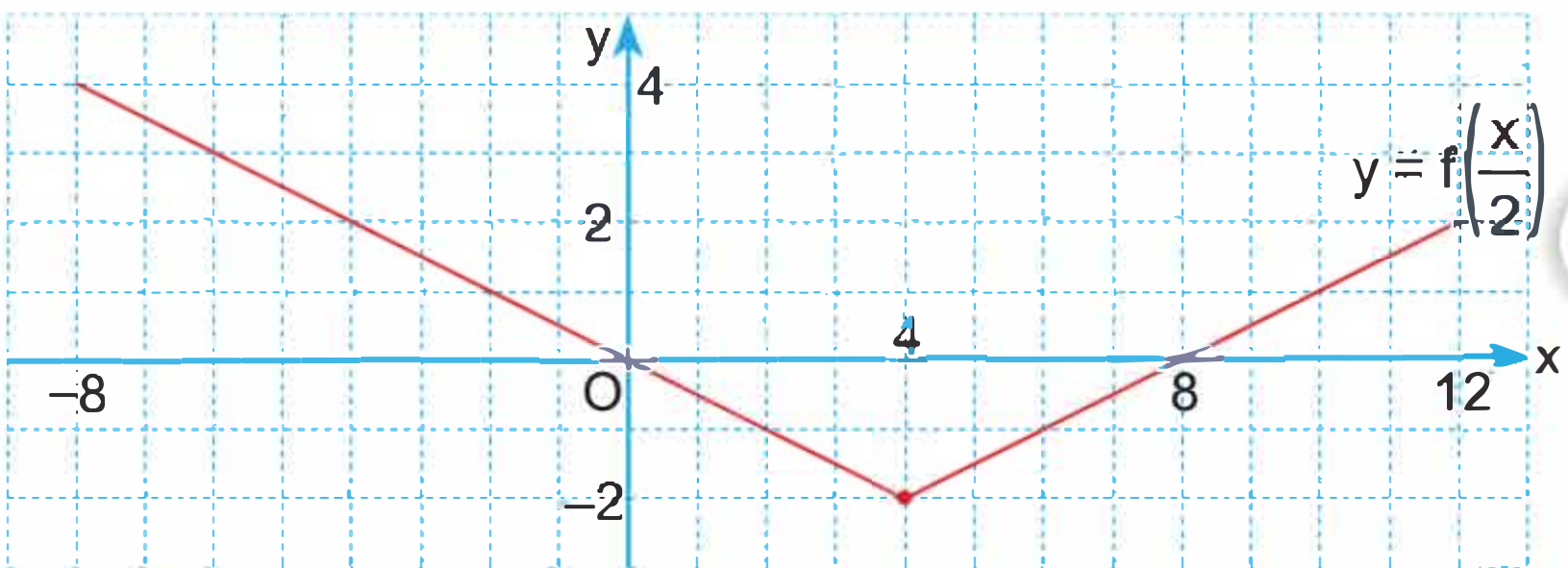
Çözüm:

Şimdi de yukarıdaki grafiğin boyuna dokunmayacağız. Sadece sağa ve sola doğru yayma ya da daraltma yapacağız.

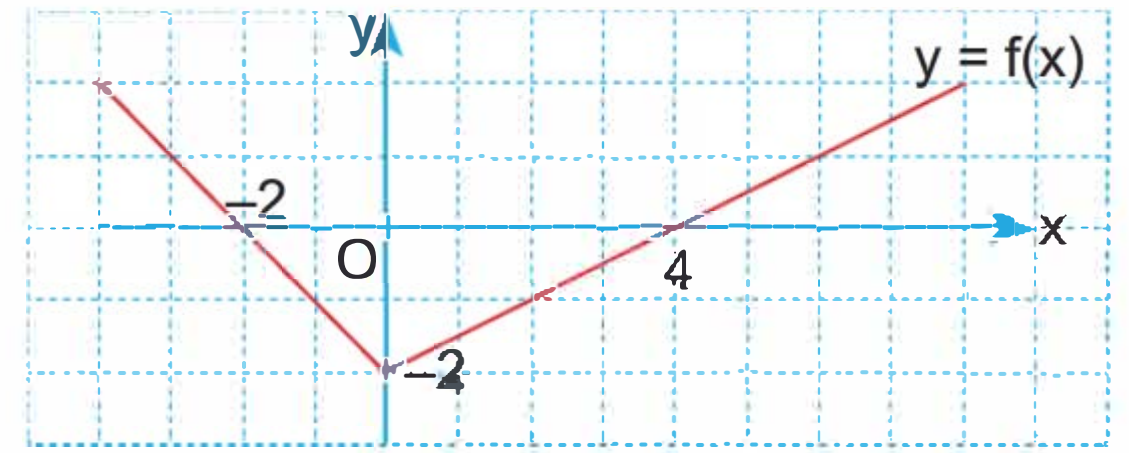
$y = f(2x)$ de $k = 2 > 1$ olduğundan $f(x)$ in grafiği yatay ekseninde yarısı kadar daralma yapacak.



$y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ de $k = \frac{1}{2}$ ve $0 < \frac{1}{2} < 1$ olduğundan $f(x)$ in grafiği yatay ekseninde 2 katı kadar genişleme yapacak.



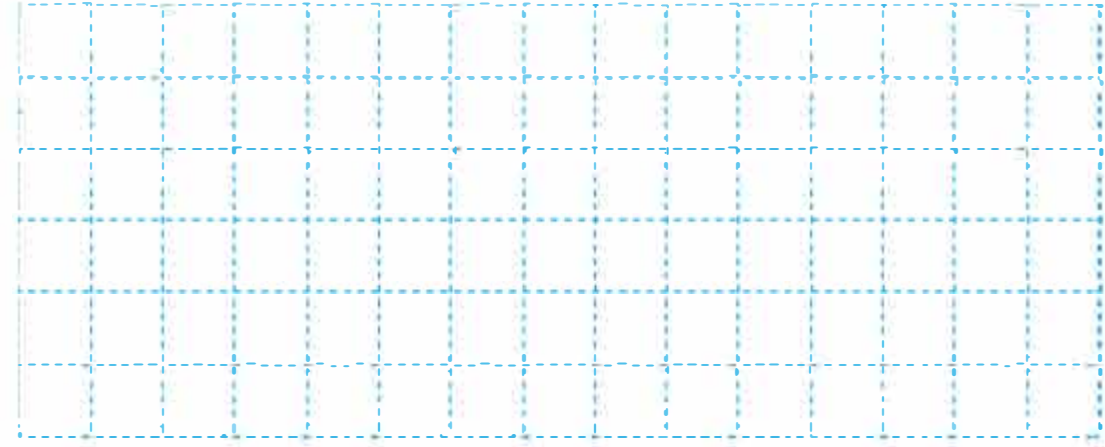
ÖĞRENCİ SORULARI



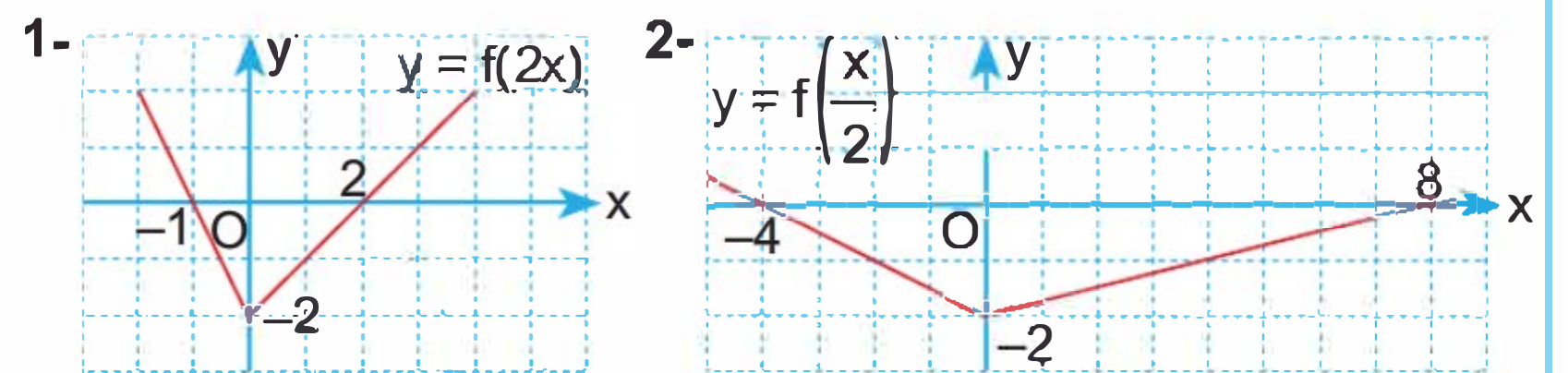
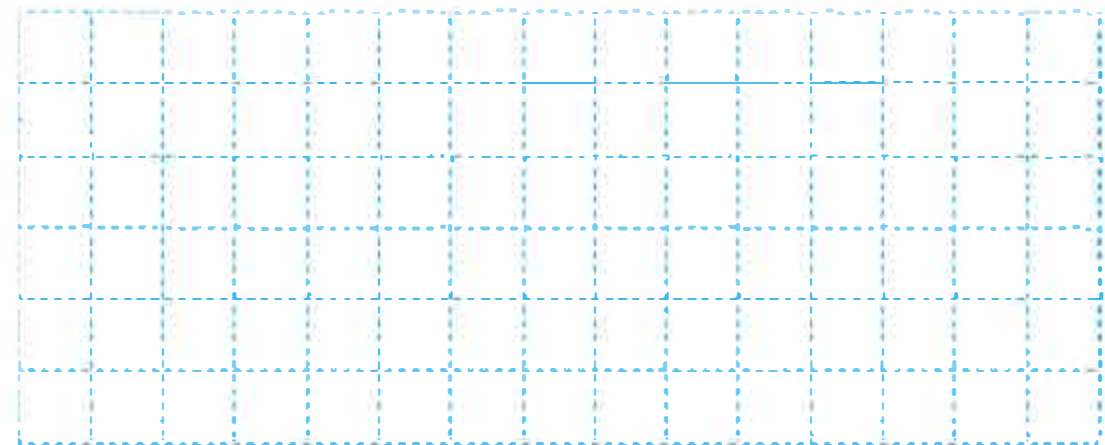
Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

1. ve 2. soruları yukarıdaki grafiğe göre çözünüz.

1. $y = f(2x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



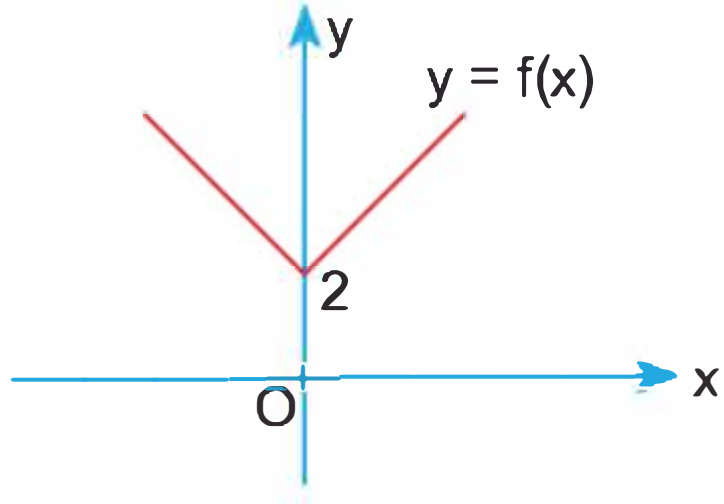
2. $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.





OB780F3A

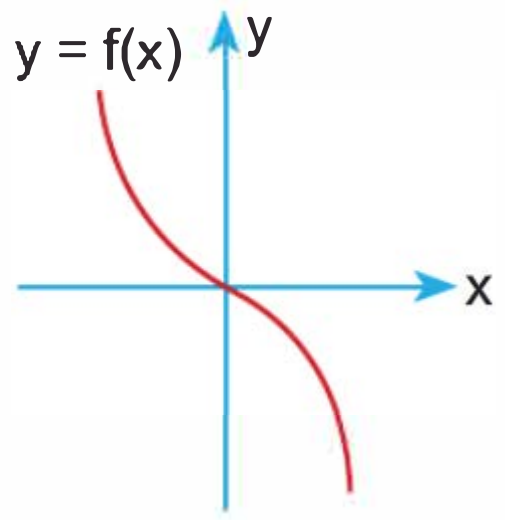
1.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $y = f(x)$ fonksiyonu x ekseninde 4 birim sola, y ekseninde 2 br aşağıya ötelenirse oluşan fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

2.

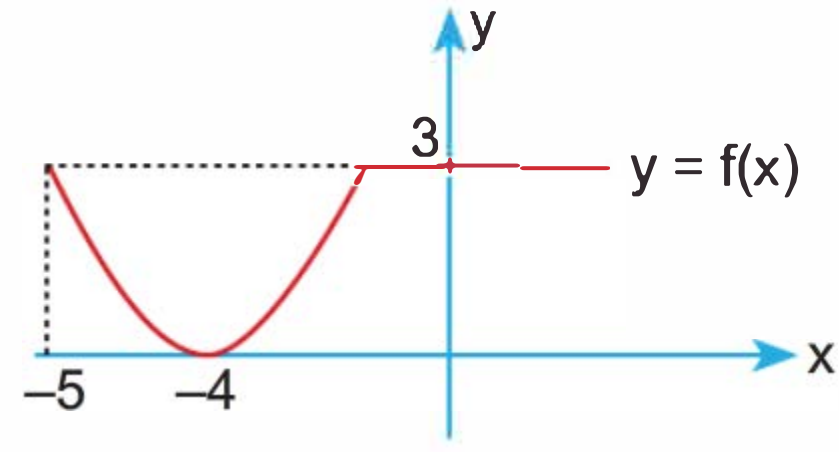


Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x) + 2$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

3.

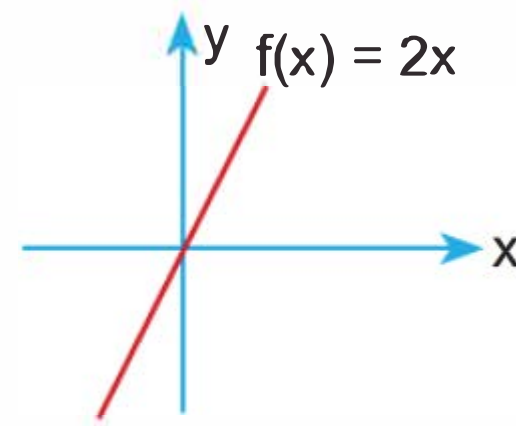


Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x - 5)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

4.



Şekilde $f(x) = 2x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f\left(\frac{x}{4}\right)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)



OB2608B1

TEST 2

1. $f(x) = x^2$ fonksiyonunun grafiği
- önce 2 br sağa
 - sonra 1 br aşağıya
- öteleniyor.

Buna göre, son durumda elde edilen grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olur?

- A) $f(x) = (x + 2)^2 + 1$ B) $f(x) = (x - 2)^2 + 1$
 C) $f(x) = (x + 2)^2 - 1$ D) $f(x) = (x - 2)^2 - 1$
 E) $f(x) = (x - 1)^2 - 2$



Şekildeki $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği 4 br aşağıya ötelendiğinde aşağıdaki grafiklerden hangisi elde edilir?

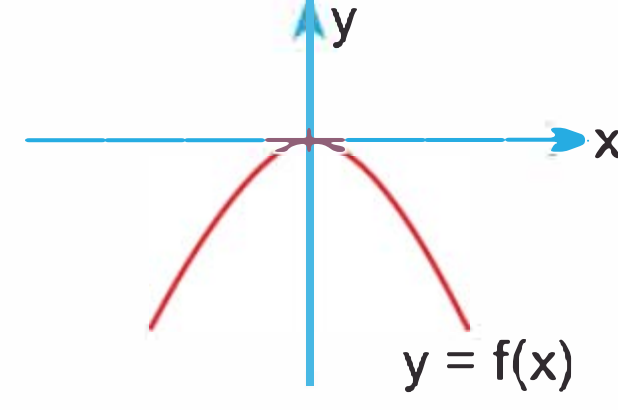
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

3. $f(x) = 3x^2 - 4$ fonksiyonunun grafiği y ekseninde yukarı doğru kaç birim ötelenirse grafik x eksenine teğet olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



4. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f(x - 2) + 3$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)



5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ olduğuna göre, $y = 4f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

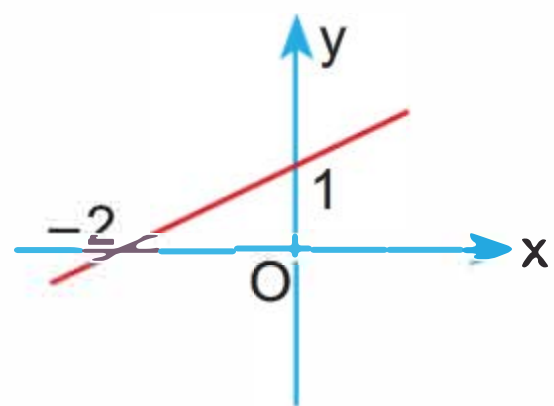
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)



OB8107E7

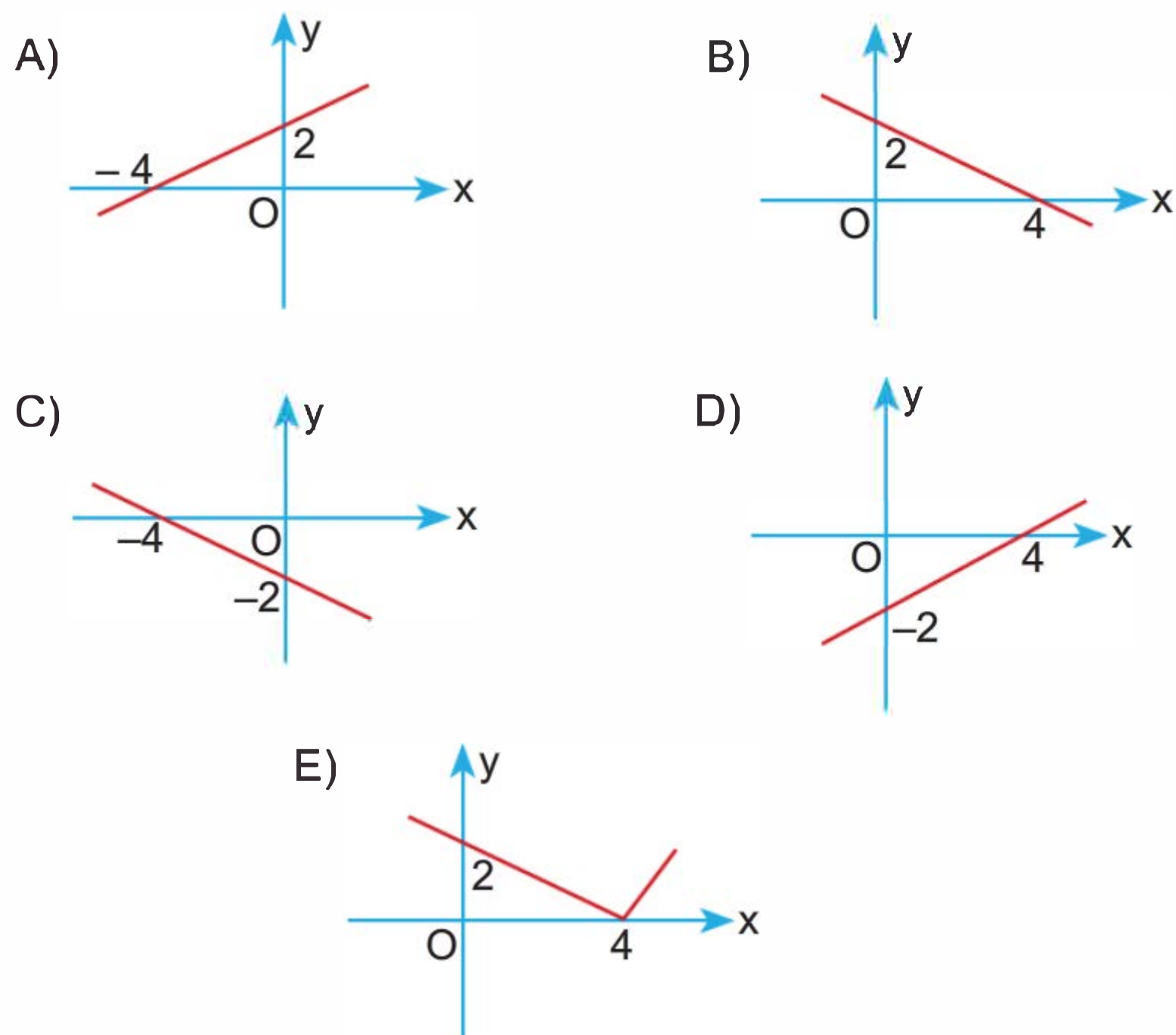
TEST 3

1.

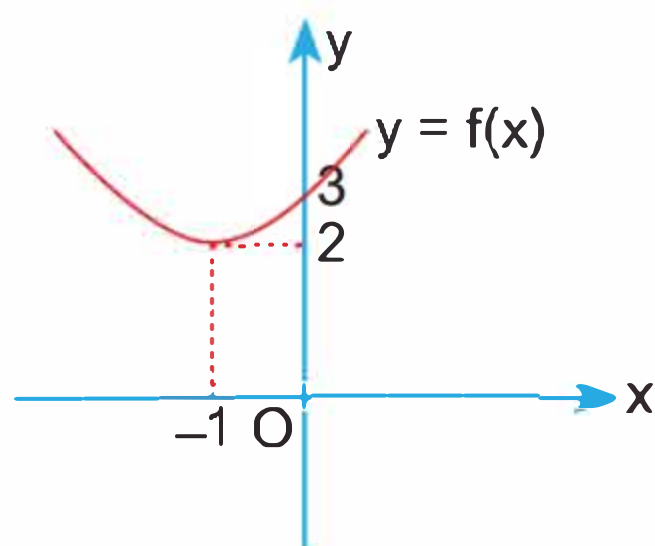


Yanda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyon y ekseninde 1 br yukarı ötelendikten sonra x eksenine göre simetriği alınıyor.

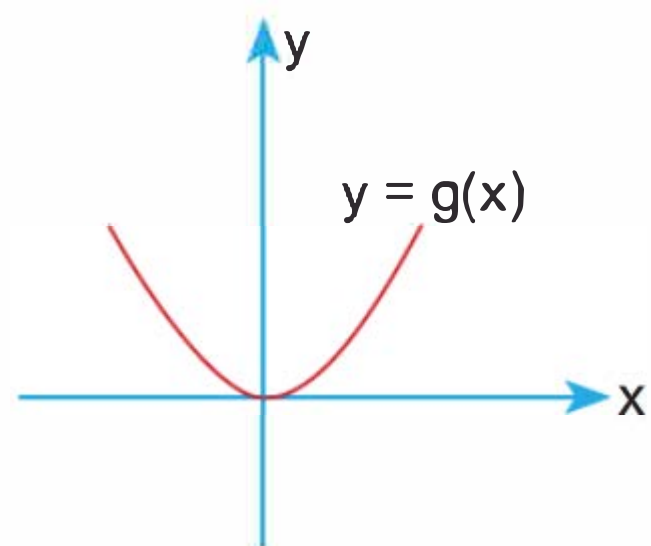
Buna göre, elde edilen fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2.



Şekil I



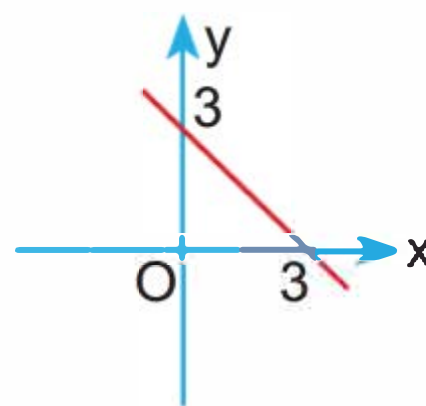
Şekil II

- I. x ekseninde 1 br sağa öteleme
- II. x eksenine göre simetriği
- III. y ekseninde 2 br aşağıya öteleme

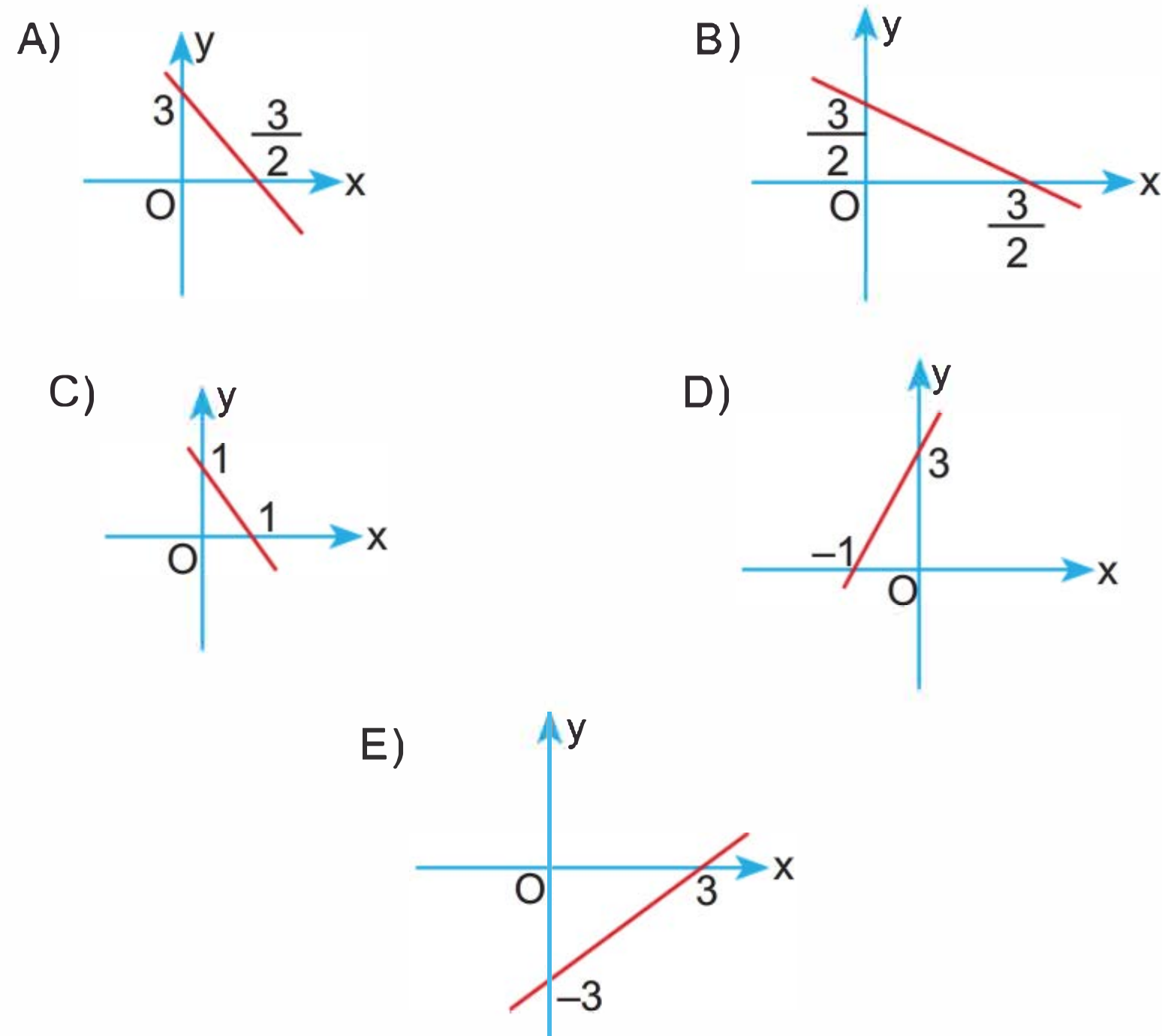
Şekil I deki $y = f(x)$ fonksiyonuna yukarıda verilen dönüşümlerden hangisi tek başına ya da hangileri birlikte uygulanırsa Şekil II deki $y = g(x)$ fonksiyonunun grafiği elde edilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

3.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(2x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



4.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 2x + 6$$

olduğuna göre, $y = \frac{1}{2} f(2x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 4x^2 - 4x + 6$ B) $y = 2x^2 - 2x + 6$
C) $y = 4x^2 - 2x + 3$ D) $y = x^2 - x + 6$
E) $y = 2x^2 - 2x + 3$

5.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = (x - 1)^2 - 4$$

olduğuna göre, $y = f(2x)$ fonksiyonunun grafiğinin x eksenini kestiği noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2



BİLGİ

6.1 - İki Bilinmeyenli Doğrusal Denklemlerin Çözümü

- ✓ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ve $c \in \mathbb{R}$ ve $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ değişkenler olmak üzere,
 $a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n = c$ biçimindeki denklemlere **n bilinmeyenli doğrusal denklem** denir.
 (Dikkat ettiysen x lerin yani değişkenlerin hepsinin derecesi 1 olacak!)

Örneğin:

- $2x + 3y = 1$ (2 bilinmeyenli doğrusal denklem)
 - $2x + 4y + 5z = 7$ (3 bilinmeyenli doğrusal denklem)
- Şimdi iki bilinmeyenli doğrusal denklemlerin çözüm kümesini bulmayı hatırlayalım.

✓ Yerine Koyma Yöntemi

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 5 \\ 3x - y &= 13 \dots \\ \text{(y yi yalnız bırakıp üstteki denklemde yerine yazalım.)} \\ 3x - y &= 13 \rightarrow 3x - 13 = y \\ 2x + 3y &= 5 \rightarrow 2x + 3(3x - 13) = 5 \\ &2x + 9x - 39 = 5 \\ &11x = 44 \\ &x = 4 \\ \text{Denklemlerin birinde } x = 4 \text{ yazarak y yi bulalım.} \\ 3x - 13 &= y \Rightarrow 3 \cdot 4 - 13 = y \\ 12 - 13 &= y \\ y &= -1 \Rightarrow \mathcal{C} = \{(4, -1)\} \end{aligned}$$

✓ Yok etme Yöntemi

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 5 \\ 3x - y &= 13 \\ \text{denklem sisteminde 2. satırı 3 ile genişletip,} \\ \text{1.satır ile taraf tarafa toplayalım.} \\ &2x + 3y = 5 \\ &3 \cdot 3x - 3 \cdot y = 3 \cdot 13 \\ \hline &2x + 3y = 5 \\ + &9x - 3y = 39 \\ \hline &11x = 44 \\ &x = 4 \\ 2x + 3y &= 5 \quad (x = 4 \text{ değeri denklemde yerine yazılacak.)} \\ 2 \cdot 4 + 3y &= 5 \\ 8 + 3y &= 5 \\ 3y &= -3 \\ y &= -1 \Rightarrow \mathcal{C} = \{(4, -1)\} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $a - 2b = -3$
 $2a - b = 0$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

İkinci satırdaki denklemde b yi yalnız bırakıp, 1.satırdaki denklemde yerine yazalım. (yerine koyma yöntemi)

$$\begin{aligned} 2a - b &= 0 \Rightarrow 2a = b \\ a - 2b &= -3 \Rightarrow a - 2(2a) = -3 \\ a - 4a &= -3 \\ -3a &= -3 \Rightarrow a = 1 \\ b &= 2a \Rightarrow b = 2 \cdot 1 = 2 \\ \mathcal{C} &= \{(1, 2)\} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x + 2y = 8$
 $3x - y = 10$

denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(-2, 4)\}$ B) $\{(4, -2)\}$ C) $\{(2, 4)\}$
 D) $\{(-4, 2)\}$ E) $\{(4, 2)\}$

2. $2x + 5y = -4$
 $2x - 3y = 12$

denklem sistemini sağlayan x ve y sayılarının çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 3 D) 6 E) 12



BİLGİ

6.2 - Çarpım veya Bölüm Durumundaki Denklemler

✓ İkinci dereceden denklemlerin çözümünü TYT'ye hazırlanırken öğrenmiştin. Şimdi de 2. dereceden olmayan ama gerekli düzenlemeler, benzetmeler, dönüşümler yapılarak 2. dereceden denkleme dönüştürülebilen denklemleri çözmeyi öğreneceksin.

Sana verilen denklem; $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom olmak üzere,

• $P(x) \cdot Q(x) = 0$ şeklindeyse bu denklem, $P(x) = 0$ ve $Q(x) = 0$ şeklinde iki ayrı denkleme dönüştürülerek çözülür.

• $(x-3)(x^2+2x) = 0$
 $\quad \quad \quad 0 \quad \quad 0$

✓ Denklem, $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ şeklindeyse,

NOT: $P(x) = 0$ denklemi çözülür. Ancak $P(x) = 0$ denkleminin kökleri $Q(x) \neq 0$ yapmamalıdır.

• $\frac{x+2}{x-4} = 0 \rightarrow x+2 = 0$ ve $x-4 \neq 0$ olmalıdır.

• $\frac{x-5}{x+7} = 0 \rightarrow x-5 = 0$ ve $x+7 \neq 0$ olmalıdır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $(x-4)(x^2-25) = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (x-4)(x^2-25) &= 0 \\ \underline{\quad 0 \quad \quad 0} & \\ x-4 = 0 &\Rightarrow x = 4 \\ x^2-25 = 0 &\Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5 \\ &\quad \quad \quad x = -5 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} (x-4)(x^2-25) &= 0 \\ \underline{\quad 0 \quad \quad 0} & \\ x-4 = 0 &\Rightarrow x = 4 \\ x^2-25 = 0 &\Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5 \\ &\quad \quad \quad x = -5 \end{aligned}} \right\} \mathcal{C} = \{-5, 4, 5\}$$

2. $(x+1)(x^2-5x+6) = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (x+1)(x^2-5x+6) &= 0 \\ \underline{\quad 0 \quad \quad 0} & \\ x+1 = 0 &\Rightarrow x = -1 \\ x^2-5x+6 &\Rightarrow (x-3)(x-2) = 0 \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow & \\ \quad \quad \quad -3 \quad -2 & \\ \quad \quad \quad \underline{\quad 0 \quad \quad 0} & \\ \quad \quad \quad x-3 = 0 &\Rightarrow x = 3 \\ \quad \quad \quad x-2 = 0 &\Rightarrow x = 2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} (x+1)(x^2-5x+6) &= 0 \\ \underline{\quad 0 \quad \quad 0} & \\ x+1 = 0 &\Rightarrow x = -1 \\ x^2-5x+6 &\Rightarrow (x-3)(x-2) = 0 \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow & \\ \quad \quad \quad -3 \quad -2 & \\ \quad \quad \quad \underline{\quad 0 \quad \quad 0} & \\ \quad \quad \quad x-3 = 0 &\Rightarrow x = 3 \\ \quad \quad \quad x-2 = 0 &\Rightarrow x = 2 \end{aligned}} \right\} \mathcal{C} = \{-1, 2, 3\}$$

3. $\frac{(x+2)(x-5)}{x+3} = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (x+2)(x-5) = 0 &\Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ \underline{\quad 0 \quad \quad 0} & \quad \quad \quad x-5 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ x+3 = 0 &\Rightarrow x = -3 \text{ (paydayı 0 yaptığı için kök olmaz.)} \\ \mathcal{C} &= \{-2, 5\} \text{ tir.} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $(x+2)(x^2-16) = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, 4\}$ B) $\{-4, -2\}$ C) $\{-2, 0, 4\}$
D) $\{-4, 2, 4\}$ E) $\{-4, -2, 4\}$

2. $(x+5)(x^2-4x+3) = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-5, 1, 3\}$ B) $\{-5, -1, 3\}$ C) $\{-5, -1, -3\}$
D) $\{5, -1, -3\}$ E) $\{1, 3, 5\}$

3. $\frac{(x^2-x-12)(5-x)}{x^2-6x+8} = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-4, 3, 5\}$ B) $\{-2, 3, 5\}$ C) $\{3, 5\}$
D) $\{-4, 3\}$ E) $\{-3, 5\}$

1-E

2-A

3-E



BİLGİ

6.3 - Yardımcı Bilinmeyen Kullanılarak Çözülebilir Denklemler

- ✓ Derecesi 2 den daha büyük olan denklemlerde; birbirine benzer, tekrar eden ifadeler başka bir harf vererek bu ifadeler yeniden adlandırılır.
- Örneğin; $x^4 - x^2 - 6 = 0$ denkleminde $(x^2)^2 - x^2 - 6 = 0$ olup x^2 ler tekrar ettiğinden $x^2 = t$ yazılarak t değişkenine bağlı $t^2 - t - 6 = 0$ 2. derece denklemi elde edilir.

- $9^x - 10 \cdot 3^{x+1} + 81 = 0$ denkleminde $(3^x)^2 - 10 \cdot 3^x \cdot 3 + 81 = 0$ olup 3^x ler tekrar ettiğinden $3^x = t$ yazılarak t değişkenine bağlı $t^2 - 30t + 81 = 0$ ikinci derece denklemi elde edilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x^4 - x^2 - 12 = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} x^4 - x^2 - 12 = 0 &\Rightarrow (x^2)^2 - x^2 - 12 = 0 \\ x^2 = t &\Rightarrow t^2 - t - 12 = 0 \\ (t - 4)(t + 3) &= 0 \\ t - 4 = 0 &\Rightarrow t = 4 \Rightarrow t = x^2 = 4 \\ &\quad x = \pm 2 \text{ dir.} \\ t + 3 = 0 &\Rightarrow t = -3 \Rightarrow t = x^2 = -3 \\ &\quad x \notin \mathbb{R} \text{ dir.} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} x^4 - x^2 - 12 = 0 \\ x^2 = t \\ (t - 4)(t + 3) = 0 \\ t - 4 = 0 \\ t + 3 = 0 \end{aligned}} \right\} \mathcal{C} = \{-2, 2\} \text{ dir.}$$

2. $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} 4^x &= (2^2)^x = (2^x)^2 \text{ olduğundan } 2^x = t \text{ diyelim.} \\ 4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 &\rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \\ &\quad \begin{array}{c} -1 \quad -4 \\ (t - 1)(t - 4) = 0 \\ \underline{0} \quad \underline{0} \end{array} \\ t - 1 = 0 &\Rightarrow t = 1 \rightarrow t = 2^x = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ dir.} \\ t - 4 = 0 &\Rightarrow t = 4 \rightarrow t = 2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ dir.} \\ \mathcal{C} &= \{0, 2\} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, -9\}$ B) $\{1, 9\}$ C) $\{1, 3\}$
D) $\{-3, -1, 1, 3\}$ E) $\{-1, -9, 1, 9\}$

2. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) 36 B) 13 C) 0 D) -13 E) -39

3. $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, 9\}$ B) $\{1, 3\}$ C) $\{-2, 0\}$
D) $\{0, 2\}$ E) $\{-9, -1\}$



BİLGİ

6.4 - İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sisteminin Çözümü

Şimdi de ikinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem ile birinci ya da ikinci dereceden başka bir denklemden oluşan sistemlerle uğraşacağız,

Örneğin,

$$x^2 + y^2 = 20 \dots (1)$$

$$x + y = 2 \dots (2) \text{ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulacağız.}$$

Bu tip denklemlerde öncelikle bilinmeyenlerden biri yok edilerek (yok etme ya da yerine koyma yöntemi ile) denklem bir bilinmeyenli hale getirilir.

$$x + y = 2 \Rightarrow x = 2 - y \dots (\text{Bu } x \text{ değeri diğer denklemde yerine yazılır.})$$

$$x^2 + y^2 = 20 \Rightarrow (2 - y)^2 + y^2 = 20 \Rightarrow 4 - 4y + y^2 + y^2 - 20 = 0$$

$$2y^2 - 4y - 16 = 0 \text{ (2 ile sadeleştirelim.)}$$

$$y^2 - 2y - 8 = 0$$

$$(y - 4)(y + 2) = 0$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow y = -2 \\ \rightarrow y = 4 \end{array}$$

Şimdi bu bulunan y değerlerini 2. denklemde yerine yazarak x değerini bulabiliriz.

$$\left. \begin{array}{l} y = -2 \Rightarrow x + y = 2 \Rightarrow x - 2 = 2 \Rightarrow x = 4 \rightarrow (4, -2) \\ y = 4 \Rightarrow x + y = 2 \Rightarrow x + 4 = 2 \Rightarrow x = -2 \rightarrow (-2, 4) \end{array} \right\} \mathcal{C} = \{(4, -2), (-2, 4)\} \text{ bulunur.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

$$1. \quad x - y = 3$$

$$x \cdot y = 4$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$x - y = 3 \Rightarrow x = 3 + y \rightarrow$ şimdi bunu diğer denklemde yerine yazmalısın.

$$x \cdot y = 4 \Rightarrow (3 + y) \cdot y = 4$$

$$y^2 + 3y - 4 = 0$$

$$(y + 4)(y - 1) = 0$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow y = 1 \\ \rightarrow y = -4 \end{array}$$

Şimdi de bulduğun $y = 1$ ve $y = -4$ değerlerine karşılık gelen x değerlerini bulmalısın.

$$y = 1 \Rightarrow x \cdot y = 4 \Rightarrow x \cdot 1 = 4 \Rightarrow x = 4$$

$$(4, 1)$$

$$y = -4 \Rightarrow x \cdot y = 4 \Rightarrow x \cdot (-4) = 4 \Rightarrow x = -1$$

$$(-1, -4)$$

$$\mathcal{C} = \{(4, 1), (-1, -4)\} \text{ tür.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \quad x - y = 2$$

$$x \cdot y = 3$$

denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{(1, -3), (-1, -3)\}$

B) $\{(3, 1), (-3, -1)\}$

C) $\{(-3, -1), (3, -1)\}$

D) $\{(3, 1), (-1, -3)\}$

E) $\{(1, 3), (-1, -3)\}$

$$2. \quad x + y = 2$$

$$x \cdot y = -8$$

denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{(-4, 2), (-2, 4)\}$

B) $\{(4, -2), (2, -4)\}$

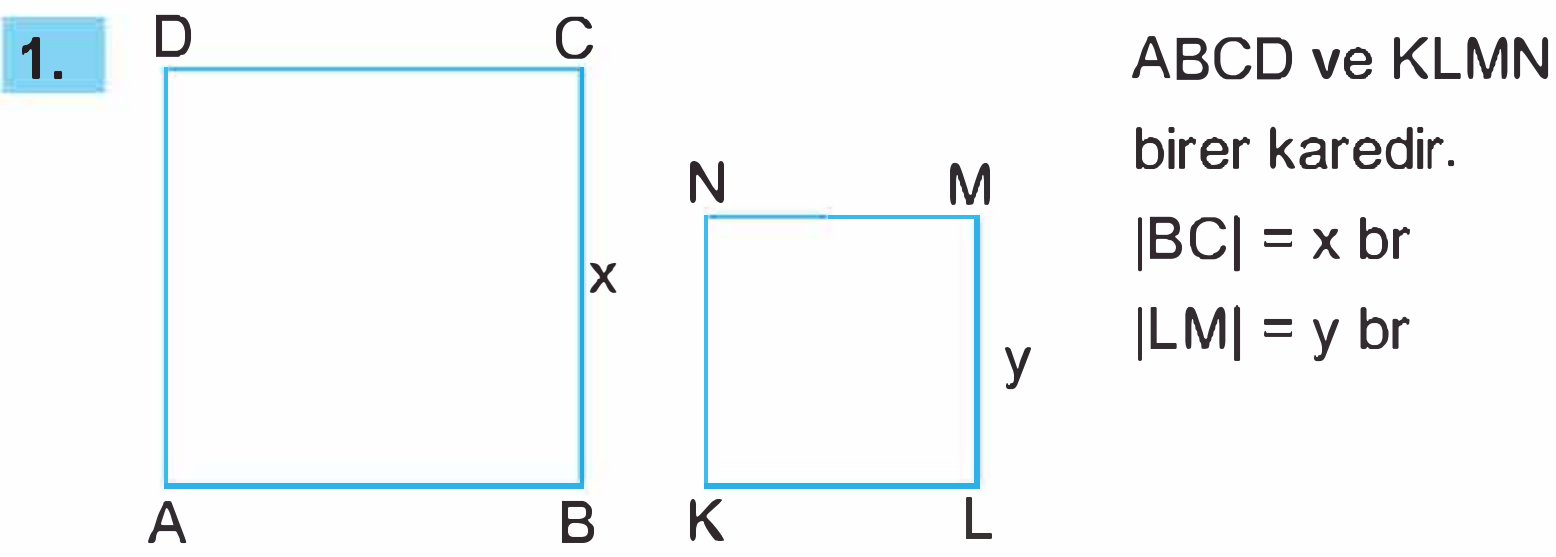
C) $\{(4, -2), (-2, 4)\}$

D) $\{(4, -2), (-4, 2)\}$

E) $\{(4, 2), (-2, -4)\}$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



Şekilde verilen karelerin alanlarının toplamı 29 br^2 ve $x - y = 3$ br olduğuna göre, x in değerini bulunuz.

Çözüm:

$$A(\text{ABCD}) = x \cdot x = x^2 \quad \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 29 \dots (1) \\ x - y = 3 \dots (2) \end{array} \right\}$$

$$A(\text{KLMN}) = y \cdot y = y^2$$

$$x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3 \text{ tür.}$$

$y = x - 3$ değerini (1) de yerine yazarak x i bulmalısın.

$$x^2 + y^2 = 29 \Rightarrow x^2 + (x - 3)^2 = 29$$

$$x^2 + x^2 - 6x + 9 = 29$$

$$2x^2 - 6x - 20 = 0 \text{ (2 ye böl)}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$\rightarrow x = -2 \text{ (uzunluk negatif olmaz.)}$$

$$\rightarrow x = 5 \text{ tir.}$$

2. $x^2 + y^2 + 2xy = 1$
 $x - y = 3$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

Burada da 2. denklemden x değerini yalnız bırakarak 1. denklemden yerine yazacağız.

$$x - y = 3 \Rightarrow x = y + 3$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = 1 \Rightarrow$$

$$(y + 3)^2 + y^2 + 2(y + 3) \cdot y = 1$$

$$y^2 + 6y + 9 + y^2 + 2y^2 + 6y - 1 = 0$$

$$4y^2 + 12y + 8 = 0$$

$$y^2 + 3y + 2 = 0$$

$$(y + 2)(y + 1) = 0$$

$$\rightarrow -2 \rightarrow -1$$

$$y = -1 \Rightarrow x - y = 3$$

$$x - (-1) = 3$$

$$x = 2 \Rightarrow (2, -1)$$

$$y = -2 \Rightarrow x - y = 3$$

$$x - (-2) = 3$$

$$x + 2 = 3$$

$$x = 1 \Rightarrow (1, -2)$$

$$\text{Ç} \{(2, -1), (1, -2)\}$$

3. $x^2 + y^2 = 13$
 $2x^2 + y^2 = 22$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

Bu sistemde de y^2 leri yok etmeliyiz.

$$-/ x^2 + y^2 = 13 \quad \left. \begin{array}{l} -x^2 - y^2 = -13 \\ 2x^2 + y^2 = 22 \end{array} \right\} + \quad 2x^2 + y^2 = 22$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = \mp 3$$

$$x = 3 \Rightarrow 3^2 + y^2 = 13 \Rightarrow y^2 = 4$$

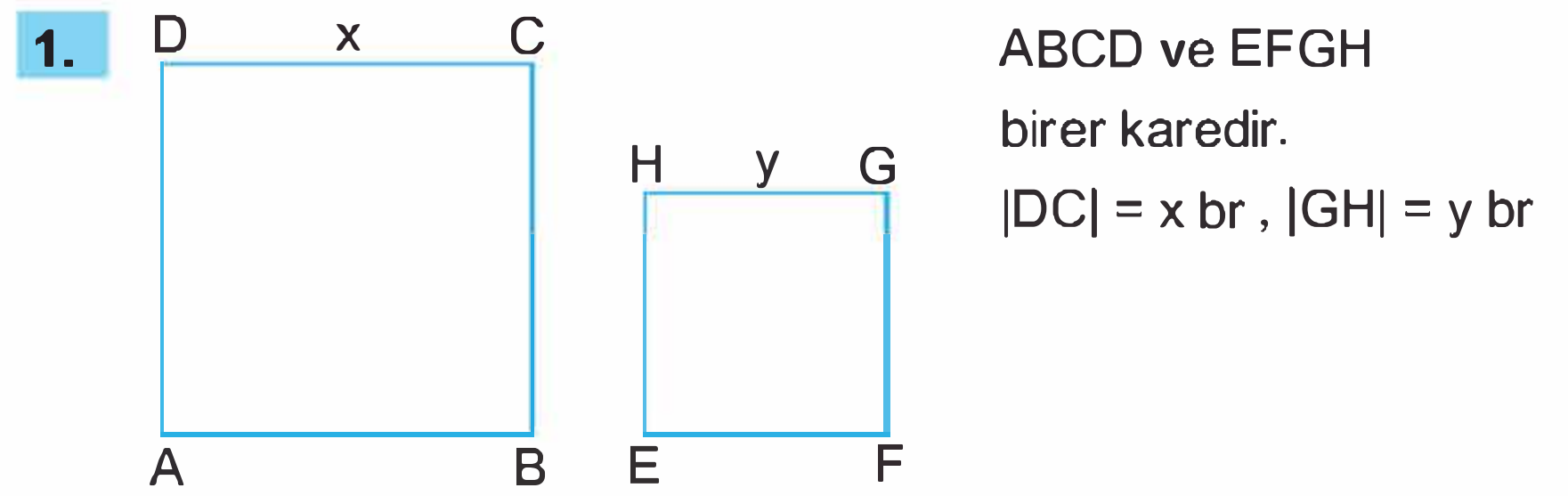
$$\left. \begin{array}{l} y = \mp 2 \text{ dir.} \\ \end{array} \right\} (3, 2), (3, -2)$$

$$x = -3 \Rightarrow (-3)^2 + y^2 = 13 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = \mp 2 \text{ dir.}$$

$$(-3, 2), (-3, -2)$$

$$\text{Ç} = \{(3, 2), (3, -2), (-3, 2), (-3, -2)\}$$

ÖĞRENCİ SORULARI



Yukarıdaki şekilde verilen karelerin alanları toplamı 106 br^2 ve $x - y = 4$ br olduğuna göre, y kaç br dir?

- A) 4 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

2. $x^2 + y^2 = 34$
 $x - y = 2$

denklemin çözüm kümesini sağlayan (x, y) ikililerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, -2) B) (-3, -5) C) (3, 5)
 D) (-5, 3) E) (-3, 5)

3. $x^2 - y^2 - 2xy = 14$
 $x + y = -2$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(3, -5), (-3, 1)\}$ B) $\{(-3, 5), (-3, 1)\}$
 C) $\{(3, -5), (-4, 2)\}$ D) $\{(3, -5), (-3, -1)\}$
 E) $\{(3, -5), (3, 1)\}$

4. Aşağıdakilerden hangisi,
 $x^2 + y^2 = 5$
 $x^2 - 2y^2 = 2$

denklemin bir çözümü olabilir?

- A) (2, -2) B) (2, 2) C) (-1, 2)
 D) (-2, 1) E) (1, -2)



BİLGİ

6.5 - Çözüm Kümesi Boş Küme (\emptyset) Çıkarsa Şaşırma!

II. Dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini sağlayan (x, y) ikilisini bulamıyorsan şaşırma!

Bu durumda sistemin çözüm kümesi boş küme olacaktır.

Hatırlatma!

a, b, c birer gerçel (reel) sayı ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

denkleminde $\Delta = b^2 - 4ac$ olduğunu biliyorsun. O hâlde

$\Delta > 0$ ise birbirinden farklı iki gerçel kök olduğunu,

$\Delta = 0$ ise birbirine eşit iki gerçel kök olduğunu,

$\Delta < 0$ ise gerçel kök olmadığını da hatırlamalısın.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x + y = 3$
 $x^2 + y^2 = 4$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$x + y = 3 \Rightarrow y = 3 - x \rightarrow$ Şimdi de bu y değerini diğer denkleminde yerine yazmalısın.

$$y = 3 - x \Rightarrow x^2 + y^2 = 4, x^2 + (3 - x)^2 = 4,$$

$$x^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + x^2 = 4, 2x^2 - 6x + 9 - 4 = 0$$

$$2x^2 - 6x + 5 = 0$$

Bu elde ettiğin denklemde x değerlerini bulman gerekiyor.

$$2x^2 - 6x + 5 = 0$$

$\rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 36 - 40 = -4$$

$\Delta = -4 < 0$ olduğu için sistemi sağlayan x değerlerini bulamazsın. "x yoksa y de yok" anlamına gelir. O hâlde denklem sistemini sağlayan (x, y) ikilisi yoktur. $\mathcal{C} = \emptyset = \{ \}$ dir.

2. $x - 2y = 4$
 $x^2 + y^2 = 2$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$x - 2y = 4 \Rightarrow x = 4 + 2y$ denklemindeki x değerini diğer denkleminde yerine yazmalısın.

$$x = 4 + 2y \Rightarrow x^2 + y^2 = 2$$

$$(4 + 2y)^2 + y^2 = 2$$

$$16 + 16y + 4y^2 + y^2 - 2 = 0$$

$$5y^2 + 16y + 14 = 0$$

$\underbrace{\quad}_a \quad \underbrace{\quad}_b \quad \underbrace{\quad}_c$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \cdot 5 \cdot 14$$

$$= 256 - 280$$

$$= -24$$

$\Delta = -24 < 0$ olduğundan denklem sistemini sağlayan y değeri yoktur. "y yoksa x de yoktur." Bu durumda $\mathcal{C} = \emptyset$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x + y = 5$
 $x^2 + y^2 = 3$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{(1, 4), (2, 3)\}$

B) $\{(-2, 7), (3, 2)\}$

C) $\{(4, 1), (4, 3)\}$

D) $\{(4, 1), (3, 2)\}$

E) \emptyset

2. $x - y = 4$
 $x^2 + y^2 = 5$

denklemin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{(5, 1), (1, -3)\}$

B) $\{(2, -2), (3, -1)\}$

C) $\{(0, -4), (3, -1)\}$

D) $\{(-1, -5), (1, -3)\}$

E) \emptyset



1. $2x + 4y = 0$
 $3x - 4y = 10$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\{-2, 1\}$ B) $\{-6, 3\}$ C) $\{4, -2\}$
D) $\{10, -5\}$ E) $\{2, -1\}$

2. $(x - 5)(x^2 + 3x - 4) = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\{1, 5, 4\}$ B) $\{-1, 4, 5\}$ C) $\{5, 4\}$
D) $\{-4, -1, 5\}$ E) $\{-4, 1, 5\}$

3. $\frac{x^2 + 11x + 28}{x^2 - 16} = 0$
denkleminin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\{-1, 5\}$ B) $\{-5, -1\}$ C) $\{1, 5\}$
D) $\{-25, -1, 1, 5\}$ E) $\{-5, -1, 1, 5\}$

5. $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\{2, 8\}$ B) $\{1, 2\}$ C) $\{2, 3\}$
D) $\{1, 3\}$ E) $\{1, 8\}$

6. $x + y = 3$
 $x \cdot y = 2$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\{(4, -1), (1, 2)\}$ B) $\{(2, 1), (4, -1)\}$
C) $\{(3, 0), (4, -1)\}$ D) $\{(2, 1), (1, 2)\}$
E) $\{(5, -2), (1, 2)\}$

7. $x + y = 0$
 $x^2 + y^2 - 2x = 4$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\{(-2, 2), (1, -1)\}$ B) $\{(2, -2), (3, -3)\}$
C) $\{(2, -2), (-1, 1)\}$ D) $\{(-1, 1), (4, -4)\}$
E) $\{(-1, 1), (-3, 3)\}$

8. Aşağıdakilerden hangisi,
 $3x^2 - y^2 = 11$
 $x^2 + y^2 = 5$
denkleminin çözümlerinden biri değildir?
- A) $(-2, 1)$ B) $(-2, -1)$ C) $(2, 1)$
D) $(2, -1)$ E) $(3, 2)$



1. $(x + 2)^2 \cdot (x^2 - 5x - 14) = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2, 4, 7} B) {-2, -7} C) {-2, 2, 7}
D) {-2, 2, -7} E) {-2, 7}

2. $\frac{x^3 + 2x^2 - 25x - 50}{x^2 + 4x + 4} = 0$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $4^x - 6 \cdot 2^{x+1} + 32 = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2, 3} B) {-2, 3} C) {-3, -2}
D) {1, 2} E) {-3, 2}

4. $x^2 - y = 11$
 $y - x = -5$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {(3, -2), (2, -7)} B) {(-2, -7), (3, 2)}
C) {(3, -2), (-2, -7)} D) {(3, -2), (-7, 2)}
E) {(2, -7), (3, 2)}

5. $x + y = 7$
 $x^2 - y^2 = 21$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {(5, 2)} B) {(2, -5)}
C) {(2, 5)} D) {(5, 2), (2, 5)}
E) {(2, 5), (4, 3)}

6. $x^2 - y^2 - 2xy = 2$
 $x + y = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {(1, -1), (-1, 1)} B) {(1, -1), (2, -2)}
C) {(-1, 1), (-2, 2)} D) {(1, -1), (-2, 2)}
E) {(-2, 2), (1, 1)}

7. Aşağıdakilerden hangisi,
 $x^2 + y^2 = 10$
 $x^2 - 2y^2 = 7$
denkleminin sağlayan ikililerden biri değildir?

- A) (-3, 1) B) (3, 1) C) (-3, -1)
D) (3, -1) E) (-1, 3)

8. $-x + y = 2$
 $x - y^2 = -22$
denkleminin sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

BİLGİ

7.1 - Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler

$a \neq 0$ ve a, b birer gerçektek sayı olmak üzere, $ax + b > 0$, $ax + b \geq 0$,

$ax + b < 0$ ve $ax + b \leq 0$ biçimindeki ifadelerle **1. dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik** denir. Bu eşitsizlikleri sağlayan x gerçektek sayıların kümesine de **eşitsizliğin çözüm kümesi** denir. Eşitsizliklerin çözüm kümesini bulabilmen için öncelikle x değerine göre,

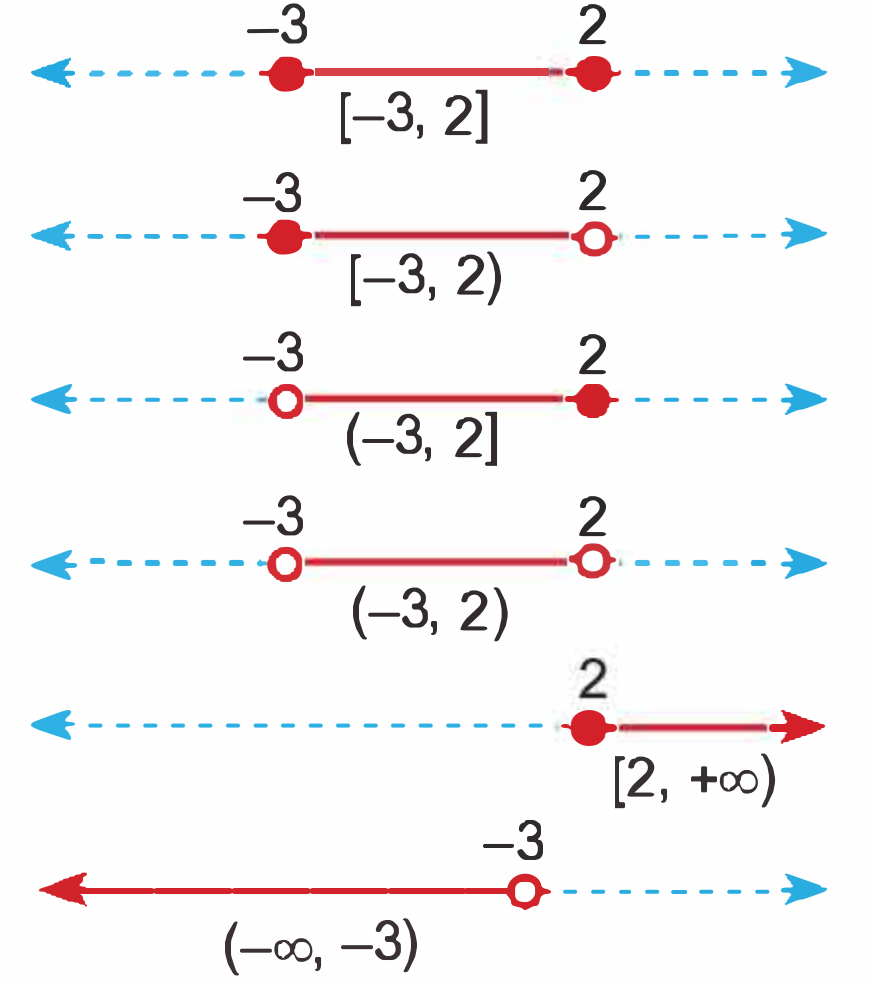
$f(x) = ax + b$ fonksiyonunun işaretini aşağıdaki tablo yardımıyla saptamalısın.

Tabloya geçmeden önce $f(x) = ax + b = 0$ denkleminin kökünü bulman gerekir.

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \text{ dir.}$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x) = ax + b$	a ile ters işareti yaz.	a ile aynı işareti yaz.	

NOT:



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $3x + 15 \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

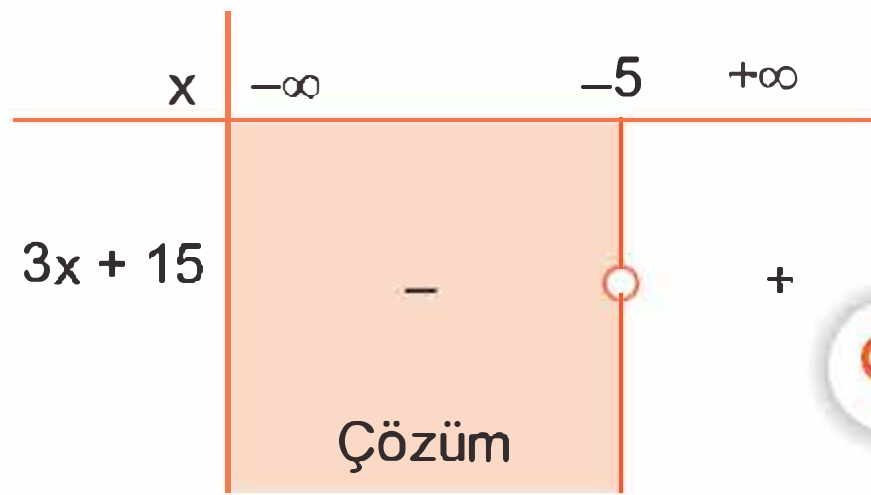
Önce $3x + 15 = 0$ denkleminin kökünü bulalım.

$$3x + 15 = 0 \Rightarrow \frac{3x}{3} = -\frac{15}{3} \Rightarrow x = -5$$

$3x + 15 \leq$ ifadesinde $a = 3 > 0$ olduğundan kökün sağına $+$, soluna $-$ işaretini yazacağız.

$3x + 15$ in sifıra eşit ve sifirdan küçük olduğu yerler istendiğinden kökün sol tarafı ($-$ nin olduğu yer) taranmıştır. Eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı

$$\mathcal{C} = (-\infty, -5] \text{ tir.}$$



2. $\frac{1 - 2x}{3} > \frac{x + 3}{2}$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

EKOK $(2, 3) = 6$ olduğundan eşitsizliğin her iki tarafını 6 ile çarpıp paydalardan kurtulalım.

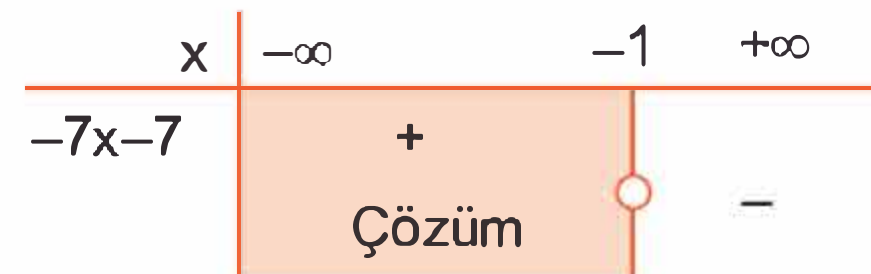
$$\begin{aligned} 2 \cdot \frac{(1 - 2x)}{3} > \frac{(x + 3)}{2} \cdot 3 &\Rightarrow 2(1 - 2x) > (x + 3) \cdot 3 \\ 2 - 4x > 3x + 9 & \\ -4x - 3x + 2 - 9 > 0 & \\ -7x - 7 > 0 & \end{aligned}$$

$-7x - 7 = 0$ denkleminin kökü $x = -1$ dir. Şimdi de işaret tablosunu oluşturalım.

$a = -7 < 0$ olduğundan

$$\mathcal{C} = (-\infty, -1) \text{ dir.}$$

kökün sağı $-$ ile başlayacaktır.



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $2x - 6 < 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 3)$ B) $(3, +\infty)$ C) $[3, +\infty)$
D) $[-3, +\infty)$ E) $(-\infty, -3]$

2. $18 - 3x \geq 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 6)$ B) $(-\infty, -6)$ C) $(-\infty, 6]$
D) $(-\infty, -6]$ E) $(6, +\infty)$

3. $\frac{2x - 1}{2} \leq \frac{3x + 4}{4}$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[6, +\infty)$ B) $(-\infty, 6)$ C) $(-\infty, -6]$
D) $(6, +\infty)$ E) $(-\infty, 6]$

1-A

2-C

3-E



BİLGİ

7.2 - İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler ve $\Delta > 0$ Durumu

$a \neq 0$, a , b ve c birer gerçektek sayı olmak üzere, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$ ve $ax^2 + bx + c \leq 0$ biçimindeki ifadeler **II. derecen bir bilinmeyenli eşitsizlikler** denir. Bu ifadeyi sağlayan x gerçektek sayılarının kümesine de **eşitsizliğin çözüm kümesi** denir. Bu tip eşitsizliklerin çözüm kümesini 7.1 deki gibi işaret tablosu yardımıyla bulacağız.

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $\Delta > 0$ iken $x_1 \neq x_2$ olmak üzere, iki gerçektek kök olduğundan bu kökler işaret tablosuna küçükten büyüğe doğru yerleştirilir. Tablonun en sağına a 'nın işareti yazılır. Sola doğru her kökten atlandığında işaret değiştirir. Varsayalım $x_1 < x_2$ olsun.

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	a ile aynı işaret	a ile zıt işaret	a ile aynı işaret	

- ✓ $\Delta = b^2 - 4ac$
- ✓ $\Delta > 0$ ise $x_1 \neq x_2$ olmak üzere 2 gerçektek kök var.
- ✓ $\Delta < 0$ ise gerçektek kök yok.
- ✓ $\Delta = 0$ ise $x_1 = x_2$ olmak üzere 2 gerçektek kök vardır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x^2 - x - 2 \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

öncelikle $x^2 - x - 2 = 0$ denkleminin köklerini bulalım.

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ x_2 = 2 \quad x_1 = -1 \end{array}$$

$a = 1 > 0$ olduğundan tablonun en sağından $+$ ile başlanır.

$x^2 - x - 2$ ifadesinin sıfıra eşit ve sıfırdan küçük ($-$) olduğu yerler istendiğinden tabloda $-$ işaretinin olduğu yer taranmıştır.

$\mathcal{C} = [-1, 2]$ olur.

(\leq sembolünde eşitlik olduğundan köşeli parantez kullanıldı.)

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x^2 - x - 2$	$+$	$-$	$-$	$+$

Çözüm

2. $-x^2 - x + 6 < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$-x^2 - x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ x_1 = -3 \quad x_2 = 2 \end{array}$$

$a = -1 < 0$ olduğundan tablonun en sağından $-$ işareti ile başlandı. Soruda ifadenin sıfırdan küçük ($-$) olması istendiğinden tabloda $-$ işaretinin olduğu yerler tarandı. O halde

$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = (-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ bulunur.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$-x^2 - x + 6$	$-$	$+$	$-$	$-$

\mathcal{C}_1 \mathcal{C}_2

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x^2 - 9x + 14 < 0$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-7, -2)$ B) $[2, 7]$ C) $[-4, 7]$
D) $(-2, 7)$ E) $(2, 7)$

2. $x^2 - 3x - 10 \geq 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -5] \cup [2, +\infty)$ B) $(-\infty, -2] \cup [5, +\infty)$
C) $[-2, 5]$ D) $(-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$
E) $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$

3. $-x^2 + 10x - 24 > 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

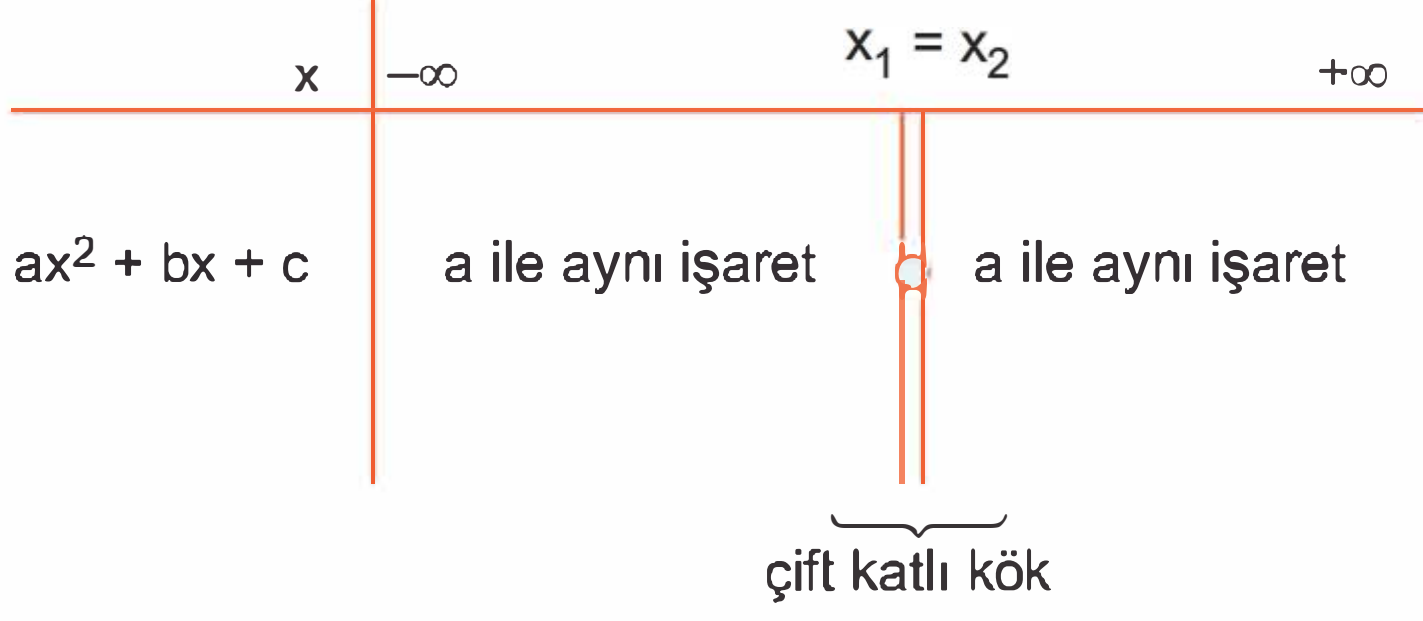
- A) $(-\infty, 4)$ B) $(-\infty, 4] \cup [6, +\infty)$ C) $[4, 6]$
D) $(4, 6)$ E) $(-6, -4)$



BİLGİ

7.3 - $\Delta = 0$ Durumu

$ax^2 + bx + c = 0$ ifadesinde $\Delta = 0$ iken $x_1 = x_2$ olmak üzere iki gerçekte kök vardır. Bu durumda işaret tablosu aşağıdaki gibi oluşturulur.



Tek katlı kök \circ sembolüyle

Çift katlı kök \parallel sembolü

ile gösterilecektir.

NOT: Çift katlı kökten atlayınca işaret değişmez. Yani çift katlı kökün sağ ve solu aynı işaretlidir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x^2 - 4x + 4 > 0$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

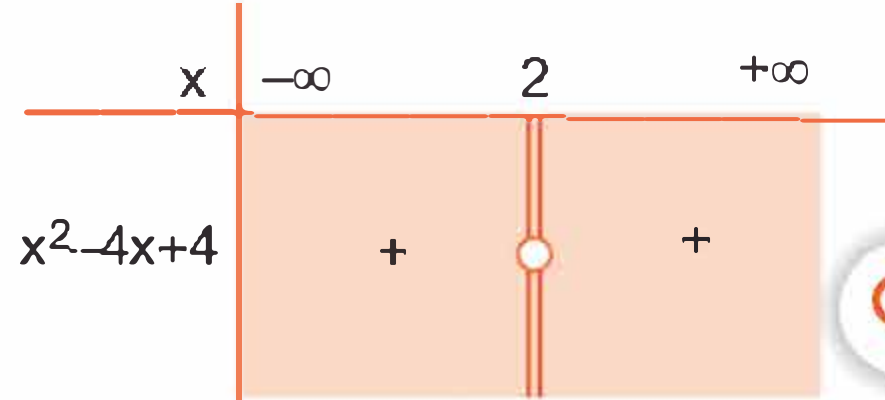
$$\begin{aligned} 1 \cdot x^2 - 4x + 4 = 0 &\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow & \\ a \quad b \quad c & \\ &= (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \\ &= 16 - 16 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 0 \text{ olduğundan } x_1 = x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = 2 \text{ dir.}$$

$a = 1 > 0$ olduğundan tablonun en sağına + işareti yazılacak ve kökten atlayınca işaret değişmeyecek.

$$\mathcal{C} = (-\infty, +\infty) - \{2\} = \mathbb{R} - \{2\} \text{ bulunur.}$$

$x = 2$ için ifade sifira eşit olur. Ancak soruda sadece $>$ sembolü olup sifira eşitlik yoktur. Bu durumda $\{2\}$ çözüm kümesinden atılmıştır.



2. $-x^2 + 10x - 25 > 0$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

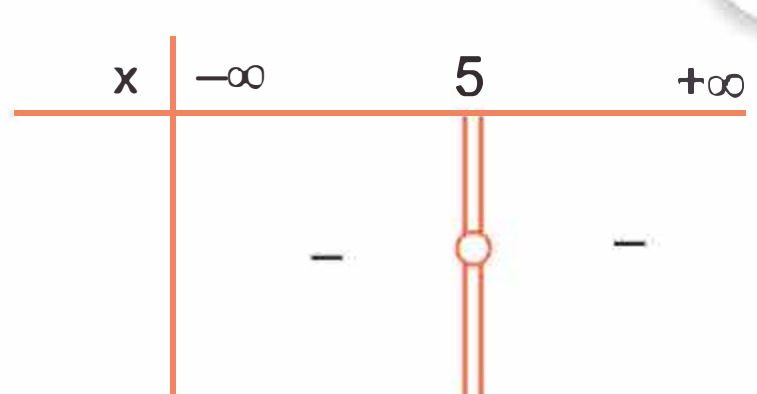
Çözüm:

$$-x^2 + 10x - 25 = 0 \Rightarrow a = -1, b = 10, c = -25$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-25) = 0 \text{ dir.}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot (-1)} = 5$$

$a = -1 < 0$ olduğundan tablonun en sağına (-) işareti yazılmış ve kökten atlayınca işareti değişmemiştir. Soruda ifadenin sifirdan büyük (+) olduğu yerler istenmiştir. Ancak tabloda böyle bir bölge yoktur. O halde çözüm kümesi boş kümedir.



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x^2 - 14x + 49 > 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \emptyset B) \mathbb{R} C) $\mathbb{R} - \{7\}$
D) $\mathbb{R} - \{-7\}$ E) $(-7, 7)$

2. $x^2 - 12x + 36 < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \emptyset B) \mathbb{R} C) $\mathbb{R} - \{6\}$
D) $\mathbb{R} - \{-6\}$ E) $(-6, 6)$

3. $-x^2 + 8x - 16 < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - \{4\}$ B) \mathbb{R} C) \emptyset
D) $\mathbb{R} - \{-4\}$ E) $(-4, 4)$

1-C

2-A

3-A



BİLGİ

7.4 - $\Delta < 0$ Durumu

$ax^2 + bx + c = 0$ ifadesinde $\Delta < 0$ iken reel kök yoktur. Bu durumda ifade tabloda işaret değiştirmeyecek, her yerde a ile aynı işarete sahip olacaktır.

$a > 0$ ve $\Delta < 0$ ise $ax^2 + bx + c$ daima pozitiftir.

$a < 0$ ve $\Delta < 0$ ise $ax^2 + bx + c$ daima negatiftir.

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	a ile aynı işaret	

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x^2 + 2x + 3 > 0$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$x^2 + 2x + 3 = 0$ ifadesinde $a = 1, b = 2, c = 3$ tür.

$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8 < 0$ dir.

$a = 1 > 0$ olduğundan tabloda hep $+$ olacaktır.

x	$-\infty$	$+\infty$
$x^2 + 2x + 3$	+ + + + + + çözüm	

$\mathcal{C} = \mathbb{R}$ dir.

2. $-3x^2 + 2x - 4 > 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$a = -3, b = 2, c = -4$

$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-4) = -44 < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$-3x^2 + 2x - 4$	- - - - - -	

Soruda ifadenin pozitif olduğu yerler istendiğinden $\mathcal{C} = \emptyset$ dir.

3. $-2x^2 + 3x + k$
ifadesinin daima negatif olması için k nın hangi aralıkta olması gerektiğini bulunuz.

Çözüm:

$-2x^2 + 3x + k < 0$ olmalıdır.

$a = -2, b = 3, c = k$ dir.

$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k < 0$

$9 + 8k < 0$

$8k < -9 \Rightarrow k < -\frac{9}{8}$ olmalıdır.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $3x^2 + 2x + 1 > 0$
eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) \emptyset B) \mathbb{R} C) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$ D) $\mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ E) $(-1, 3)$

2. $-4x^2 + 3x - 2 > 0$
eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) \emptyset B) \mathbb{R} C) $(2, 4)$ D) $\{-2, 4\}$ E) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

3. $3x^2 + x + k$
ifadesinin daima pozitif olması için k aşağıdaki koşullardan hangisini sağlamalıdır?

A) $k > \frac{1}{6}$ B) $k < \frac{1}{12}$ C) $k > 0$ D) $k > \frac{1}{2}$ E) $k > \frac{1}{12}$



1. $f(x) = x^2 - 2x - 15$ fonksiyonunun işaret tablosu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)

x	$-\infty$	-5	3	$+\infty$
f(x)	+	-	+	

 B)

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$
f(x)	+	-	+	
- C)

x	$-\infty$	-5	3	$+\infty$
f(x)	-	+	-	

 D)

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$
f(x)	-	+	-	
- E)

x	$-\infty$	15	$+\infty$
f(x)	-	+	

2. 3 katının 4 fazlası, 22 den büyük olan sayıların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-6, +\infty)$ B) $(-\infty, 6)$ C) $(-\infty, -6)$
D) $(-6, 6)$ E) $(6, +\infty)$

3. $x^2 - 2x + 8 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-4, 2)$ B) $[-4, 2]$ C) $[-2, 4]$
D) \mathbb{R} E) \emptyset

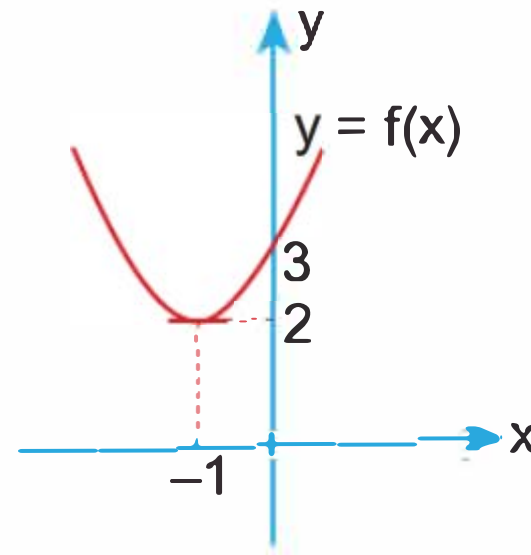
4. $x^2 - 3x + 18 > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-6, 3)$ B) $(-3, 6)$ C) $(-6, -3)$
D) \mathbb{R} E) \emptyset

5. $x^2 + 3 > 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -3)$ B) $[3, +\infty)$ C) $(3, +\infty)$
D) \mathbb{R} E) \emptyset

6. Yandaki şekilde $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.



Buna göre, $f(x) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[2, +\infty)$ B) $(-\infty, -1]$ C) $[-1, +\infty)$
D) \mathbb{R} E) \emptyset

7. $-x^2 + 6x - 9 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, 3]$ B) \mathbb{R} C) $\mathbb{R} - \{3\}$
D) \emptyset E) $\mathbb{R} - \{-3\}$

8. $x^2 + 4x + k - 1 > 0$ eşitsizliği daima sağlandığına göre, k nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



OBE40D22

1. $12x - 5 \leq 4x + 3$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 1]$ B) $[-1, 1]$ C) $[1, +\infty)$
D) $(-\infty, -1)$ E) $(1, +\infty)$

2. $-3x - 5 \geq 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \geq -\frac{5}{3}$ B) $x \leq \frac{5}{3}$ C) $x \leq -\frac{5}{3}$
D) $x \leq -\frac{3}{5}$ E) $x \geq -\frac{3}{5}$

3. $x^2 + 4 > 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdaki tabloların hangisinde doğru olarak gösterilmiştir?

- A)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	+	+	+

 B)

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	-	-

C)

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	+

 D)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	+	+	-

E)

x	$-\infty$	-2	$+2$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	+

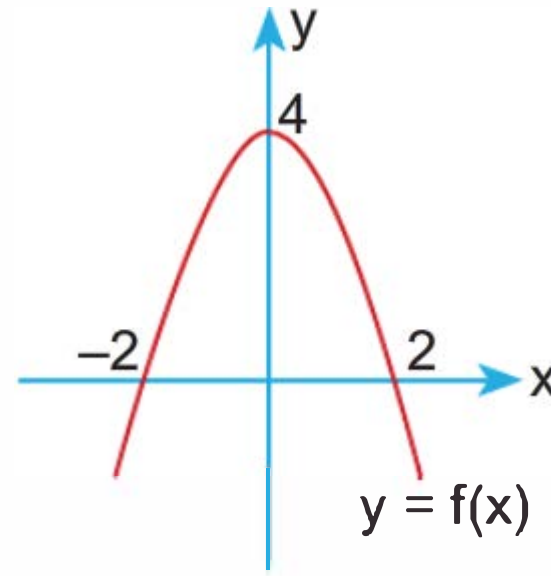
4. 5 katının 6 fazlası kendisinin karesinden büyük olan doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 18 D) 20 E) 21

5. $x^2 - 6 < x$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2)$ B) $(3, 0)$ C) $(3, +\infty)$
D) $[-2, 3)$ E) $(-2, 3)$

6. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(x) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, 2]$ B) $(-2, 2)$ C) $[4, +\infty)$
D) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ E) \mathbb{R}

7. $-2x^2 + 4x + k$
ifadesinin daima negatif olması için k aşağıdaki koşullardan hangisini sağlamalıdır?

- A) $k < -2$ B) $k < -\frac{1}{2}$ C) $k > -\frac{1}{8}$
D) $k > 2$ E) $k > -2$

8. $-x^2 + 4x + m$
üç terimli x in bütün değerleri için -3 ten küçük olduğuna göre, m nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -10 B) -9 C) -8 D) -7 E) -6



8. SEANS | ÇARPIM VEYA BÖLÜM DURUMUNDAKİ EŞİTSİZLİKLER



BİLGİ

8.1 - Çarpım Durumundaki Eşitsizlikler

- ✓ $f(x) = P(x).Q(x)$ biçimindeki eşitsizliklerin çözümü yapılırken, önce her çarpanı sıfıra eşitleyerek o çarpanların köklerini bulacaksınız.
- ✓ Bulduğunuz bu kökleri çizdiğiniz işaret tablosuna küçükten büyüğe doğru yerleştireceksiniz.
- ✓ Daha sonra bu köklere isim takacaksınız. Nasıl mı?
Örneğin $x = 2$ kökünden 1 tane, 3 tane, 5 tane, ... varsa ona tek katlı kök, $x = 3$ kökünden 2 tane, 4 tane, 6 tane, ... varsa ona çift katlı kök adını vereceksiniz.
 - $f(x) = x - a$, $f(x) = (x - a)^3$, $f(x) = (x - a)^5$, ... ise $x = a$ tek katlı köktür.
 - $f(x) = (x - a)^2$, $f(x) = (x - a)^4$, $f(x) = (x - a)^6$, ... ise $x = a$ çift katlı köktür.
- ✓ İsim takma seramonisinden sonra tabloda, tek katlı köklerin altına tek çizgi, çift katlı köklerin altına çift çizgi çizeceksiniz.
- ✓ Şimdi sıra geldi işaretleri yerleştirmeye. Önce tablonun en sağında bulunacak işareti saptayacaksınız. Her çarpanda bulunan en büyük dereceli terimlerin işaretini çarparak bulacağınız işaret tabloda en sağa yazacağınız işarettir.
- ✓ Sola doğru gideceksiniz, her kökle karşılaştığınızda tek çizgi varsa işaret değiştireceksiniz, çift çizgi varsa işaret değiştirmeden aynı işaretle devam edeceksiniz.
- ✓ Son olarak ta bu işaretlere bakarak çözüm kümesi saptayacaksınız.
Soruda $f(x) > 0$ yazıyorsa sadece + işaretlerinin olduğu bölgeler
 $f(x) \geq 0$ yazıyorsa + işaretlerinin olduğu yerlerle beraber kökler
 $f(x) < 0$ yazıyorsa sadece - işaretlerinin olduğu bölgeler
 $f(x) \leq 0$ yazıyorsa - işaretlerinin olduğu yerlerle beraber kökleri çözüm kümesi olarak yazacaksınız.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $(x - 5).(x + 2)^6 \leq 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

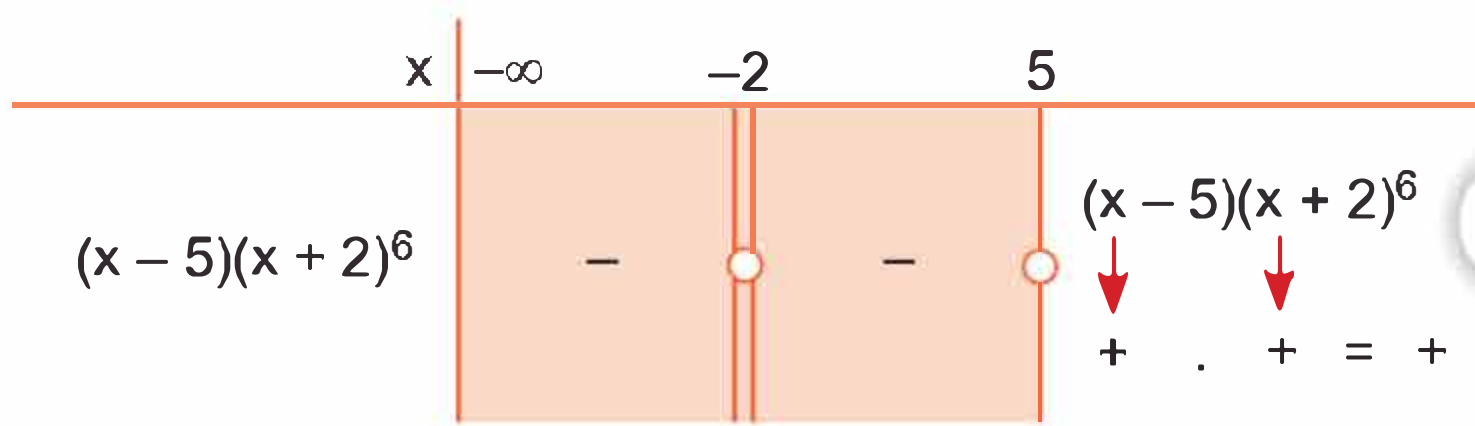
Çözüm:

Önce her çarpanı sıfıra eşitleyerek kökleri bulalım.

$$(x - 5).(x + 2)^6 = 0 \Rightarrow x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ (tek katlı kök)}$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ (çift katlı kök)}$$

Çarpanların kuvvetlerinin tek ya da çift olma durumuna göre köklere isim de verdik. Şimdi bu kökleri küçükten büyüğe doğru işaret tablosuna yerleştirelim.



Soruda ≤ 0 sembolü olduğundan tabloda - işaretlerinin olduğu yerlerle beraber, kökler de çözüm kümesinde olacaktır.

$$\mathcal{C} = (-\infty, 5]$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $(x - 2).(x + 4)^2 \leq 0$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2)$ B) $(-\infty, -4]$ C) $(-\infty, 2]$
D) $[-2, 4]$ E) $[-4, 2]$

2. $(2 + x).(x - 3)^4 \geq 0$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2)$ B) $(-2, 3)$ C) $(3, +\infty)$
D) $(-\infty, -2)$ E) $[-2, +\infty)$

1-C

2-E



BİLGİ

8.2 - Bölüm Durumundaki Eşitsizlikler

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

biçimindeki eşitsizlikler aynı, çarpım durumundaki eşitsizlikler gibi çözülür. Sadece paydanın kökleri ($Q(x) = 0$ yapan x ler) çözüm kümesine dahil edilmez.

Örneğin;

$$\frac{x-3}{7-x} \geq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.}$$

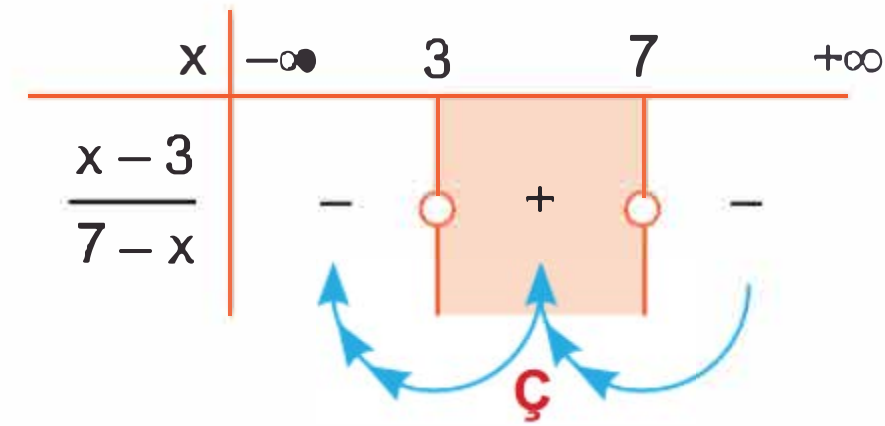
$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \text{ (tek katlı kök)}$$

$$7-x=0 \Rightarrow x=7 \text{ (tek katlı kök)}$$

Şimdi de ifadenin işaretini belirleyelim.

(Tablonun en sağına yazılacak olan işaret.)

$$\frac{x-3}{7-x} = \frac{+(x \text{ in işareti})}{-(x \text{ in işareti})} = \frac{+}{-} = - \text{ (Tablonun en sağından } - \text{ ile başlayacağız.)}$$



Tek katlı köklerden atlayınca işaret değişti.

Soruda " ≥ 0 " sembolü olduğundan $+$ işaretinin olduğu yerler ve kökler çözüm kümesine alınacak. Ancak paydanın kökü olan $x=7$ değeri çözüm kümesine alınmayacaktır.

$$\text{O halde } \mathcal{C} = [3, 7)$$

(7 çözüm kümesine alınmayacağından 7 nin olduğu uca yuvarlak parantez koyuldu.)

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

$$1. \quad \frac{x+2}{(x-3)^2} < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

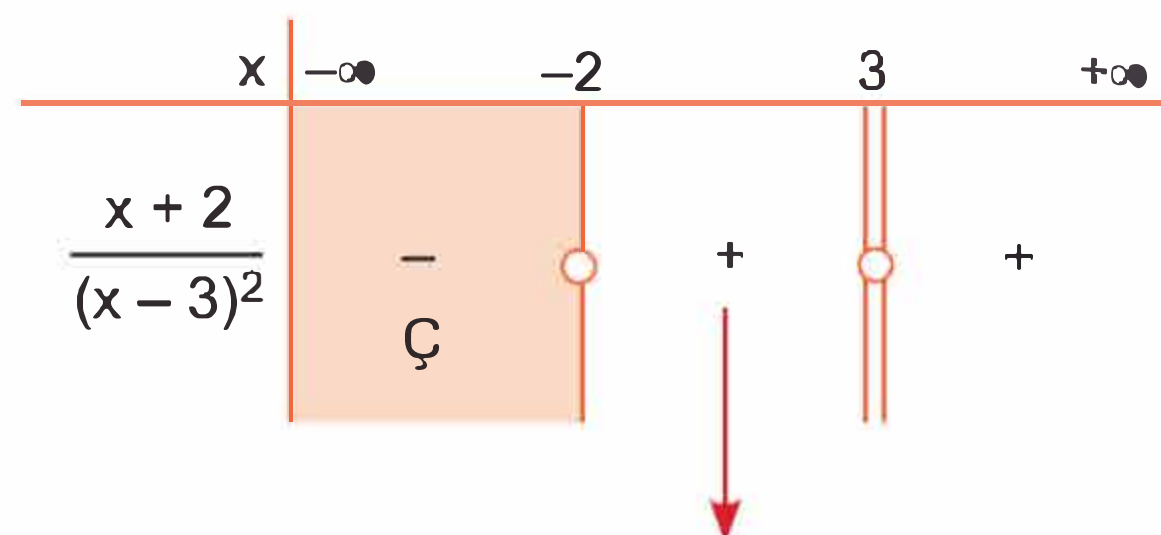
Çözüm:

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \text{ (tek katlı)}$$

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \text{ (parantez üssü 2 olduğundan çift katlı)}$$

ifadesinin işareti

$$\frac{+x+2}{(+x-3)^2} = \frac{+}{(+)^2} = \frac{+}{+} = + \text{ (Tablonun en sağındaki işaret)}$$



Çift katlı kökte işaret değişmedi.

Soruda " < 0 " sembolü olduğundan ifadenin negatif işaretli olduğu yeri alacağız. Bu durumda $\mathcal{C} = (-\infty, -2)$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \quad \frac{x-4}{(x+2)^2} \geq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[4, +\infty)$ B) $(-2, 4]$ C) $(-\infty, -2)$
D) $(-\infty, 4)$ E) $(-4, +\infty)$

$$2. \quad \frac{x-5}{2-x} \geq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[2, 5]$ B) $(2, 5]$ C) $(-\infty, 5)$
D) $(2, +\infty)$ E) $(-5, -2)$



BİLGİ

8.3 - Hem Çarpım - Hem Bölüm Durumundaki Kalabalık Eşitsizlikler

$\frac{(x+2).(x^2-16)}{x^2+7x+10} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \text{ (tek katlı ama şimdilik)}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2-16=0 \Rightarrow x=4 \\ x=-4 \end{array} \right\} \text{ tek katlı kök}$$

$$x^2+7x+10=0 \Rightarrow (x+5).(x+2)=0$$

$$x+5=0 \Rightarrow x=-5 \text{ (tek katlı kök)}$$

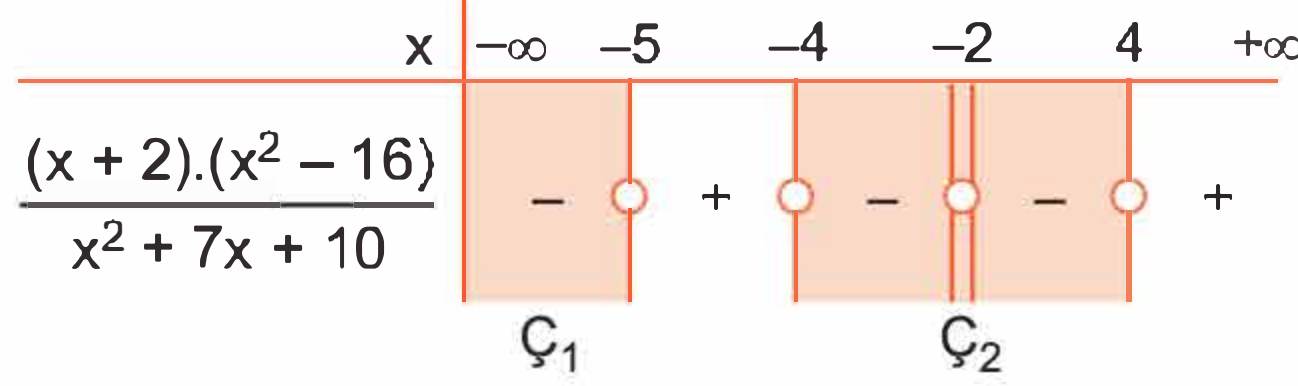
$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \text{ (tek katlı kök ama şimdilik.)}$$

$x=-2$ den artık 2 tane oldu.

Artık adı değişecek ve $x=-2$ çift katlı kök olacak.

Şimdi de ifadenin işaretini bulalım.

$$\frac{(x+2).(x^2-16)}{x^2+7x+10} = \frac{+ \cdot +}{+} = \frac{+}{+} = + \text{ ile başlayacağız.}$$



$$\begin{aligned} \zeta &= \zeta_1 \cup \zeta_2 \\ &= (-\infty, -5) \cup (-4, 4) - \{-2\} \end{aligned}$$

$x=-2$ paydası sıfır yaptığı için çözüm kümesinden atıldı.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $\frac{(x+1).(9-x^2)}{x^2+7x+12} < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \text{ (tek katlı)}$$

$$9-x^2=0 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=3 \text{ (tek katlı)}$$

$$x=-3$$

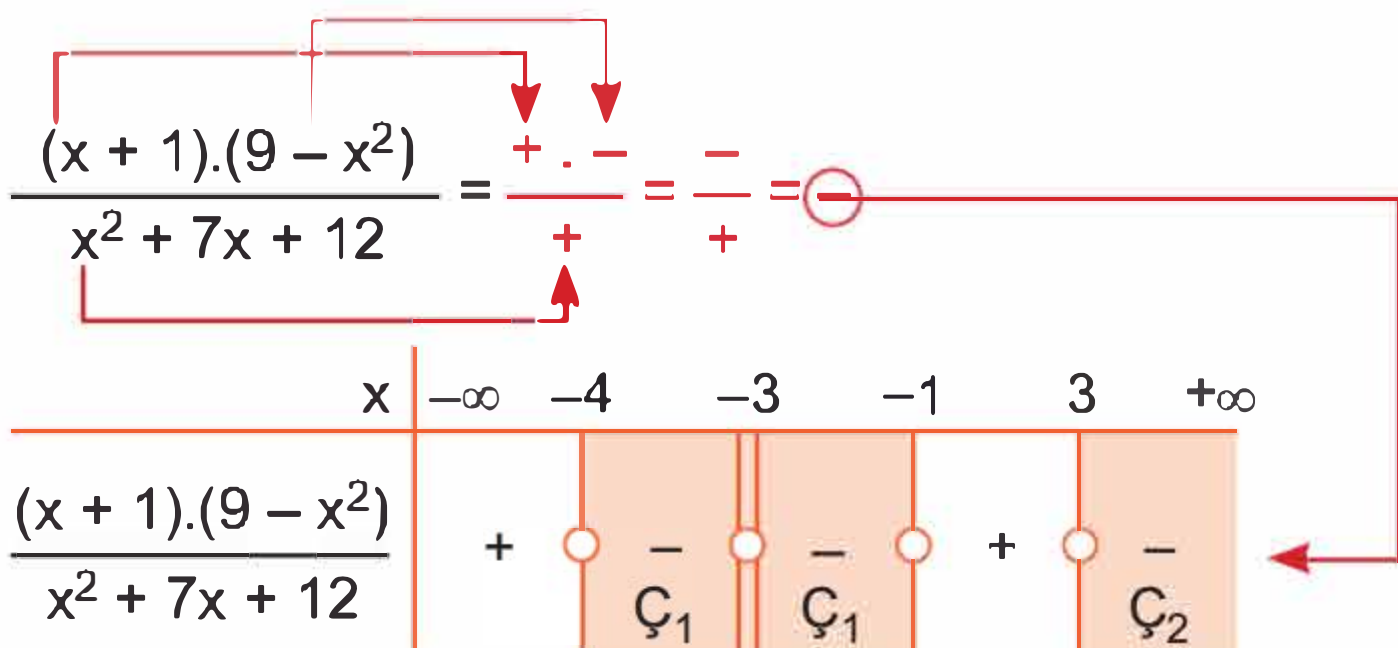
$$x^2+7x+12=0 \Rightarrow (x+4).(x+3)=0$$

$$x+4=0 \Rightarrow x=-4 \text{ (tek katlı)}$$

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3 \text{ (çift katlı)}$$

çift katlı

Şimdi de ifadenin işaretini saptayıp, tüm verileri işaret tablosuna aktaralım.



Soruda < 0 sembolü olduğundan tabloda $-$ işaretinin olduğu yerler çözüm kümesi olacaktır. Bu durumda

$$\zeta = \zeta_1 \cup \zeta_2 = (-4, -1) \cup (3, +\infty) - \{-3\} \text{ tür.}$$

$x=-3$ paydayı sıfır yaptığından çözüm kümesinden çıkarılmıştır.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\frac{(x+3).(4-x^2)}{x^2+3x-10} < 0$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2) \cup (3, 5)$

B) $(-2, +\infty) - \{2\}$

C) $(-5, +\infty)$

D) $(-5, -3) \cup (-2, +\infty)$

E) $(-5, -3) \cup (-2, +\infty) - \{2\}$

2. $\frac{4}{(x-2).(25-x^2)} > 0$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2)$

B) $(-\infty, -1)$

C) $(-\infty, -5) \cup (2, 5)$

D) $(2, +\infty)$

E) $(5, +\infty)$



BİLGİ

8.4 - İçinde Mutlak Değer ya da Üslü İfade Olan Eşitsizlikler

$$\bullet \frac{|x+2|}{4-x} < 0$$

ifadesinde $|x+2| \geq 0$ olduğundan $|x+2|$ ifadesini göz ardı etmelisin.

$$\frac{|x+2|}{4-x} < 0 \Rightarrow 4-x < 0 \dots \left(\frac{+}{-} = - \text{ olacağından} \right)$$

eşitsizliğin çözüm kümesi sorunun cevabı olacaktır.

$$4-x < 0 \Rightarrow 4 < x \text{ tir. O halde } \mathcal{C} = (4, +\infty) \text{ olur.}$$

$$\bullet \frac{3^x \cdot (x-2)}{x+1} < 0$$

ifadesinde $3^x > 0$ dır. (Pozitif sayıların her kuvveti pozitiftir.)

O halde 3^x ifadesini görmezden gelebilirsin.

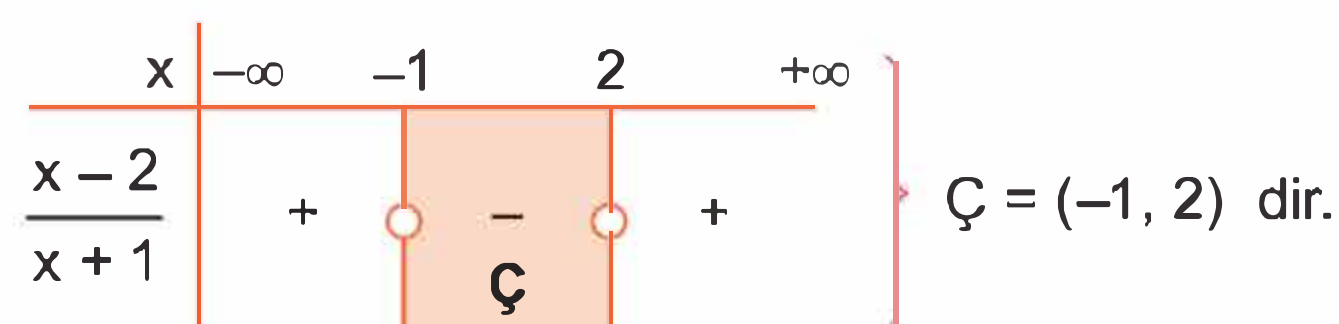
$$\frac{3^x \cdot (x-2)}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{x-2}{x+1} < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi sorunun cevabı olacaktır.

$$x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ (tek katlı)}$$

$$x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ (tek katlı)}$$

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{+}{+} = + \text{ ile başlayacağız.}$$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \frac{|x-3|}{x-2} > 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$|x-3| \geq 0$ olduğundan bu ifadeyi yine dikkate almamalısn.

$$\frac{|x-3|}{x-2} > 0 \Rightarrow x-2 > 0 \text{ eşitsizliğin çözüm kümesini bulman}$$

yeterli olacaktır.

$x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$ dir. Ancak $|x-3| = 0 \Rightarrow x = 3$ ifadeyi sıfır yapacağından $x = 3$ çözüm kümesinden atılmalıdır.

$$\mathcal{C} = (2, +\infty) - \{3\} \text{ tür.}$$

$$2. \frac{5^x \cdot (x+3)}{x-2} < 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamını bulunuz.

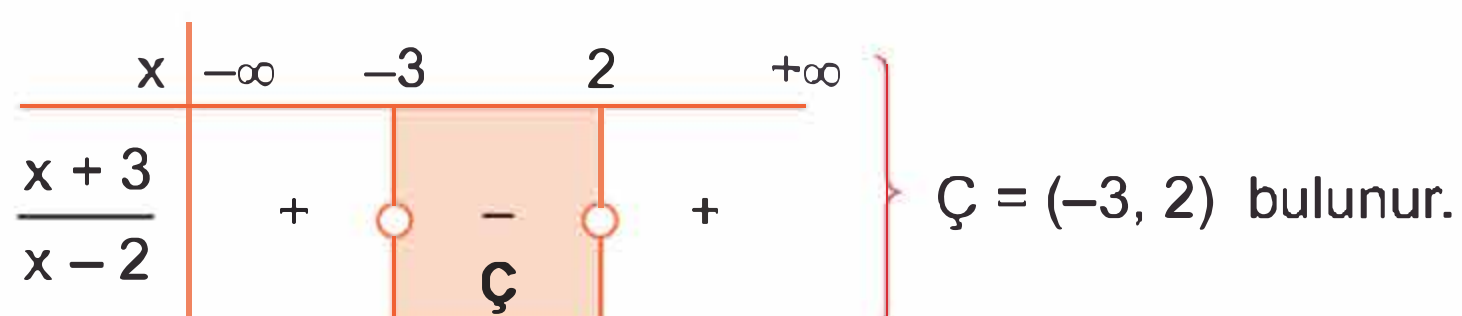
Çözüm:

$5^x > 0$ olduğundan bu ifadeyi yine dikkate almamalısn.

$$\frac{5^x \cdot (x+3)}{x-2} < 0 \Rightarrow \frac{x+3}{x-2} < 0 \text{ eşitsizliğini çözmek yeterli olacaktır.}$$

$$x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ (tek katlı)} \quad x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ (tek katlı)}$$

$$\frac{x+3}{x-2} = \frac{+}{+} = + \text{ ile başlayacağız.}$$



Bu aralıktaki tam sayılar $-2, -1, 0, 1$ olup toplamı -2 dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \frac{|x+1|}{x-5} \leq 0$$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 5]$ B) $(-\infty, 5)$ C) $(-\infty, -5)$
D) $(-1, 5)$ E) $(-1, +\infty)$

$$2. \frac{4^x}{x-3} > 0$$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -3)$ B) $(0, 3)$ C) $(0, +\infty)$
D) $(-\infty, 3)$ E) $(3, +\infty)$

$$3. \frac{2^x \cdot (x-1)}{6-x} > 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

1-B

2-E

3-A



BİLGİ

8.5 - Çarpanların Kuvvetleri Çok Büyükse

Verilen ifadede çok büyük kuvvetli parantezler varsa; kuvvetlerin "tek mi?, çift mi?" olduğuna dikkat edeceksin.

NOT: Kuvvet çiftse o parantezi atıp dikkate almayacaksın. Kuvvet tekse sadece kuvveti atacaksın. Kalanlarla (kuşa çevirdiklerinle) soruyu çözeceksin. Ancak çift kuvvetli parantezler pay'da (üstte) ise onları sıfırlayan x değerlerinin, eşitsizlik sembollerinin \leq ya da \geq olma durumunda kök olacağını ve çözüm kümesine katılacağını unutmamalısın!

Örneğin;

$$\frac{(x-2)^{2018} \cdot (x+3)^{2019}}{(x-5)^{1923}} \leq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesi ile}$$

$$\frac{(x-2)^{2018} \cdot (x+3)^{2019}}{(x-5)^{1923}} \leq 0 \rightarrow \frac{(x+3)}{(x-5)} \leq 0 \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesi aynıdır.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $(x-3)^{404} \cdot (7+x)^{303} \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$(x-3)^{404} \cdot (7+x)^{303} \leq 0$ eşitsizliği yerine $7+x \leq 0$ eşitsizliğini çözmek yeterli olacaktır. $(x-3)^{404}$ üssü çift olduğundan attık.)
 $7+x \leq 0 \Rightarrow x \leq -7$ olur. Ancak soruda \leq sembolünün olması; "ifadeyi sıfır yapan tüm kökleri de almak gerektiği." anlamına gelir. O halde $x = 3$ değerinin (ifadeyi sıfır yaptığından) çözüm kümesinde olması gerekir. Bu durumda $\mathcal{C} = (-\infty, -7] \cup \{3\}$ olmalıdır.

2. $\frac{(x+1)^{2023} \cdot (x+2)^{2018}}{(x-3)^{441}} \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{(x+1)^{2023} \cdot (x+2)^{2018}}{(x-3)^{441}} \leq 0 \text{ eşitsizliği yerine } \frac{x+1}{x-3} \leq 0$$

eşitsizliğini çözmek yeterli olacaktır.

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \text{ (tek katlı)} \quad x-3=0 \Rightarrow x=3 \text{ (tek katlı)}$$

$$\frac{x+1}{x-3} = \frac{+}{+} = + \text{ ile başlayacağız.}$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$\frac{x+1}{x-3}$	+	○	○	+

$\mathcal{C} = [-1, 3) \cup \{-2\}$ bulunur.

NOT: $x = 3$ paydayı sıfır yaptığı için çözüm kümesine alınmadı.
 $x = -2$ eşitliği sağladığı için \leq sembolünden dolayı çözüm kümesine alındı.

1. $(x-1)^{206} \cdot (x+6)^{101} \leq 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -6] \cup \{1\}$ B) $[-6, 1]$ C) $[-1, 6)$
D) $(-1, 5)$ E) $(-\infty, -6]$

2. $\frac{(x-4)^{100} \cdot (x+3)^{705}}{(x-7)^{203}} < 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

3. $\frac{(x+2)^{181} \cdot (x-4)^{213}}{(5-x)^{186}} > 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2] \cup [4, +\infty) - \{5\}$ B) $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty) - \{5\}$
C) $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty) - \{5\}$ D) $[-4, 2]$
E) $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$

1-A

2-D

3-B



BİLGİ

8.6 - $f(x) > a$, $f(x) \geq a$, $f(x) < a$, $f(x) \leq a$ Biçimindeki Eşitsizlikler

Bu kalıptaki eşitsizlikleri çözerken sembolün sağındaki sayıyı önce sola alacaksın. Sağ tarafta sadece 0 kalacak. Önceki eşitsizliklerde olduğu gibi. Sol tarafta da gerekli düzenlemeleri yaparak sol tarafı $\frac{P(x)}{Q(x)}$ kalıbına benzeteceksin. Şöyleki;

$$\frac{2x}{x-3} \geq 5 \rightarrow \frac{2x}{x-3} - \frac{5}{1} \geq 0 \rightarrow \frac{2x - 5(x-3)}{x-3} \geq 0 \rightarrow \frac{2x - 5x + 15}{x-3} \geq 0 \rightarrow \frac{-3x + 15}{x-3} \geq 0 \rightarrow \text{sonra bu eşitsizliği çözeceksin.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\frac{3x}{x-5} \geq 2$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

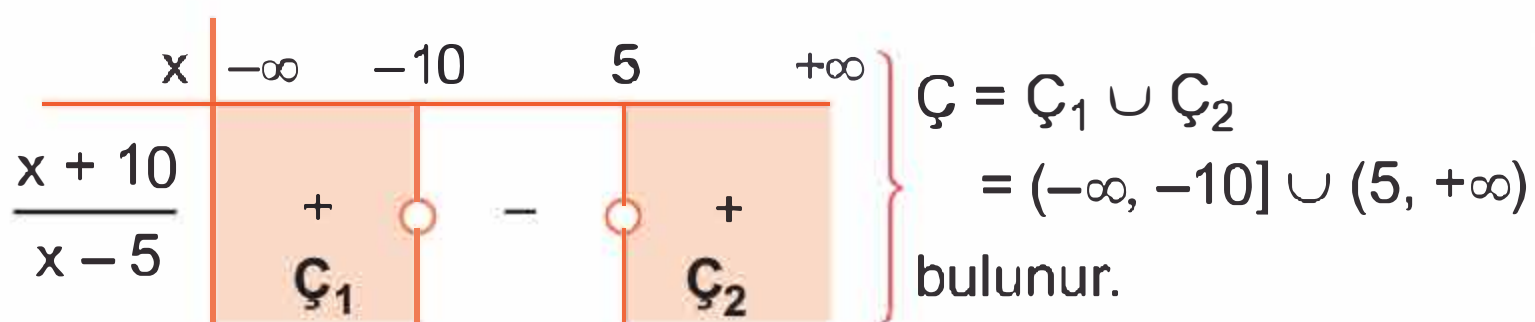
$$\frac{3x}{x-5} \geq 2 \rightarrow \frac{3x}{x-5} - \frac{2}{1} \geq 0 \rightarrow \frac{3x - 2(x-5)}{x-5} \geq 0$$

$$\frac{3x - 2x + 10}{x-5} \geq 0 \Rightarrow \frac{x + 10}{x-5} \geq 0$$

$$x + 10 = 0 \rightarrow x = -10 \text{ (tek katlı)}$$

$$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \text{ (tek katlı)}$$

$$\frac{x + 10}{x - 5} = \frac{+}{+} = + \text{ ile başlayacağız.}$$



2. $\frac{5}{6-x} < x$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{5}{6-x} < x \rightarrow \frac{5}{6-x} - \frac{x}{1} < 0 \rightarrow \frac{5 - x(6-x)}{6-x} < 0$$

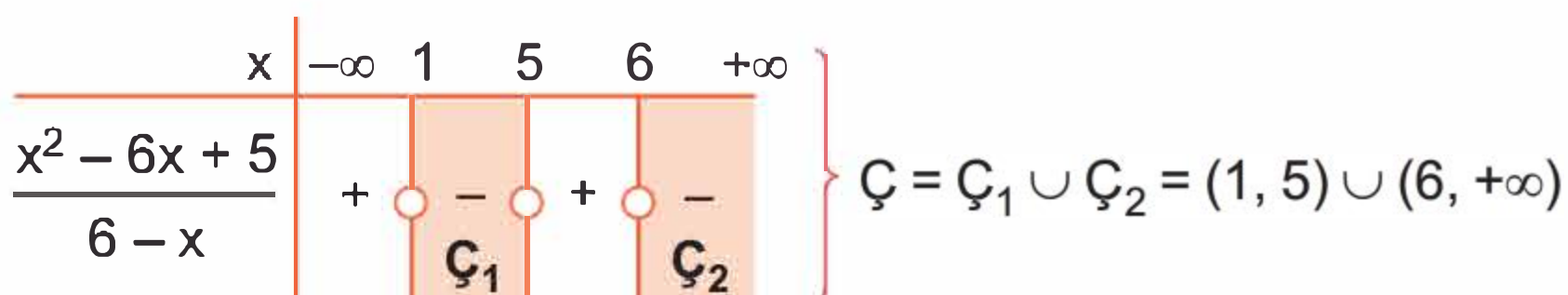
$$\frac{5 - 6x + x^2}{6-x} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 6x + 5}{6-x} < 0$$

$$x = 5 \text{ (tek katlı)} \quad x = 1 \text{ (tek katlı)}$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

$$6 - x = 0 \rightarrow x = 6 \text{ (tek katlı)}$$

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{6 - x} = \frac{+}{-} = - \text{ ile başlayacağız.}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\frac{5x}{x-2} < 1$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ B) $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ C) $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$
D) $\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$ E) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

2. $\frac{4x}{x+2} \geq 2$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2) \cup [2, 4]$ B) $[2, +\infty)$
C) $(-\infty, -2) \cup [2, +\infty)$ D) $(-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$
E) $\mathbb{R} - [0, 2)$

3. $\frac{2}{3-x} < x$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 2) \cup (3, +\infty)$ B) $(-1, 3) \cup (4, +\infty)$
C) $(-2, -1) \cup (2, +\infty)$ D) $(-1, 2) \cup (4, +\infty)$
E) $(1, 2) \cup (3, +\infty)$



1. $x(x - 2)(x + 2) > 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0, 1) B) (0, 2) C) $(-\infty, 2)$
D) $(-\infty, -2)$ E) $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

2. $(x - 2)^4 \cdot (x - 3)^3 \leq 0$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 3]$ B) $(3, +\infty)$ C) $(0, +\infty)$
D) $(2, +\infty)$ E) $[3, +\infty)$

3. $\frac{2x - 3}{x + 5} > 0$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-5, \frac{3}{2})$ B) $(-5, 0)$ C) $(0, \frac{3}{2})$
D) $(-\infty, -5) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ E) $(-2, \frac{3}{2})$

4. $\frac{x^2 + 9}{x - 4} \geq 0$
eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $(x^2 - 9)(x + 5) \leq 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-5, -3) \cup (3, 5)$ B) $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$
C) $(-3, 5) \cup (7, +\infty)$ D) $(-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$
E) $(-\infty, -5] \cup [-3, 3]$

6. $(x + 3)(x^2 - x - 12) \geq 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[4, +\infty) \cup \{-3\}$ B) $(-\infty, -3]$ C) $[-3, 4]$
D) $(-\infty, 4]$ E) $(-\infty, -4]$

7. $\frac{|2x - 5|}{x + 3} < 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, \frac{5}{2})$ B) $(-3, +\infty)$ C) $(-\infty, -3)$
D) $(3, +\infty)$ E) $(-\frac{5}{2}, 3)$

8. $\frac{(x + 2)^{606} \cdot (x - 1)^{201}}{(x - 7)^{117}} < 0$
eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 28 B) 27 C) 26 D) 21 E) 20



0C8B093D

1. $1 - \frac{4}{x^2} \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -4)$ B) $(-\infty, -2)$ C) $(2, +\infty)$
D) $[-2, 2]$ E) $[-2, 2] \setminus \{0\}$

2. $\frac{(x-2)^4(x+4)}{x} \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-4, 0) \cup \{2\}$ B) $[-4, 0)$ C) $[-4, 0]$
D) $(0, 2)$ E) $[-\infty, -4]$

3. $\frac{x^2 - 25}{4 - x} > 0$

eşitsizliğini sağlayan en büyük x negatif tam sayısı kaçtır?

- A) -4 B) -5 C) -6 D) -7 E) -8

4. $(2x - 10)(x^2 - 25) \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan negatif tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) -15 B) -14 C) -13 D) -12 E) -11



5. $\frac{6^x(x-3)}{7-x} \geq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 7)$ B) $(-\infty, 3]$ C) $(7, +\infty)$
D) $[3, 7)$ E) $[-3, 7]$



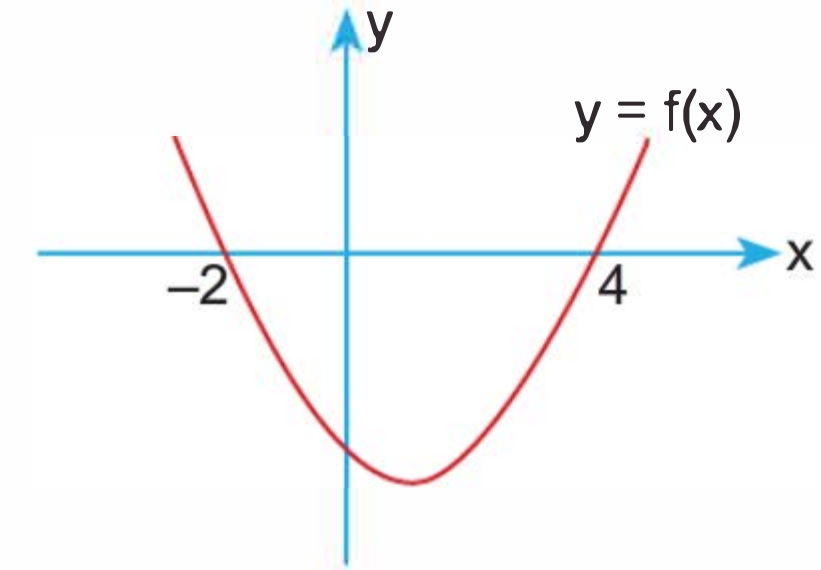
6. $\frac{7x}{x-1} \geq 8$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(1, 7)$ B) $[0, 1)$ C) $(1, 8]$
D) $[-2, 3)$ E) $(-2, 3)$



7.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(3 - x)f(x) > 0$ eşitsizliğini sağlayan pozitif reel sayıların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, 2)$ B) $(2, 3)$ C) $(4, +\infty)$
D) $(0, 3)$ E) $(3, 4)$



6. $\frac{(x+a)(x+b)}{x+c} < 0$

$a < b < 0 < c$ olmak üzere,

eşitsizliğin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -c)$ B) $(-c, -b)$ C) $(-c, +\infty)$
D) $(c, +\infty)$ E) $(-b, -c)$



BİLGİ

9.1 - Eşitsizlik Sisteminin Çözüm Kümesi

✓ İki ya da daha çok eşitsizliğin bir arada bulunduğu eşitsizliklere **eşitsizlik sistemi** denir. Bu eşitsizliklerin çözüm kümelerinin birleşim kümesine de **eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi** denir.

Örneğin;

- $x - 2 > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi \mathcal{C}_1
- $x^2 - 9 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi \mathcal{C}_2 ise

$$\left. \begin{array}{l} x - 2 > 0 \\ x^2 - 9 < 0 \end{array} \right\} \text{eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi } \mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 \text{ dir.}$$

- I. Önce her bir eşitsizliğin köklerini bulalım.
- $$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ dir.}$$
- $$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -3 \text{ tür.}$$

II. Şimdi işaret tablosuna kökleri küçükten büyüğe doğru yerleştirelim.

x	$-\infty$	-3	2	3	$+\infty$	
$x - 2$	-	-	○	+	+	
$x^2 - 9$	+	○	-	-	○	+
\mathcal{C}						

III. $x - 2 > 0$ (pozitif) istendiğinden 1. satırda + işaretinin $x^2 - 9 < 0$ (negatif) istendiğinden 2. satırda - işaretinin olduğu yer sistemin çözüm kümesidir. **(Her iki satırda da ortak taranan bölge)**

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $x - 4 < 0$
 $x^2 - 25 > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5 \text{ veya } x = -5 \text{ tir.}$$

x	$-\infty$	-5	4	5	$+\infty$	
$x - 4$	-	-	○	+	+	
$x^2 - 25$	+	○	-	-	○	+
\mathcal{C}						

$$x - 4 < 0 \rightarrow - \text{ (1. satırda ara)}$$

$$x^2 - 25 > 0 \rightarrow + \text{ (2. satırda ara)}$$

1. satırda -, 2. satırda + işaretinin olduğu yer sistemin çözüm kümesidir. **(Her iki satırda da ortak taranan bölge)**

$$\mathcal{C} = (-\infty, -5) \text{ olur.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x - 1 < 0$
 $x^2 - 4 > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2)$ B) $(2, +\infty)$ C) $(-\infty, -2)$
D) $(-2, +\infty)$ E) $(-2, 2)$

2. $x + 3 < 0$
 $x^2 - 5x - 14 > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, 7)$ B) $(-\infty, -3)$ C) $(-3, -2)$
D) $(7, +\infty)$ E) $(-7, -2)$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x + 3 < 0$

$$\frac{x-3}{x+5} > 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{cases} x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \end{cases} \text{ Tabloya küçükten büyüğe doğru} \\ \text{yerleştiriyoruz.}$$

x	$-\infty$	-5	-3	3	$+\infty$	
$x + 3$	-	-	0	+	+	
$\frac{x-3}{x+5}$	+	0	-	-	0	+

$\mathcal{C} = (-\infty, -5)$ bulunur.

Tabloda
1. satırın

2. satırın +
olduğu yerle-
ri aramalısın.

2. $x^2 - 8x + 15 \leq 0$
 $x^2 + 2x - 8 \geq 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x - 3) = 0$$

$$x = 5 \quad x = 3$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 2) = 0$$

$$x = -4 \quad x = 2$$

Şimdi kökleri tabloya yerleştirelim.

x	$-\infty$	-4	2	3	5	$+\infty$	
$x^2 - 8x + 15$	+	+	+	0	-	0	+
$x^2 + 2x - 8$	+	0	-	0	+	+	+

$\mathcal{C} = [3, 5]$ bulunur.

Tabloda

1. satırın -
2. satırın +
olduğu yerleri
aramalısın.

3. $\frac{x-2}{x+4} > 0$

$$x^2 - x - 12 \leq 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, \quad x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \text{ tür.}$$

$$x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \quad x = -3 \text{ tür.}$$

x	$-\infty$	-4	-3	2	4	$+\infty$	
$\frac{x-2}{x+4}$	+	0	-	-	0	+	
$x^2 - x - 12$	+	+	0	-	-	0	+

$\mathcal{C} = (2, 4]$ bulunur.

Tabloda

1. satırın +
2. satırın -
olduğu yerleri
aramalısın.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x + 4 < 0$

$$\frac{x-4}{x+7} > 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-7, -4)$ B) $(-\infty, -7)$ C) $(-4, 4)$
D) $(4, 7)$ E) $(-4, +\infty)$

2. $x^2 - 7x + 12 \geq 0$
 $x^2 + 3x - 10 \leq 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -5]$ B) $[2, 3]$ C) $[2, +\infty)$
D) $[3, 4]$ E) $[-5, 2]$

3. $\frac{x-3}{x+6} > 0$

$$x^2 - 10x + 24 < 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(4, 6)$ B) $(3, 4)$ C) $(-6, 3)$
D) $(-\infty, -6)$ E) $(6, +\infty)$

4. $\frac{x+1}{x-3} > 0$

$$\frac{x-2}{x+7} < 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -7)$ B) $(-1, 2)$ C) $(-7, -1)$
D) $(2, 3)$ E) $(2, +\infty)$

1-B

2-E

3-A

4-C



BİLGİ

9.2 - Eşitsizlik Grafikle Beraber Verilmişse

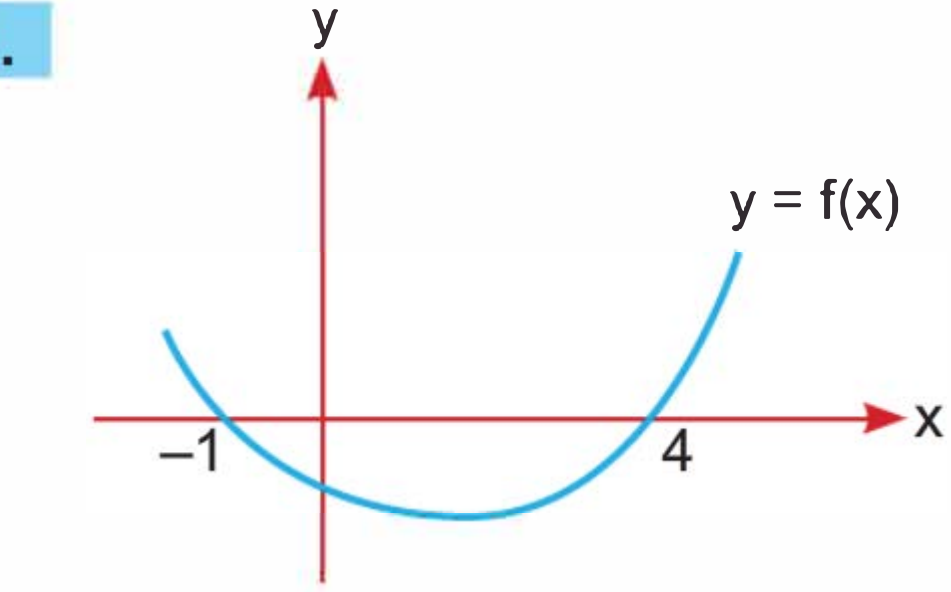
Eşitsizlikte çarpanlardan biri grafikse işaret tablosunda bir satır da grafik için çizilir. Grafiğin x eksenini kestiği yerler kök olur. Grafiğin x ekseninin üstünde kalan yerleri için işareti +, altında kalan yerleri için işareti - olur. Şöyle ki;

- | | | | | | |
|------|-----------|----|---|---|-----------|
| x | $-\infty$ | -5 | 3 | 8 | $+\infty$ |
| f(x) | | - | + | - | + |

 - Grafiğin x eksenini kesip geçtiği yerler tek katlı köktür.
 - Grafiğin x eksenine teğet olduğu yerler çift katlı köktür.
- | | | | | |
|------|-----------|----|---|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 5 | $+\infty$ |
| f(x) | | - | + | + |

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

ÖĞRENCİ SORULARI



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(x - 1) \cdot f(x) \geq 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm:

Önce tüm çarpanların kökünü bulalım.
 $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ (tek katlı kök)
 $f(x) = 0 \Rightarrow x = -1$ (tek katlı kök)
 $x = 4$ (tek katlı kök)

Şimdi iki satırlı bir tablo yapacağız.

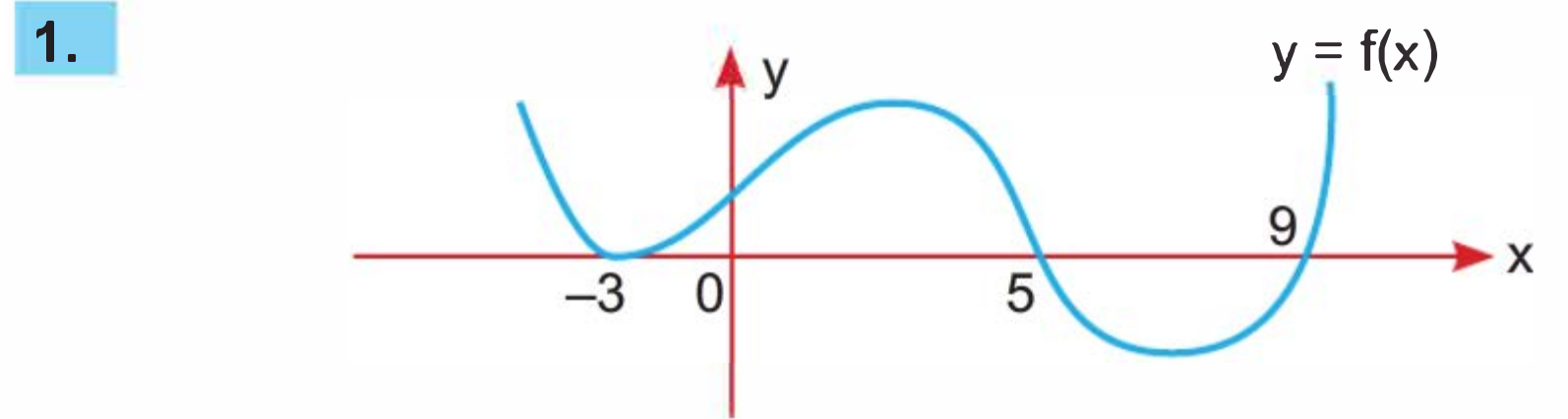
1. satıra $x - 1$ in işaretlerini, ikinci satıra da $f(x)$ in işaretlerini yerleştireceğiz. Soruda $x - 1$ ile $f(x)$ çarpım durumunda olduğundan satırlardaki işaretleri çarparak sonuç işaretini bulacağız.

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$x - 1$	-	-	+	+	+
f(x)	+	-	-	-	+
sonuç	-	+	-	+	+

(çarpım) \mathcal{C}_1 \mathcal{C}_2

$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = [-1, 1] \cup [4, +\infty)$

Soruda " ≥ 0 " sembolü olduğundan sonuç satırında + işaretinin olduğu yerleri alacağız.

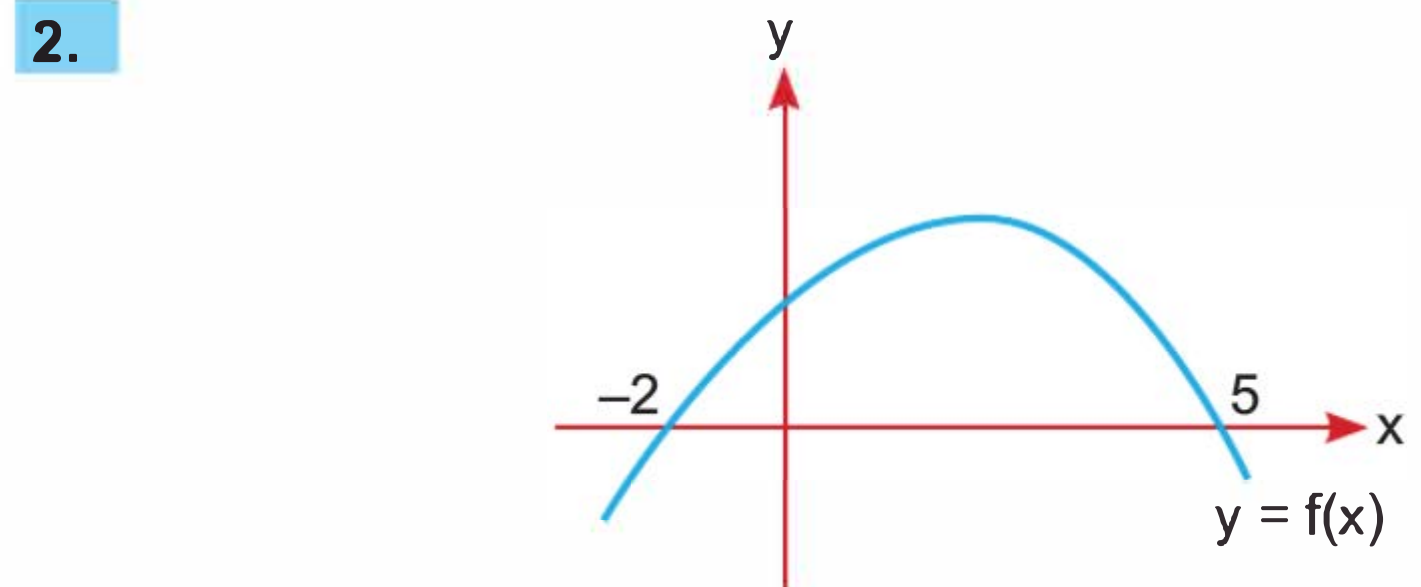


Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre,

$$f(x) \leq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[5, 9]$ B) $[0, 5]$ C) $[5, 9] \cup \{-3\}$
 D) $(-\infty, -3)$ E) $(9, +\infty)$



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre,

$$(x - 3) \cdot f(x) \leq 0$$

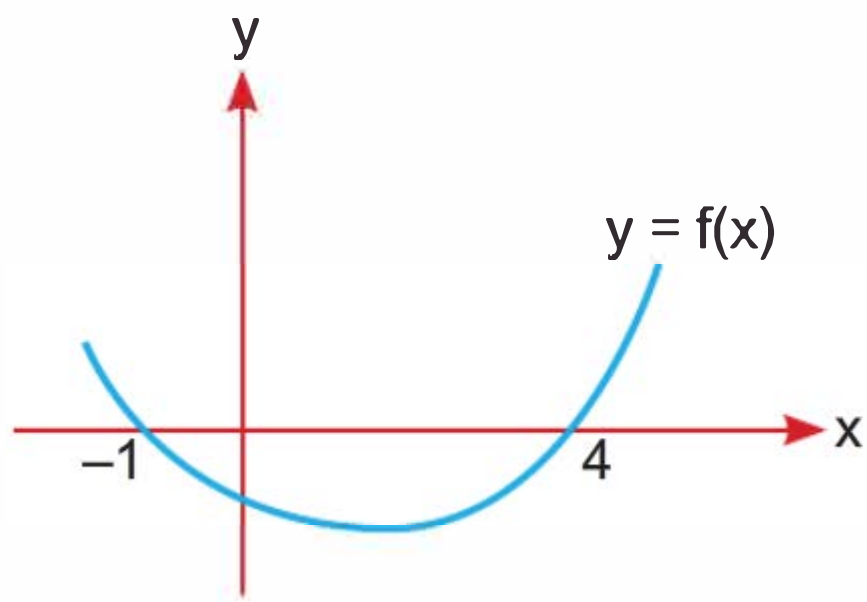
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2) \cup (3, 5)$ B) $(-\infty, -2) \cup (0, 5)$
 C) $(-\infty, 0) \cup (3, 5)$ D) $(-\infty, -2) \cup (4, 5)$
 E) $[-2, 3] \cup [5, +\infty)$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(x - 1) \cdot f(x) \geq 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm:

Önce tüm çarpanların kökünü bulalım.

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ (tek katlı kök)}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ (tek katlı kök)}$$

$$x = 4 \text{ (tek katlı kök)}$$

Şimdi iki satırlı bir tablo yapacağız.

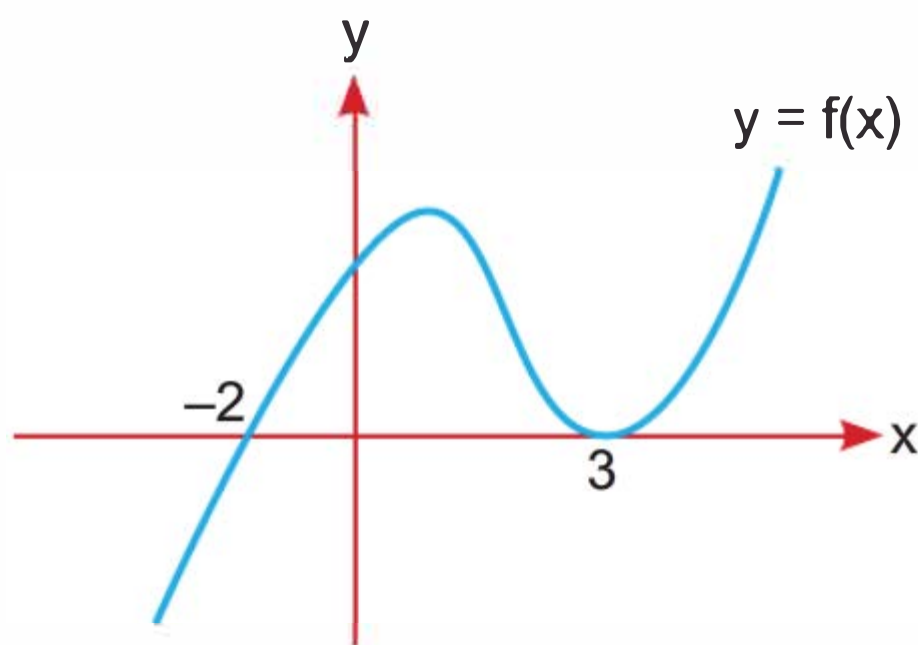
1. satıra $x - 1$ in işaretlerini, ikinci satıra da $f(x)$ in işaretlerini yerleştireceğiz. Soruda $x - 1$ ile $f(x)$ çarpım durumunda olduğundan satırlardaki işaretleri çarparak sonuç işaretini bulacağız.

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$x - 1$	-	-	+	+	+
$f(x)$	+	-	-	-	+
sonuç	-	+	-	+	+

Soruda " ≥ 0 " sembolü olduğundan sonuç satırında + işaretinin olduğu yerleri alacağız.

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = [-1, 1] \cup [4, +\infty)$$

2.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(x)}{x - 2} < 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ (tek katlı)}$$

$$x = 3 \text{ (çift katlı - teğet)}$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ (tek katlı)}$$

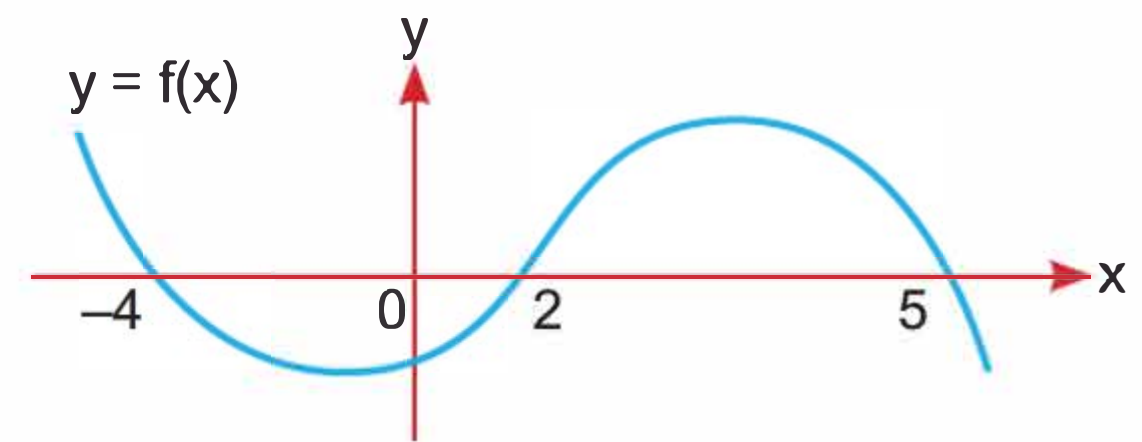
x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
$f(x)$	-	+	+	+	+
$x - 2$	-	-	+	+	+
sonuç	+	-	+	+	+

Soruda " < 0 " sembolü olduğundan sonuç satırında - işaretinin olduğu yerleri alacağız.

$$\mathcal{C} = (-2, 2)$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$(x - 3) \cdot f(x) > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-4, 2) \cup (3, 5)$

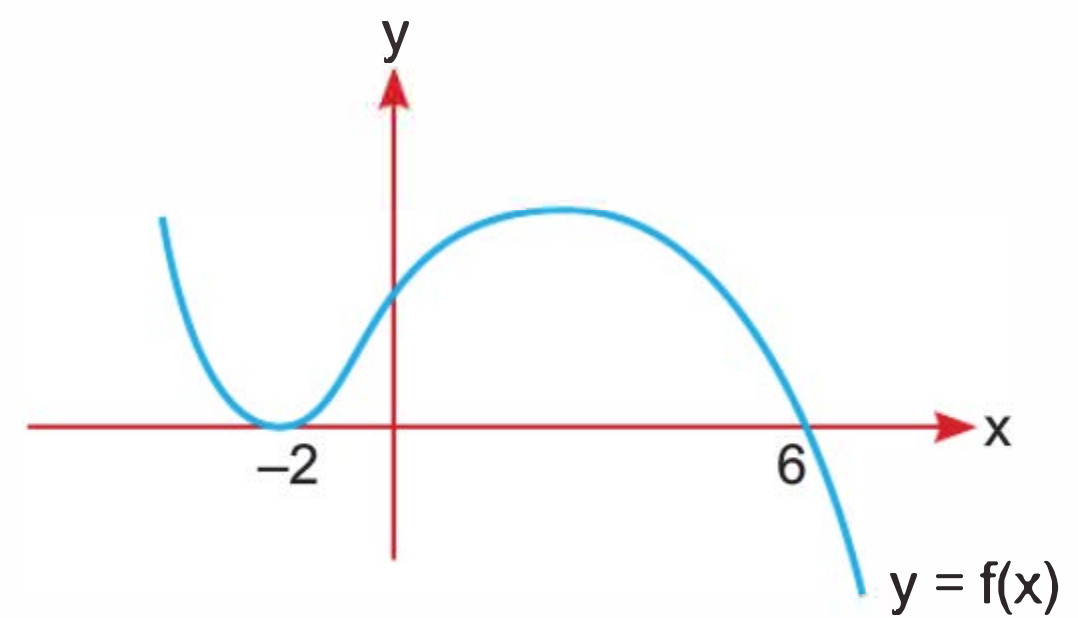
B) $(-\infty, -4)$

C) $(2, 3)$

D) $(5, +\infty)$

E) $(2, 3) \cup (5, +\infty)$

2.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\frac{f(x)}{x + 1} > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2)$

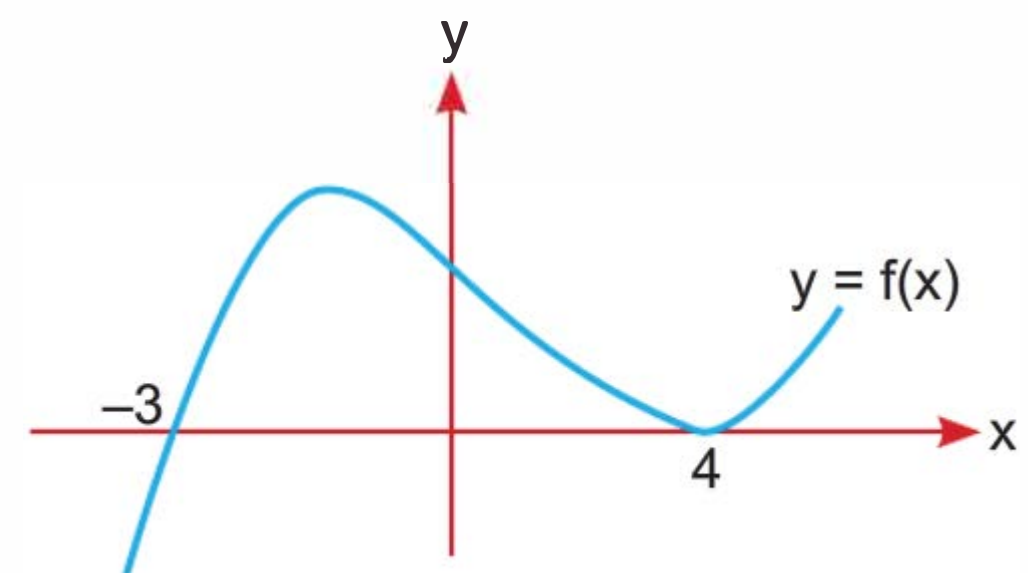
B) $(-1, 6)$

C) $(-2, -1)$

D) $(-2, -1)$

E) $(6, +\infty)$

3.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$(x - 1)^2 \cdot f(x) \geq 0$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-3, 4]$

B) $(-\infty, -1)$

C) $[-3, +\infty)$

D) $(-\infty, 0]$

E) $(-\infty, -3)$

1-A

2-B

3-C



BİLGİ

9.3 - İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemin Köklerinin Varlığı

İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinin varlığını araştırmak için denklemin **diskriminantına** (Δ) bakacaksınız.

✓ $\Delta > 0$ ise birbirinden farklı iki gerçek kök vardır. **NOT:** $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$

✓ $\Delta = 0$ ise birbirine eşit iki gerçek kök vardır.

✓ $\Delta < 0$ ise gerçek kök yoktur. (Sanal kökler vardır.)

• $2x^2 - 3x - 1 = 0$

$a = 2, b = -3, c = -1$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)$
 $= 9 + 8 = 17$

$\Delta = 17 > 0$ olduğundan birbirinden farklı iki gerçek kök vardır.

• $2x^2 - 12x + 18 = 0$

$a = 2, b = -12, c = 18$

$\Delta = b^2 - 4ac$
 $= (-12)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18$

$= 144 - 144 = 0$

$\Delta = 0$ olduğundan birbirine eşit 2 gerçek kök vardır.

• $3x^2 - 2x + 4 = 0$

$a = 3, b = -2, c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4$
 $= 4 - 48$

$= -44$

$\Delta = -44 < 0$ olduğundan gerçek kök yoktur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x^2 - 3x + m + 1 = 0$

denkleminin birbirinden farklı iki gerçek kökünün olması için m hangi koşulu sağlamalıdır?

Çözüm:

Birbirinden farklı iki reel kökün olması için $\Delta > 0$ koşulu sağlanmalıdır.

$1 \cdot x^2 - 3x + m + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0$

$(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m + 1) > 0$

$9 - 4(m + 1) > 0$

$\rightarrow 9 - 4m - 4 > 0$

$5 - 4m > 0$

$\frac{-4m}{-4} > \frac{-5}{-4}$

$m < \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$

$m < 1,25$

NOT: Eşitsizlik negatif sayıya bölününce sembol yön değiştirir.

2. $mx^2 - 6x + 5 = 0$

denkleminin gerçek kökü olmadığına göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaç olmalıdır?

Çözüm:

Gerçek kökün olmaması için $\Delta < 0$ koşulu sağlanmalıdır.

$mx^2 - 6x + 5 = 0, \Delta = b^2 - 4ac < 0, (-6)^2 - 4 \cdot m \cdot 5 < 0,$

$36 - 20m < 0$

$\frac{-20m}{-20} < \frac{-36}{-20}$

$m > \frac{36}{20}$

$m > \frac{9}{5} \rightarrow m > \frac{9}{5} = 1,8$ olduğundan m nin en küçük tam sayı değeri 2 dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x^2 - 2x + m + 3 = 0$

denkleminin birbirinden farklı iki gerçek kökünün olması için m aşağıdaki koşullardan hangisini sağlamalıdır?

A) $m > 2$

B) $m < -2$

C) $m < 2$

D) $m < -4$

E) $m > -2$

2. $x^2 - 5x + k = 0$

denkleminin gerçek kökünün olmaması için m nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç olmalıdır?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

3. $x^2 + bx + 5 = 0$

denkleminin gerçek kökünün olması için b nin alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

1-B

2-C

3-B



TEST 1

1. $f(x) = x + 3$
 $g(x) = 5 - x$

fonksiyonlarının işaret tablosu aşağıdakilerden hangisidir?

A)

x	$-\infty$	-5	3	$+\infty$
f(x)	-	-	0	+
g(x)	+	0	-	-

B)

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$
f(x)	+	0	-	-
g(x)	-	-	0	+

C)

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$
f(x)	-	0	+	+
g(x)	+	+	0	-

D)

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$	
f(x)	+	0	-	0	+
g(x)	-	0	+	0	-

E)

x	$-\infty$	3	5	$+\infty$
f(x)	-	0	+	+
g(x)	+	+	0	-

2. $x - 10 < 0$
 $x + 2 > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini veren işaret tablosu aşağıdakilerden hangisidir?

A)

x	$-\infty$	-2	10	$+\infty$
$x - 10$	-	-	0	+
$x + 2$	-	0	+	+

B)

x	$-\infty$	-2	10	$+\infty$
$x - 10$	-	-	0	+
$x + 2$	-	0	+	+

C)

x	$-\infty$	-10	2	$+\infty$
$x - 10$	-	0	+	+
$x + 2$	-	-	0	+

D)

x	$-\infty$	-2	10	$+\infty$
$x - 10$	-	-	0	+
$x + 2$	-	0	+	+

E)

x	$-\infty$	-2	10	$+\infty$
$x - 10$	+	+	0	-
$x + 2$	+	0	-	-

3. $x - 7 \leq 0$
 $x + 4 > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-4, 7]$ B) $[-4, 7)$ C) $(-4, 7)$
D) $[-4, 7]$ E) $(-7, 4]$

4. $\frac{x}{3} \leq 0$
 $\frac{4}{x+5} > 0$

eşitsizlik sisteminin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-5, 0)$ B) $[-5, 0]$ C) $[0, 5)$
D) $(-5, 3)$ E) $(-5, 0]$

5. $(x - 2)(x - 8) < 0$
 $3 - x > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2)$ B) $(3, 8)$ C) $(8, +\infty)$
D) $(2, 3)$ E) $(3, +\infty)$

6. $\frac{x+3}{x-5} < 0$
 $x + 8 \geq 0$

eşitsizlik sistemini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5



1. $x - 3 < 0$
 $x + 5 \geq 0$
 eşitsizlik sisteminin çözüm kümesindeki x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -15 B) -14 C) -13 D) -12 E) -11

2. Aşağıdaki şekilde gerçekte sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonlarına ait işaret tablosu verilmiştir.

x	$-\infty$	-6	4	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	-
$g(x)$	-	0	-	0

Buna göre, $f(x) \leq 0$ ve $g(x) > 0$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -6]$ B) $[-6, +\infty)$ C) $(4, +\infty)$
 D) $[-6, 4)$ E) $[4, +\infty)$

3. $x - 2 < 0$
 $x^2 - 4 > 0$
 eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 2)$ B) $(0, +\infty)$ C) $(2, +\infty)$
 D) $(-\infty, -2)$ E) $(-2, 2)$

4. $-\frac{2}{x-3} \geq 0$
 $\frac{8}{x+6} > 0$
 eşitsizlik sistemini sağlayan x tam sayıları kaç tanedir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



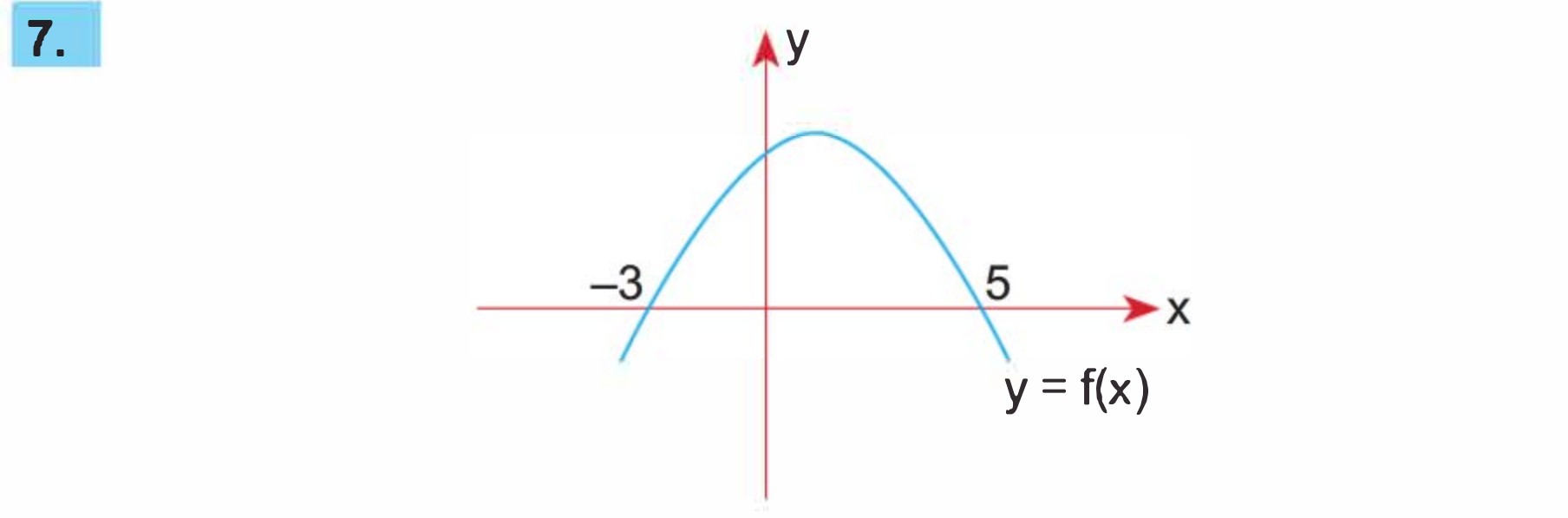
5. $x + 1 < 0$
 $\frac{x-2}{x+4} > 0$
 eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -4)$ B) $(-4, -1)$ C) $(-1, 2)$
 D) $(2, +\infty)$ E) $(0, 4)$



6. $x - 4 < 0$
 $x^2 + 3x - 4 < 0$
 eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -4)$ B) $(1, 4)$ C) $(-4, 1)$
 D) $(4, +\infty)$ E) $(-\infty, -5)$



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,
 $(x - 3) \cdot f(x) \geq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 1) \cup (3, 6)$ B) $(-\infty, -3] \cup [3, 5]$
 C) $(-\infty, 3) \cup (3, 5)$ D) $(-2, 3) \cup (5, +\infty)$
 E) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$



8. $x^2 - 4x + m - 1 = 0$
 denkleminin birbirinden farklı iki gerçekte kökünün olabilmesi için m aşağıdaki koşullardan hangisini sağlamalıdır?

- A) $(5, 25)$ B) $(5, 10)$ C) $(-\infty, 5)$
 D) $(5, +\infty)$ E) $(-\infty, 10)$



OC630EF4

1. $x + 2 > 0$
 $x^2 - 16 \geq 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-4, 0]$ B) $[0, 4]$ C) $(4, +\infty)$
D) $(-\infty, 4]$ E) $[4, +\infty)$

2. $x + 5 < 0$
 $\frac{x-4}{x+6} > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -5)$ B) $(-\infty, -6)$ C) $(-6, -5)$
D) $(-6, 4)$ E) $(4, +\infty)$

3. $\frac{2}{x-3} < 0$
 $x^2 - 4x - 5 > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -1)$ B) $(5, +\infty)$ C) $(-\infty, 5)$
D) $(0, 5)$ E) $(-1, 5)$

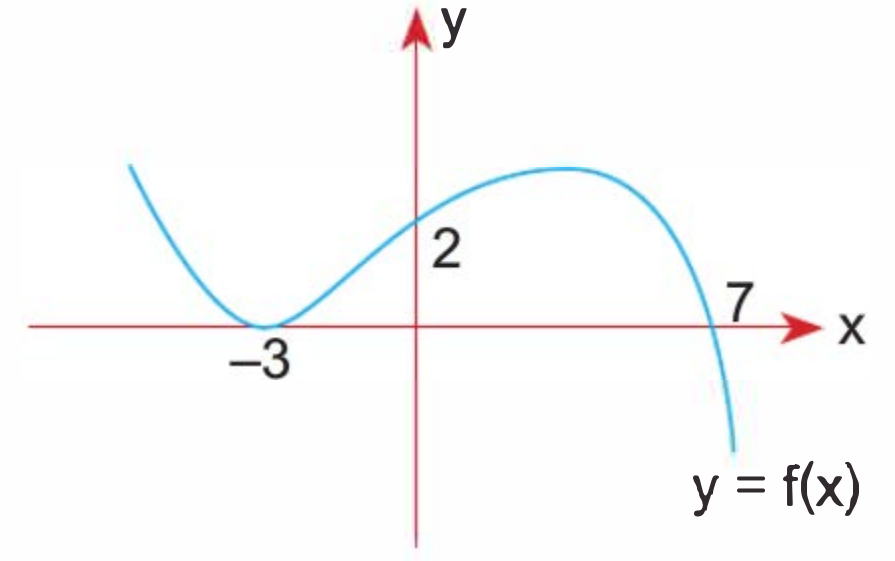
4. $\frac{x+2}{x-5} < 0$
 $\frac{1-x}{x+3} < 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(1, 5)$ B) $(-3, -2)$ C) $(-2, 1)$
D) $(5, +\infty)$ E) $(-\infty, -3)$



5.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

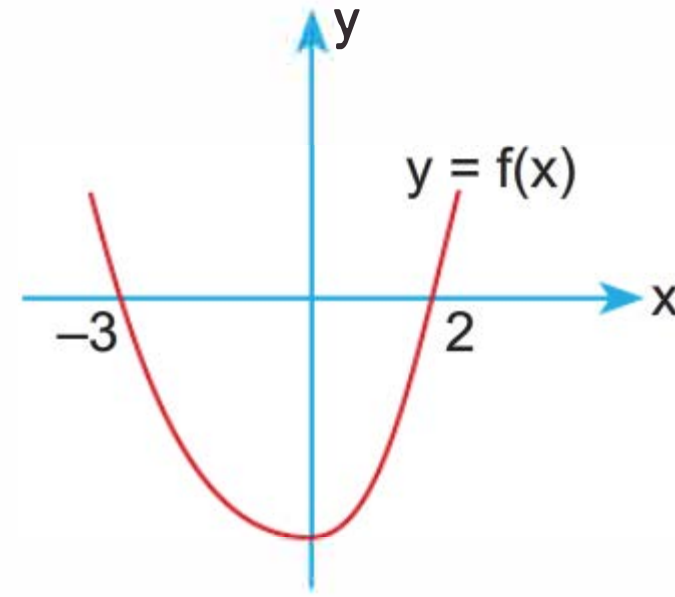
$$(x + 4)^2 f(x) \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-3, 7] \cup \{-4\}$ B) $(-\infty, 7] \cup [10, +\infty)$
C) $(-\infty, -3] \cup [7, +\infty)$ D) $[7, +\infty) \cup \{-3\}$
E) $[7, +\infty) \cup \{-4, -3\}$



6.



Yandaki şekilde $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(x)(x-1)}{x+5} < 0$ eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

dan biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -5)$ B) $(-3, 1)$ C) $(-3, 2)$
D) $(-5, -3)$ E) $(-3, +\infty)$



7.

$$12 < x^2 - x < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -3]$ B) $[-3, 0]$ C) $[0, 1]$
D) $[1, 4]$ E) \emptyset



BİLGİ

10.1 - Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Eşitsizliklerin Grafikle Çözümü

$y = 2x + 6$ ifadesinin bir doğru belirttiğini 9. sınıfta öğrenmiştin. Bir doğru analitik düzlemi (x ve y eksenlerinin bulunduğu düzlem) iki bölgeye ayırır. (Doğrunun üst tarafı ve alt tarafı) Bu iki bölgeden biri eşitsizliğin çözüm kümesi olacaktır. Örneğin,

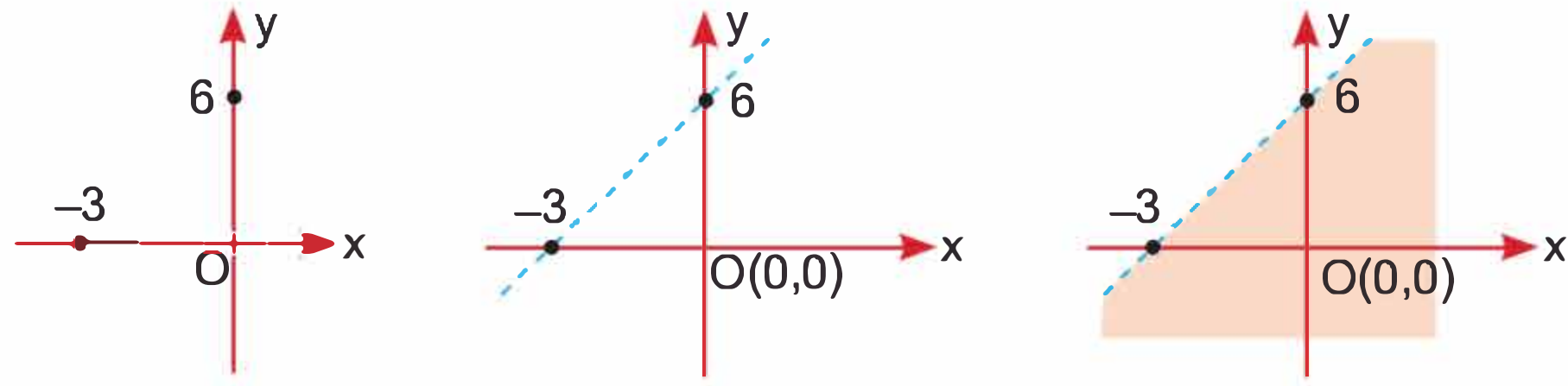
$y < 2x + 6$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için önce $y = 2x + 6$ doğrusunun grafiğini çizeceksin. (x 'e sıfır vererek y 'yi nerde keser, y 'ye sıfır vererek x 'i nerde keser deyip çizilecek doğrunun eksenleri kestiği noktaları bulup, bu noktaları cetvelinle birleştiriyordun. Hatırla!)

$x = 0 \rightarrow y = 2x + 6 \rightarrow y = 6 \rightarrow$ Doğru $(0, 6)$ noktasından geçecek.

$y = 0 \rightarrow 0 = 2x + 6 \rightarrow x = -3 \rightarrow$ Doğru $(-3, 0)$ noktasından da geçecek.

Şimdi bu noktaları analitik düzlemde belirleyip kesik çizgilerle birleştiriyoruz. Soruda $<$ yerine \leq olsaydı doğruyu kesik çizgiyle değil kalın çizgiyle gösterecektik.

1. Adım: **2. Adım:** **3. Adım:** **4. Adım:** **5. Adım:**



Doğru üzerinde olmayan bir $A(x, y)$ noktasını alıp eşitsizlikte yerine yazacaksın. Bu nokta eşitsizliği sağlıyorsa, noktayı aldığı bölge çözüm kümesi, sağlamıyorsa diğer yarı düzlem çözüm kümesi olacaktır.

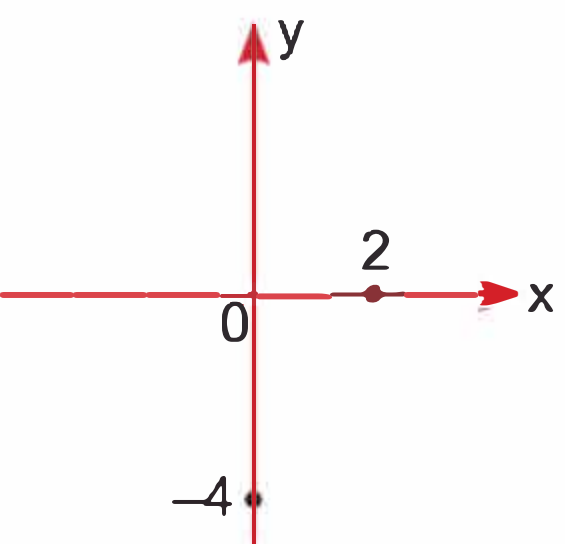
$O(0, 0)$ noktasını deneyelim.
 $y < 2x + 6$
 $0 < 2 \cdot 0 + 6$
 $0 < 6$
 doğru olduğundan ve $O(0,0)$ noktası doğrunun altında kaldığından çizilen doğrunun alt tarafı eşitsizliğin çözüm kümesi olacaktır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $y \leq 2x - 4$ eşitsizliğinin çözüm kümesini grafikte gösterelim.

Çözüm:

1. Adım

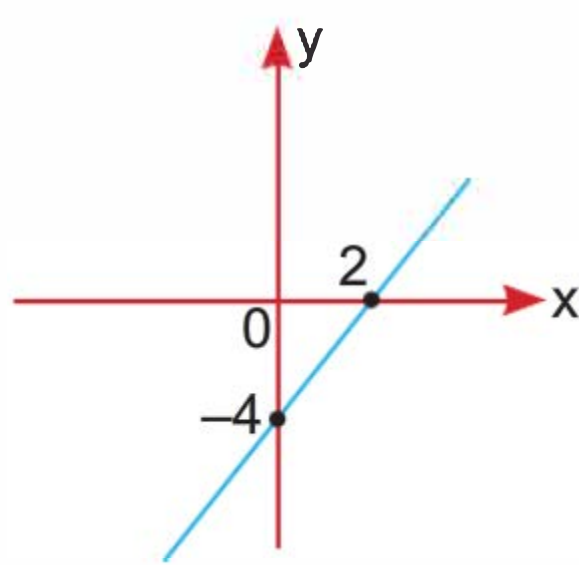


$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot 0 - 4 \Rightarrow y = -4$$

$$y = 0 \Rightarrow y = 2x - 4 \Rightarrow 2x = 4$$

$$x = 2$$

2. Adım

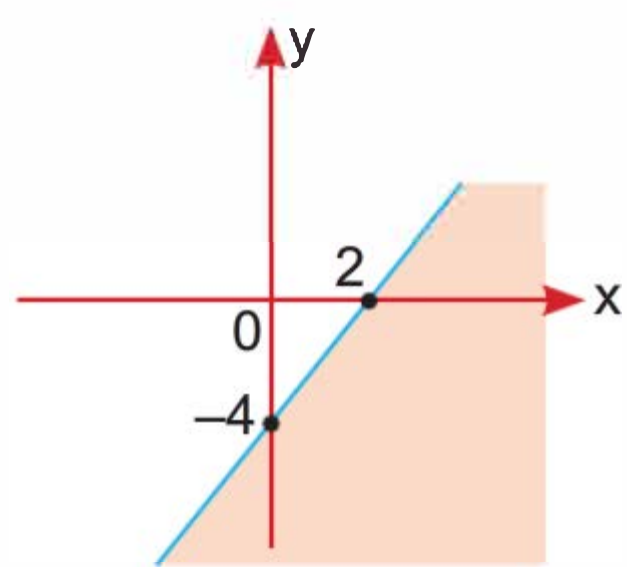


Doğruyu kalın çizgiyle çizdik. Çünkü \leq sembolü verilmiştir.

3. Adım

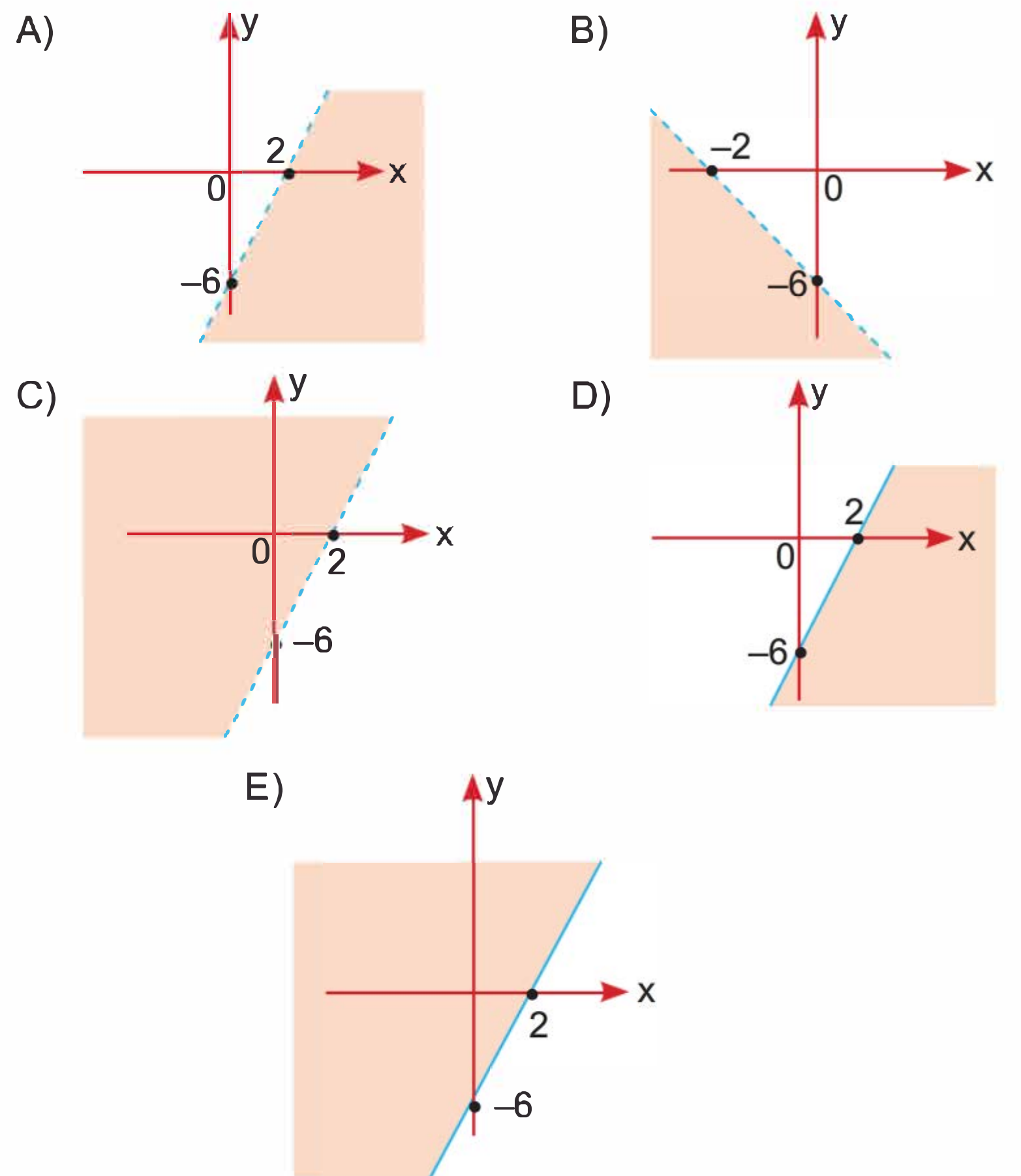
$O(0, 0)$ ı deneyelim.
 $y \leq 2x - 4$
 $0 \leq 2 \cdot 0 - 4$
 $0 \leq -4$ sağlamadı.
 O halde $O(0, 0)$ eşitsizliği sağlamayan bölgedir.
Bu durumda doğrunun orijin tarafı değil, alt tarafı taranacaktır.

4. Adım



ÖĞRENCİ SORUSU

1. $y \leq 3x - 6$ eşitsizliğinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1-D



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $y > 2 - x$
 $y \leq 1$

eşitsizlik sisteminin grafiğini çizelim.

Çözüm:

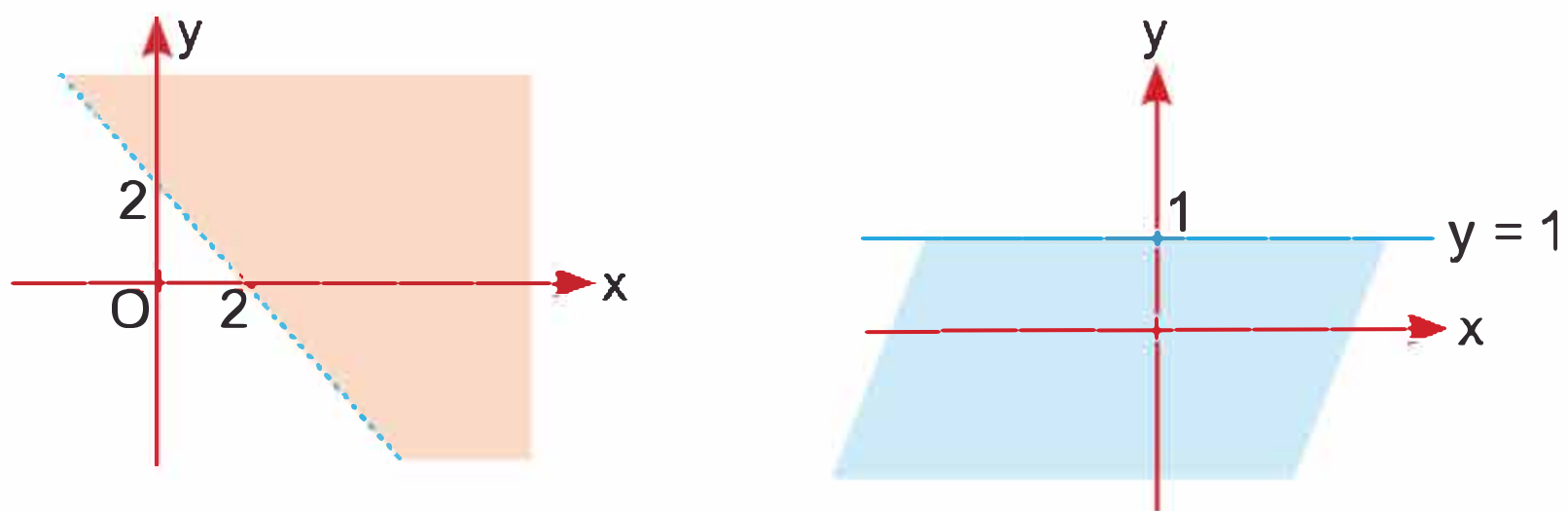
$$y = 2 - x \rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2 - 0 \Rightarrow y = 2$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 2 - x \Rightarrow x = 2$$

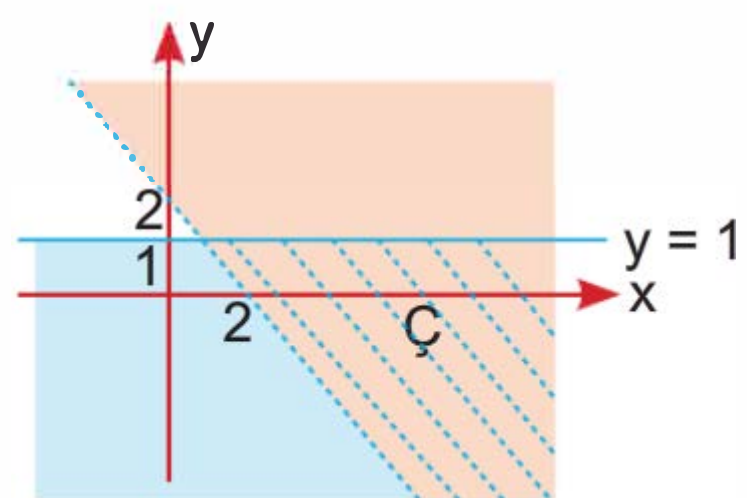
$O(0, 0)$ noktasını deneyelim.

$$y > 2 - x \rightarrow 0 > 2 - 0 \rightarrow 0 > 2 \text{ (yanlış)}$$

O halde orijinin olmadığı bölgeyi tarayacağız.



Şimdi de iki grafiğin kesiştiği bölgeyi bulalım.



2. $2x + y - 6 \geq 0$
 $y \leq 3$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

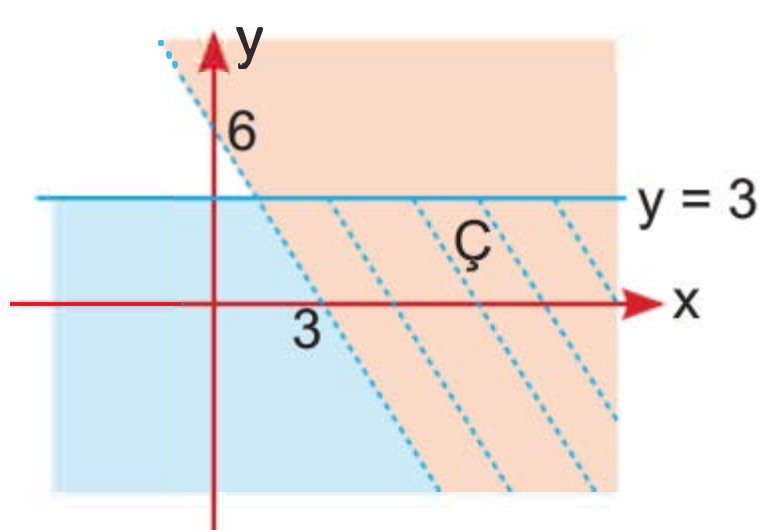
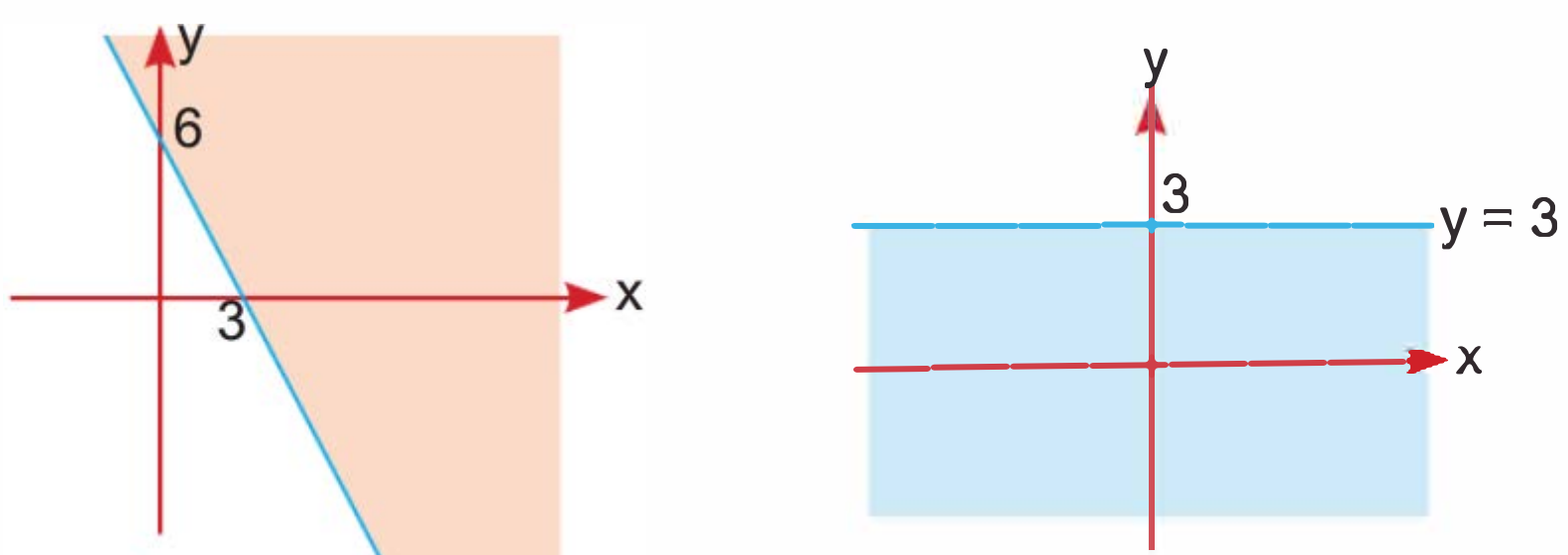
$$x = 0 \Rightarrow 2x + y - 6 = 0 \Rightarrow 2 \cdot 0 + y - 6 = 0 \Rightarrow y = 6 \rightarrow (0, 6)$$

$$y = 0 \Rightarrow 2x + y - 6 = 0 \Rightarrow 2x + 0 - 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \rightarrow (3, 0)$$

$O(0, 0)$ noktasını deneyelim.

$$2x + y - 6 \geq 0 \rightarrow 2 \cdot 0 + 0 - 6 \geq 0 \text{ (yanlış)}$$

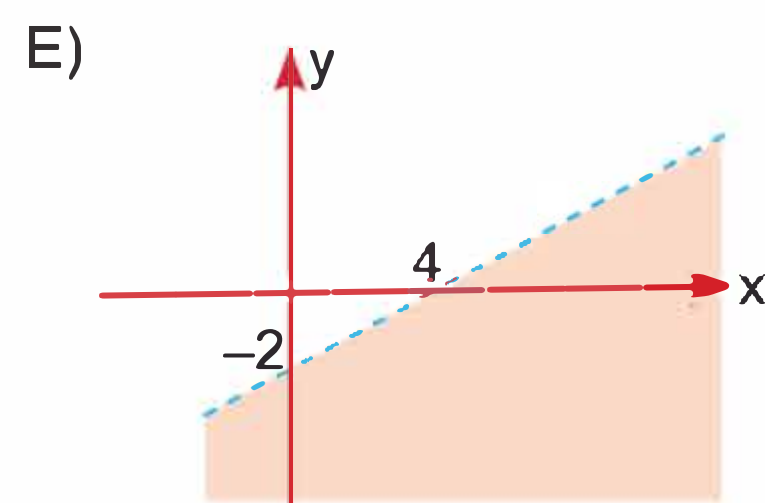
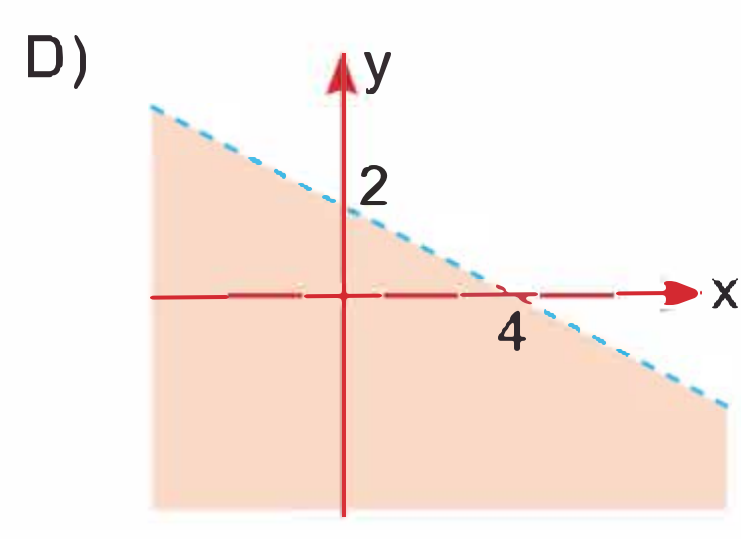
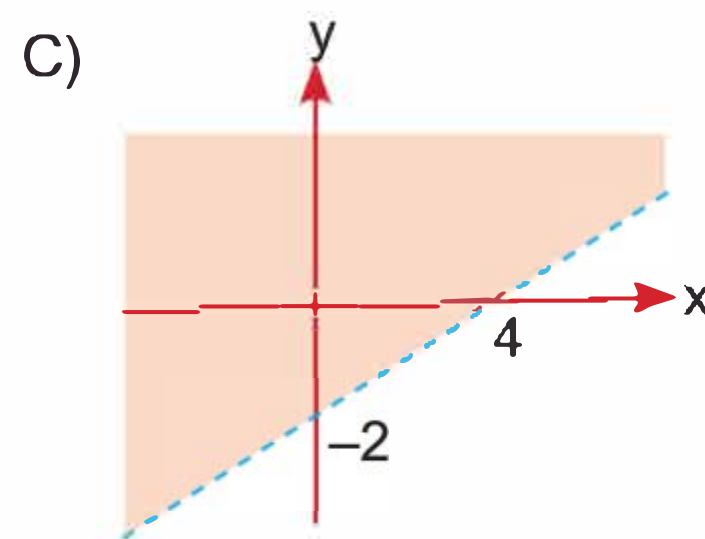
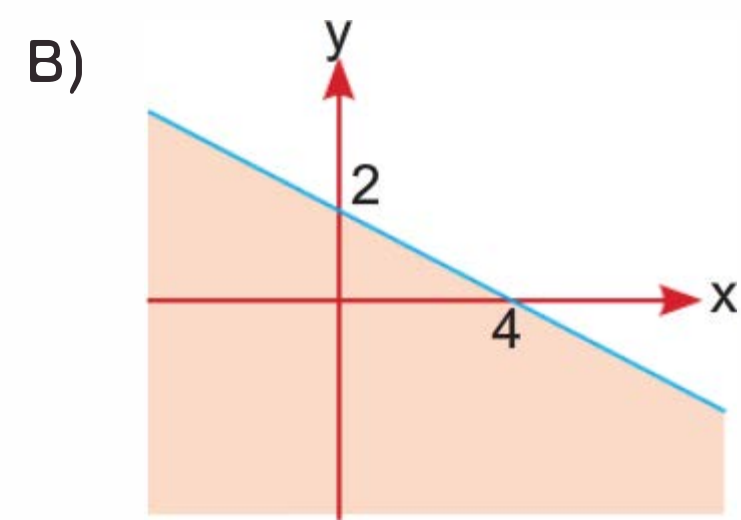
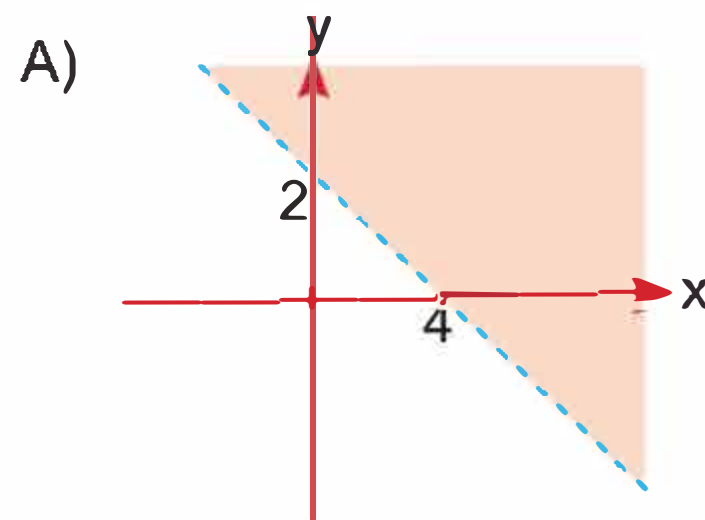
O halde orijinin olmadığı bölgeyi tarayacağız.



ÖĞRENCİ SORULARI

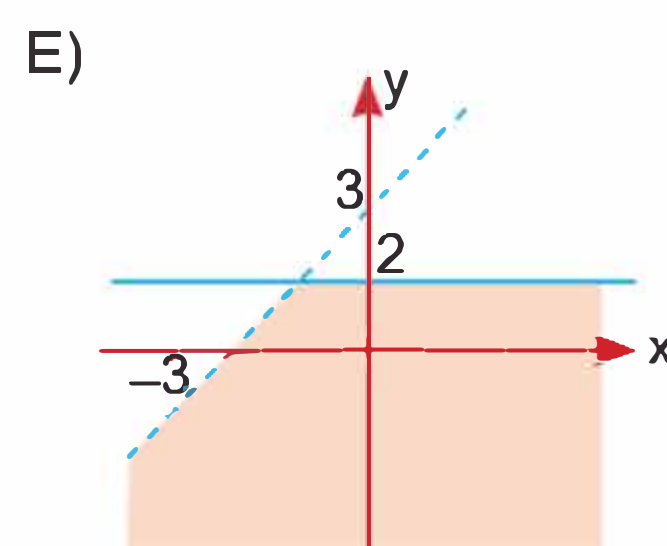
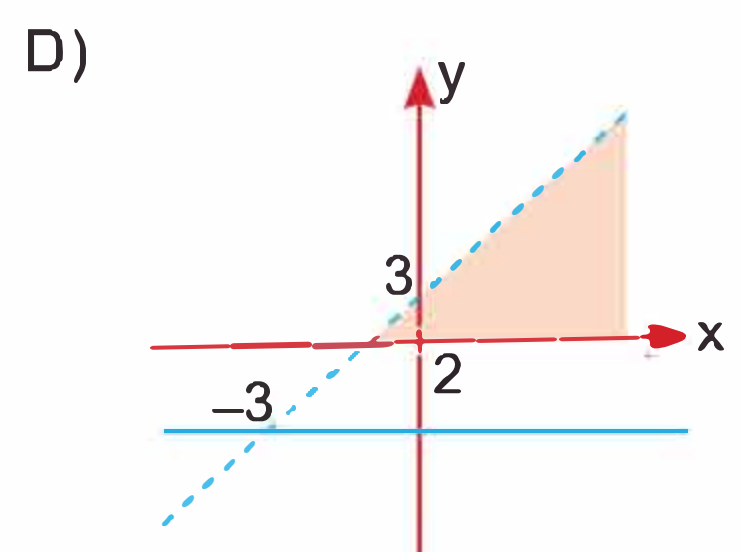
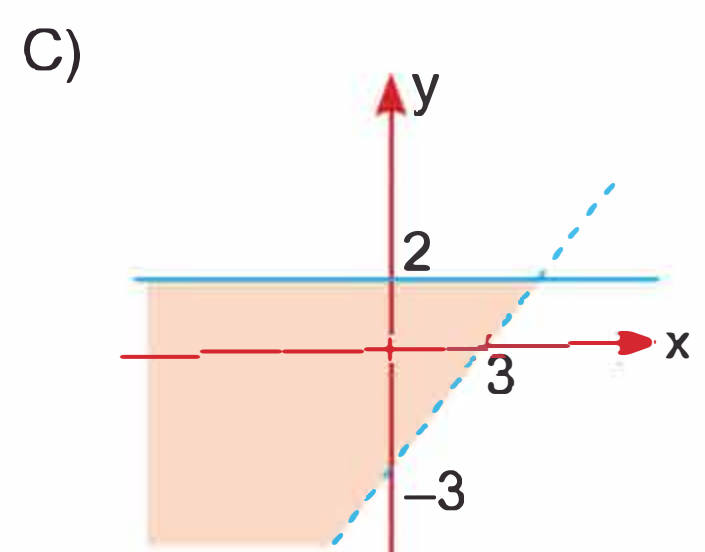
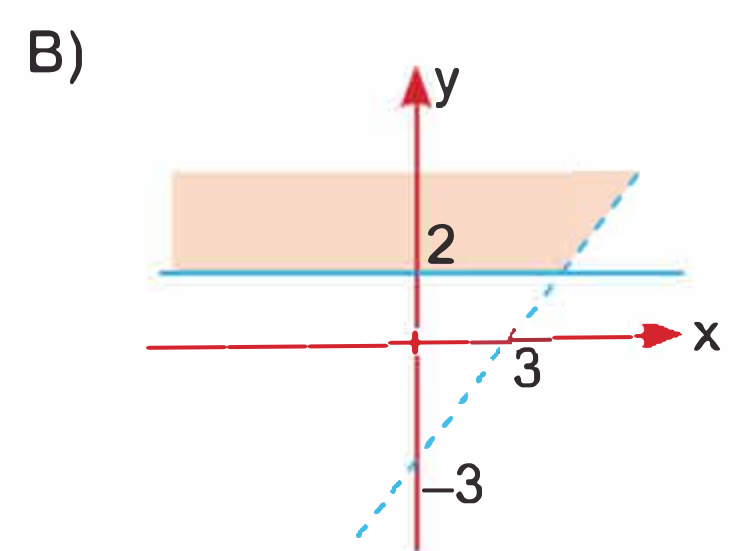
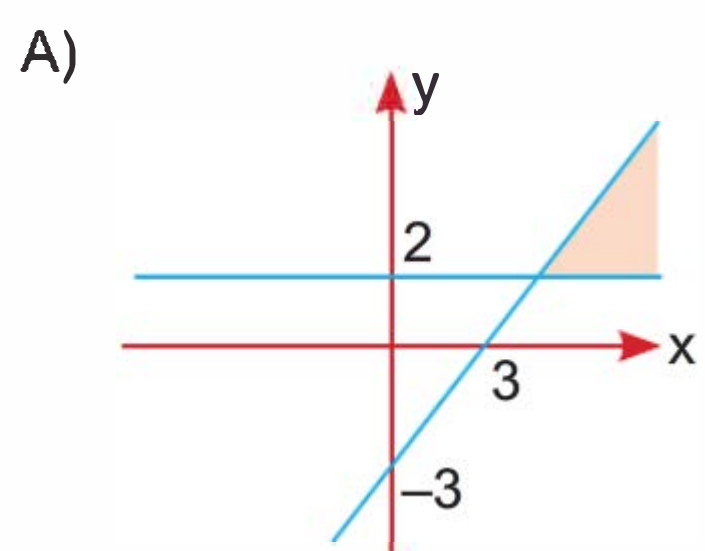
1. $x + 2y - 4 < 0$

eşitsizliğin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2. $y \leq x - 3$
 $y > 2$

eşitsizlik sisteminin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1-D

2-A



BİLGİ

10.2 - I. Dereceden İki Bilinmeyenli Eşitsizlik Sisteminin Çözümü

Bir önceki sayfadaki işlemleri, verilen her iki eşitsizlik için ayrı ayrı yapacağız. Sonrada iki taramanın kesiştiği bölgeyi sistemin çözüm kümesi olarak alacağız. Şöyleki;

$$y \geq -x - 3 \dots\dots (1)$$

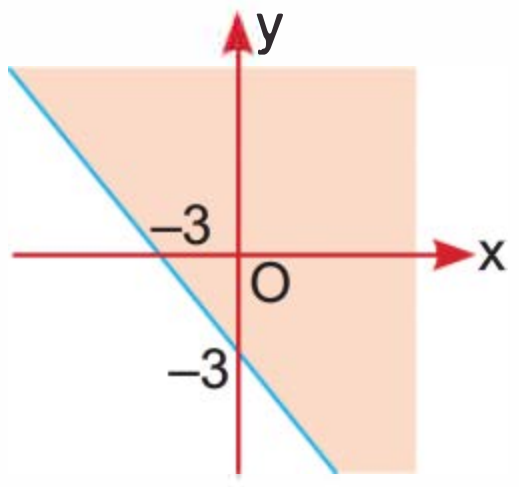
$$y < x + 3 \dots\dots(2)$$

Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulmak için önce (1) deki eşitsizliğin, sonra da (2) deki eşitsizliğin grafiğini çizelim.

1. adım:

$$x = 0 \rightarrow y = -0 - 3 \rightarrow y = -3 \rightarrow (0, -3)$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = -x - 3 \rightarrow x = -3 \rightarrow (-3, 0)$$

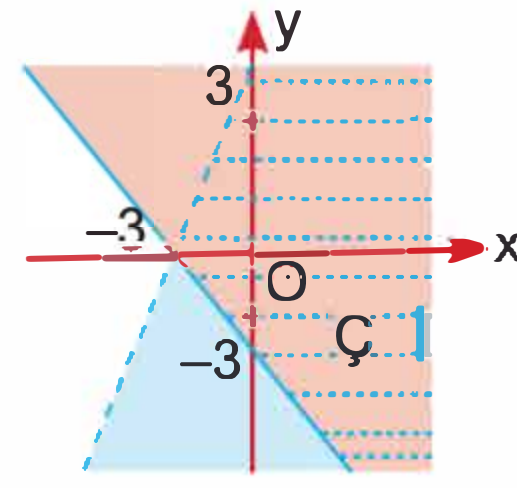


O(0, 0) noktası eşitsizliği sağladığından, orijinin olduğu bölgeyi taradık.

2. adım:

$$x = 0 \rightarrow y = 0 + 3 \rightarrow y = 3 \rightarrow (0, 3)$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = x + 3 \rightarrow x = -3 \rightarrow (-3, 0)$$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $y + 2x + 4 \leq 0$

$$y - 3x - 6 \leq 0$$

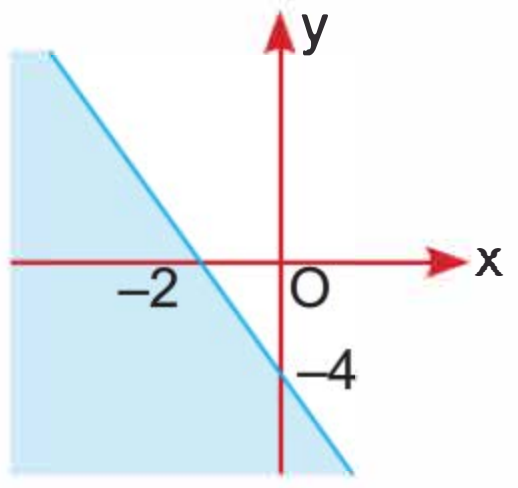
eşitsizliğin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz.

Çözüm:

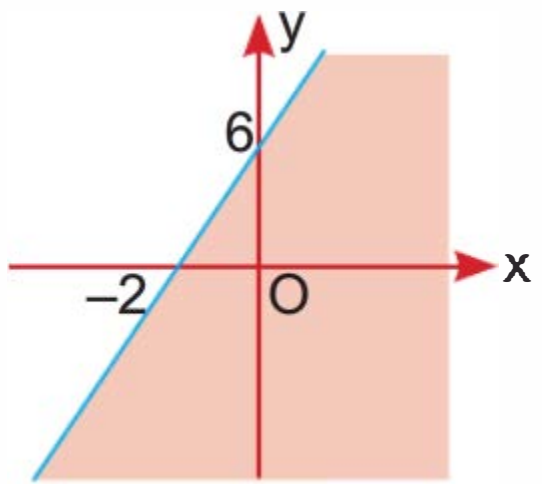
Önce $y + 2x + 4 \leq 0$ eşitsizliğinin sonra da, $y - 3x - 6 \geq 0$ eşitsizliğinin grafiklerini çizeceğiz.

$$x = 0 \rightarrow y + 2 \cdot 0 + 4 = 0 \rightarrow y = -4 \rightarrow (0, -4)$$

$$y = 0 \rightarrow 0 + 2x + 4 = 0 \rightarrow x = -2 \rightarrow (-2, 0)$$



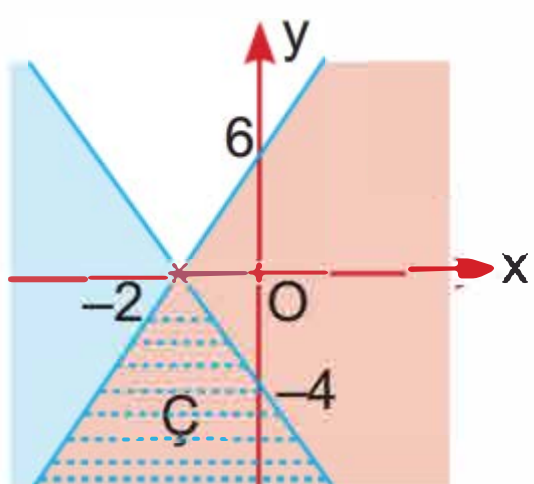
O(0, 0) noktası $y + 2x + 4 \leq 0$ eşitsizliğini sağlamadığından orijinin olmadığı bölge tarandı.



$$x = 0 \Rightarrow y - 3 \cdot 0 - 6 = 0 \Rightarrow y = 6$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 - 3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2$$

O(0, 0) noktası $y - 3x - 6 \leq 0$ eşitsizliğini sağladığından orijinin olduğu taraf tarandı.

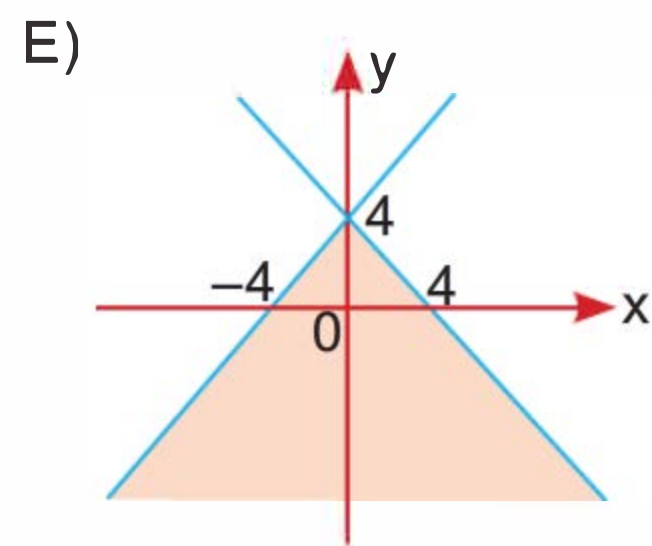
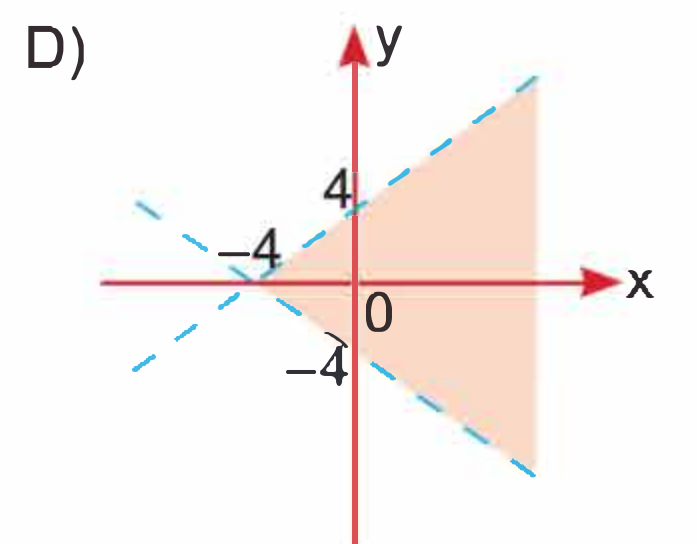
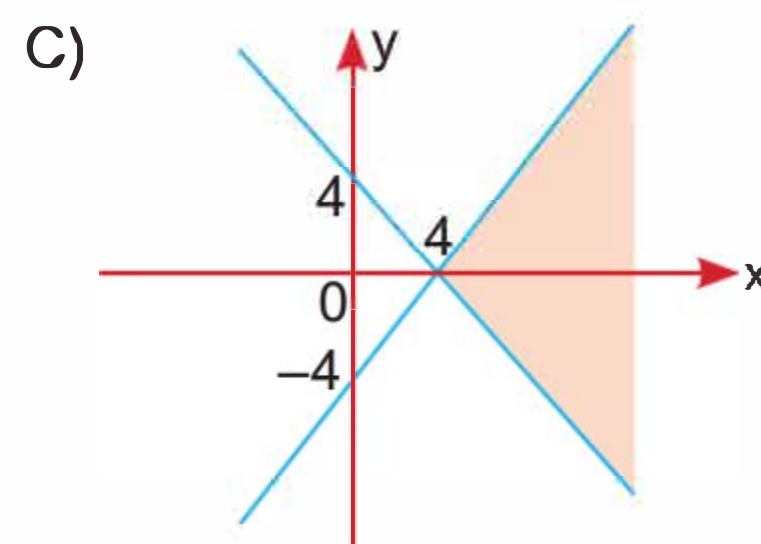
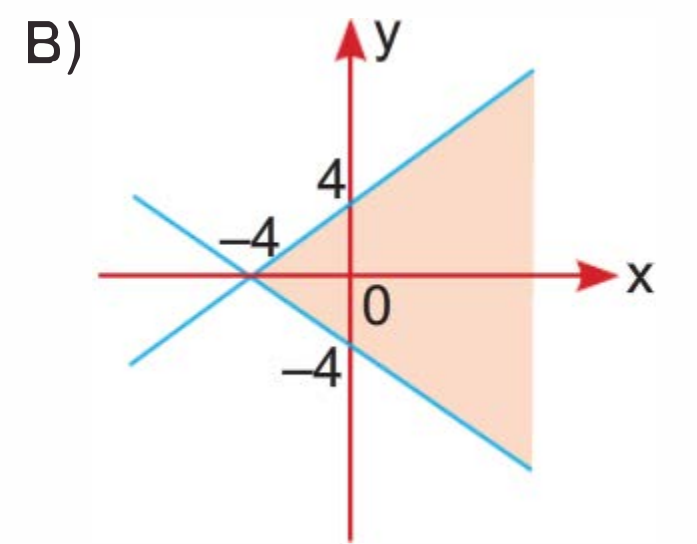
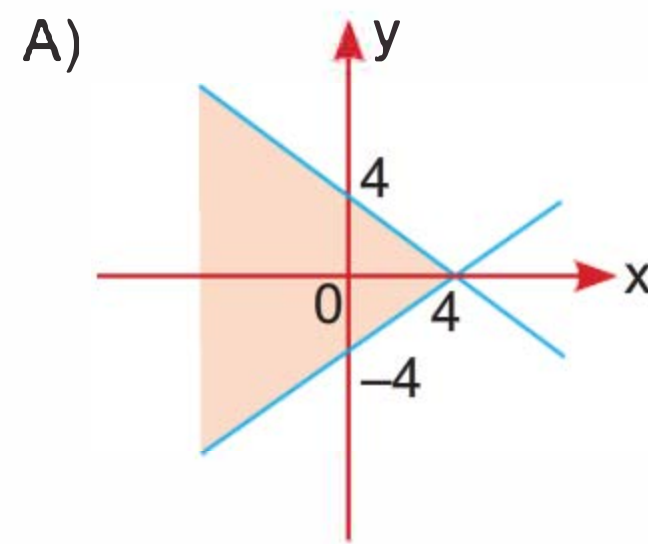


ÖĞRENCİ SORUSU

1. $y + x - 4 \geq 0$

$$y - x + 4 \leq 0$$

eşitsizlik sisteminin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1-C



BİLGİ

10.3 - $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ Biçimindeki II. Dereceden Fonksiyonların Grafiklerinin (Bir Başka Değişle Parabolün) Çizimini Hatırlayalım!

10. sınıfa geri dönelim. Parabol çizerken önce a ya (x^2 nin katsayısına) dikkat edeceksin.

✓ $a > 0$ ise parabolün kollarını yukarı doğru çizeceksin. $a < 0$ ise parabolün kollarını aşağı doğru çizeceksin.

✓ İkinci olarak $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklerini bulacaksın. Bu kökler parabolün x eksenini kestiği noktalar olacak. Parabolün kollarını bu noktalardan geçireceksin. Daha sonra $x = 0$ yazarak parabolün y eksenini kestiği noktayı bulacaksın.

✓ Üçüncü olarak da parabolün tepe noktasını bulacaksın. $T(r, k) \rightarrow r = -\frac{b}{2a}$, $k = f(r)$ olduğunu hatırla!

Sonra da bulduğun noktaları birleştireceksin.

Örneğin, $f(x) = x^2 - 6x + 5$ parabolünü çizelim. $a = 1 > 0$ olduğundan parabolün kollarını yukarı doğru çizeceğiz. gibi.

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x - 5) \cdot (x - 1) = 0$$

$$x = 1 \rightarrow A(1, 0)$$

$$x = 5 \rightarrow B(5, 0)$$

Parabol x eksenini $A(1, 0)$ ve $B(5, 0)$ noktalarında keser. $x = 0 \rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5$

Parabol y eksenini $C(0, 5)$ noktasında kesecektir.

$$r = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$$

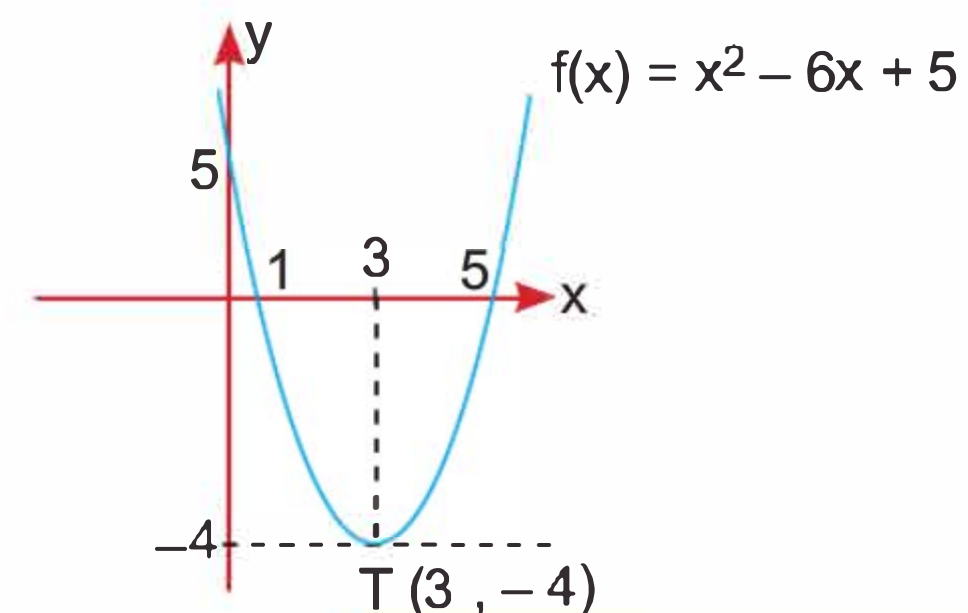
Şimdi de bu verileri koordinat sistemine taşıyalım.

$$k = f(r) = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5$$

$$= 9 - 18 + 5$$

$$= -4$$

$$T(3, -4) \rightarrow \text{Tepe noktası}$$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $f(x) = x^2 + 4x + 3$

parabolünü çiziniz.

Çözüm:

$a = 1 > 0$ olduğundan kollar yukarı doğru olacak.

$$f(x) = x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x + 3) \cdot (x + 1) = 0$$

$$x = -1$$

$$x = -3$$

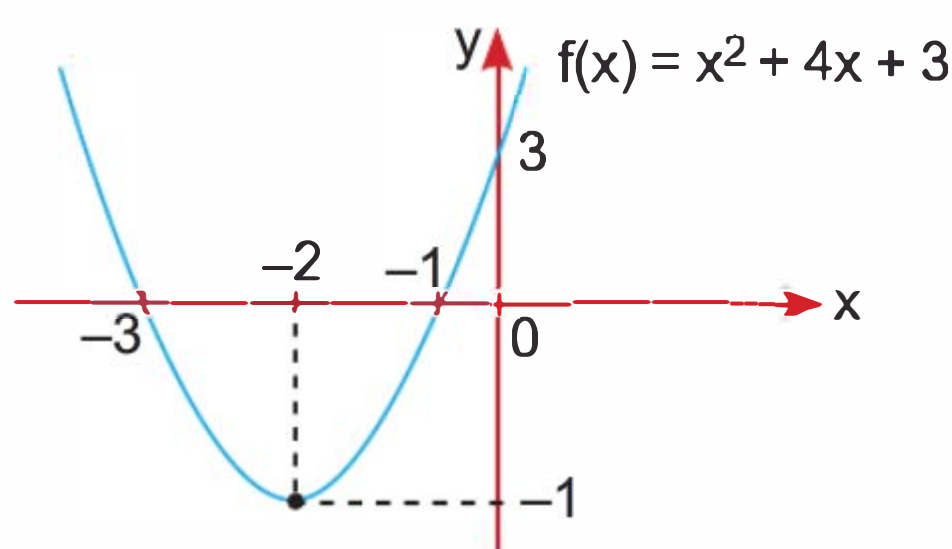
Parabol x eksenini $(-1, 0)$ ve $(-3, 0)$ noktalarında kesecek.

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 + 3 = 3$$

Parabol y eksenini $(0, 3)$ noktasında kesecek. Şimdi de tepe noktasını bulalım.

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -\frac{4}{2} = -2$$

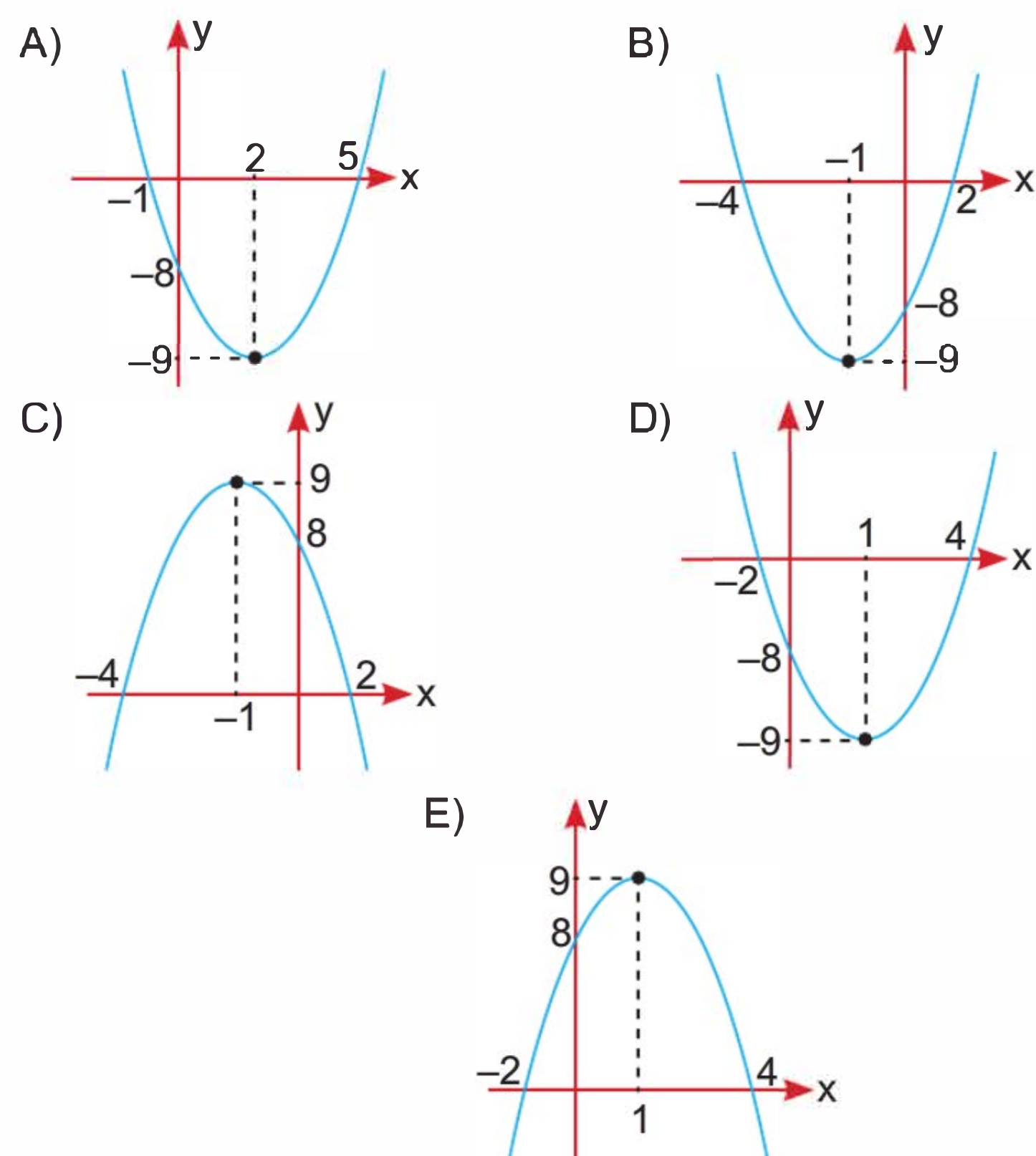
$$k = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 3 = -1 \Rightarrow T(-2, -1) \text{ dir.}$$



ÖĞRENCİ SORUSU

1. $f(x) = x^2 - 2x - 8$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1-D



BİLGİ

10.4 - II. Dereceden Eşitsizliklerin Grafikleri

$y < 2x + 6$ eşitsizliğinin grafiğini Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Eşitsizliklerin Grafikle Çözümü seansında nasıl çizdiyse, $y < x^2 + 4x - 5$ eşitsizliğinin grafiğini de benzer adımlarla çizeceğiz.

1. adım:

Önce $y < x^2 + 4x - 5$ parabolünü $<$ sembolü (eşitlik yok) olduğundan kesik çizgilerle çizeceğiz. $y = x^2 + 4x - 5$ fonksiyonunda $a = 1 > 0$ olduğundan kollar yukarı doğrudur.

$$(x + 5)(x - 1) = 0$$

$x = -5$
 $x = 1$

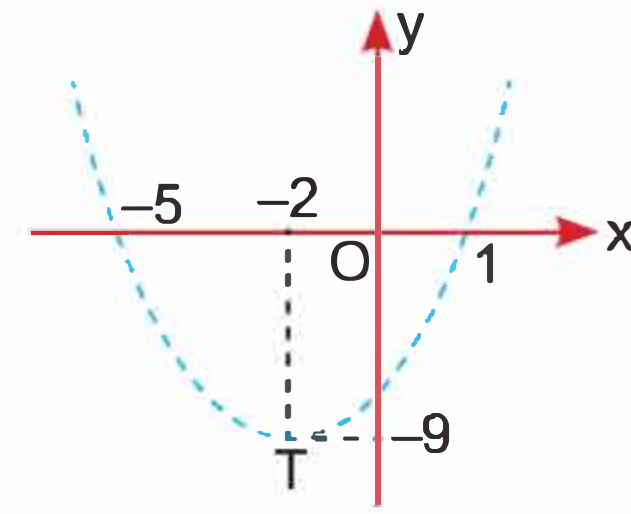
Parabol x eksenini $(-5, 0)$ ve $(1, 0)$ noktalarında kesecek.

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$k = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) - 5 = -9$$

Tepe noktası $(-2, -9)$ dur.

2. adım:

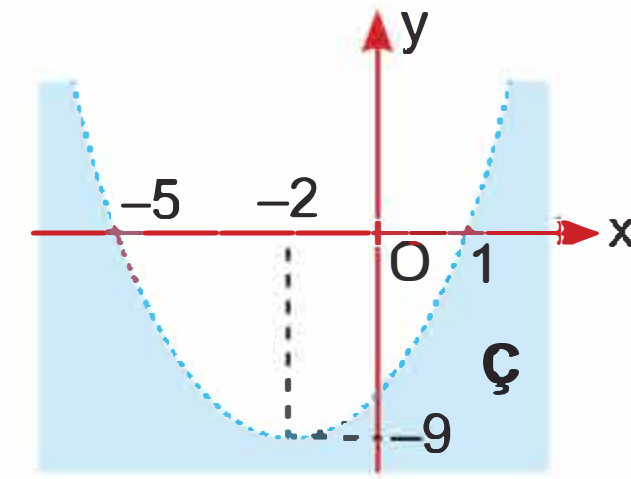


3. adım: O, (0, 0) noktasını deneyelim.

$$y < x^2 + 4x - 5 \rightarrow 0 < 0^2 + 4 \cdot 0 - 5$$

$$\rightarrow 0 < -5 \text{ (Sağlamadı)}$$

O halde orijinin olduğu bölge değil diğer bölge taranacak.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $y \geq x^2 - 4x + 3$ eşitsizliğinin grafiğini çiziniz.

Çözüm:

1. adım

$a = 1 > 0$ olduğundan parabolün kolları yukarı doğru çizilecek.

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow (x - 3)(x - 1) = 0$$

$x = 3$
 $x = 1$

Parabol x eksenini $(1, 0)$ ve $(3, 0)$ noktalarında keser.

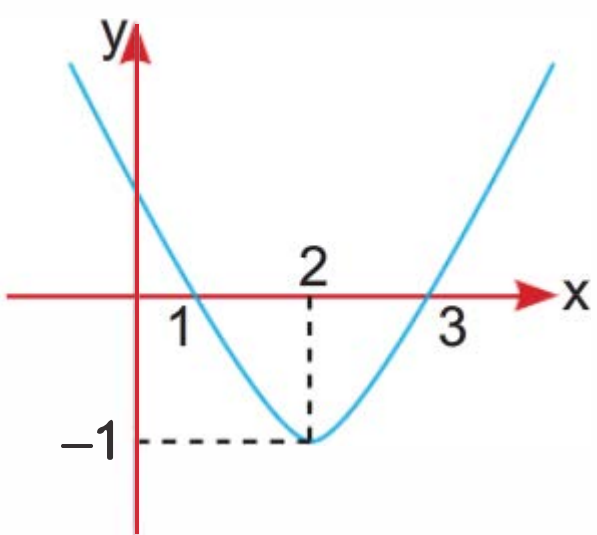
Tepe noktası,

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$$

$$k = f(2) = (2)^2 - 4 \cdot (2) + 3 = -1$$

T $(2, -1)$ dir.

2. adım:



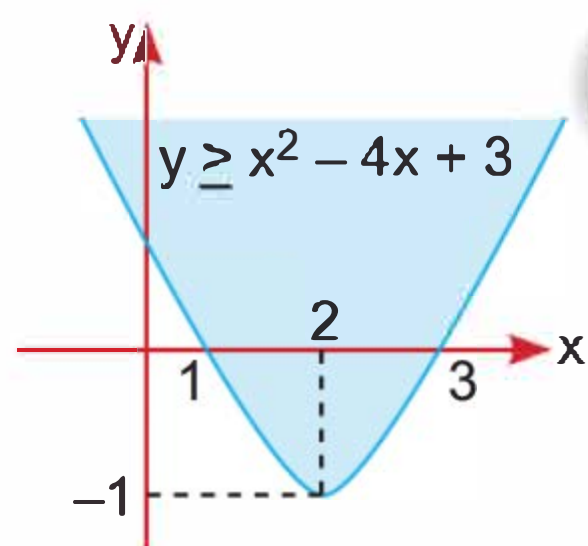
3. adım:

O(0, 0) noktasını deneyelim.

$$y \geq x^2 - 4x + 3$$

$$0 \geq 3 \text{ (sağlamadı)}$$

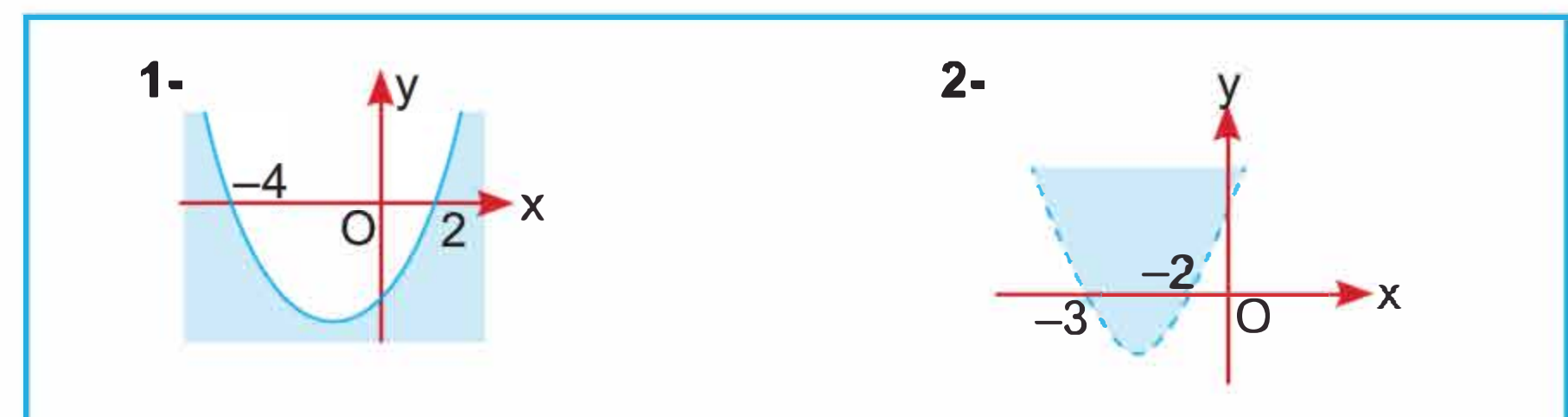
O halde orijinin olduğu bölge değil diğer bölge taranacak.



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $y \leq x^2 + 2x - 8$ eşitsizliğinin grafiğini çiziniz.

2. $y > x^2 + 5x + 6$ eşitsizliğinin grafiğini çiziniz.





BİLGİ

10.5 - İkinci Dereceden Eşitsizlik Sisteminin Grafikleri

$$\left. \begin{array}{l} y \geq (x + 3)^2 \\ y \leq 2 \end{array} \right\} \text{Sisteminin grafiğini adım adım çizelim.}$$

1. adım:

$y = (x + 3)^2$ parabolünü çizelim. Bu parabolün grafiğini sayfa 100 deki gibi çizebiliriz. Ancak fonksiyonun kuralı $y = f(x) = a(x - r)^2 + k$ kalıbındaysa hiç o kadar uğraşmaya gerek yok.

$y = a(x - r)^2 + k$ kalıbında r ile k , yani tepe noktasının koordinatları hazır. Apaçık ortada. Sadece $x = 0$ yazarak parabolün y eksenini kestiği noktayı bulmak yeterli.

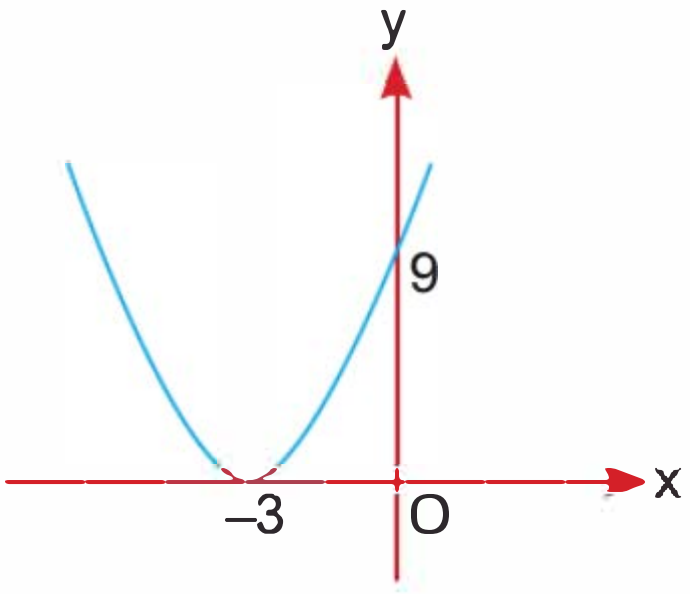
$y = 1(x + 3)^2 + 0$ parabolünde tepe noktası $T(-3, 0)$ dır. [$-(-3) = +3$ olduğundan $r = -3$ tür. Dikkat]

↳ $-r$ ↳ k

$x = 0 \rightarrow y = (0 + 3)^2 = 9$ olup grafik y eksenini $A = (0, 9)$ da kesecektir.

2. adım:

Tepe noktası $T(-3, 0)$ olan ve y eksenini $A(0, 9)$ da kesen parabolü çizelim.

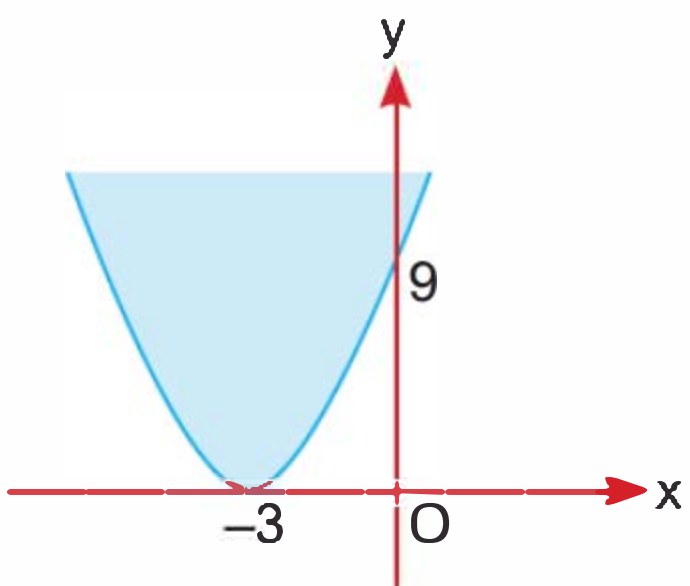


3. adım:

$O(0,0)$ noktasını deneyelim.

$$y \geq (x + 3)^2 \rightarrow 0 \geq (0 + 3)^2 \rightarrow 0 \geq 9 \text{ (yanlış)}$$

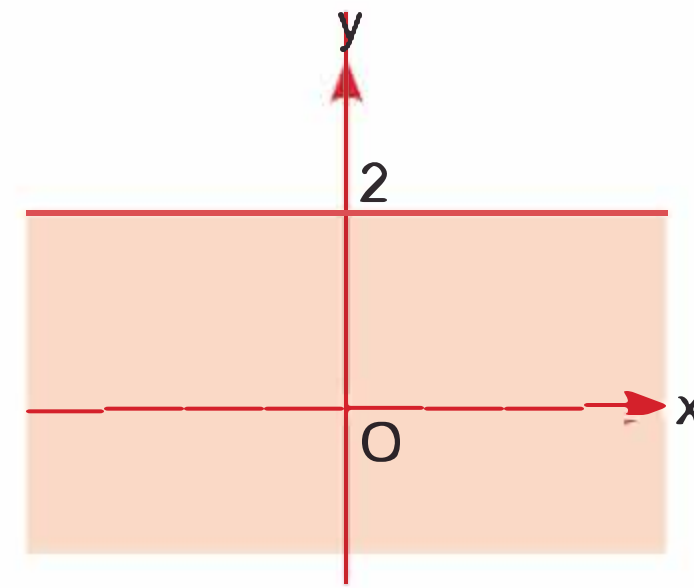
O halde orijinin olmadığı bölge taranacak.



4. adım:

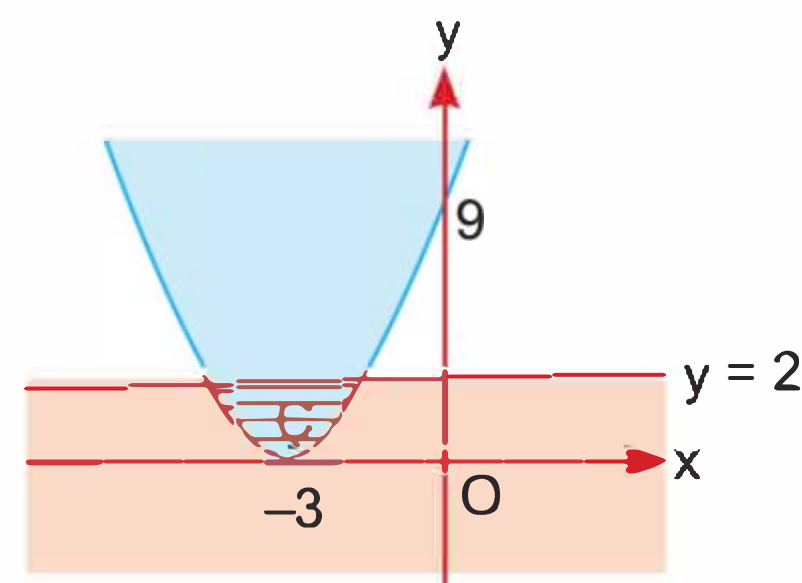
$y \leq 2$ eşitsizliğini çizelim.

Önce $y = 2$ doğrusunu çizdik, sonra da Doğrunun altındaki tüm noktaların y bileşeni 2 den küçük olduğu için doğrunun alt tarafını taradık.



5. adım:

\mathcal{C} : çift taramalı bölgenin olduğu yer





ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $y \geq (x - 1)^2$
 $y < 3$

eşitsizlik sisteminin grafiğini çiziniz.

Çözüm:

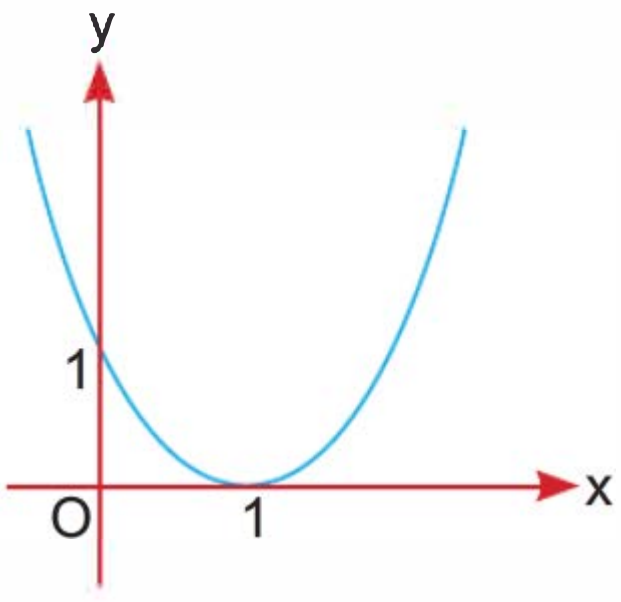
1. adım:

$y = (x - 1)^2 + 0$ Tepe noktası T (1, 0) dir.
 $k = 0$
 $r = 1$

$x = 0 \rightarrow y = (0 - 1)^2 = 1$

Parabol y eksenini (0, 1) noktasında kesecektir.

2. adım:

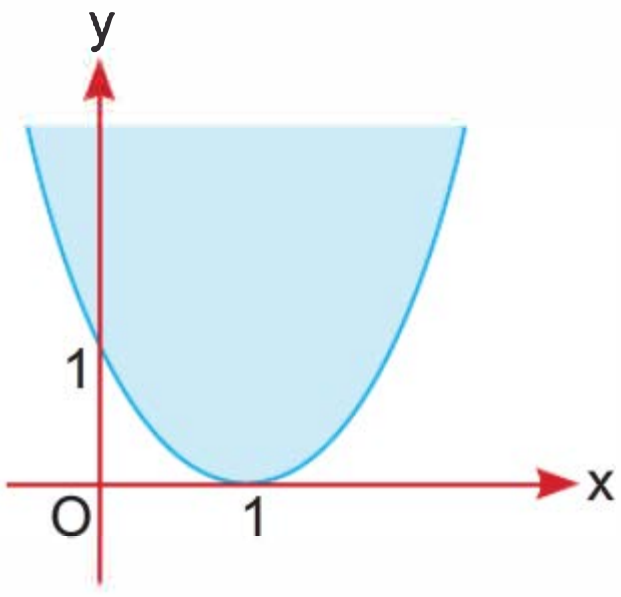


3. adım:

Şimdi de O(0,0) noktasını deneyelim.

$y \geq (x - 1)^2 \rightarrow 0 \geq (0 - 1)^2 \rightarrow 0 \geq 1$ (yanlış)

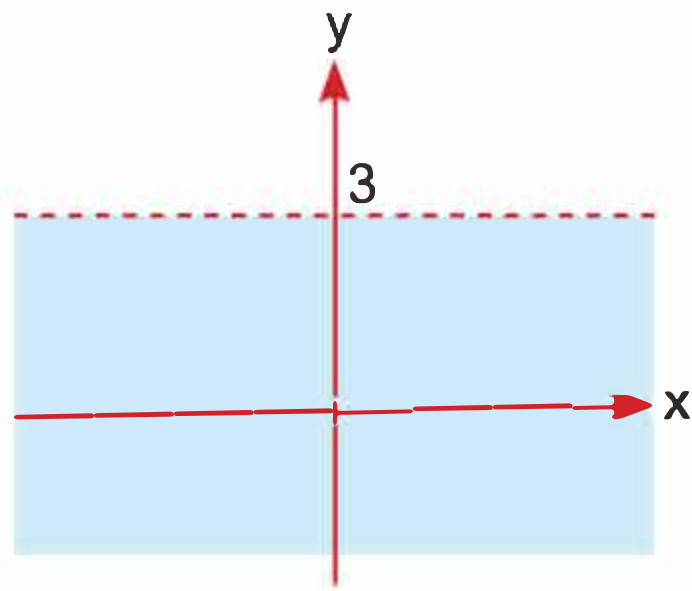
O halde orijinin olmadığı bölgeyi tarayacağız.



4. adım:

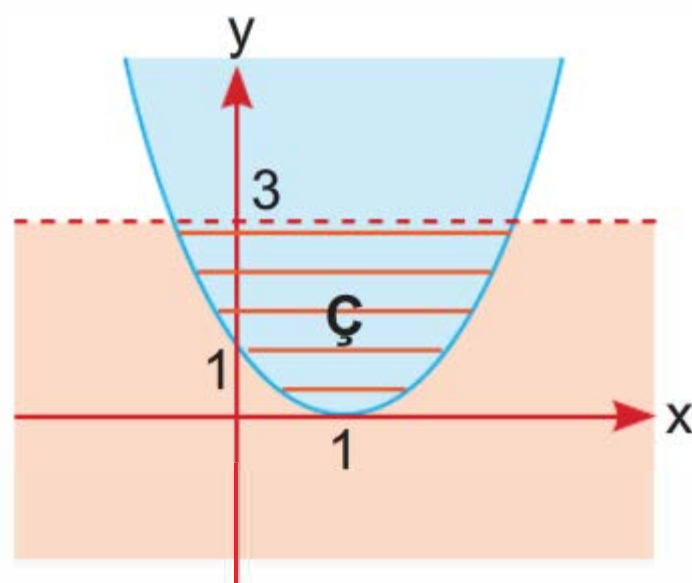
$y = 3$ doğrusunu çizelim.

$y < 3$ dediği için doğruyu kesikli çizip, doğrunun alt tarafını tarayacağız. $y > 3$ deseydi doğrunun üst tarafını tarayacaktık.



5. adım:

Artık taralı bölgeleri kesiştirebiliriz.



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $y \geq (x - 2)^2$
 $y < 4$

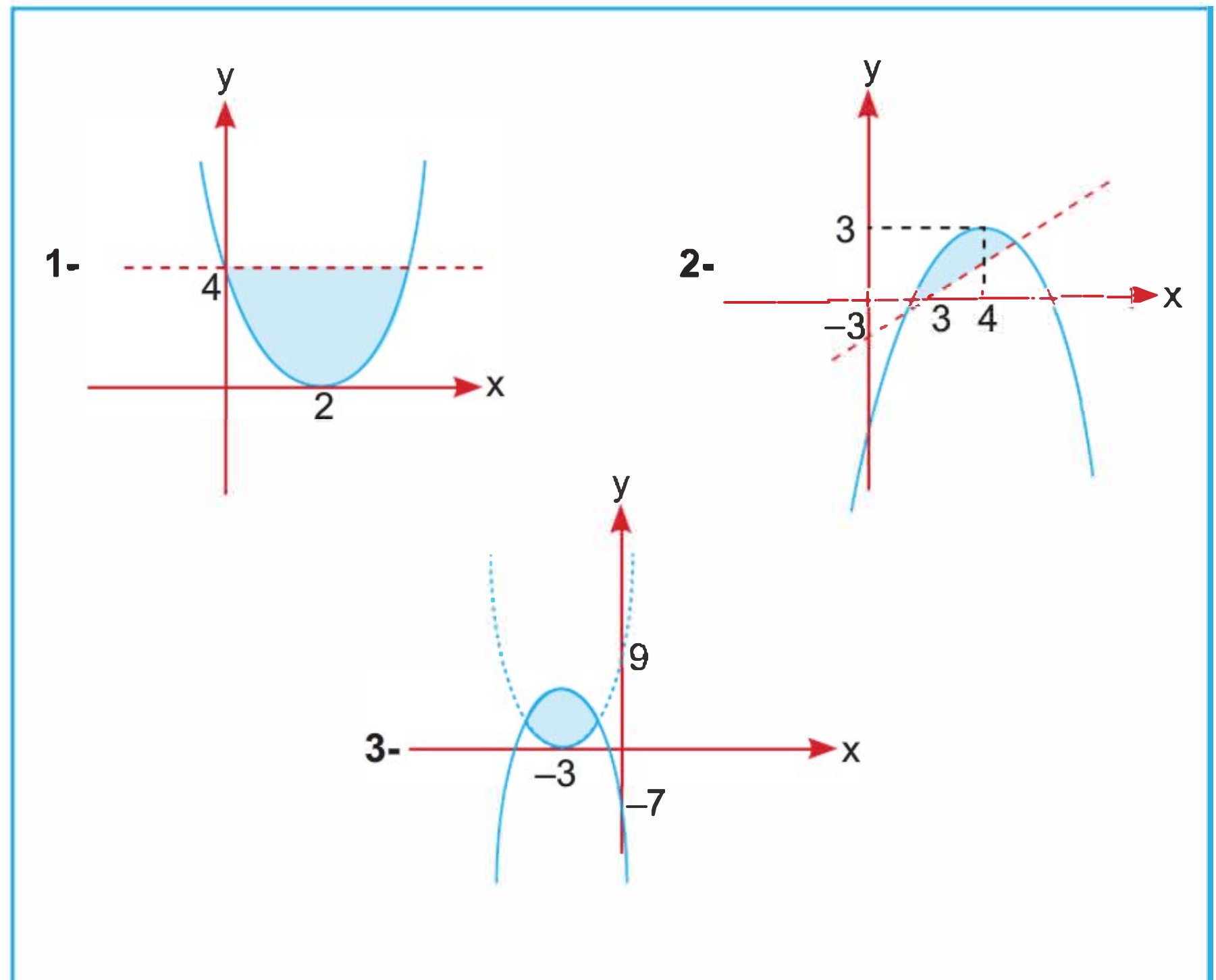
eşitsizlik sisteminin grafiğini çiziniz.

2. $y \leq -(x - 4)^2 + 3$
 $y > x - 3$

eşitsizlik sisteminin grafiğini çiziniz.

3. $y > (x + 3)^2$
 $y \leq -(x + 3)^2 + 2$

eşitsizlik sisteminin grafiğini çiziniz.

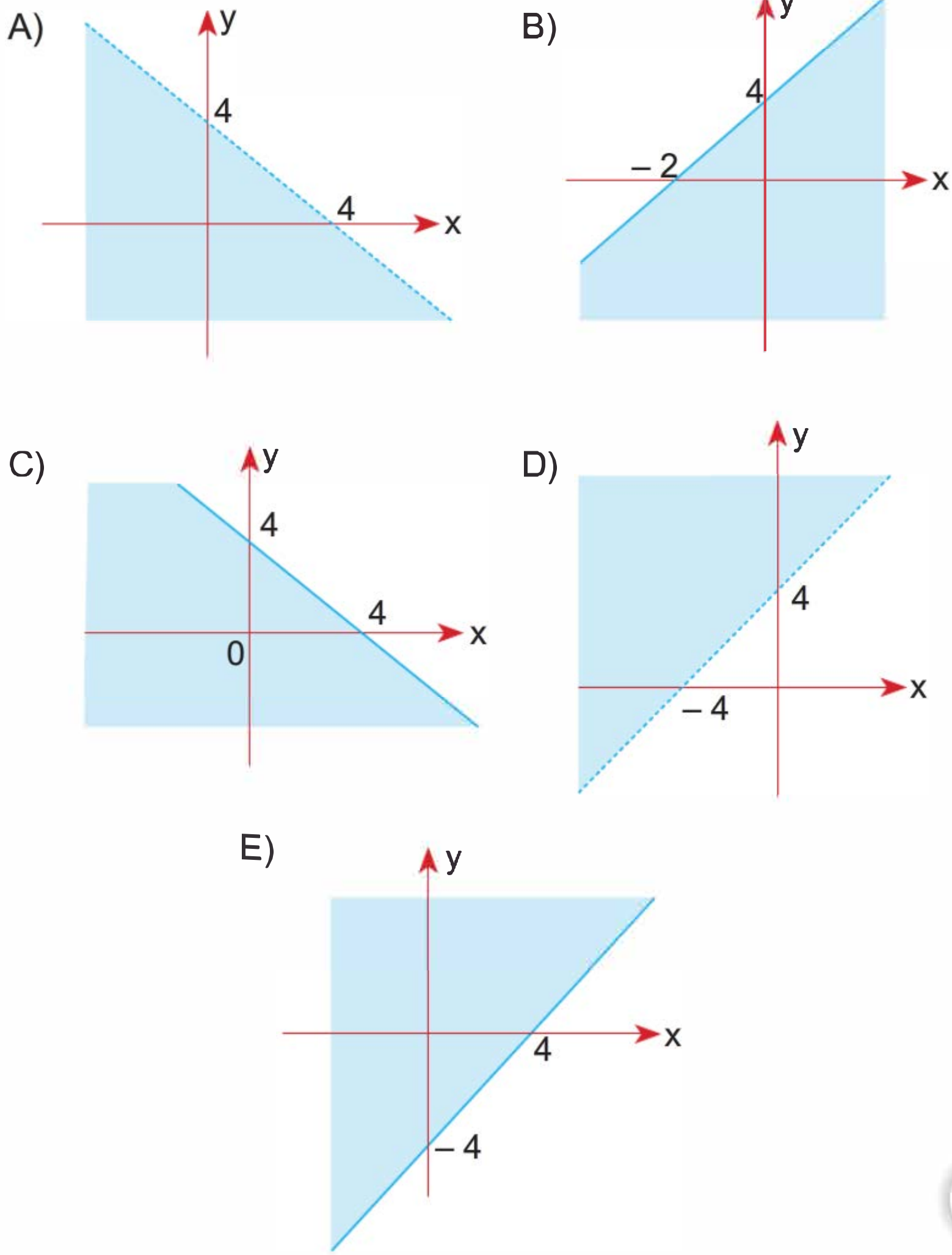




OCA80750

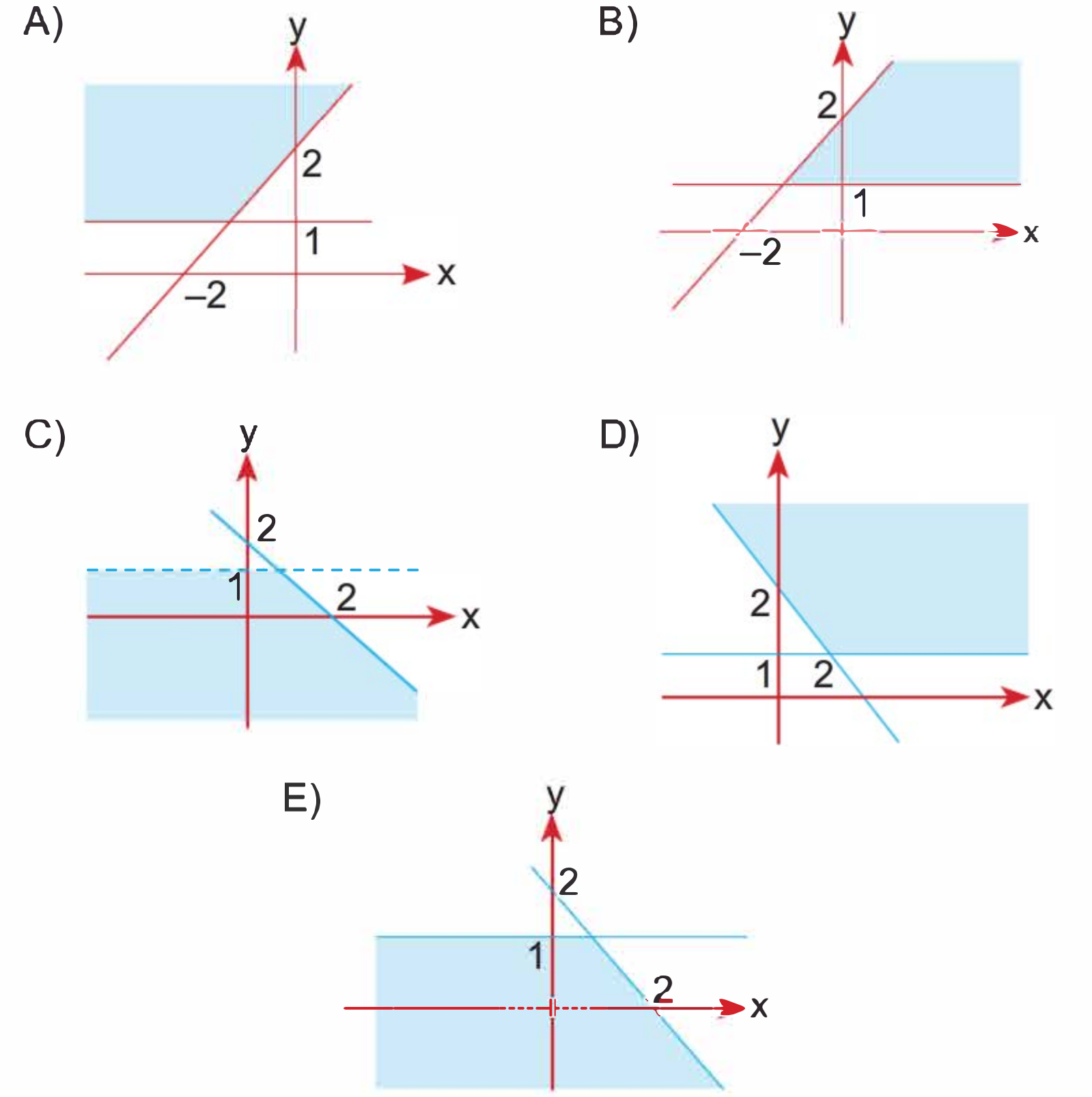
1. $x + y \leq 4$

eşitsizliğin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

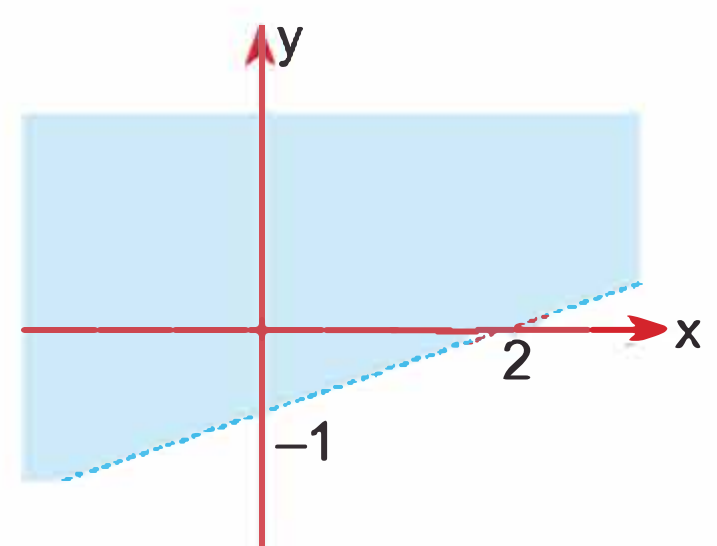


3. $x + y \geq 2$
 $y \geq 1$

eşitsizlik sisteminin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



2. Yandaki grafikte verilen taralı bölgeyi ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

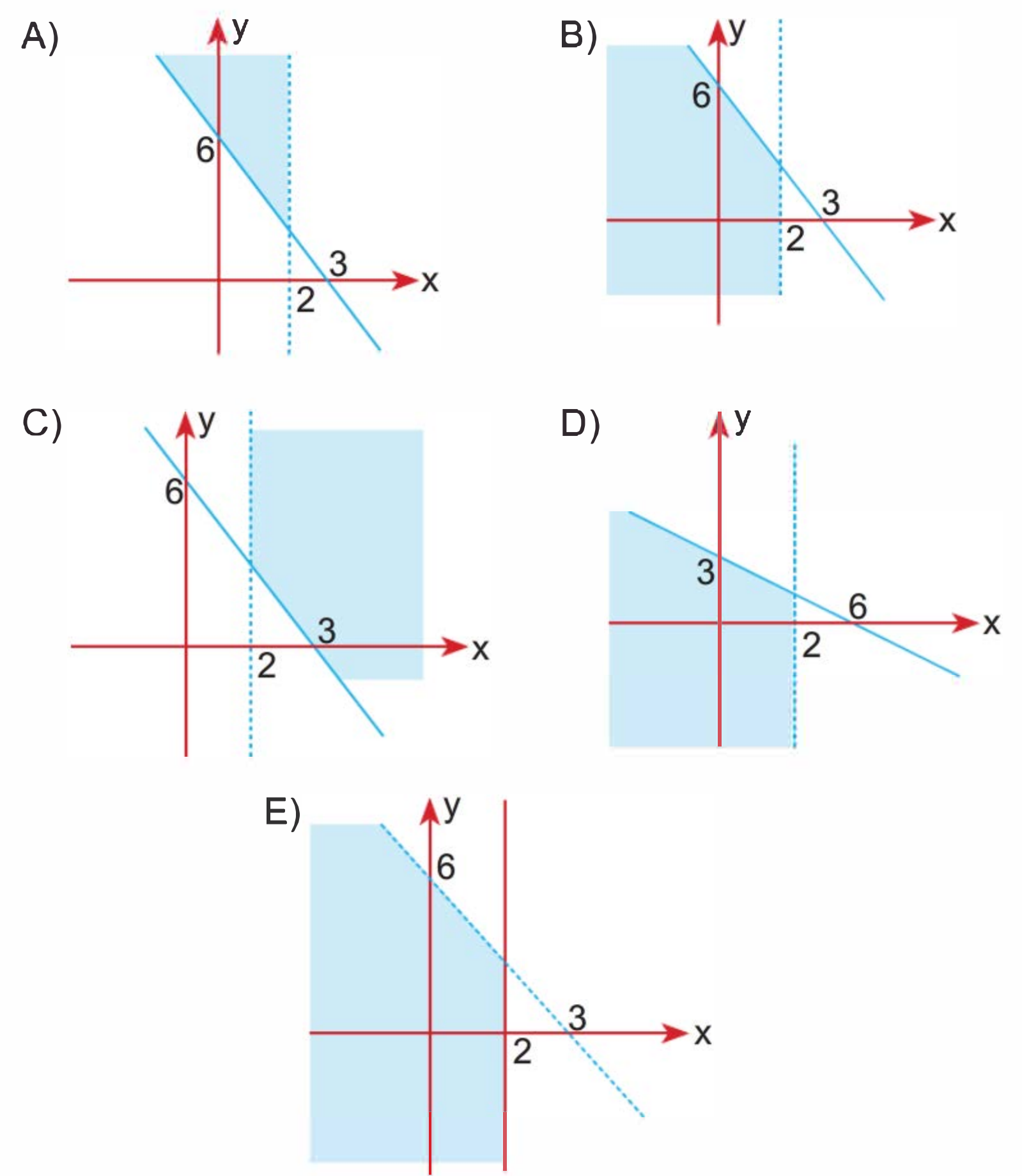


- A) $2x - y < 2$ B) $3x - y > 2$ C) $x - 2y < 2$
D) $x - 2y > 2$ E) $x - y < 2$



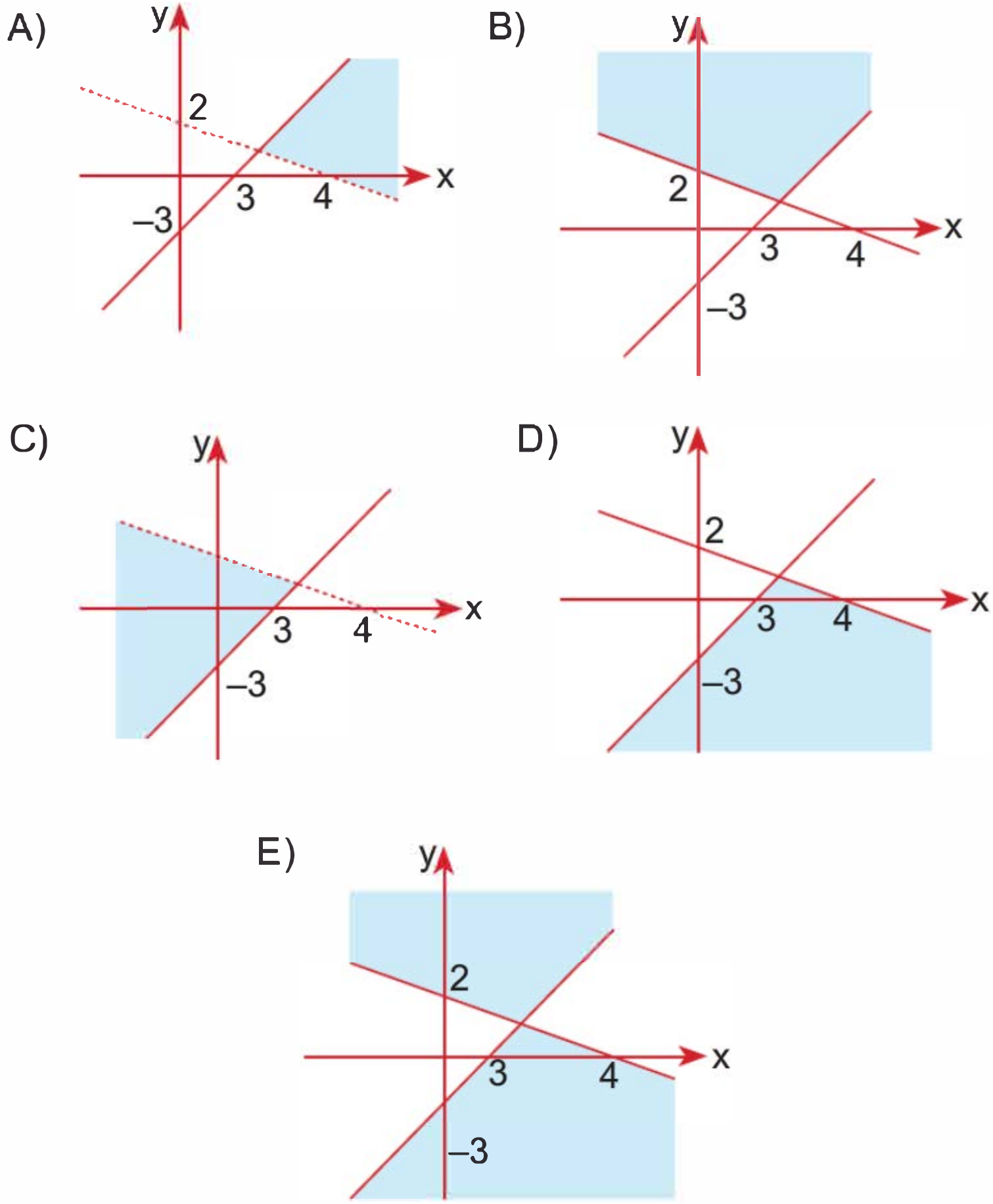
4. $2x + y \leq 6$
 $x < 2$

eşitsizlik sisteminin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

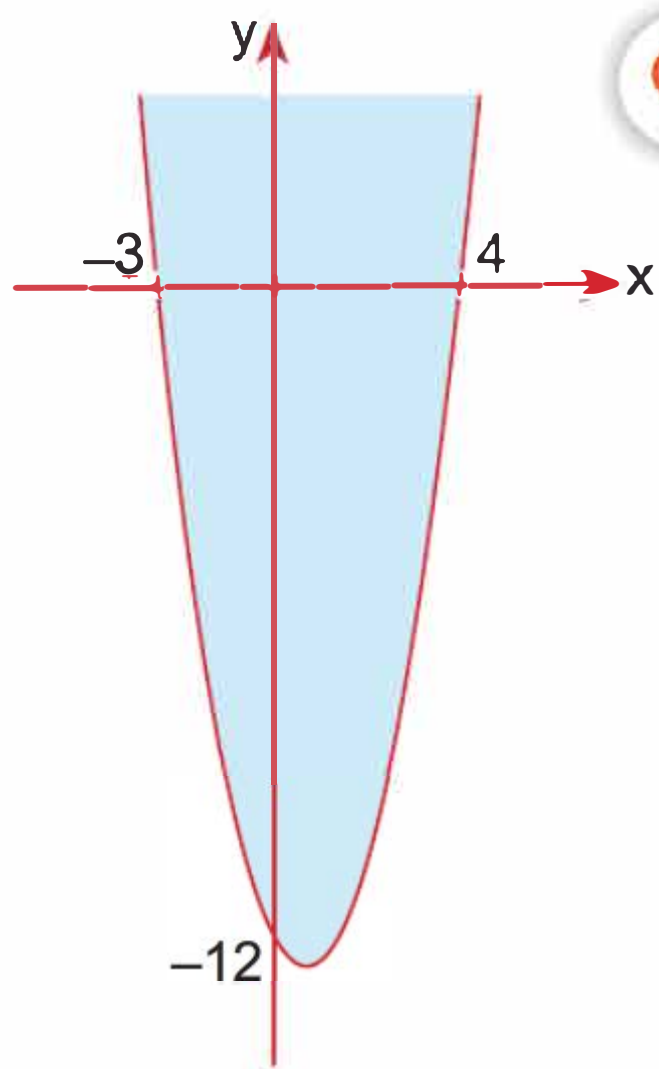




1. $y \geq x - 3$
 $x + 2y \geq 4$
 eşitsizlik sisteminin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

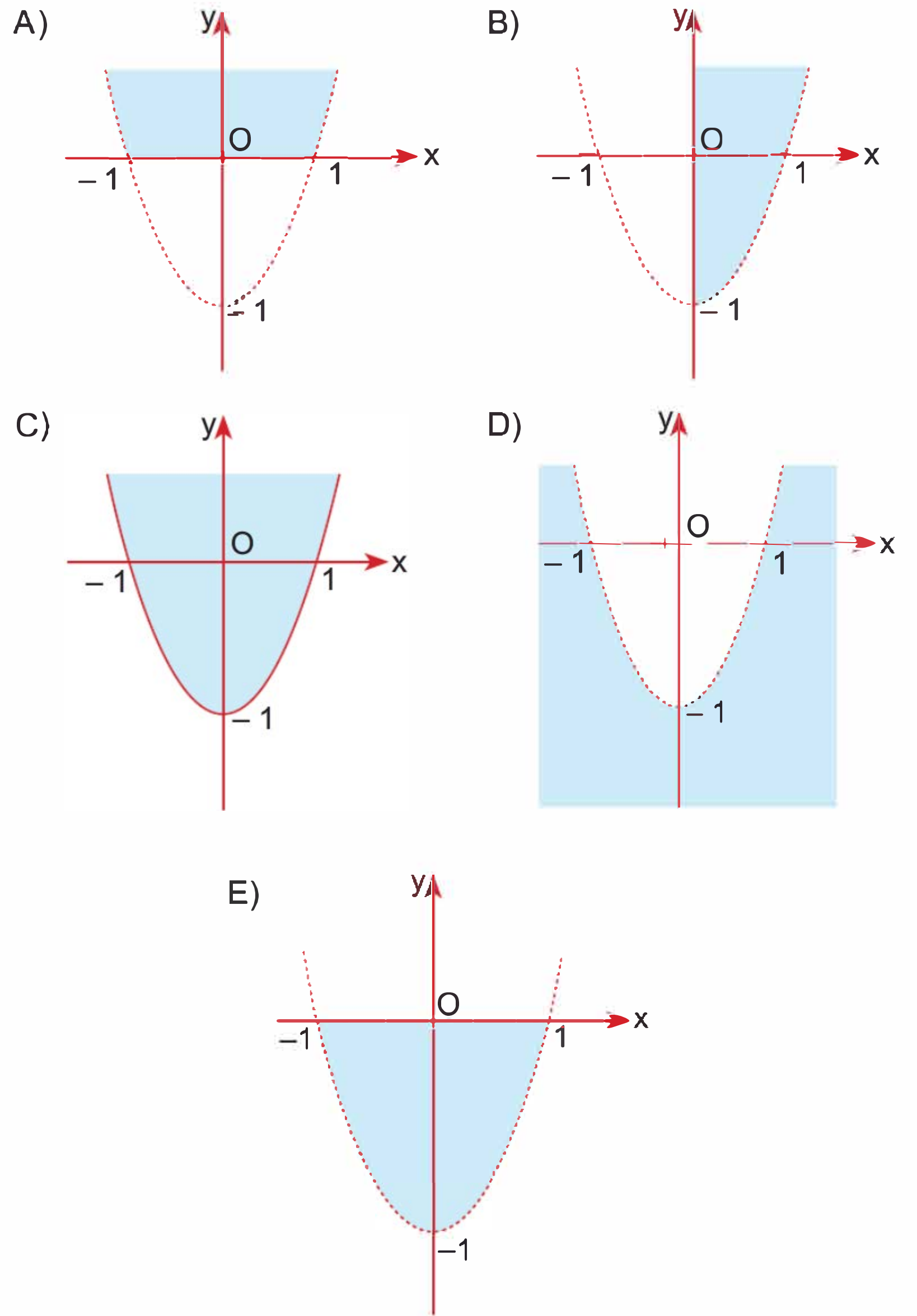


2. Yandaki grafikte verilen taralı bölgeyi ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

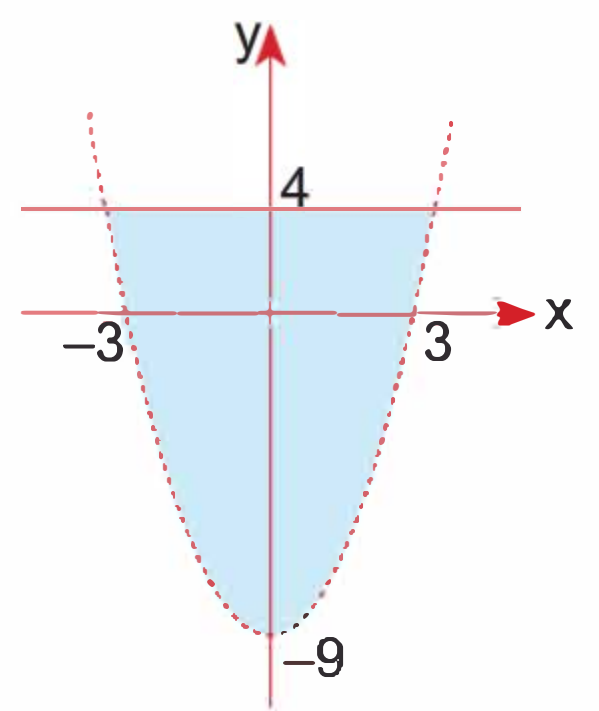


- A) $y \geq x^2 - 2x - 12$ B) $y \leq x^2 + x - 12$
 C) $y \geq x^2 + x - 12$ D) $y \leq x^2 - x - 12$
 E) $y \geq x^2 - x - 12$

3. $y < x^2 - 1$
 eşitsizliğini sağlayan noktaların kümesi aşağıdaki grafiklerin hangisinde verilmiştir?



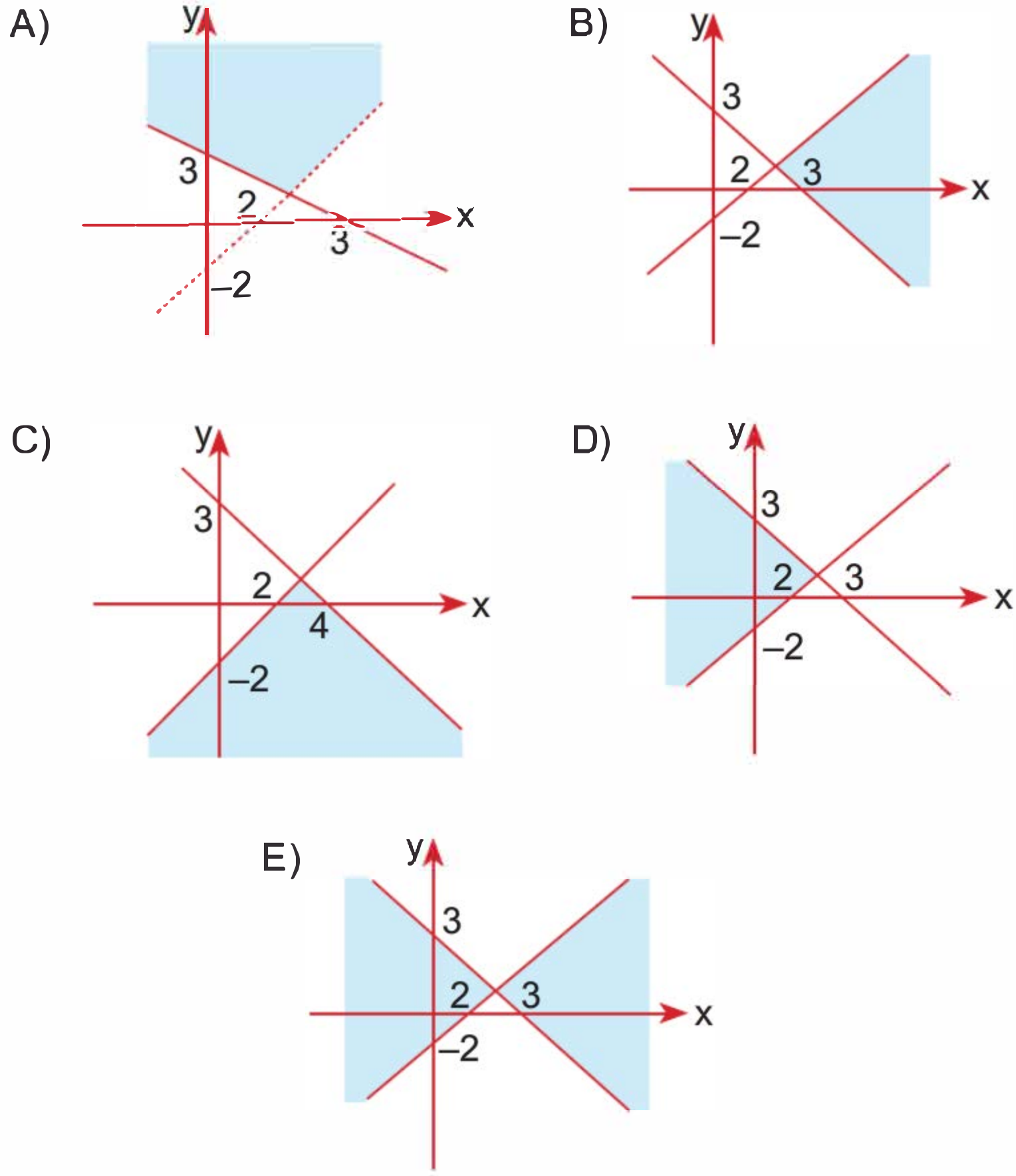
4. Yandaki grafikte verilen taralı bölgeyi ifade eden eşitsizlik sistemi aşağıdakilerden hangisidir?



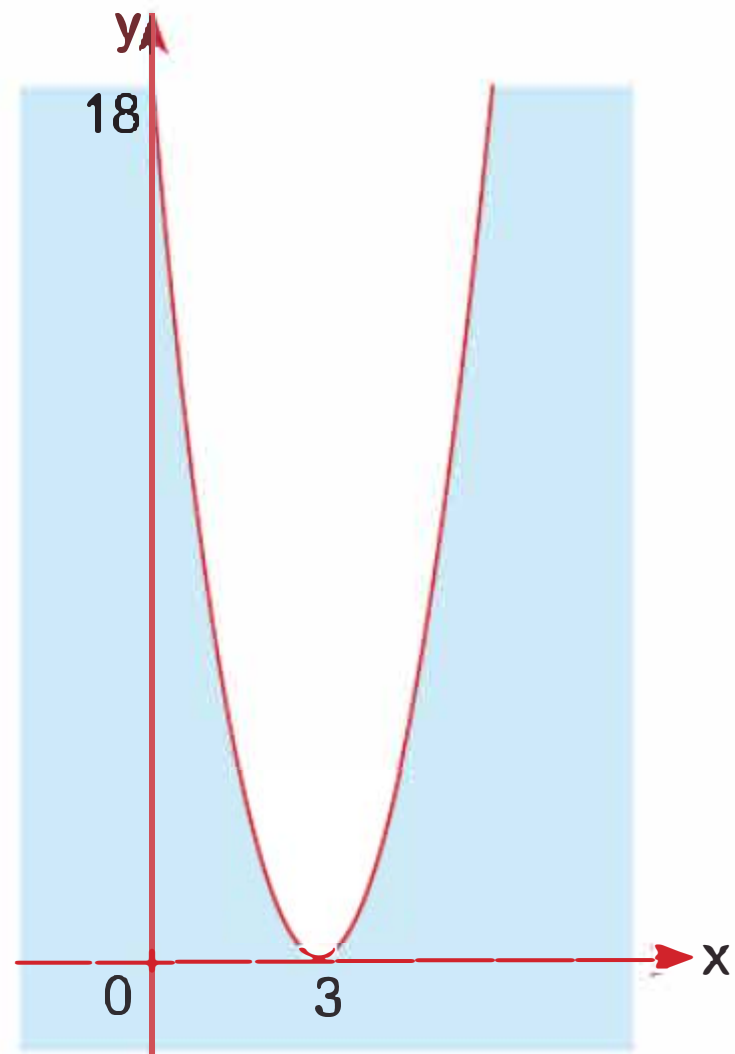
- A) $y < x^2 - 9$ B) $y < x^2 - 9$
 $y \geq 4$ $y \leq 4$
 C) $y > x^2 - 9$ D) $y \geq x^2 - 9$
 $y \geq 4$ $y \leq 4$
 E) $y > x^2 - 9$
 $y \leq 4$



1. $y \leq x - 2$
 $x + y \geq 3$
 eşitsizlik sisteminin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

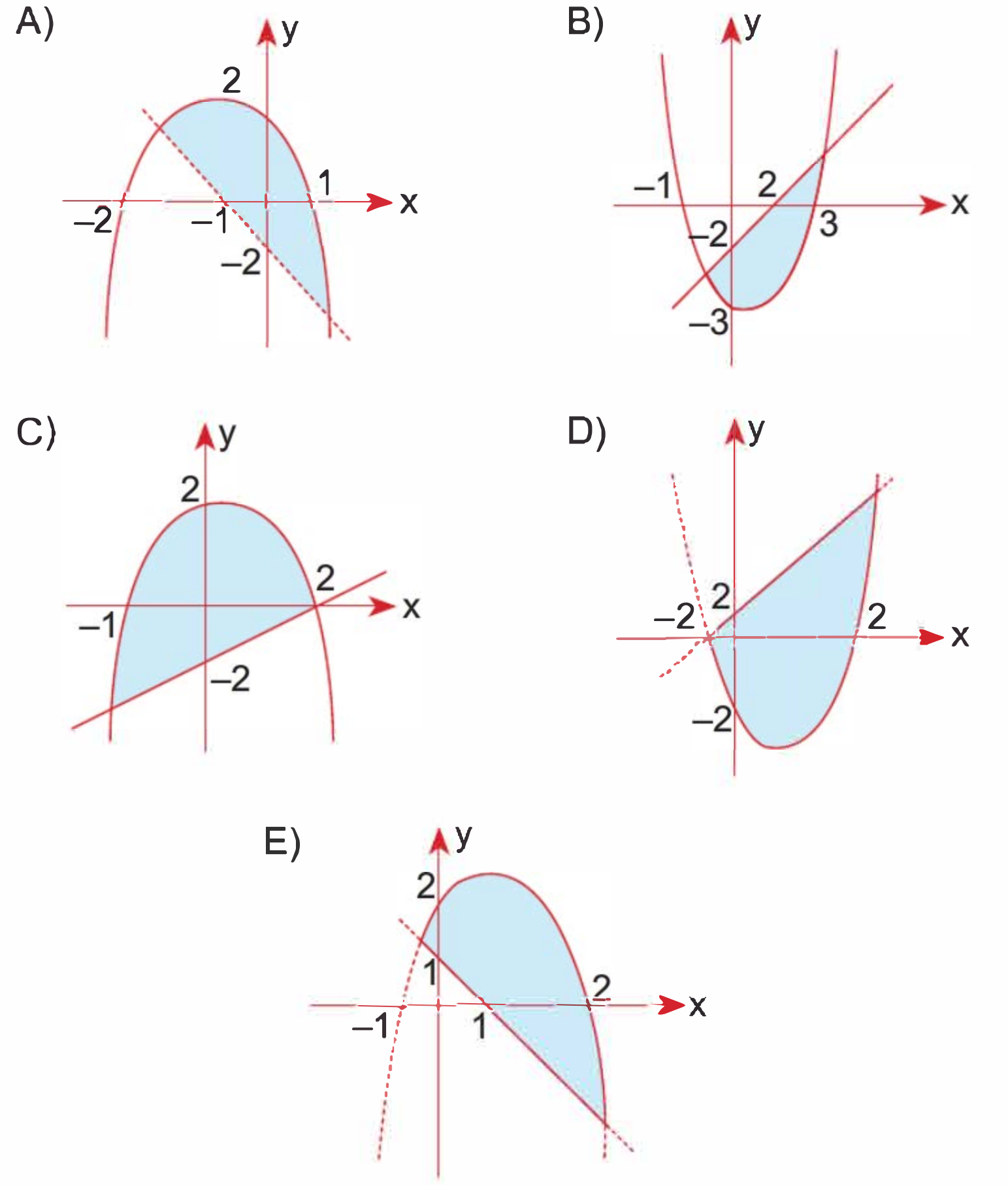


2. Yandaki grafikte verilen taralı bölgeyi ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

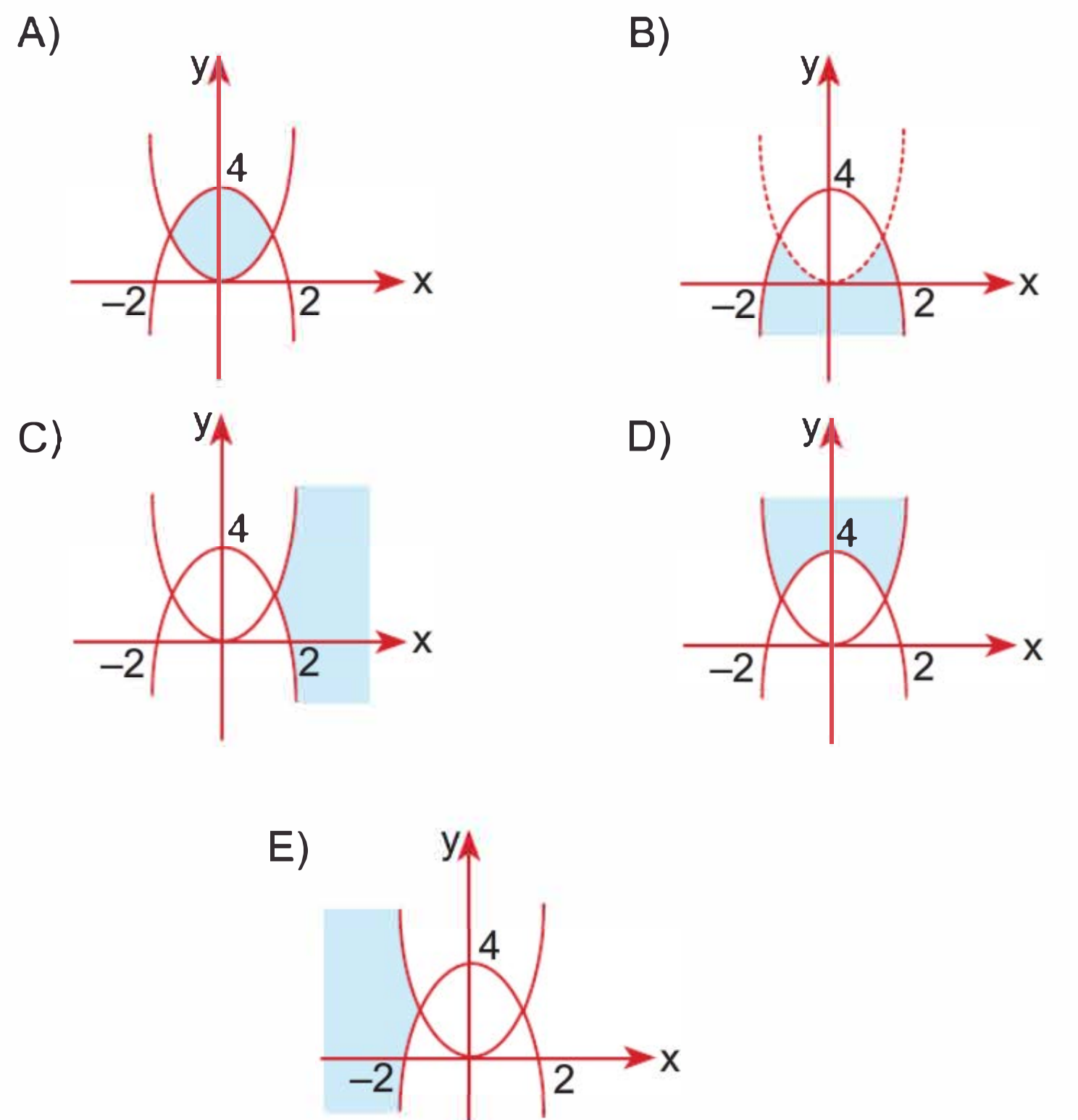


- A) $y \leq x^2 - 6x + 9$ B) $y > 2x^2 - 12x + 18$
 C) $y \geq 2x^2 - 12x + 18$ D) $y < 2x^2 - 12x + 18$
 E) $y \leq 2x^2 - 12x + 18$

3. $y \geq x - 2$
 $y \leq -x^2 + x + 2$
 eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdaki grafiklerden hangisidir?



4. $y \geq x^2$
 $y \leq -x^2 + 4$
 eşitsizlik sistemini sağlayan noktaların analitik düzlemdeki gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



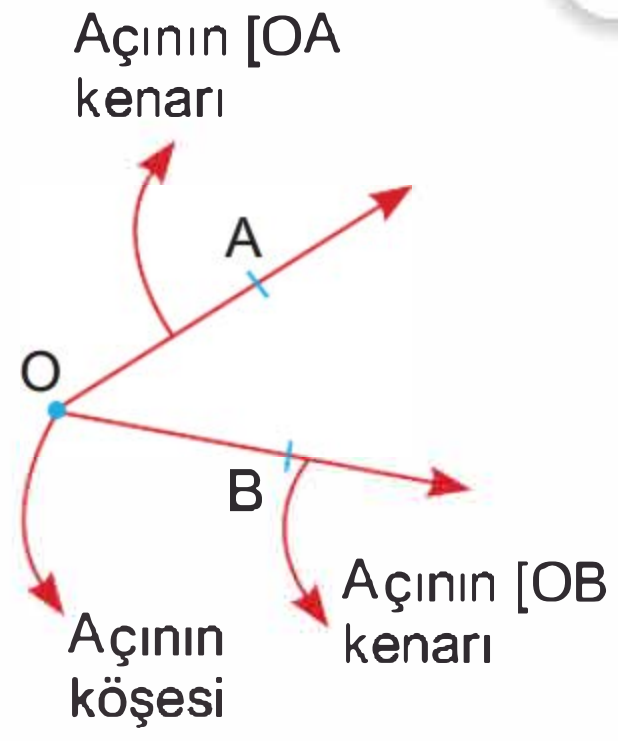
11. SEANS | YÖNLÜ AÇILAR-DİK ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK ORANLAR



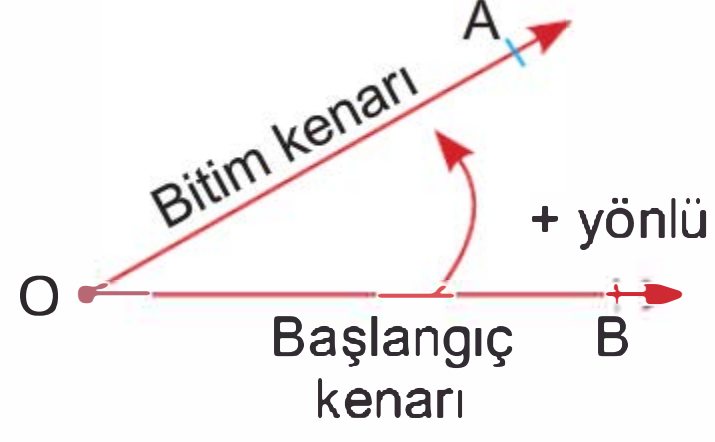
BİLGİ

11.1 - Yönlü Açı

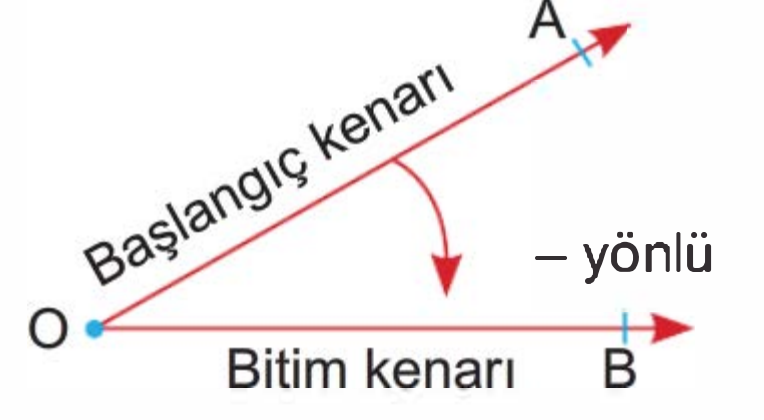
✓ Başlangıç noktası ortak olan iki ışının oluşturduğu geometrik şekle **açı** denir.



✓ + yön

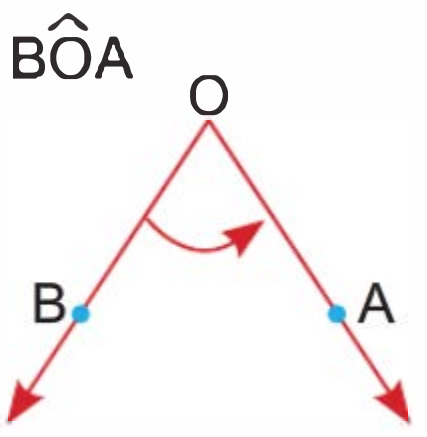


✓ - yön

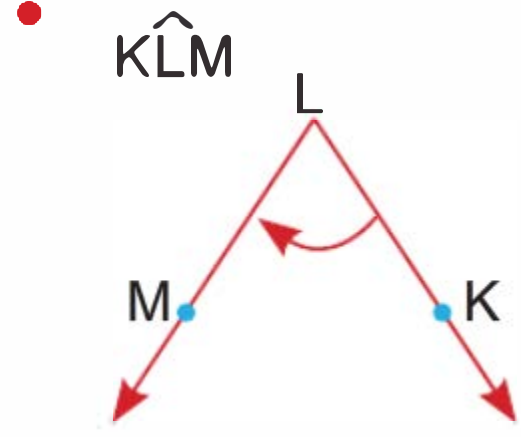


Okunuşu: BOA açısı pozitif yönlüdür.
(Saatin dönme yönünün tersi)

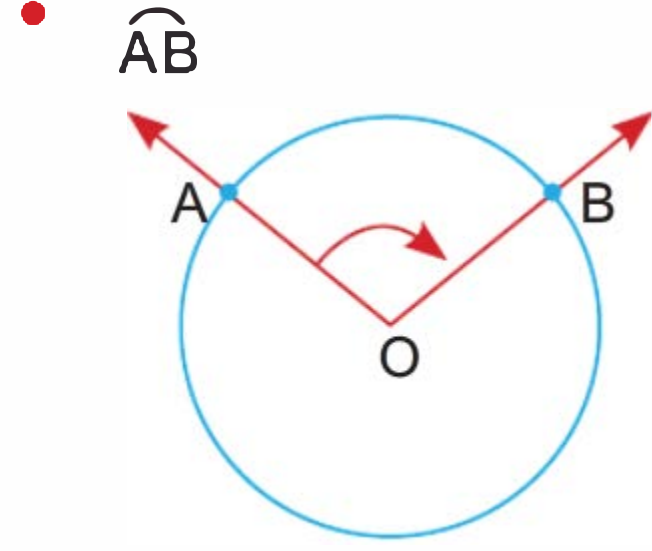
Okunuşu: AOB açısı negatif yönlüdür.
(Saatin dönme yönü ile aynı)



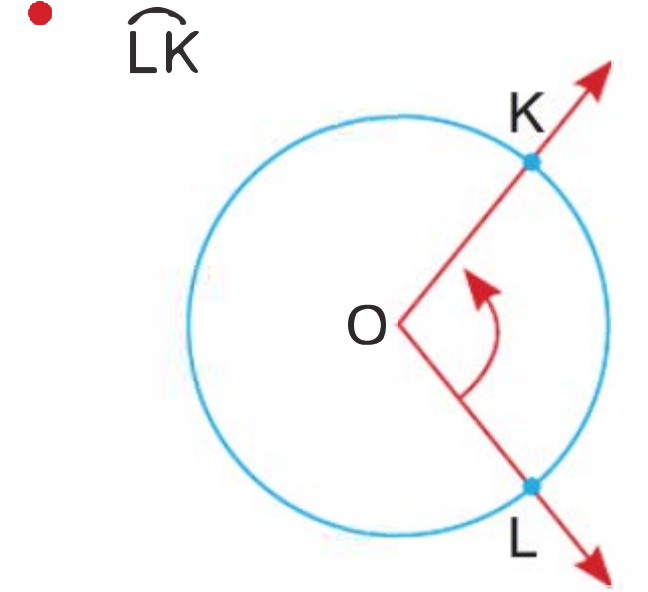
Okunuşu: BOA açısı
Yönü: + (pozitif)
(Saat ile ters yönde)



Okunuşu: KLM açısı
Yönü: - (negatif)
(Saat ile aynı yönde)



Okunuşu: AB yayı
Yönü: - (negatif)
(Saat ile aynı yönde)



Okunuşu: LK yayı
Yönü: + (pozitif)
(Saat ile ters yönde)

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

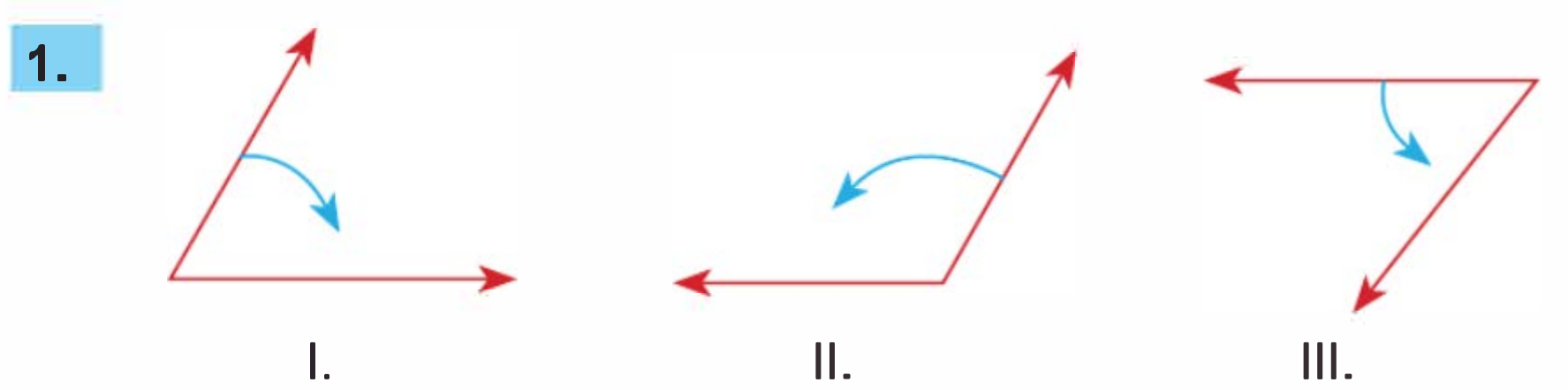
1.	Başlangıç Kenarı	Bitim Kenarı	Yönü	Sembolik gösterilişi

Yukarıdaki tabloyu doldurunuz.

Çözüm:

	Başlangıç Kenarı	Bitim Kenarı	Yönü	Sembolik gösterilişi
	[ED	[EF	-	\widehat{DEF}
	[OA	[OB	+	\widehat{AB}

ÖĞRENCİ SORULARI



Yukarıda verilen açılardan hangileri pozitif yönlüdür?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

2. Yandaki O merkezli çemberde verilen \widehat{ABC} , \widehat{BAD} ve \widehat{CDA} yaylarının yönleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -, +, + B) -, +, - C) +, +, -
D) +, -, + E) +, +, +

1-D

2-B



BİLGİ

11.2 - Açı Ölçü Birimleri

✓ Bilmen gereken 2 tane açı ölçü birimi var. Derece ve radyan. N^o 1,5 kg ı ; 1500 gram diyerek grama çeviriyorsan, dereceyi de radyana çevirebilirsin. Nasıl mı?

$$\frac{\text{Derece}}{180^\circ} = \frac{\text{Radyan}}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \text{ eşitliğini kullanarak.}$$

- 150° lik açı kaç radyan denirse;
D = 150° yazıp R yi yalnız bırakacaksın.

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{150^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{180^\circ \cdot R}{180^\circ} = \frac{150^\circ \cdot \pi}{180^\circ}$$

$$R = \frac{150^\circ \pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{6} \text{ (30 ile sadeleşti)}$$

- 3π radyan kaç derece denirse;
R = 3π yazıp D yi yalnız bırakacaksın.

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{3\pi}{\pi} \Rightarrow \frac{D \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{3\pi \cdot 180^\circ}{\pi} \Rightarrow D = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$$

- ✓ 1° lik açı; 60 dakikalık açiya ya da

$$60 \cdot 60 = 3600 \text{ saniyelik açiya eşittir.}$$

$$1^\circ = 60' = 3600'' \text{ (1 saat = 60 dakika = 3600 saniyeye benzet)}$$

7840 saniyelik açının kaç derece (saat), kaç dakika ve kaç saniye olduğu aşağıdaki bölme işlemleriyle bulunur.

$$\begin{array}{r} 7840 \overline{) 3600} \\ \underline{-7200} \\ 640 \end{array} \quad \begin{array}{r} 640 \overline{) 60} \\ \underline{-600} \\ 40 \end{array}$$

2 (derece = saat) 10 → dakika
40 → saniye

$$7840'' = 2^\circ 10' 40'' \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

- a) 108° lik açının kaç radyan olduğunu bulunuz.
b) $\frac{11\pi}{3}$ radyanlık açının kaç derece olduğunu bulunuz.

Çözüm:

$$\text{a) } \frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{108^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{180^\circ \cdot R}{180^\circ} = \frac{108^\circ \cdot \pi}{180^\circ}$$

$$R = \frac{108^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{3\pi}{5} \text{ (36 ile sadeleştirdik)}$$

$$\text{b) } \frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{\frac{11\pi}{3}}{\pi}$$

$$D \cdot \pi = 180^\circ \cdot \frac{11\pi}{3} \Rightarrow \frac{D \cdot \pi}{\pi} = \frac{60^\circ \cdot 11 \cdot \pi}{\pi} \Rightarrow D = 660^\circ$$

$$\text{Ya da } \frac{11\pi}{3} = \frac{11 \cdot 180^\circ}{3} = 11 \cdot 60^\circ = 660^\circ \text{ şeklinde bulabilirsin.}$$

- 8645 saniyelik açı kaç derece, kaç dakika, kaç saniyedir?

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 8645 \overline{) 3600} \\ \underline{-7200} \\ 1445 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1445 \overline{) 60} \\ \underline{-1440} \\ 5 \end{array}$$

2 → derece 24 → dakika
5 → saniye

$$8645'' = 2^\circ 24' 5'' \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

- 140° lik bir açının radyan cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{16\pi}{9}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{7\pi}{9}$ D) $\frac{13\pi}{18}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

- $\frac{4\pi}{5}$ radyanlık bir açının derece cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 156 B) 144 C) 124 D) 112 E) 108

- 6250 saniyelik açının derece, dakika ve saniye cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1° 44' 10'' B) 1° 10' 44'' C) 2° 44' 10''
D) 1° 34' 20'' E) 2° 34' 20''

1-C

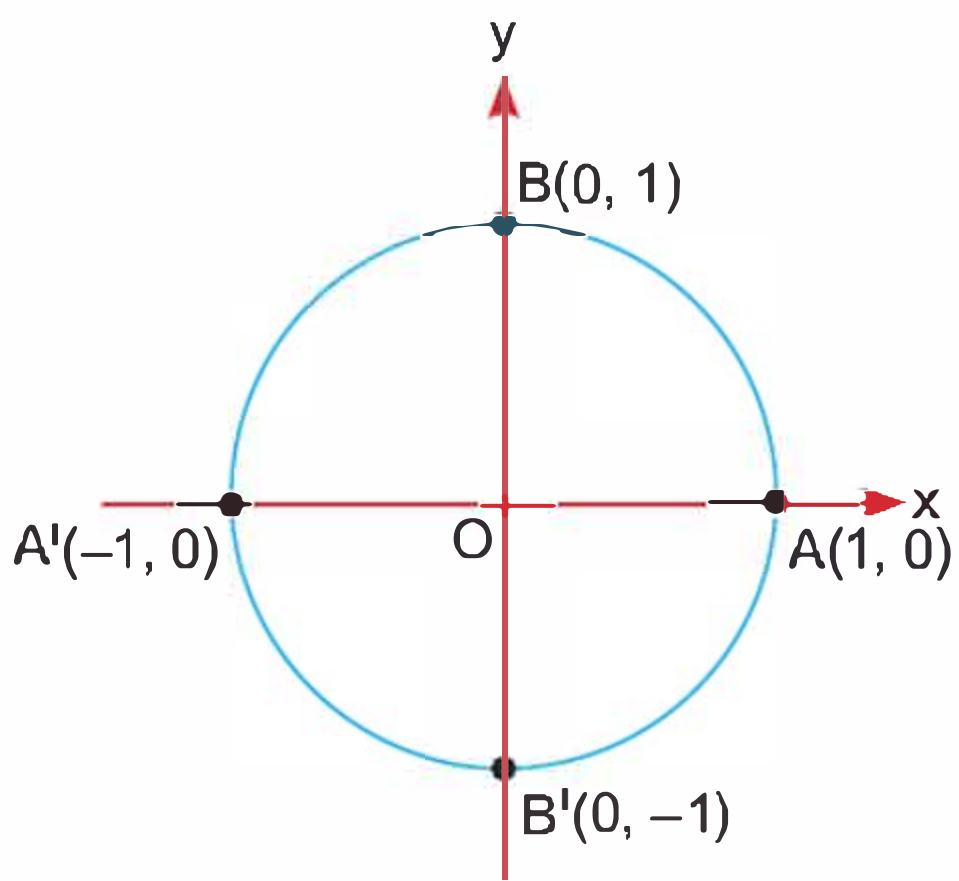
2-B

3-A

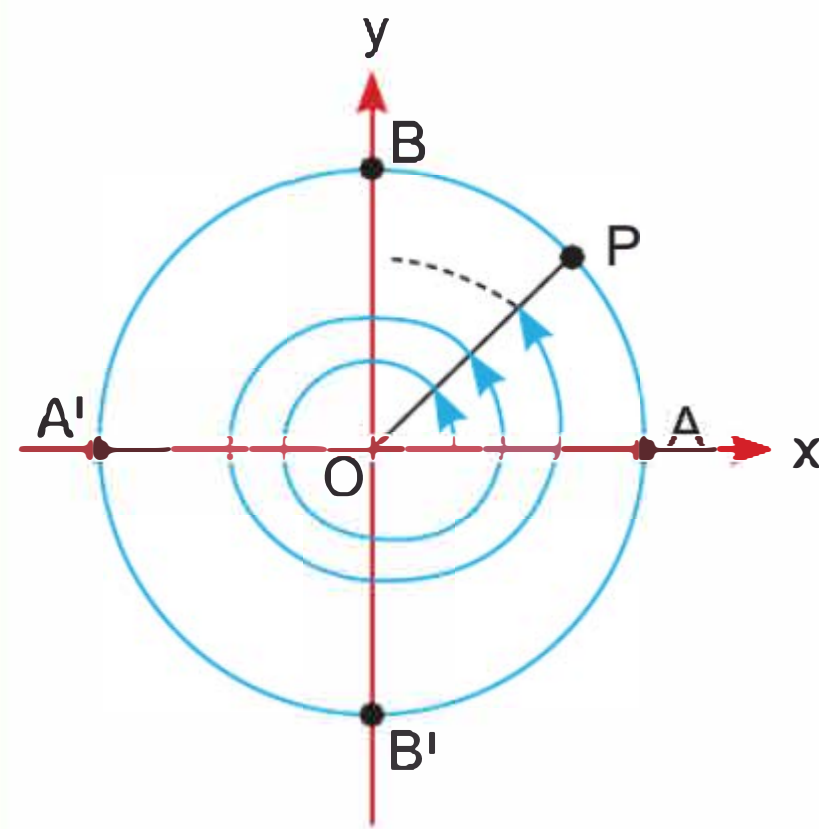


BİLGİ

11.3 - Birim Çember ve Bir Açının Esas Ölçüsü



Analitik düzlemde merkezi orijinde $O(0, 0)$ noktasında ve yarıçapı 1 br olan çembere **birim çember** ya da **trigonometrik çember** denir.



Birim çember üzerindeki bir açı bitiş kenarından itibaren her 360° lik dönme sonucunda yine aynı noktaya gelir.

Dairesel bir pistte P noktasından koşmaya başlayan bir atlet 4 turda yine P noktasına geldiğinde x eksenine yaptığı açı kaç derece olur?

İşte o açının ilk turdaki karşılığı esas ölçüsüdür.

NOT: O halde esas ölçü denilince aklına; verilen açının içinden tam tur ve katlarını (360° leri ya da 2π leri) attığımızda en son geriye kalan 360° den küçük (2π den küçük) olan ölçü gelmelidir.

✓ 1842° lik açının esas ölçüsü ;

$$\begin{array}{r} 1842^\circ \quad | \quad 360^\circ \rightarrow \text{tam tur} \\ - 1800^\circ \quad | \quad 5 \\ \hline 42^\circ \rightarrow \text{esas ölçü} \end{array}$$

✓ -965° lik açının esas ölçüsü;

Açının önündeki $-$ açının yönünü gösterdiğinden onu hesaba şimdilik katma yönü $+$ ymiş gibi esas ölçü bul.

Daha sonra bulduğun sayıyı 360 tan at.

$$\begin{array}{r} 965^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ - 720^\circ \quad | \quad 2 \\ \hline -245^\circ \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 965^\circ \\ - 720^\circ \\ -245^\circ \end{array}} \right\} 360^\circ - 245^\circ = 115^\circ \rightarrow \text{esas ölçü}$$

(ters yönlü)

✓ 15π radyanlık açının esas ölçüsü;

$$\begin{array}{r} 15\pi \quad | \quad 2\pi \rightarrow \text{tam tur} \\ - 14\pi \quad | \quad 7 \\ \hline \pi \rightarrow \text{esas ölçü} \end{array}$$

✓ $\frac{22\pi}{3}$ radyanlık açının esas ölçüsü ;

Paydada gördüğün sayının her zaman 2 katını al. ($2 \cdot 3 = 6$)

Payda gördüğün sayıyı 6 ya böl. (22 yi 6 ya böl.) Bulduğun kalan sayıyı paya yaz. İşte bu kadar.

$$\begin{array}{r} 22 \quad | \quad 3 \cdot 2 = 6 \\ - 18 \quad | \quad 3 \\ \hline 4 \end{array} \rightarrow \frac{22\pi}{3} \equiv \frac{4\pi}{3} \rightarrow \text{esas ölçü}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. Aşağıdaki açılarının esas ölçülerini bulunuz.

- a) 1950° b) -1200° c) $\frac{42\pi}{5}$ d) $-\frac{39\pi}{4}$

Çözüm:

a)
$$\begin{array}{r} 1950^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ - 1800^\circ \quad | \quad 5 \\ \hline 150^\circ \rightarrow \text{esas ölçü} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 1200^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ - 1080^\circ \quad | \quad 3 \\ \hline 120^\circ (-) \end{array}$$

Esas ölçü: $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$

c)
$$\begin{array}{r} 42 \quad | \quad 5 \cdot 2 = 10 \\ - 40 \quad | \quad 4 \\ \hline 2 \end{array} \rightarrow \frac{42\pi}{5} = \frac{2\pi}{5}$$

d)
$$\begin{array}{r} 39 \quad | \quad 2 \cdot 4 = 8 \\ - 32 \quad | \quad 4 \\ \hline 7 \end{array} \rightarrow \frac{39\pi}{4} = -\frac{7\pi}{4} = 2\pi - \left(\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} \rightarrow \text{esas ölçü}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. a) 1564° lik açının esas ölçüsü kaç derecedir?

b) -850° lik açının esas ölçüsü kaç derecedir?

2. a) $\frac{17\pi}{2}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

b) $-\frac{42\pi}{5}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

1.a) 124°

b) 230°

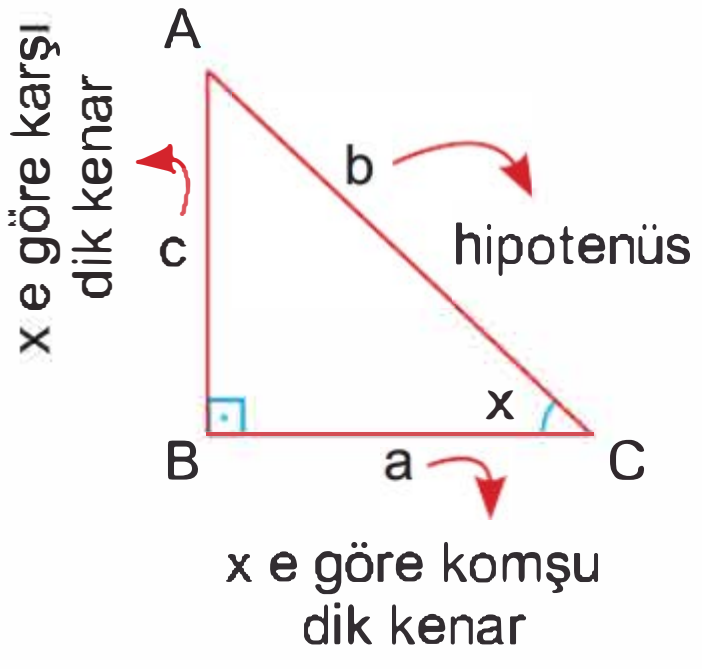
2. a) $\frac{\pi}{2}$

b) $\frac{8\pi}{5}$



BİLGİ

11.4 - Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar



$$\sin x = \frac{\text{Karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{Hipotenüs uzunluğu}} \rightarrow \sin x = \frac{c}{b}$$

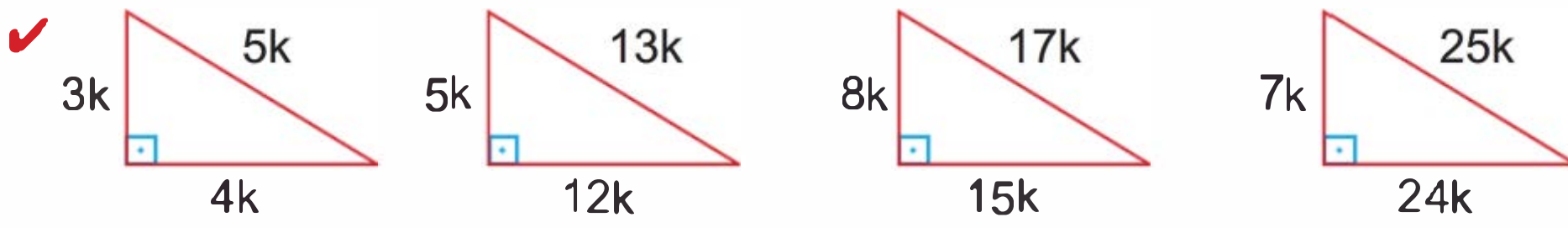
$$\cos x = \frac{\text{Komşu dik kenar uzunluğu}}{\text{Hipotenüs uzunluğu}} \rightarrow \cos x = \frac{a}{b}$$

$$\tan x = \frac{\text{Karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{Komşu dik kenar uzunluğu}} \rightarrow \tan x = \frac{c}{a}$$

$$\cot x = \frac{\text{Komşu dik kenar uzunluğu}}{\text{Karşı dik kenar uzunluğu}} \rightarrow \cot x = \frac{a}{c}$$

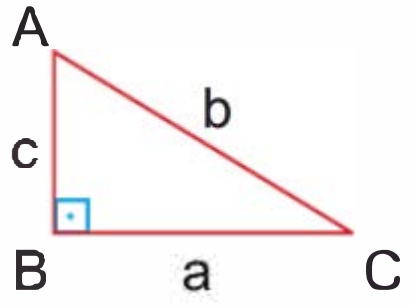
Birbirinin tam tersi
o halde $\tan x = \frac{1}{\cot x}$ yazılabilir.

Hatırlamalısın!



Dik üçgende bu sayılar varsa pisagor teoremini kullanmadan verilmeyen kenarları bulabilirsiniz.

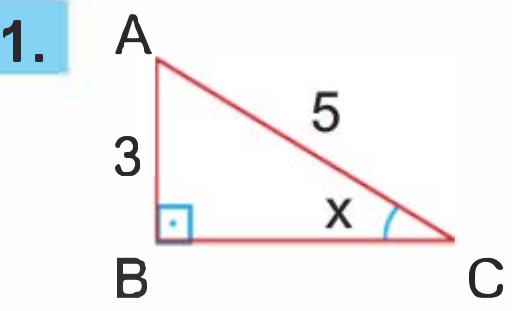
✓ Pisagor Bağıntısı



$$b^2 = a^2 + c^2 \quad (\text{Bir dik üçgenin 3 kenarından herhangi ikisi varken, 3. kenarı bulmak için kullanacağız.})$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

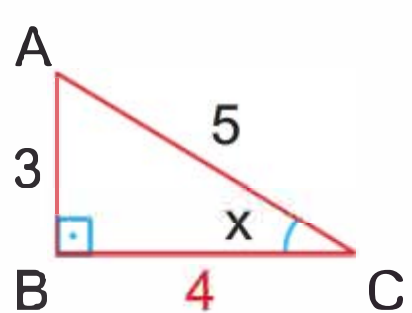
ÖĞRENCİ SORULARI



Yanda verilen dik üçgene göre, x açının trigonometrik oranlarını bulunuz.

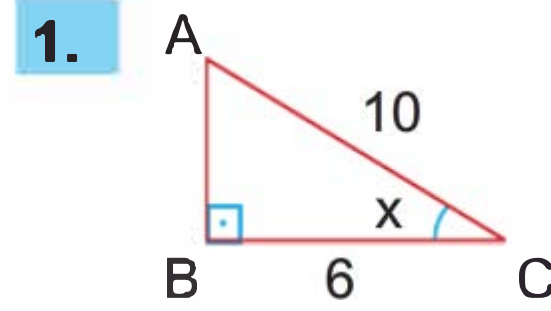
Çözüm:

Öncelikle pisagor bağıntısından giderek uzunluğu verilmeyen BC kenarının uzunluğunu bulmalısın. Ancak sayılar 3, 4, 5 genindeki sayılar olduğundan pisagorla işi uzatmaya gerek yok. 3, 4, 5 sayılarından 4 eksik şekilde. O halde $|BC| = 4$ br olur.



$$\sin x = \frac{\text{Karşı}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{3}{5}, \quad \tan x = \frac{\text{Karşı}}{\text{Komşu}} = \frac{3}{4}$$

$$\cos x = \frac{\text{Komşu}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{4}{5}, \quad \cot x = \frac{\text{Komşu}}{\text{Karşı}} = \frac{4}{3}$$



ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $m(\widehat{BCA}) = x$
 $|BC| = 6$ br, $|AC| = 10$ br

Şekilde verilenlere göre, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ ve $\cot x$ oranlarını bulunuz.

2. x bir dar açı olmak üzere,

$$\sin x = \frac{5}{13}$$

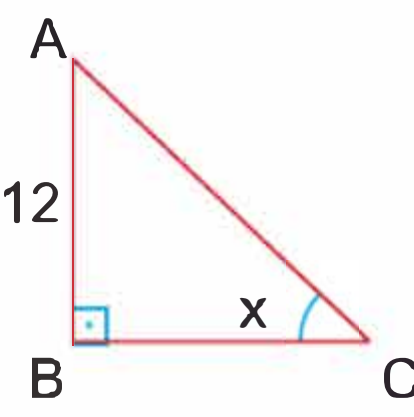
olduğuna göre, $\cos x$, $\tan x$ ve $\cot x$ oranlarını bulunuz.

$$1- \sin x = \frac{4}{5}, \cos x = \frac{3}{5}, \tan x = \frac{4}{3}, \cot x = \frac{3}{4}$$

$$2- \cos x = \frac{12}{13}, \tan x = \frac{5}{12}, \cot x = \frac{12}{5}$$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

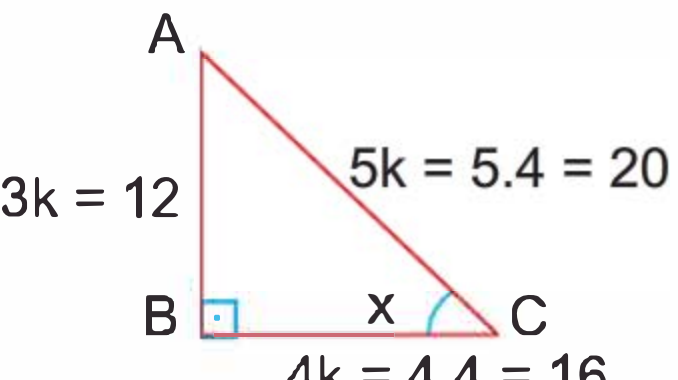
1.  ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$
 $|AB| = 12$ br, $m(\widehat{BCA}) = x$
 $\sin x = \frac{3}{5}$

Şekilde verilenlere göre, Çevre (ABC) kaç br dir?

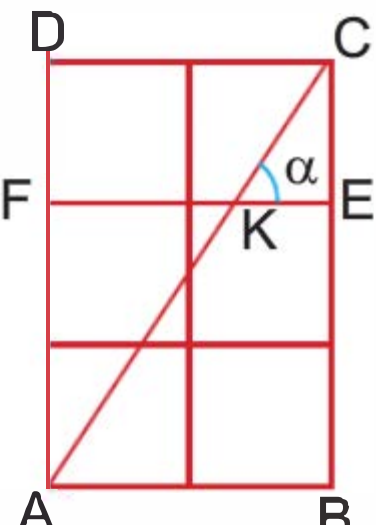
Çözüm:

$$\sin x = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{3}{5} = \frac{3k}{5k} \text{ dir.}$$

Bu durumda x in karşısındaki dik kenar 3k br olmalıdır.
 $3k = 12 \Rightarrow k = 4$ olur.

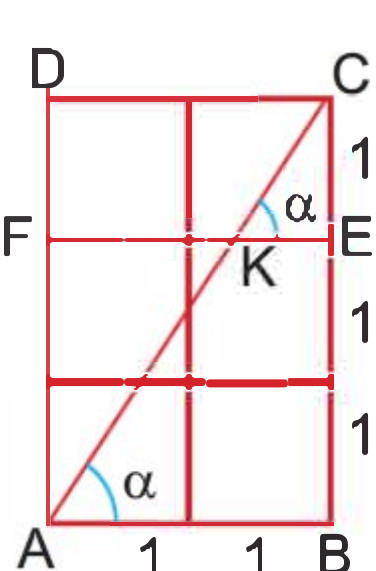
 Çevre (ABC) = $12 + 16 + 20 = 48$ br dir.

$3k = 12$ $5k = 5 \cdot 4 = 20$
 $4k = 4 \cdot 4 = 16$
 (3-4-5 üçgeni)

2.  ABCD dikdörtgeni özdeş 6 tane kareden oluşmuştur.
 $[AC]$ köşegen, $EF \cap AC = \{K\}$, $m(\widehat{CKE}) = \alpha$
 Buna göre, $\tan \alpha$ kaçtır?

Çözüm:

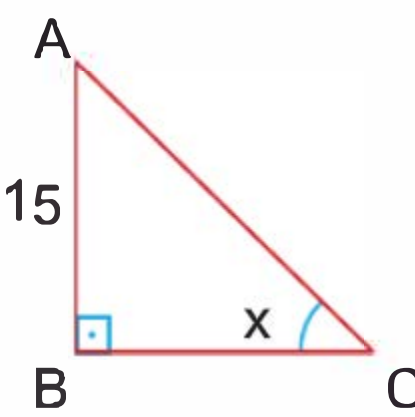
Bu tarz sorularda verilen α açısının köşesine dikkat edeceksin. Açının köşesi özdeş karelerin kesiştiği bir köşede değilse, köşesi karelerin köşelerinin kesiştiği bir yere taşıyacaksın.

 $m(\widehat{CKE}) = m(\widehat{CAB})$ (yöndeş açılar)
 α açısını \widehat{CAB} na taşıyacaksın.

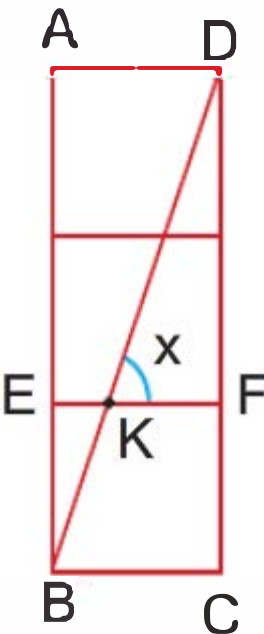
Niye? İlk durumda KE uzunluğunu bilmediğin için CKE üçgenin kenar uzunluklarını bulamazsın. Ama CAB dik üçgeninde tüm kenarların uzunluğunu ölçebilirsin. Şekil özdeş karelerden oluştuğundan her bir minik parçayı, 1 br alabilirsin.

$$\tan \alpha = \frac{|BC|}{|AB|} = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

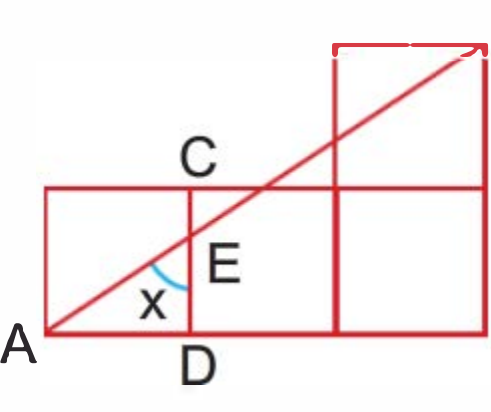
ÖĞRENCİ SORULARI

1.  ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$
 $|AB| = 15$ br
 $m(\widehat{BCA}) = x$
 $\sin x = \frac{5}{13}$ olduğuna göre, ABC dik üçgeninin alanı kaç br² dir?

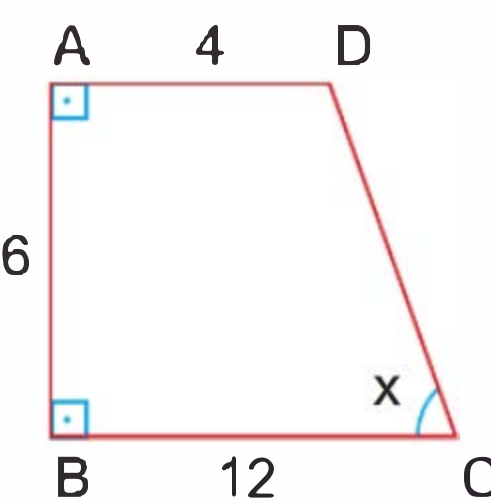
A) 120 B) 240 C) 270 D) 360 E) 540

2.  ABCD dikdörtgeni özdeş üç kareden oluşmuştur.
 $[BD]$ köşegen, $BD \cap EF = \{K\}$, $m(\widehat{DKF}) = x$
 Şekilde verilenlere göre, $\sin x + \cos x$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ D) $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ E) $\frac{4\sqrt{10}}{5}$

3.  Yandaki şekil özdeş 4 kareden oluşmuştur.
 $AB \cap CD = \{E\}$, $m(\widehat{AED}) = x$
 Buna göre, $\cos x \cdot \sin x$ çarpımı kaçtır?

A) $\frac{6}{13}$ B) $\frac{7}{13}$ C) $\frac{8}{13}$ D) $\frac{9}{13}$ E) $\frac{10}{13}$

4.  ABCD dik yamuk
 $|AD| = 4$ br
 $|AB| = 6$ br
 $|BC| = 12$ br
 $m(\widehat{BCD}) = x$
 Şekilde verilenlere göre, $\sin x + \cos x$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{5}$

1-C

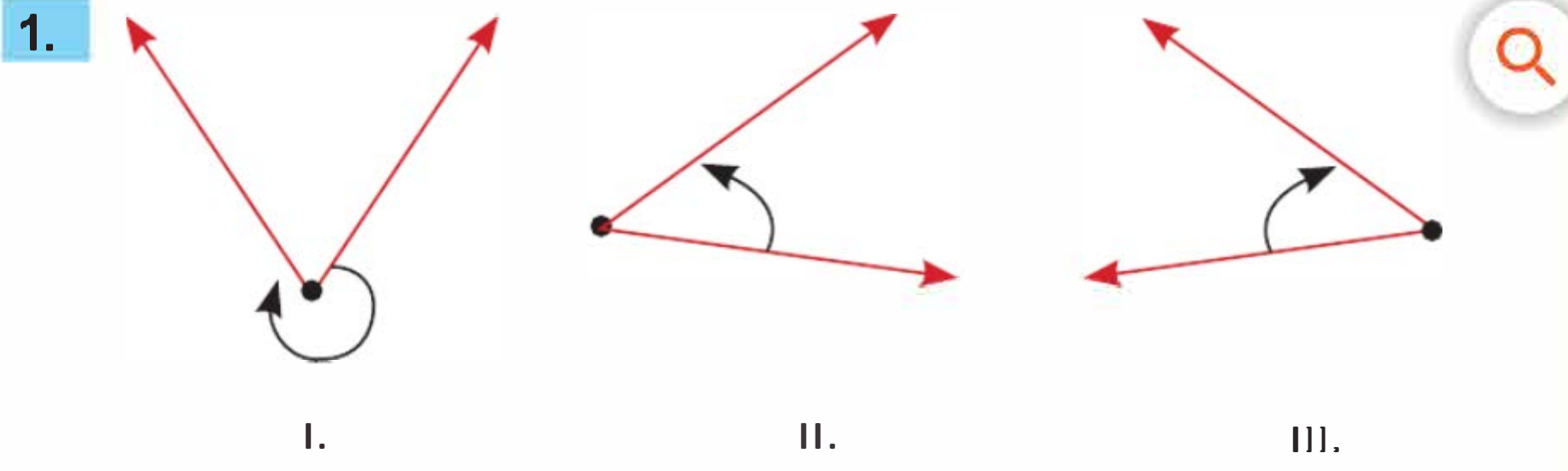
2-C

3-A

4-E



0CFC02C1



Yukarıda verilen açılarının yönleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -, +, - B) -, +, + C) +, +, -
D) -, -, + E) +, -, +

2. 144° lik açının radyan cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3\pi}{5}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{5}$ D) $\frac{14\pi}{15}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

3. 765° lik açının esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 30° B) 35° C) 40° D) 45° E) 50°

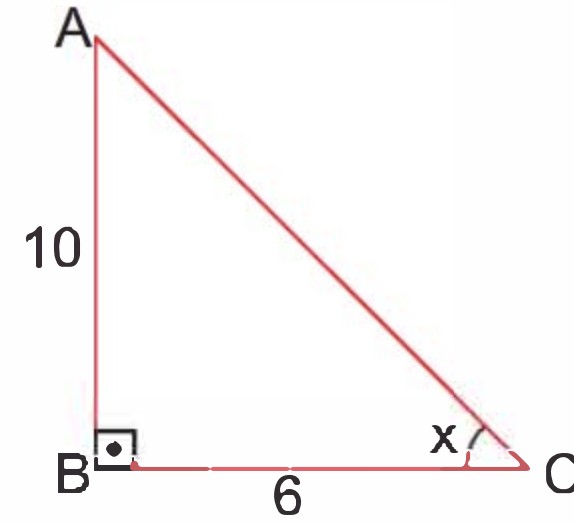
4. 7942 saniyelik açının derece, dakika ve saniye türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^\circ 12' 32''$ B) $2^\circ 22' 22''$
C) $2^\circ 12' 22''$ D) $1^\circ 12' 22''$
E) $1^\circ 22' 32''$

5. $\frac{49\pi}{3}$ radyanlık açının esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{9}$ C) $\frac{\pi}{8}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{3}$

6.

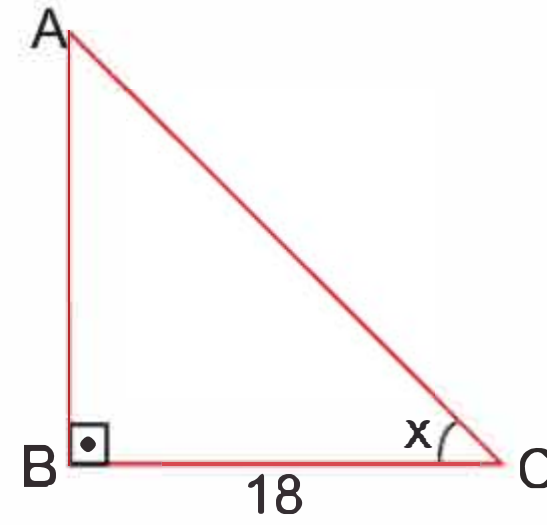


ABC üçgen
[AB] \perp [BC]
|AB| = 10 br
|BC| = 6 br
 $m(\widehat{BCA}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\sin x + \cos x$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{34}}{28}$ B) $\frac{\sqrt{34}}{17}$ C) $\frac{2\sqrt{34}}{17}$ D) $\frac{3\sqrt{34}}{17}$ E) $\frac{4\sqrt{34}}{17}$

7.

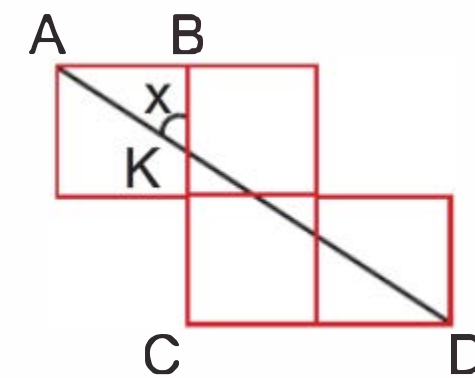


ABC üçgen
[AB] \perp [BC]
|BC| = 18 br
 $\sin x = \frac{4}{5}$

Şekilde verilenlere göre, ABC üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

- A) 108 B) 112 C) 216 D) 432 E) 512

8.



Yandaki şekil özdeş 4 birim kareden oluşmuştur.

[AD] \cap [CB] = {K}
 $m(\widehat{AKB}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\cos x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{13}}$ D) $\frac{4}{\sqrt{13}}$ E) $\frac{5}{\sqrt{13}}$



1. Ölçüsü $11200''$ olan açının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4^\circ 6' 40''$ B) $2^\circ 16' 40''$ C) $3^\circ 16' 30''$
D) $2^\circ 6' 40''$ E) $3^\circ 6' 40''$

2. $\frac{7\pi}{9}$ radyanlık açının derece türünden değerini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 125° B) 135° C) 140° D) 144° E) 160°

3. -764° lik açının esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 316° B) 280° C) 240° D) 216° E) 44°

4. $-\frac{39\pi}{2}$ radyanlık açının esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{5\pi}{8}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

5. $-\frac{41\pi}{3}$ radyanlık açının esas ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

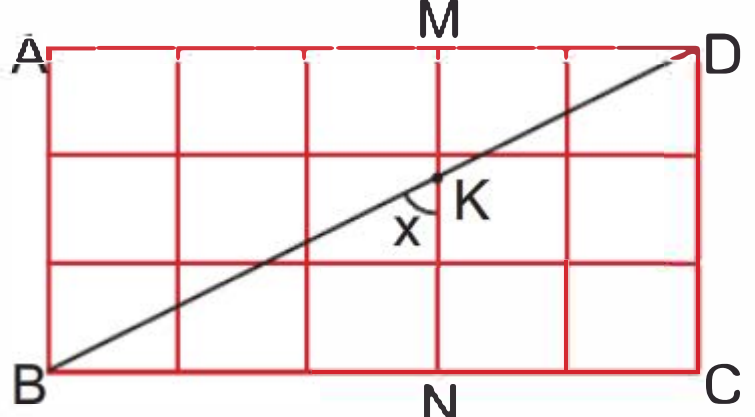
- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

6. x bir dar açı olmak üzere,

$$\sin x = \frac{7}{11}$$

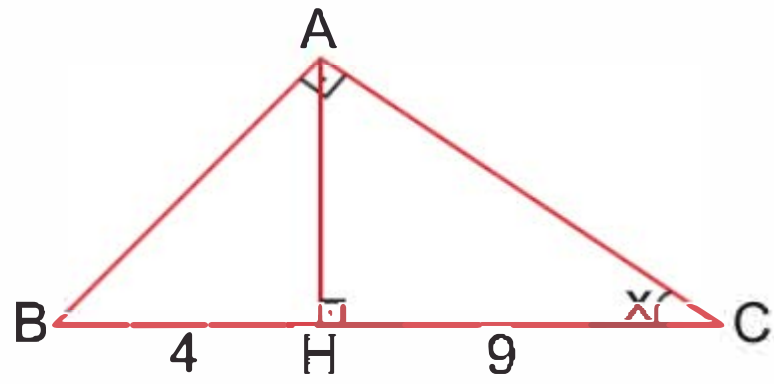
olduğuna göre, $\cot x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3\sqrt{2}}{7}$ B) $\frac{4\sqrt{2}}{7}$ C) $\frac{5\sqrt{2}}{7}$ D) $\frac{6\sqrt{2}}{7}$ E) $\sqrt{2}$

7.  ABCD dikdörtgen
 $[MN] \cap [BD] = \{K\}$
 $m(\widehat{BKN}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\sin x$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{\sqrt{34}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{34}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{34}}$ D) $\frac{4}{\sqrt{34}}$ E) $\frac{5}{\sqrt{34}}$

8.  ABC üçgen
 $[AB] \perp [AC]$
 $[AH] \perp [BC]$
 $m(\widehat{ACB}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{9}{2}$



TEST 3

1. Ölçüsü 12° olan açının saniye türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

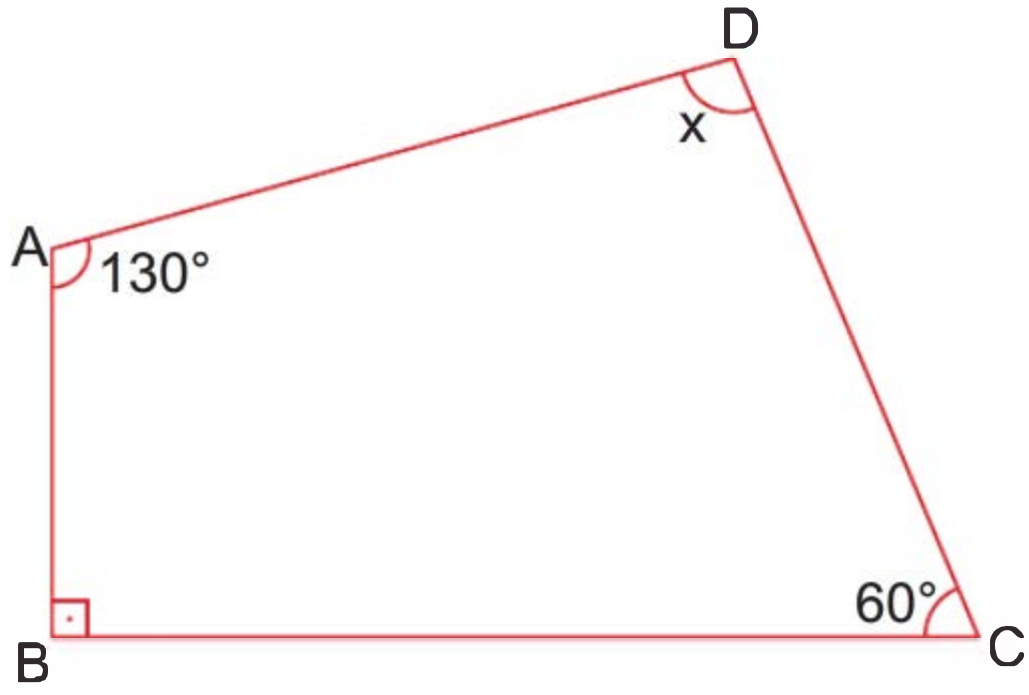
- A) 422000 B) 41300 C) 42400
D) 43400 E) 43200

2. Başlangıç kenarları ortak olan iki açıdan pozitif yönlü olan 130° , negatif yönlü olan 150° dir.

Buna göre, bu iki açının bitim kenarları arasında kalan pozitif yönlü küçük açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 60 B) 70 C) 80 D) 100 E) 110

3.



ABCD dörtgen, $[AB] \perp [BC]$,
 $m(\widehat{BAD}) = 130^\circ$, $m(\widehat{BCD}) = 60^\circ$, $m(\widehat{ADC}) = x$

Şekilde verilenlere göre, x in radyan türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{4\pi}{9}$ C) $\frac{5\pi}{9}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{18}$

4. Bir ABC üçgeninde,

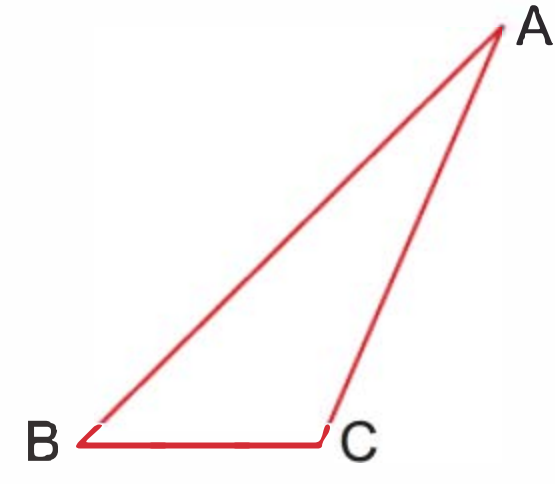
$$m(\widehat{A}) = \frac{2\pi}{3} \text{ radyan}$$

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) + 40^\circ$$

olduğuna göre, B açısının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{18}$ B) $\frac{\pi}{10}$ C) $\frac{\pi}{12}$ D) $\frac{\pi}{15}$ E) $\frac{5\pi}{18}$

5.

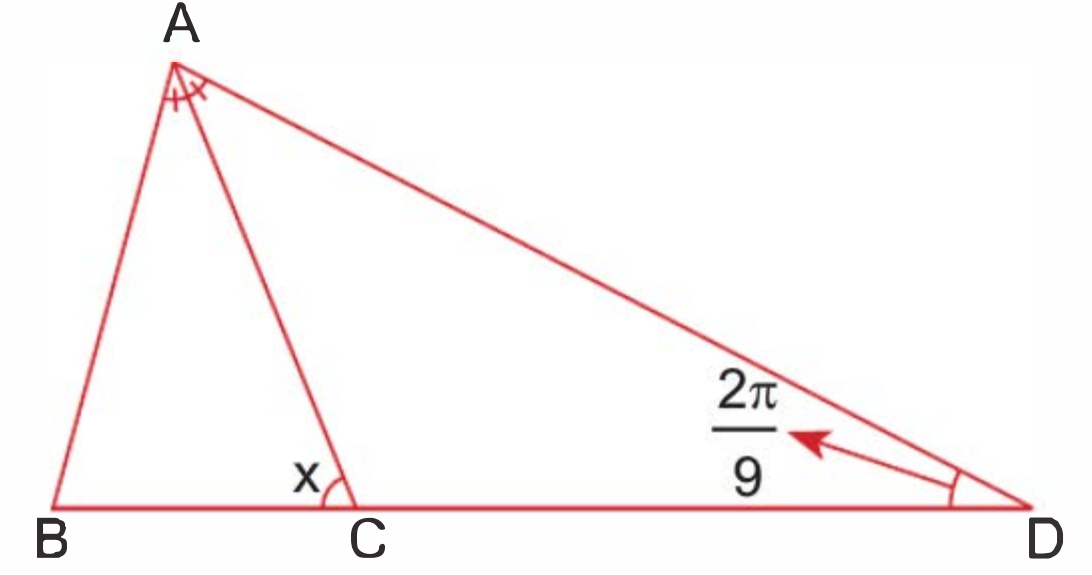


ABC üçgen
 $m(\widehat{C}) = 100^\circ$
 $m(\widehat{A}) = \frac{\pi}{6}$

Şekilde verilenlere göre, B açısının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{18}$ B) $\frac{\pi}{9}$ C) $\frac{2\pi}{9}$ D) $\frac{5\pi}{18}$ E) $\frac{\pi}{3}$

6.



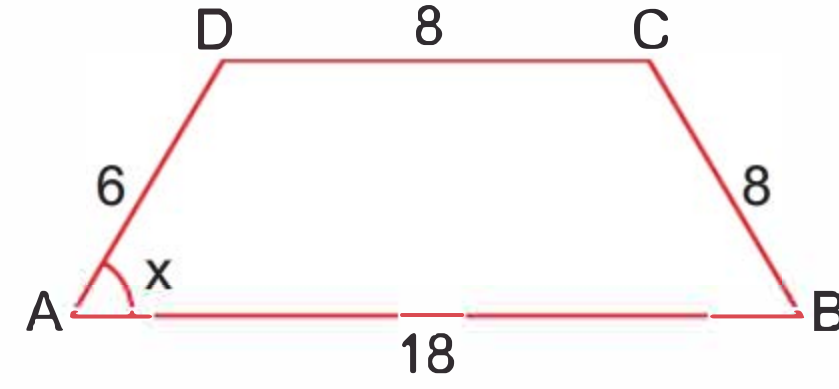
ABD üçgen, $[AC]$ açıortay, $|AD| = |BD|$

$$m(\widehat{BDA}) = \frac{2\pi}{9}, \quad m(\widehat{BCA}) = x$$

Şekilde verilenlere göre, x kaç derecedir?

- A) 65° B) 72° C) 75° D) 80° E) 85°

7.

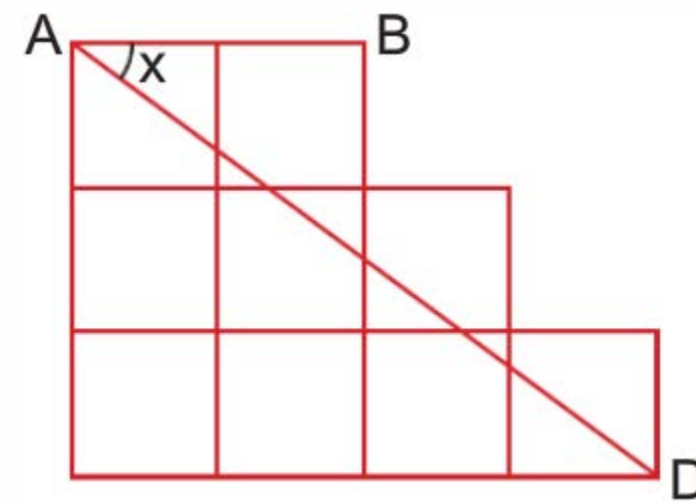


ABCD yamuk
 $AB \parallel DC$
 $|DC| = |BC| = 8 \text{ br}$
 $|AD| = 6 \text{ br}$
 $|AB| = 18 \text{ br}$
 $m(\widehat{DAB}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

8.



Yandaki şekil 9 tane özdeş kareden oluşmuştur.
 $m(\widehat{BAD}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\cos x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

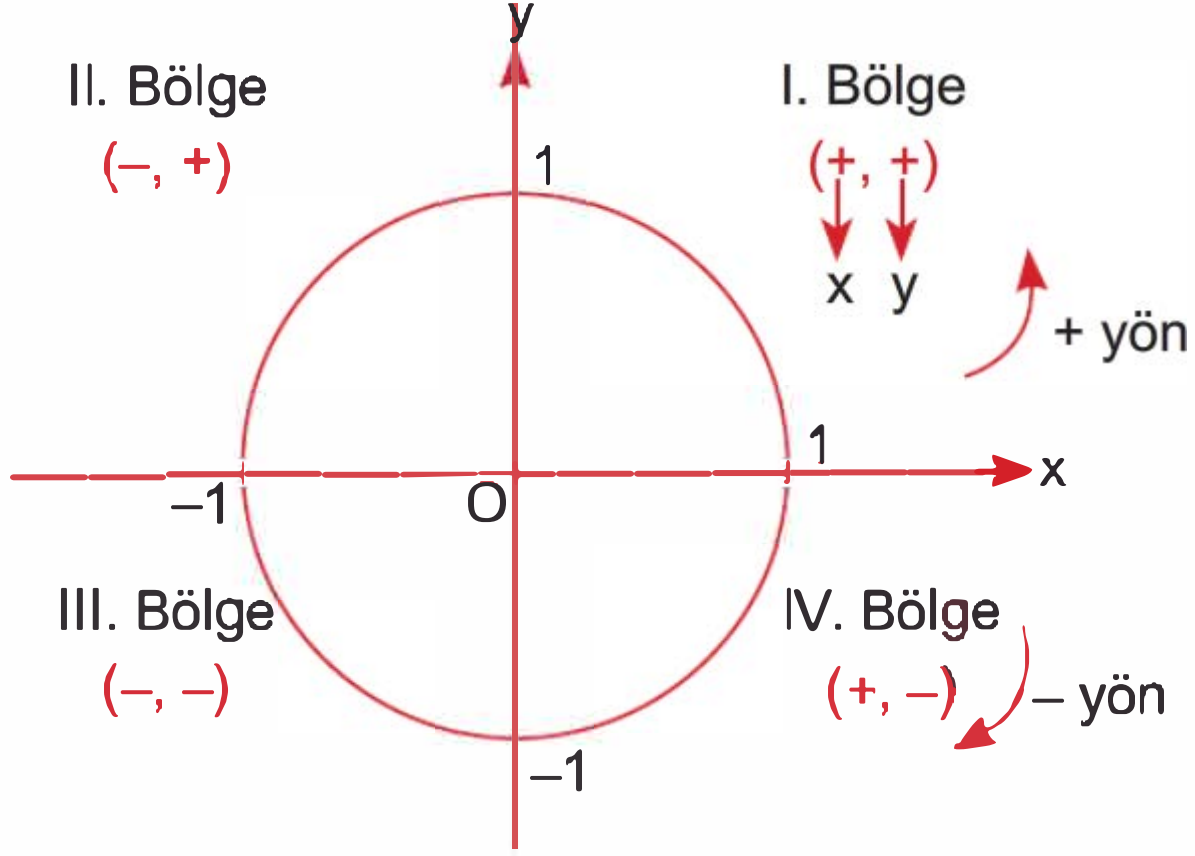


12. SEANS | BİRİM ÇEMBER ve TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

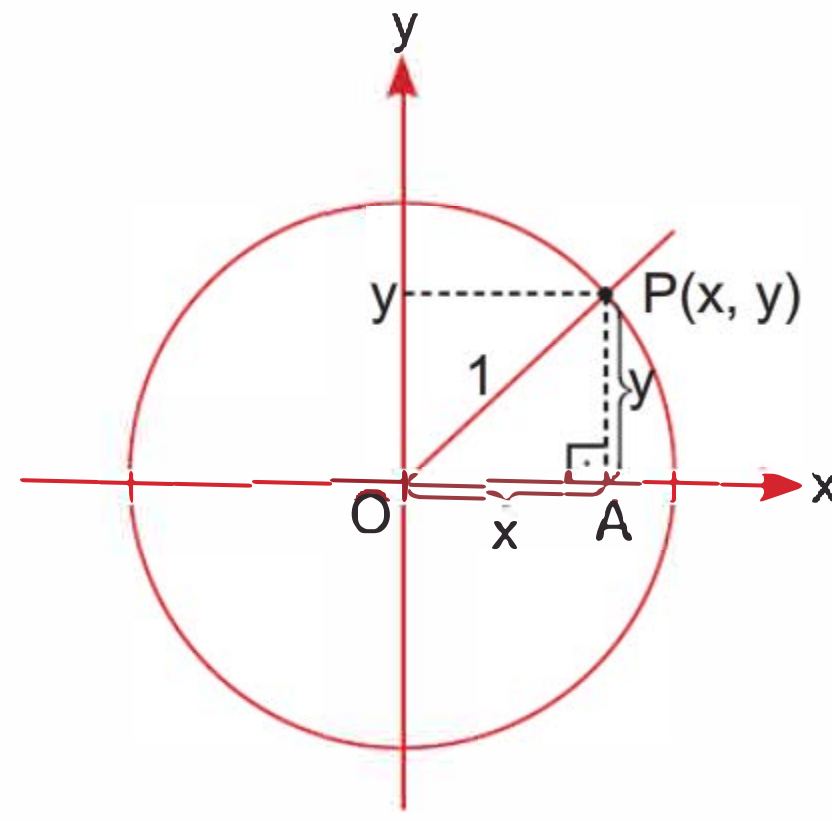
BİLGİ

12.1 - Birim Çember ve Üzerindeki Açılar

✓ Analitik düzlemde merkezi orijinde ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim çember denir.



✓ Birim çember üzerinde rastgele alınan bir $P(x, y)$ noktasının orjine olan uzaklığı 1 birimdir.



OAP dik üçgeninde Pisagor teoremini yazarsan $x^2 + y^2 = 1$ olduğunu bulunuz. Sonuç: Birim çember üzerindeki her noktanın x bileşeninin karesi ile y bileşeninin karesini toplarsan daima 1 bulursun.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki noktalardan hangisi birim çember üzerindedir?

- a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ b) $\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ c) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Çözüm:

- a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \rightarrow x^2 + y^2 = 1$ eşitliğini sağlamalıdır.
 $\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{x \quad y} = 1 \Rightarrow \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1$ (eşitlik sağlandığından birim çember üzerindedir.)
- b) $\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{9}{16} + \frac{1}{16} = 1$
 $\frac{10}{16} \neq 1$ (Birim çember üzerinde değil)
- c) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1, \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$
 $\frac{4}{4} = 1$ (Birim çember üzerindedir.)

2. $P\left(x, \frac{\sqrt{15}}{4}\right)$ noktası birim çember üzerinde ve II. bölgede olduğuna göre, x kaçtır?

Çözüm:

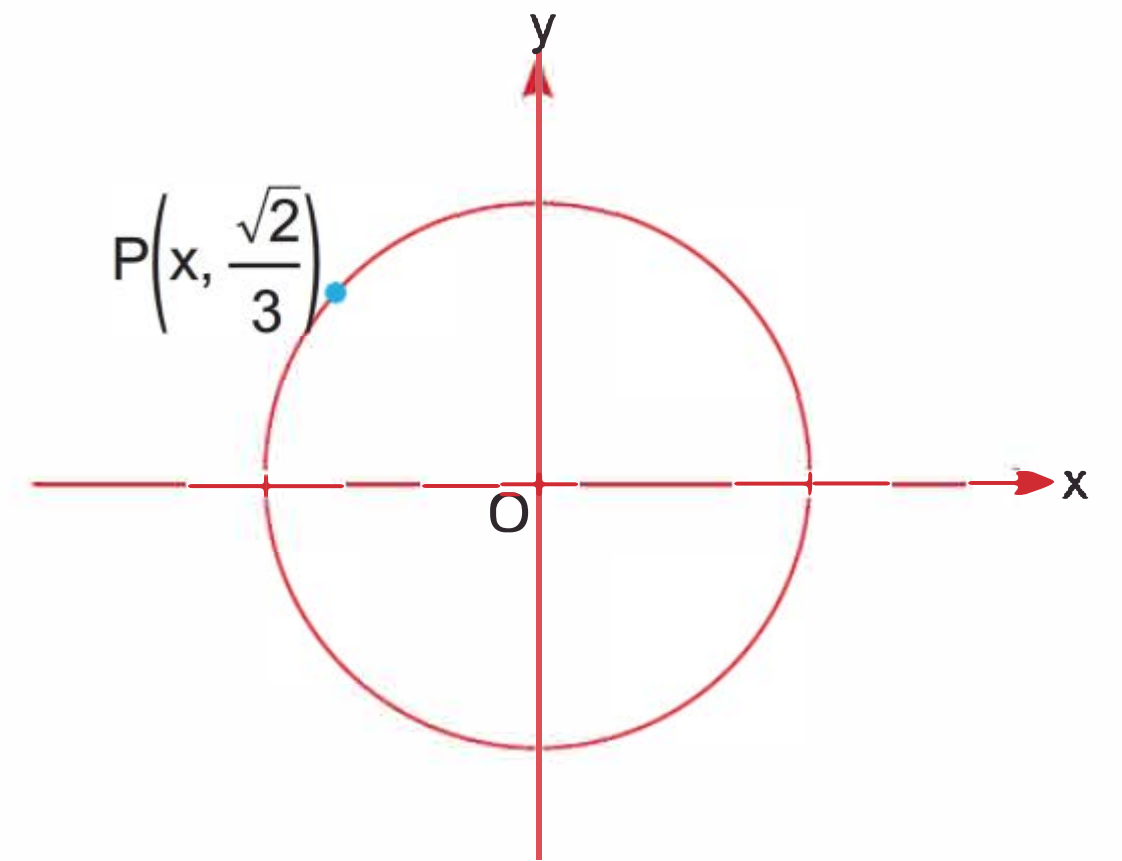
- $x^2 + y^2 = 1$ olacağından $x^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2 = 1$
 $x^2 + \frac{15}{16} = 1$
 $x^2 = 1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16}$
 $x^2 = \frac{1}{16}$ ise $x = \frac{1}{4}$ ya da $x = -\frac{1}{4}$ tür. Nokta II. bölgede olduğundan x in negatif değeri seçilmelidir. $x = -\frac{1}{4}$ tür.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Aşağıda koordinatları verilen noktalardan hangisi birim çember üzerindedir?

- A) (1, -1) B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ C) (0, 1)
D) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ E) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

2.



Şekildeki birim çemberin II. bölgesinde bulunan $P\left(x, \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$ noktasının apsisi kaçtır?

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{9}$
D) $-\frac{\sqrt{7}}{3}$ E) $-\frac{7}{3}$

1-C

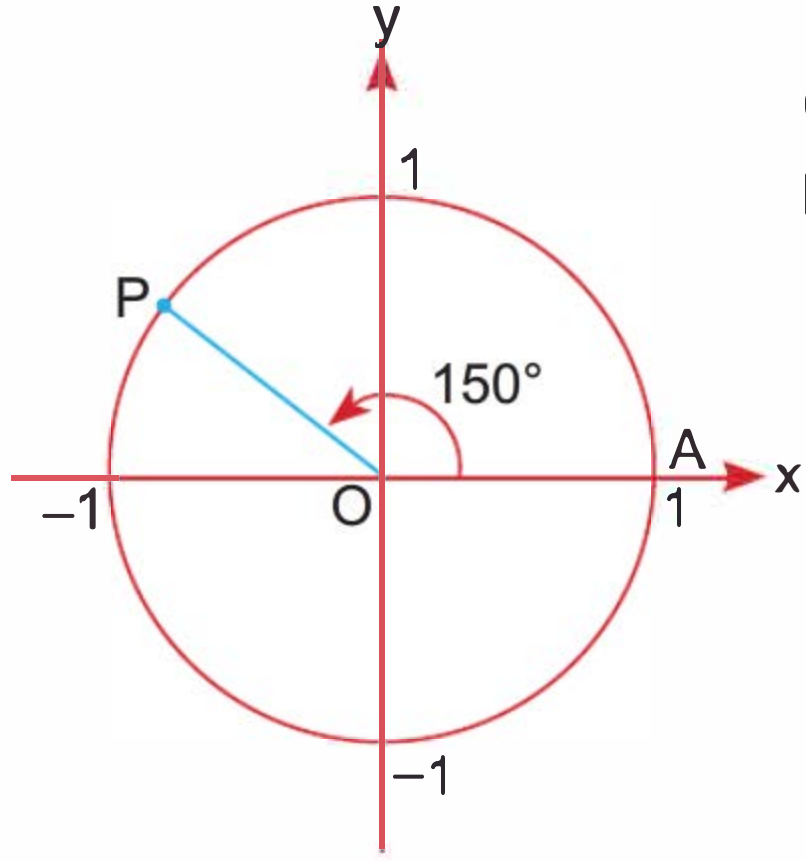
2-D



BİLGİ

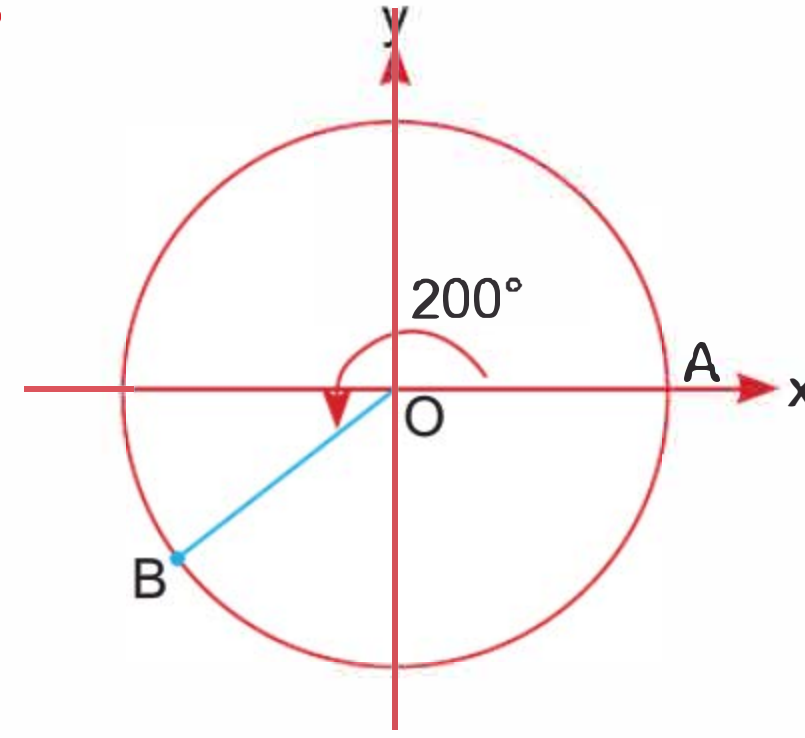
12.2 - Birim Çemberdeki Açıların Başlangıç - Bitim Kenarları

- ✓ Birim çember üzerindeki tüm açıların başlangıç kenarı olarak daima Ox eksenini almalısın.

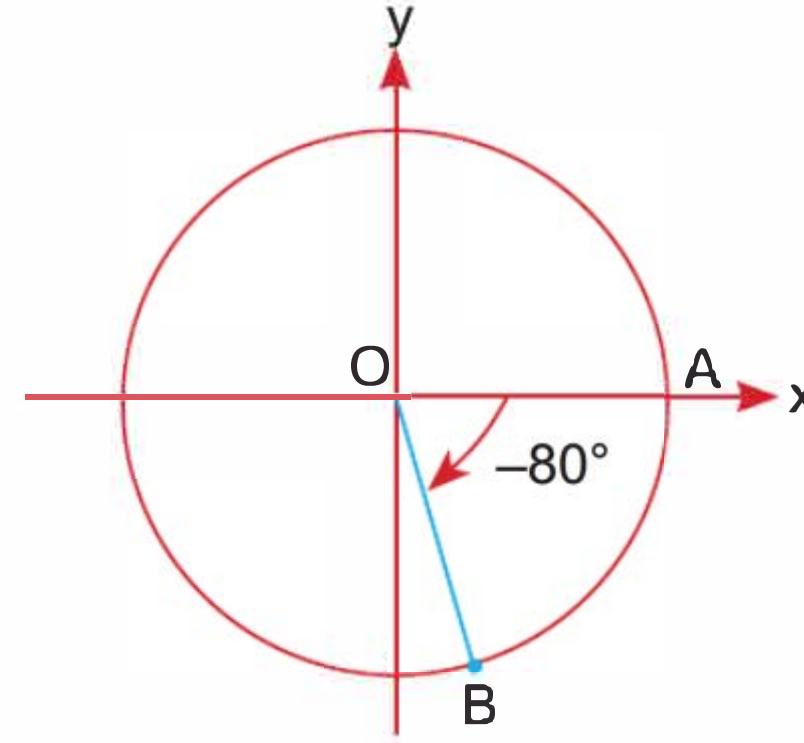


150° lik açının başlangıç kenarı OA bitim kenarı OP olup açı II. bölgededir.

- ✓ 200° lik açının başlangıç kenarı AO bitim kenarı OB olup III. bölgede dir.

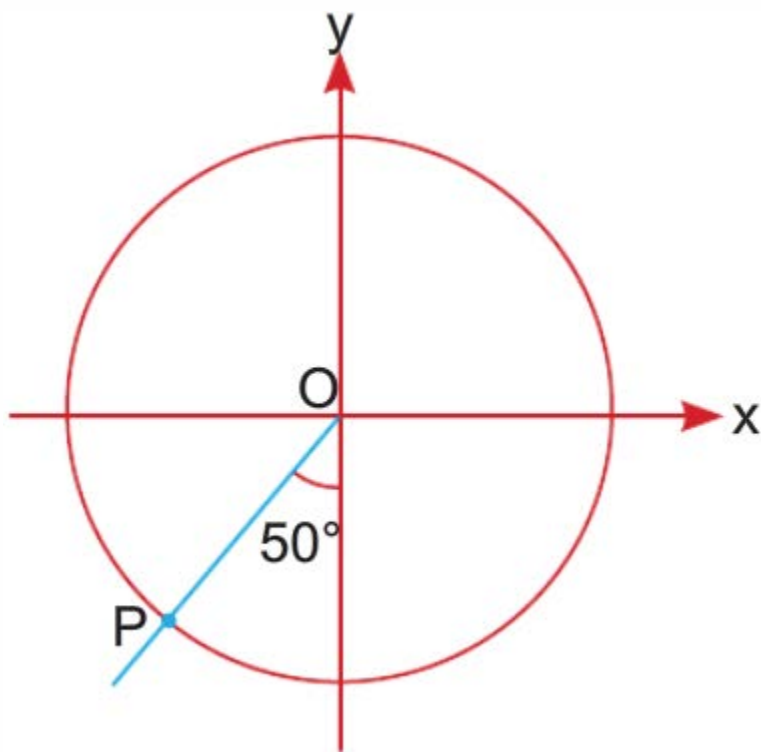


- ✓ -80° lik açının başlangıç kenarı OA, bitim kenarı OB olup IV. bölgededir.



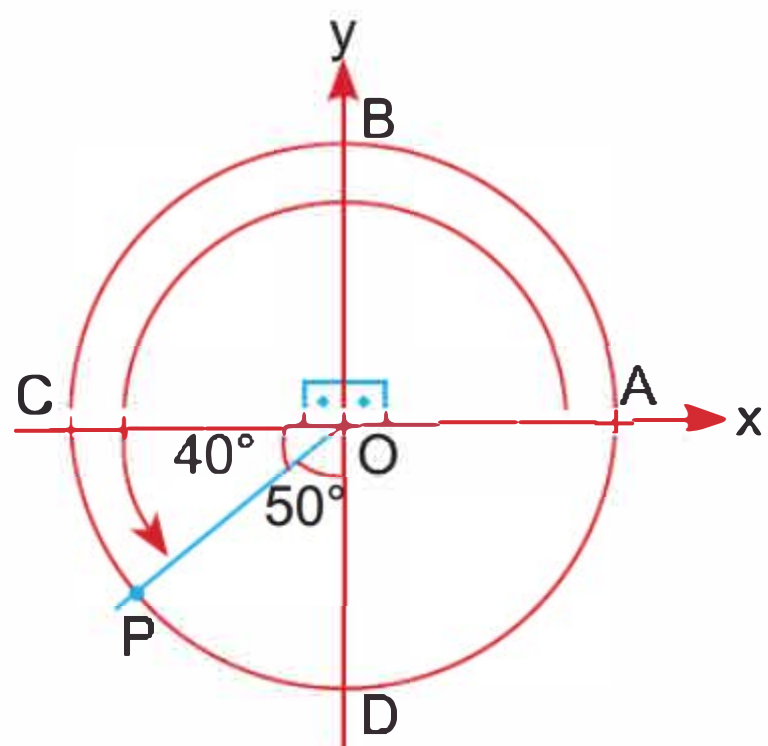
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1.



Birim çember üzerinde bitim kenarı [OP olan pozitif yönlü açının ölçüsü kaç radyandır?

Çözüm:

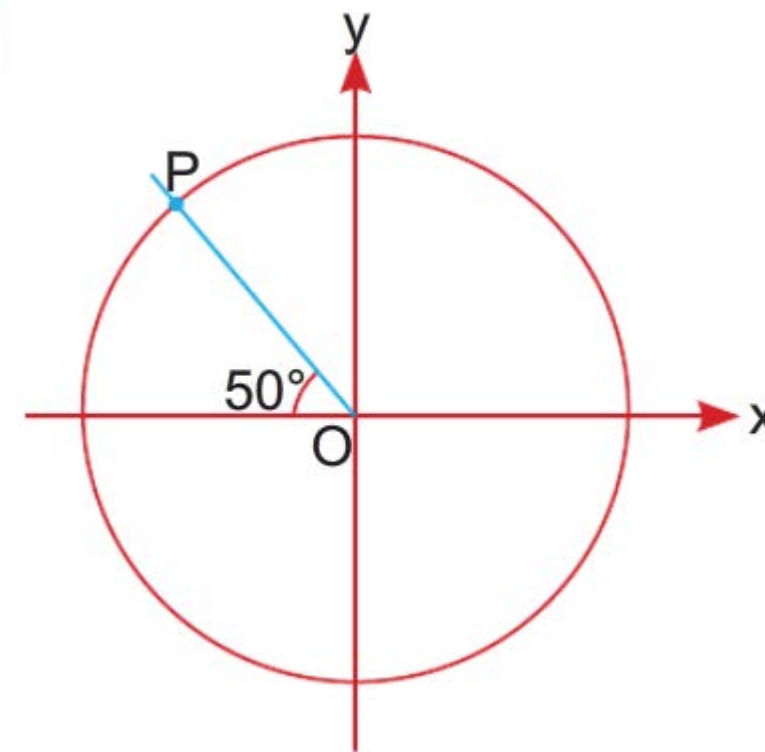


İstenen açı III. bölgede olduğundan 180° ye 40° eklediğir de bitim kenarı olan [OP ye varmış olursun. Bu durumda açının ölçüsü 180° + 40° = 220° dir. Şimdi de 220° yi radyana çevirelim.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{220}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{11R}{9} = \frac{22\pi}{18}, R = \frac{22\pi}{18} = \frac{11\pi}{9} \text{ dur.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.



Birim çember üzerinde bitim kenarı [OP olan pozitif yönlü açının ölçüsü kaç radyandır?

- A) $\frac{5\pi}{18}$ B) $\frac{11\pi}{18}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{13\pi}{18}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

2. 60° lik açının birim çember üzerindeki bitim noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
D) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ E) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

1-D

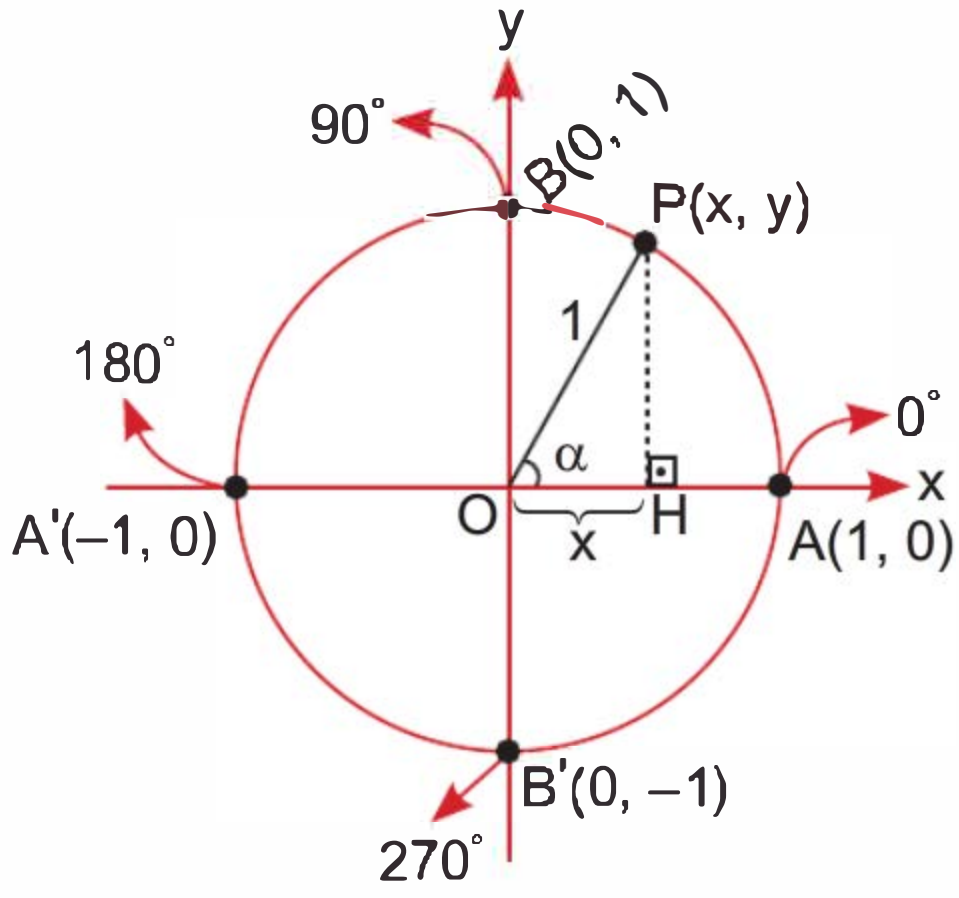
2-A



BİLGİ

12.3 - Trigonometrik Fonksiyonlar - I

✓ Kosinüs Fonksiyonu



Birim çember üzerindeki $P(x, y)$ noktası ile eşlenen açı $m(\widehat{POA}) = \alpha$ olsun. P noktasının apsisine (x bileşenine) α nın **kosinüsü** denir ve $\cos \alpha$ şeklinde gösterilir.

$$x = |OH| = \cos \alpha$$

NOT: $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ dir.

x, y

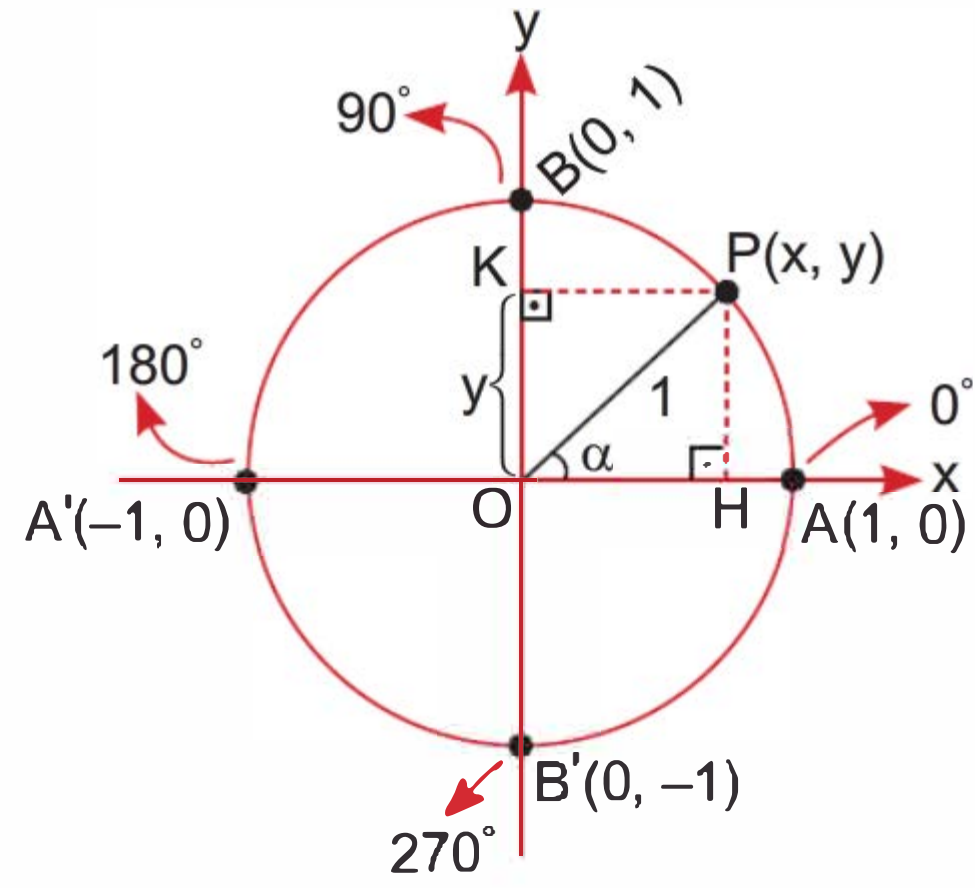
$$A(1,0) \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$B(0,1) \rightarrow \cos 90^\circ = 0$$

$$A'(-1,0) \rightarrow \cos 180^\circ = -1$$

$$B'(0,-1) \rightarrow \cos 270^\circ = 0 \text{ dir.}$$

✓ Sinüs Fonksiyonu



Birim çember üzerindeki $P(x, y)$ noktası ile eşlenen açı $m(\widehat{POA}) = \alpha$ olsun. P noktasının ordinatına (y bileşenine) α nın **sinüsü** denir ve $\sin \alpha$ şeklinde gösterilir.

$$y = |PH| = |OK| = \sin \alpha$$

NOT: $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ dir.

x, y

$$A(1,0) \rightarrow \sin 0^\circ = 0$$

$$B(0,1) \rightarrow \sin 90^\circ = 1$$

$$A'(-1,0) \rightarrow \sin 180^\circ = 0$$

$$B'(0,-1) \rightarrow \sin 270^\circ = -1 \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\cos 270^\circ + \sin 90^\circ - \cos 180^\circ$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$\cos 270^\circ = 0$, $\sin 90^\circ = 1$ ve $\cos 180^\circ = -1$ olduğundan $\cos 270^\circ + \sin 90^\circ - \cos 180^\circ = 0 + 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$ dir.

2. $f(x) = \sin x - \cos x$ olduğuna göre, $f(540^\circ)$ kaçtır?

Çözüm:

Önce 540° nin esas ölçüsünü bulmalıyız. 540° nin esas ölçüsü $540^\circ - 360^\circ = 180^\circ$ dir.

$$f(540^\circ) = f(180^\circ) = \sin 180^\circ - \cos 180^\circ = 0 - (-1) = 1 \text{ dir.}$$

3. $A = 2\sin x + 1$
 $B = 3\cos y - 2$ olduğuna göre, A ile B nin alabileceği değerlerin aralığını bulunuz.

Çözüm:

$$2(-1 \leq \sin x \leq 1) \rightarrow -2 \leq 2\sin x \leq 2$$

$$-2 + 1 \leq 2\sin x + 1 \leq 2 + 1 \Rightarrow -1 \leq A \leq 3$$

$$3(-1 \leq \cos y \leq 1) \rightarrow -3 \leq 3\cos y \leq 3$$

$$-3 - 2 \leq 3\cos y - 2 \leq 3 - 2 \Rightarrow -5 \leq B \leq 1$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\sin 270^\circ - \sin 90^\circ + \sin 180^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $f(x) = \cos x - \sin x$ olduğuna göre, $f(810^\circ)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $3\sin x - 1$ ifadesinin alabileceği değerlerin en geniş aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-2, 4]$ B) $[-1, 1]$ C) $[-1, 3]$
D) $[-4, 2]$ E) $[-4, 3]$

1-A

2-B

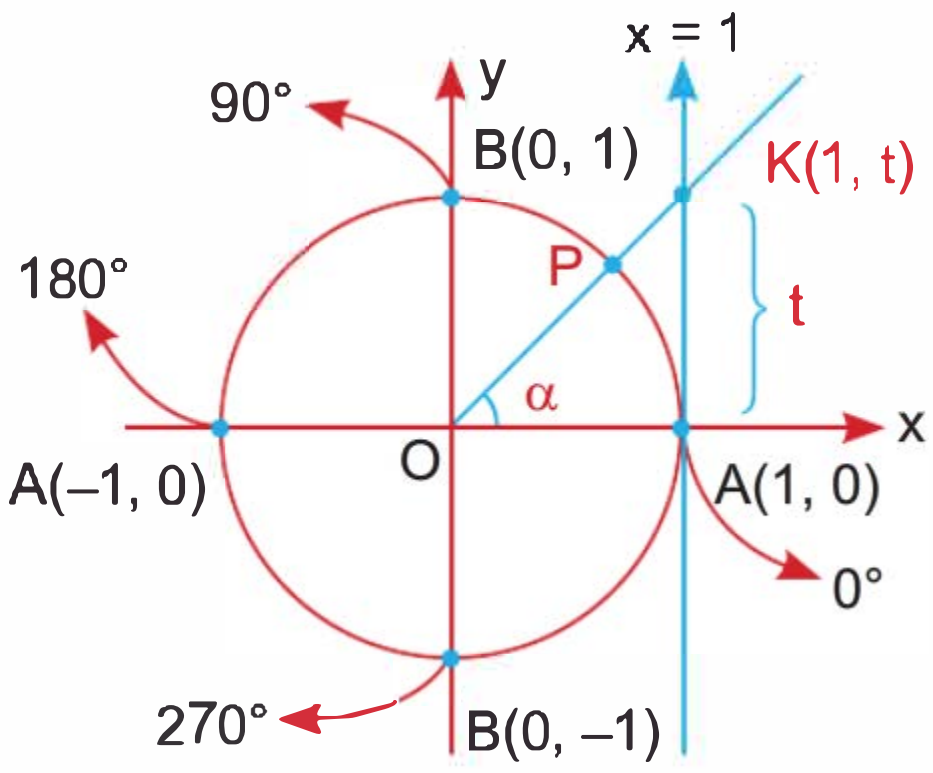
3-D



BİLGİ

12.4 - Trigonometrik Fonksiyonlar - II

✓ Tanjant Fonksiyonu



$x = 1$ (tanjant doğrusu)

Birim çember üzerindeki P noktası ile eşleşen açı $m(\widehat{KOA}) = \alpha$ olsun.

[OK'nın $x = 1$ doğrusunu kestiği K noktasının ordinatına (y sine) α nın **tanjantı** denir.

$\tan \alpha$ şeklinde gösterilir.

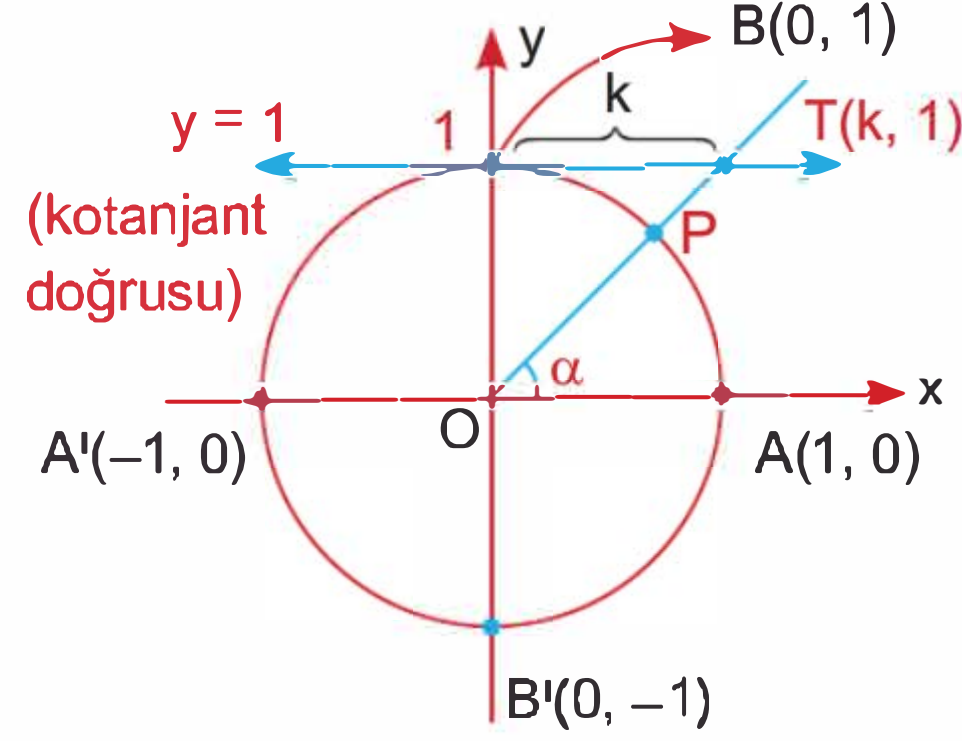
$y = t = \tan \alpha$ dir.

NOT: $-\infty < \tan \alpha < \infty$ dur.

$\tan 0^\circ = \tan 180^\circ = 0$ (x eksenindeki açılar)

$\tan 90^\circ = \tan 270^\circ = \text{tanımsız}$ (bu açılar y ekseninde olduğu için $x = 1$ doğrusunu kesmiyor)

✓ Kotanjant Fonksiyonu



Birim çember üzerindeki P noktası ile eşleşen açı $m(\widehat{TOA}) = \alpha$ olsun. [OT ışığının $y = 1$ doğrusunu kestiği T noktasının apsisine (x ine) α nın **kotanjantı** denir.

$\cot \alpha$ şeklinde gösterilir.

$x = k = \cot \alpha$ dir.

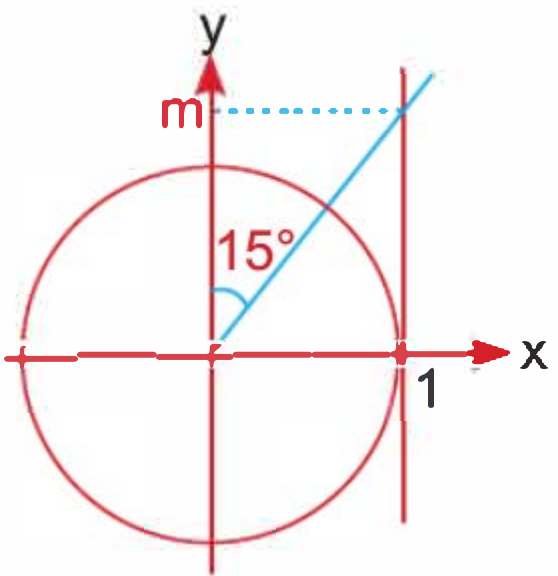
NOT: $-\infty < \cot \alpha < \infty$ dur.

$\cot 0^\circ = \cot 180^\circ = \text{tanımsız}$ (x eksenini üzerindeki açılar)

$\cot 90^\circ = \cot 270^\circ = 0$ (y eksenini üzerindeki açılar)

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

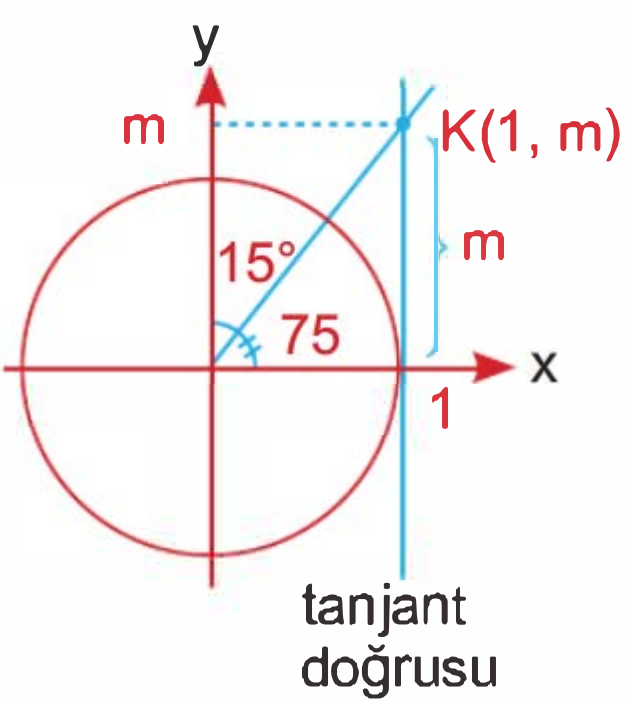
1.



Yandaki şekilde O merkezli birim çember verilmiştir.

Buna göre, m sayısının eşitini bulunuz.

Çözüm:



$$15^\circ + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

75° lik açının $x = 1$ doğrusunu kestiği K noktasına dikkat edeceksin. K noktasının y bileşeni m sayısına eşit olacaktır.

$x=1$ doğrusunun adı da tanjant doğrusu olduğundan $m = \tan 75^\circ$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

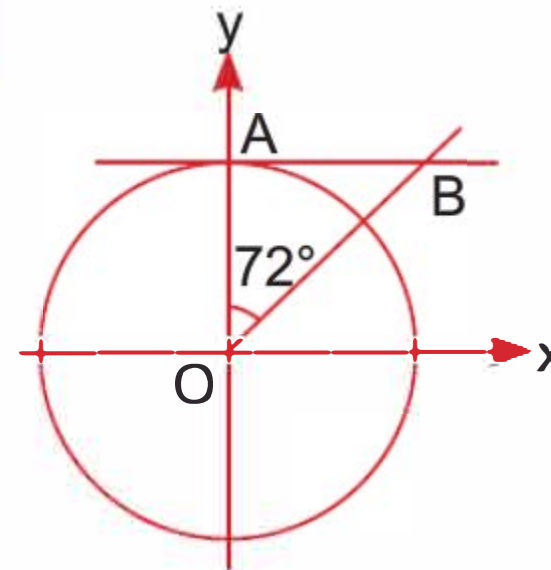
1.

$$A = 100 - \tan x$$

olduğuna göre, A'nın **en büyük negatif tam sayı değeri kaçtır?**

- A) -99 B) -10 C) -5 D) -2 E) -1

2.



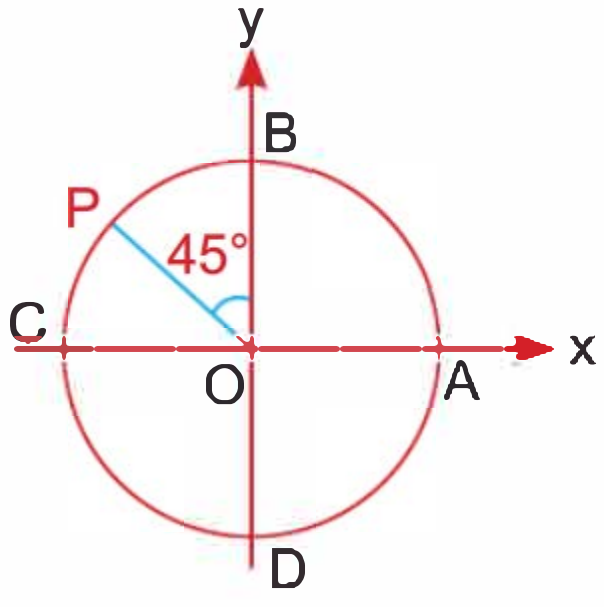
Yandaki şekilde O merkezli birim çember verilmiştir.

Buna göre, |AB| nun eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin 18^\circ$ B) $\tan 18^\circ$ C) $\cot 18^\circ$
D) $\tan 162^\circ$ E) $\cot 162^\circ$



1.



P noktası birim çember üzerinde olup $m(\widehat{BOP}) = 45^\circ$ dir.

Buna göre, P noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
 D) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ E) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

2.

$$A = \cos x - 2$$

olduğuna göre, A'nın en büyük değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) -1 D) -2 E) -4

3.

$\tan 180^\circ - \cos 270^\circ + \sin 180^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

4.

$$\frac{\sin 180^\circ - \cos 180^\circ}{\tan 180^\circ - \sin 90^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5.

$$A = 4\sin x - 3$$

olduğuna göre, A'nın alabileceği değerlerin bulunduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-3, 1]$ B) $[-4, 4]$ C) $[-3, 4]$
 D) $[-7, 4]$ E) $[-7, 1]$

6.

$$f(x) = 2\cos x - \sin x$$

olduğuna göre, $f(540^\circ)$ ifadesi değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

7.

$$0 < x < \frac{\pi}{2}$$

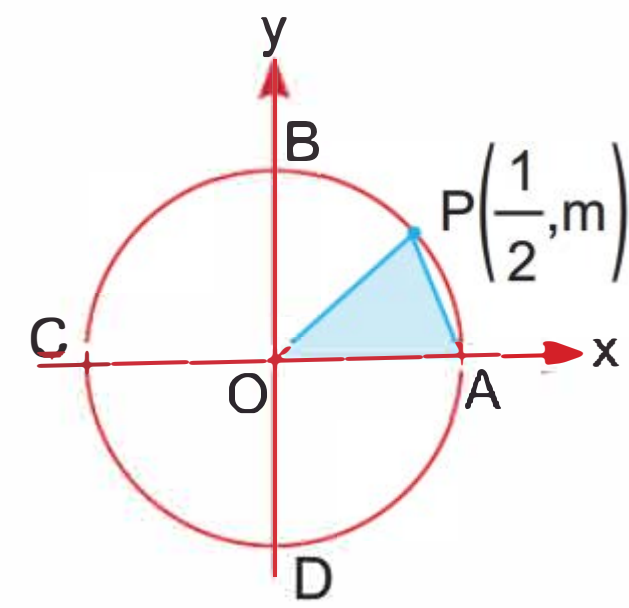
$$\pi < y < \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{3\pi}{2} < z < 2\pi$$

olmak üzere, $\tan x$, $\sin y$ ve $\cos z$ nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, - B) -, -, + C) +, -, -
 D) -, +, - E) +, -, +

8.



Şekildeki birim çember üzerinde $P\left(\frac{1}{2}, m\right)$ noktası verilmiştir.

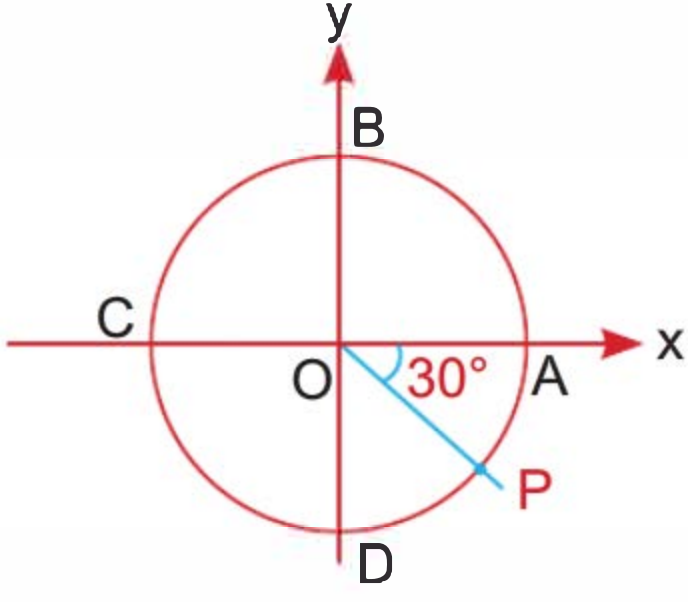
Buna göre, POA üçgeninin alanı kaç birim karedir?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ C) $\frac{1}{4}$
 D) $\frac{1}{2}$ E) $2\sqrt{3}$



OD57012F

1.



P noktası birim çember üzerinde olup $m(\widehat{AOP}) = 30^\circ$ dir.

Buna göre, P noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ B) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ C) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 D) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ E) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

2.

$$-2 + 3\sin x$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer A, en küçük değer B olduğuna göre, A . B çarpımı kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) 1 D) -3 E) -5

3.

Köşesi (0, 0) noktası ve başlangıç kenarı Ox eksenini olan $\frac{\pi}{4}$ radyanlık açının bitim kenarı ile birim çemberin kesiştiği noktanın bileşenleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ B) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 D) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ E) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

4.

$$3\sin 2x = 2A - 1$$

olduğuna göre, A nın en büyük değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3



5.

$$f(x) = \sin^2 x$$

olduğuna göre, $f(750^\circ)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1



6.

$0 < x < 90^\circ$ olmak üzere,

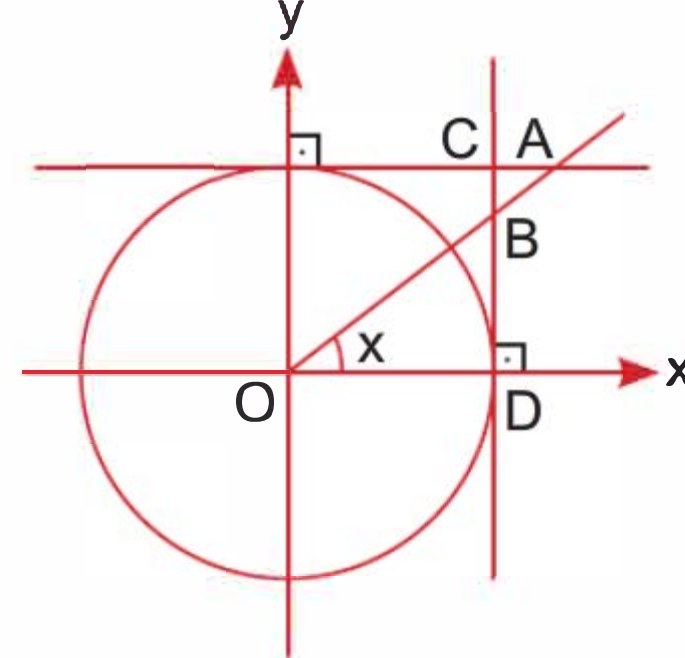
$$\cos(x + 28^\circ) < 0$$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 61 B) 62 C) 63 D) 72 E) 73



7.



Yandaki O merkezli birim çemberde $m(\widehat{AOD}) = x$ tir.

Buna göre, BC uzunluğunun x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan x - 1$ B) $1 - \cot x$ C) $1 - \tan x$
 D) $1 - \cos x$ E) $1 - \sin x$



8.

$$x = 3 \tan \alpha$$

$$y = 1 - \cot \alpha$$

olduğuna göre, x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = \frac{3}{x} - 1$ B) $y = 1 - \frac{3}{x}$ C) $y = 1 + \frac{3}{x}$
 D) $y = 2 - \frac{3}{x}$ E) $y = 1 - \frac{x}{3}$

13. SEANS | TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER ve TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İŞARETLERİ

OD510193

BİLGİ

13.1 - Trigonometrik Özdeşlikler - I

✓ Her x reel sayısı için $\sin^2x + \cos^2x = 1$ dir.

• $\sin^240^\circ + \cos^240^\circ = 1$

• $\sin^215^\circ + \cos^215^\circ = 1$

• $\sin^2y + \cos^2y = 1$

• $\sin^2a + \cos^2a = 1$



NOT: Açılar birbirinin aynısı olacak.

✓ Ayrıca sadeleştirme (kesirli) sorularında bu özelliği evire çevire kullanmak aklına gelmeli, şöyle ki;

• $\sin^2x + \cos^2x = 1 \Rightarrow \sin^2x = 1 - \cos^2x$ (iki kare farkı)
 $= (1 - \cosx)(1 + \cosx)$
 (yazmak aklına gelsin)

• $\sin^2x + \cos^2x = 1 \Rightarrow \cos^2x = 1 - \sin^2x$ (iki kare farkı)
 $= (1 - \sinx)(1 + \sinx)$
 (yazmak aklına gelsin)

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\sinx + \cosx = \frac{5}{2}$
 olduğuna göre, $\sinx \cdot \cosx$ çarpımını bulunuz.

Çözüm:

Meşhur tam kare (parantez kare) özdeşliğini hatırla!

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Verilen eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.

$(\sinx + \cosx)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Rightarrow \sin^2x + 2\sinx\cosx + \cos^2x = \frac{25}{4}$

$\sin^2x + \cos^2x + 2\sinx\cosx = \frac{25}{4}$
 yan yana yaz

$1 + 2\sinx\cosx = \frac{25}{4}$

$2\sinx\cosx = \frac{25}{4} - 1$

$2\sinx\cosx = \frac{25}{4} - \frac{4}{4}$

$\frac{2\sinx\cosx}{2} = \frac{21}{4 \cdot 2}$

$\sinx\cosx = \frac{21}{8}$

NOT: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 iki kare farkı özdeşliği

2. $\frac{\sin^2x}{1 - \cosx}$

ifadesinin en sade halini yazınız.

Çözüm:

$\sin^2x + \cos^2x = 1 \Rightarrow \sin^2x = 1 - \cos^2x$ yazacağız.

$\frac{\sin^2x}{1 - \cosx} = \frac{1 - \cos^2x}{1 - \cosx} = \frac{(1 - \cosx)(1 + \cosx)}{1 - \cosx} \rightarrow$ iki kare farkı özdeşliği
 $= 1 + \cosx$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\sinx + \cosx = \frac{3}{2}$
 olduğuna göre, $\sinx \cdot \cosx$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

2. $\frac{\cos^2x}{1 + \sinx}$
 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 - \sinx$ B) $1 - \cosx$ C) $1 + \cosx$
 D) $\cosx - 1$ E) $\sinx - 1$

3. $\frac{\sin^2x}{1 - \cosx} - \cosx$
 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + \cosx$ B) $1 - \sinx$ C) $1 + 2\cosx$
 D) $1 + \sinx$ E) 1

1-C

2-A

3-E



BİLGİ

13.2 - Trigonometrik Özdeşlikler - II

$$\checkmark \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\checkmark \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\bullet \tan 40^\circ = \frac{\sin 40^\circ}{\cos 40^\circ}$$

$$\bullet \cot 25^\circ = \frac{\cos 25^\circ}{\sin 25^\circ}$$

$$\checkmark \tan x \cdot \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\cancel{\sin x}}{\cancel{\cos x}} = \frac{\cancel{\cos x}}{\cancel{\sin x}} = 1$$

$$\bullet \tan 10^\circ \cdot \cot 10^\circ = 1$$

$$\bullet \tan 68^\circ \cdot \cot 68^\circ = 1$$

NOT: Sadeleştirme (kesirli) sorularında $\tan x$ ya da $\cot x$ yerine eşiti olan bu ifadeleri yazdığında soruları çözdüğünü göreceksin.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \quad \frac{\sin x + \cos x}{7\sin x - \cos x} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, $\tan x$ değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{\sin x + \cos x}{7\sin x - \cos x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sin x + \cos x) = 1 \cdot (7\sin x - \cos x)$$

$$2\sin x + 2\cos x = 7\sin x - \cos x$$

$$2\cos x + \cos x = 7\sin x - 2\sin x$$

$$3\cos x = 5\sin x$$

Eşitliğin her iki tarafını $\cos x$ e bölersek sağ tarafta $\frac{\sin x}{\cos x}$ elde edilir.

$$\frac{3\cancel{\cos x}}{\cancel{\cos x}} = \frac{5\sin x}{\cos x}$$

$$3 = 5 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{tanx}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{5\cancel{\tan x}}{\cancel{5}} \Rightarrow \tan x = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

$$2. \quad \cos x(\cot x + \tan x)$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$\tan x$ ile $\cot x$ in eşitlerini yazacağız.

$$\cos x(\cot x + \tan x) = \cos x \left(\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} \right)$$

$$= \cos x \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x \cos x} + \frac{\sin^2 x}{\cos x \sin x} \right)$$

eşit

$$= \cos x \left(\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \right)$$

$$= \cancel{\cos x} \left(\frac{1}{\sin x \cdot \cancel{\cos x}} \right)$$

$$= \frac{1}{\sin x}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \quad \frac{\sin x + \cos x}{3\sin x - \cos x} = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\tan x$ değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

$$2. \quad \sin x(\tan x + \cot x)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\cos x}$ B) $\frac{1}{\sin x}$ C) $\sin x$ D) $\cos x$ E) $1 + \cos x$

$$3. \quad \tan x + \cot x = 2$$

olduğuna göre, $\tan^2 x + \cot^2 x$ toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1-C

2-A

3-B



BİLGİ

13.3 - Trigonometrik Özdeşlikler - III

✓ $\sec x = \frac{1}{\cos x} = (\cos x)^{-1}$... (cos x in çarpma işlemine göre tersi)
 ↳ sekantx diye okunur.

✓ $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} = (\sin x)^{-1}$... (sin x in çarpma işlemine göre tersi)
 ↳ kosekantx diye okunur.

$$\sin^2 x = \sin x \cdot \sin x = (\sin x)^2$$

$$\cos^2 x = \cos x \cdot \cos x = (\cos x)^2$$

$$\tan^2 x = \tan x \cdot \tan x = (\tan x)^2$$

$$\cot^2 x = \cot x \cdot \cot x = (\cot x)^2 \text{ yazılabilir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\sec x \cdot \cot x$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

Çözüm:

sec x ile cot x in eşitlerini yerine yazmalısın.

$$\sec x \cdot \cot x = \frac{1}{\cancel{\cos x}} \cdot \frac{\cancel{\cos x}}{\sin x} = \frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

2. $(1 - \sin^2 x) \sec x \cdot \tan x$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimini bulunuz.

Çözüm:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$,
 Birinin yerine diğerini yazabilirsin.

sec x ve tan x in eşitini yerine yazmalısın.

$$\begin{aligned} (1 - \sin^2 x) \cdot \sec x \cdot \tan x &= \cos^2 x \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \\ &= \frac{\cancel{\cos^2 x} \cdot \sin x}{\cancel{\cos^2 x}} \\ &= \sin x \end{aligned}$$

3. $\frac{1}{\tan^2 x} - \operatorname{cosec}^2 x$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tan^2 x} - \operatorname{cosec}^2 x &= \frac{1}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} - \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \\ &= \frac{\cos^2 x - 1}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-(1 - \cos^2 x)}{\sin^2 x} \\ &= \frac{-\sin^2 x}{\sin^2 x} \\ &= -1 \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\tan x \cdot \operatorname{cosec} x$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x$ B) $\frac{1}{\sin x}$ C) $\cos x$
 D) $\cot x$ E) $\sec x$

2. $\cos x \cdot \sec x - \cos^2 x$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin^2 x$ B) $\cos^2 x$ C) $\tan x$
 D) $\sin x$ E) $\cos x$

3. $\sec^2 x - \frac{1}{\cot^2 x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) 1
 D) $\tan x$ E) $\cot x$

1-E

2-A

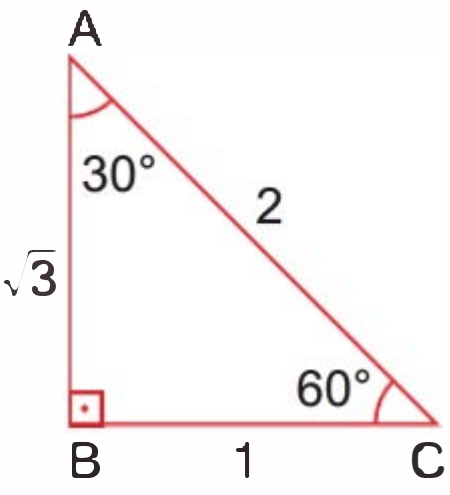
3-C



BİLGİ

13.4 - 30°, 45° ve 60° nin Trigonometrik Oranları

✓ 30° ile 60° nin trigonometrik oranlarını, dar açılarından biri 30°, diğeri 60° olan dik üçgeni çizerek bulabilirsin.

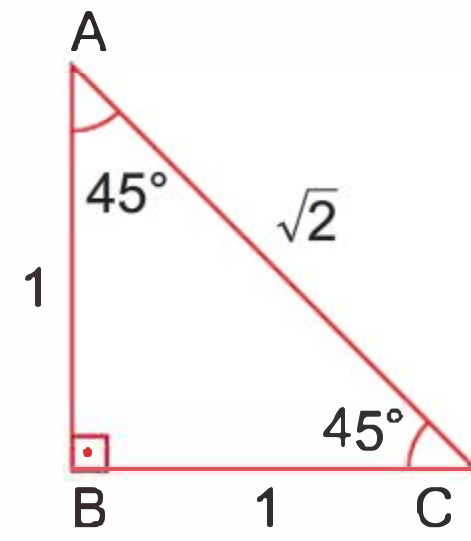


$\sin 30^\circ = \frac{\text{Karşı}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{1}{2}$	$\tan 30^\circ = \frac{\text{Karşı}}{\text{Komşu}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\cos 30^\circ = \frac{\text{Komşu}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cot 30^\circ = \frac{\text{Komşu}}{\text{Karşı}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1}$
$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$	$\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

NOT: Hipotenüsü her zaman 2 br alacaksın. 30 un karşısı hipotenüsün yarısı, 60 in karşısı 30 un karşısının $\sqrt{3}$ katıydı. Hatırla!

✓ 45° nin trigonometrik oranlarını ikizkenar dik üçgenden bulabilirsin.

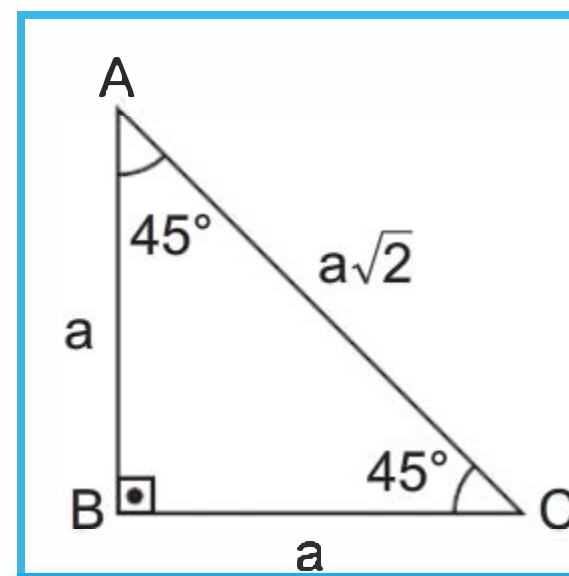


$$\sin 45^\circ = \frac{\text{Karşı}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\text{Komşu}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{\text{Karşı}}{\text{Komşu}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\cot 45^\circ = \frac{\text{Komşu}}{\text{Karşı}} = \frac{1}{1} = 1$$



Kuralını geometri dersinden hatırlıyor olmalısın!

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\frac{\sin 60^\circ + \cos 30^\circ}{\tan 60^\circ}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 60^\circ = \sqrt{3} \end{array} \right\} \frac{\sin 60^\circ + \cos 30^\circ}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

2. $\frac{\sin 45^\circ + \cos 45^\circ}{\tan 45^\circ}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \tan 45^\circ = 1 \end{array} \right\} \frac{\sin 45^\circ + \cos 45^\circ}{\tan 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\frac{\sin 30^\circ + \tan 45^\circ}{\cot 60^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

2. $\left(\frac{\cot 45^\circ}{\tan 30^\circ} + \cot 30^\circ \right) \cdot \left(\frac{\tan 45^\circ}{\cot 30^\circ} + \tan 30^\circ \right)$

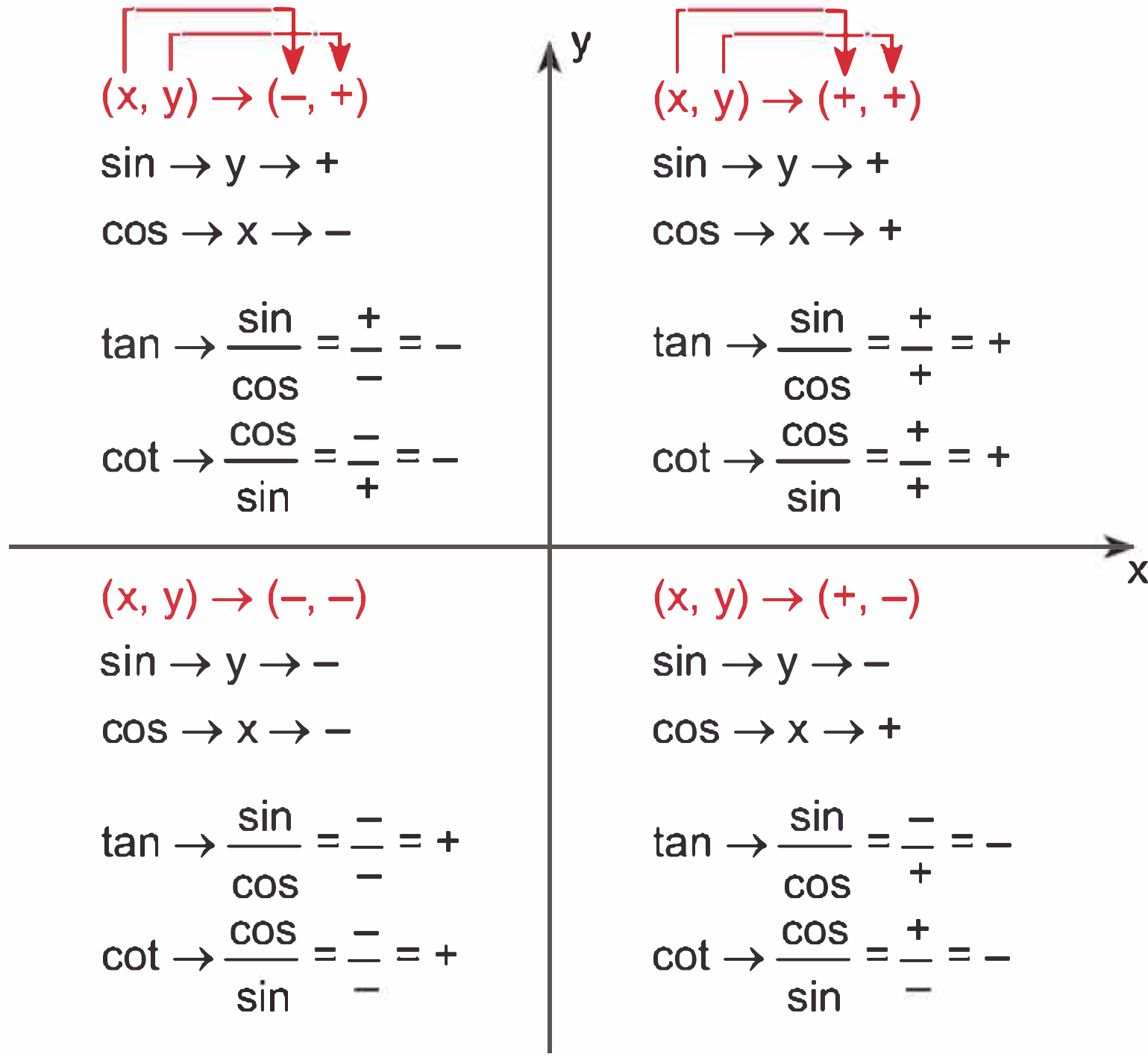
işleminin sonucu kaçtır?

A) 5 B) 4 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{3}$



BİLGİ

13.5 - Trigonometrik Fonksiyonların Bölgelere Göre İşareti - I



aynı işaretli

aynı işaretli

aynı işaretli

	sin	cos	tan	cot	sec	cosec
I. bölge	+	+	+	+	+	+
II. bölge	+	-	-	-	-	+
III. bölge	-	-	+	+	-	-
IV. bölge	-	+	-	-	+	-

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x = \cos 140^\circ$, $y = \sin 295^\circ$, $z = \tan 205^\circ$ olduğuna göre, x , y ve z nin işaretlerini bulunuz.

Çözüm:

$90^\circ < 140^\circ < 180^\circ \rightarrow 140^\circ$ lık açı, II. bölgededir. II. bölgede apsiler negatif olduğundan $x = \cos 140^\circ < 0$ dir. (-)

$270^\circ < 295^\circ < 360^\circ \rightarrow 295^\circ$ lık açı IV. bölgededir. IV. bölgede ordinatlar negatif olduğundan $y = \sin 295^\circ < 0$ dir. (-)

$180^\circ < 205^\circ < 270^\circ \rightarrow 205^\circ$ lık açı, III. bölgededir. III. bölgede apsis ve ordinatların ikisi de negatiftir. $z = \tan 205^\circ = \frac{-}{-} = +$ olur.

2. $a = \sin \frac{3\pi}{4}$, $b = \cos \frac{32\pi}{5}$, $c = \tan \left(\frac{22\pi}{3} \right)$ olduğuna göre, a , b ve c nin işaretlerini bulunuz.

Çözüm:

$\frac{3\pi}{4} = \frac{3 \cdot 180}{4} = 135^\circ \rightarrow$ II. bölgede. II. bölgede ordinatlar pozitif olduğundan $a = \sin \frac{3\pi}{4} > 0$ dir. (+)

$\frac{32\pi}{5} = \frac{30\pi + 2\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} = \frac{2 \cdot 180}{5} = 72^\circ \rightarrow$ I. bölgede. I. bölgede apsiler pozitif olduğundan $b = \cos \left(\frac{32\pi}{5} \right) > 0$ dir. (+)

$\frac{22\pi}{3} = \frac{18\pi + 4\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} = \frac{4 \cdot 180}{3} = 240^\circ \rightarrow$ III. bölgede. III. bölgede apsis ve ordinat ikisi de negatif olduğundan $c = \tan \frac{22\pi}{3} = \frac{-}{-} = +$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $a = \sin 80^\circ$
 $b = \cot 142^\circ$
 $c = \tan 318^\circ$
 $d = \cos 342^\circ$ olduğuna göre, a , b , c ve d nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir.

- A) +, -, -, - B) -, +, -, + C) +, -, -, +
D) -, -, -, + E) +, +, -, +

2. $x = \cos 20^\circ$, $y = \sin 200^\circ$
 $y = \sin 100^\circ$, $z = \tan 100^\circ$
 $z = \cot 300^\circ$, $w = \cos 95^\circ$ olduğuna göre, x , y ve z nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -, +, + B) +, +, - C) -, -, -
D) +, -, + E) -, -, +

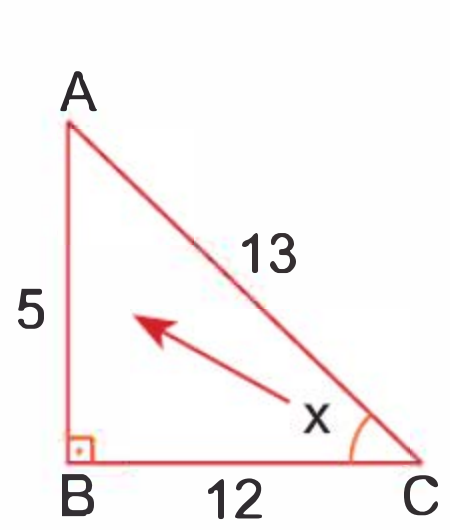


BİLGİ

13.6 - Trigonometrik Fonksiyonların Bölgelere Göre İşareti - II

✓ $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere,

$\sin x = \frac{5}{13}$ olduğuna göre, x in diğer trigonometrik oranlarını bulalım.



$$\sin x = \frac{\text{karşı} \rightarrow}{\text{hipotenüs} \rightarrow} = \frac{5}{13}$$

$$\cos x = -\frac{12}{13} \text{ (x açısı II. bölgede)}$$

$$\tan x = -\frac{5}{12} \text{ (x açısı II. bölgede)}$$

$$\cot x = -\frac{12}{5} \text{ (x açısı, II. bölgede)}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{-\frac{12}{13}} = -\frac{13}{12}$$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\frac{5}{13}} = \frac{13}{5}$$

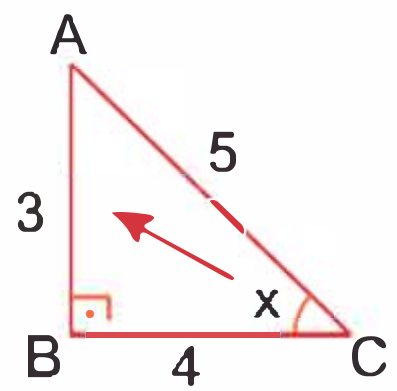
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,
 $\tan x = \frac{3}{4}$

olduğuna göre, $\sin x + \cos x$ toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$\tan x = \frac{\text{karşı} \rightarrow}{\text{komşu} \rightarrow} = \frac{3}{4}$$



$$\sin x = \frac{\text{karşı}}{\text{hip.}} = -\frac{3}{5} \text{ (III. bölgede)}$$

$$\cos x = \frac{\text{komşu}}{\text{hip.}} = -\frac{4}{5} \text{ (III. bölgede)}$$

(3, 4, 5 üçgeni)

$$\sin x + \cos x = \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{7}{5} \text{ dir.}$$

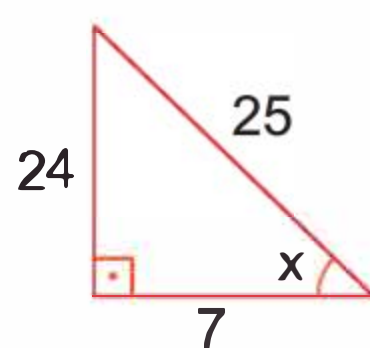
2. $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere,

$$\cot x = -\frac{7}{24}$$

olduğuna göre, $\sin x$, $\cos x$ ve $\tan x$ değerlerini bulunuz.

Çözüm:

$$\cot x = \frac{\text{komşu} \rightarrow}{\text{karşı} \rightarrow} = -\frac{7}{24}$$



$$\sin x = \frac{\text{karşı}}{\text{hip.}} = -\frac{24}{25} \text{ (IV. bölgede)}$$

$$\cos x = \frac{\text{komşu}}{\text{hip.}} = \frac{7}{25} \text{ (IV. bölgede)}$$

$$\tan x = \frac{\text{karşı}}{\text{komşu}} = -\frac{24}{7} \text{ (IV. bölgede)}$$

(7, 24, 25 üçgeni)

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere,

$$\sin x = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $\cos x \cdot \tan x$ çarpımını kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

2. $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\tan x = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\cos x - \sin x$ çarpımını kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{13}}{13}$ B) $-\frac{\sqrt{13}}{26}$ C) $\frac{\sqrt{13}}{26}$ D) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ E) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

3. $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere,

$$\sin x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

olduğuna göre, $\tan x + \sec x$ toplamı kaçtır?

- A) $2 + \sqrt{5}$ B) $2 - \sqrt{5}$ C) $\sqrt{5} - 2$
D) $-\sqrt{5} - 2$ E) $1 - \sqrt{5}$

1-D

2-A

3-C



1. $\sin x \cdot \cot x$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\cos^2 x$ B) $\sin x$ C) $1 - \cos x$ D) $\sin^2 x$ E) $\cos x$

2. $1 + \cot^2 x$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\sin^2 x$ B) $\frac{1}{\cos^2 x}$ C) $\cos^2 x$
D) $\frac{1}{\sin^2 x}$ E) $1 + \cos^2 x$

3. $\frac{\cos x}{\cos x - 1} + \frac{\cos x}{\cos x + 1}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-2\cot^2 x$ B) $\cot^2 x$ C) $-2\tan^2 x$
D) $-2\cot x$ E) $2\cot x$

4. $\frac{2\sin x - \cos x}{3\sin x - \cos x} = \frac{2}{5}$ olduğuna göre, $\cot x$ kaçtır?
- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

5. $4 \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ - 5\cos 45^\circ + \tan 60^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?
- A) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ C) $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

6. $\sin 750^\circ - \tan 1485^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?
- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

7. $0^\circ < x < 90^\circ$
 $90^\circ < y < 180^\circ$
 $270^\circ < z < 360^\circ$ olduğuna göre, $\tan x$, $\cot y$, $\cos z$ ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?
- A) +, -, - B) -, +, + C) -, -, +
D) +, -, + E) -, +, -

8. $180^\circ < x < 270^\circ$ olmak üzere,
 $\tan x = \frac{2}{5}$ olduğuna göre, $\sin x - \cos x$ farkı kaçtır?
- A) $-\frac{2}{\sqrt{29}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{29}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{29}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{29}}$ E) $\frac{3}{\sqrt{29}}$



0DBD03F7

1. $\cos x + \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\cos x - 1$ B) 1 C) $1 - \sin x$
D) $\cos x + 1$ E) $\sin x + 1$

2. $\frac{1 + \cot^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} - 1$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 0 B) 1 C) $-\cos x$
D) $-\sin x$ E) $\sin x$

3. $\sin x + \cos x = \frac{3}{2}$
olduğuna göre, $\sec x \cdot \operatorname{cosec} x$ çarpımı kaçtır?
- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{8}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

4. $\frac{\sin 30^\circ + \cos 30^\circ}{\tan 60^\circ + \tan 45^\circ}$
işleminin sonucu kaçtır?
- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 1 E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. $\frac{2\sin x + \cos x}{3\cos x - \sin x} = \frac{1}{4}$
olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?
- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{2}{9}$ E) $-\frac{1}{9}$

6. $a = \cot \frac{31\pi}{4}$
 $b = \sin 1542^\circ$
 $c = \cos 439^\circ$
ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?
- A) +, -, - B) +, -, + C) -, +, +
D) +, +, + E) -, -, +

7. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere,
 $\cos x = -\frac{12}{13}$
olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?
- A) $-\frac{1}{12}$ B) $-\frac{5}{12}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -2 E) $-\frac{12}{5}$

8. $\pi < x < 2\pi$ olmak üzere,
 $\tan x = -\frac{7}{24}$
olduğuna göre, $\cot x + \operatorname{cosec} x$ toplamı kaçtır?
- A) -7 B) -1 C) 1 D) 7 E) 14

BİLGİ

14.1 - İndirgeme Formülleri - I

Bu bölümde ölçüsü 90° den büyük olan açılar 90° den daha küçük bir açıya indirgemeyi öğreneceksin.

θ bir dar açı olsun.

Ölçüsü;

$\frac{\pi}{2} \mp \theta$ ya da $\frac{3\pi}{2} \mp \theta$ olan açıyı şöyle indirgeyeceksin.

1. İlk verilen (90° den büyük olan) açının bölgesine göre işaretini saptayacaksın.
2. İsmi değiştirileceksin.
sin ise cos, cos ise sin, tan ise cot, cot ise tan yazacaksın.
3. Son olarak $\frac{\pi}{2}$ ya da $\frac{3\pi}{2}$ yi atıp θ yi yazacaksın.

$$\bullet \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = + \cos\theta$$

II. bölgede
sin + dir.
isim değişti

$$\bullet \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = - \cot\theta$$

II. bölgede
tan - dir.
isim değişti

$$\bullet \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = - \cos\theta$$

IV. bölgede
sin - dir.
isim değişti

$$\bullet \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = - \sin\theta$$

III. bölgede
cos - dir.
isim değişti

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki trigonometrik ifadelerin eşitini bulunuz.

a) $\cos 120^\circ$ b) $\tan 240^\circ$ c) $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)$

Çözüm:

a) $\cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = - \sin 30^\circ = - \frac{1}{2}$

II. bölgede
cos -
isim değişti

b) $\tan 240^\circ = \tan(270^\circ - 30^\circ) = + \cot 30^\circ = \sqrt{3}$

III. bölgede
tan +
isim değişti

c) $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = - \cos \frac{\pi}{6} = - \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = +\cos x, \quad \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x + \cos x - \tan x = -\tan x \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\sin 150^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\tan 330^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $-\sqrt{3}$ E) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\cot x$ B) $\tan x$ C) $\cot x$
D) $-\tan x$ E) $2\sin x + \cot x$



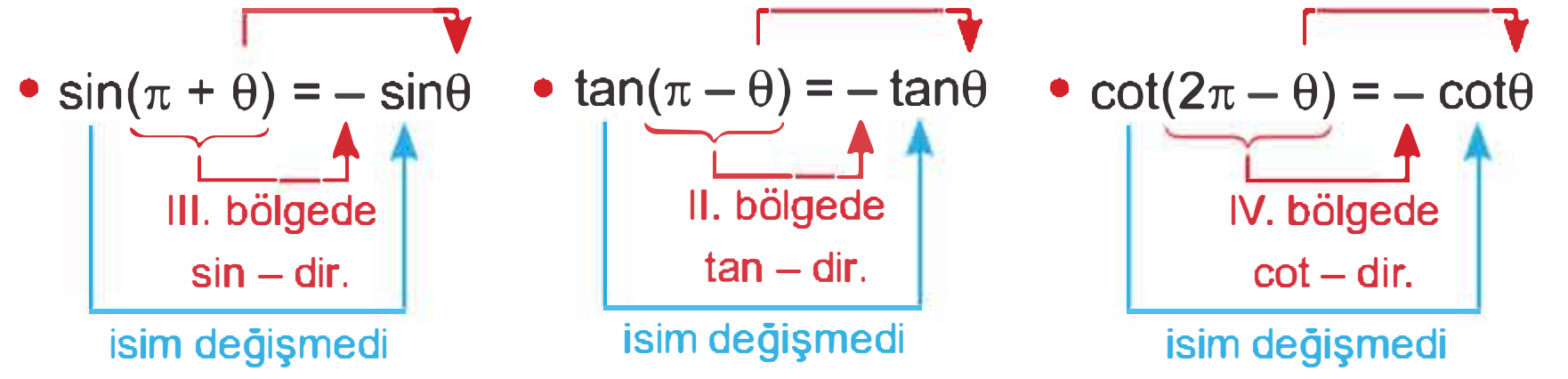
BİLGİ

14.2 - İndirgeme Formülleri - II

θ bir dar açı olsun

Ölçüsü $\pi \mp \theta$ ya da $2\pi \mp \theta$ olan açıları şu şekilde indirgeyeceksin.

1. İlk verilen açının bölgesine göre işaretini saptayacaksın.
2. İsmi değiştirmeden aynen yazacaksın.
3. Son olarak π ya da 2π yi atıp θ yi yazacaksın.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki trigonometrik ifadelerin değerini bulunuz.

- a) $\tan 150^\circ$ b) $\sin 210^\circ$ c) $\cos 300^\circ$

Çözüm:

a) $\tan(150^\circ) = \tan(180^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (II. bölgede tan - isim değişmedi)

b) $\sin(210^\circ) = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

c) $\cos(300^\circ) = \cos(360^\circ - 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

2. $\cos(2\pi + x) + \cos(\pi + x) + \cot(\pi + x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$\cos(2\pi + x) = \cos x$, $\cos(\pi + x) = -\cos x$, $\cot(\pi + x) = \cot x$ olduğundan,
 $\cos(2\pi + x) + \cos(\pi + x) + \cot(\pi + x) = \cos x - \cos x + \cot x = \cot x$ olur.

3. $\cos 180^\circ + \sin 240^\circ - \cos 330^\circ + \sin 270^\circ$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$\cos 180^\circ = -1$, $\sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 330^\circ = \cos(360^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 270^\circ = -1$

olduğundan,

$\cos 180^\circ + \sin 240^\circ - \cos 330^\circ + \sin 270^\circ = -1 - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$
 $= -2 - \frac{2\sqrt{3}}{2} = -2 - \sqrt{3}$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\frac{\tan 240^\circ + 2\sin 300^\circ}{\cos 225^\circ - \sin 135^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 0 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\frac{\cot\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \tan(x + \pi)}{\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sec x$ B) $\cos x$ C) $\sin x$ D) $\operatorname{cosec} x$ E) $-\sin x$

3. x bir dar açı olmak üzere,

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\frac{1}{3}$

olduğuna göre,

$\sin(\pi + x) + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

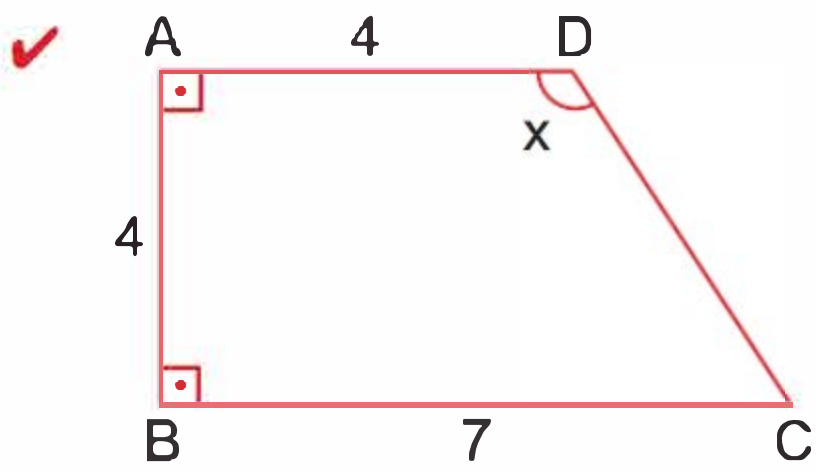
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{17}{24}$ B) $-\frac{8}{24}$ C) $\frac{9}{24}$ D) $\frac{8}{24}$ E) $\frac{7}{24}$



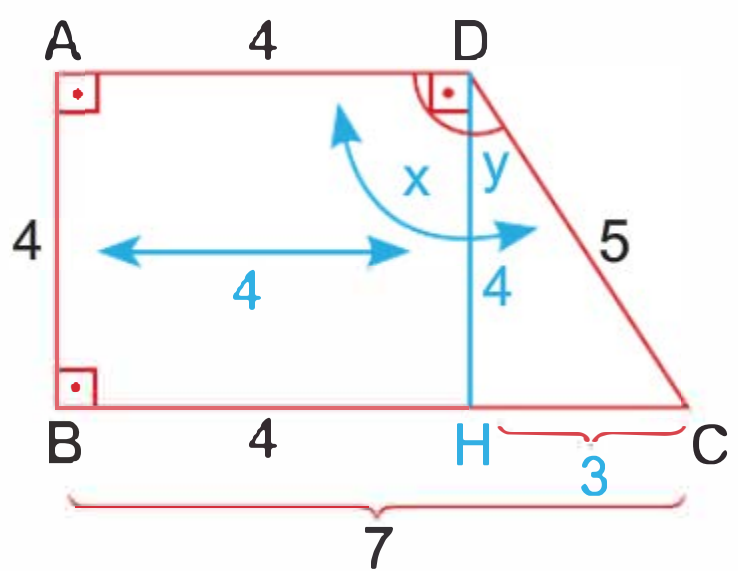
BİLGİ

14.3 - Şekillerde Açı İndirgeme



Yandaki ABCD dik yamuğunun x geniş açıdır. Bu x açısını dar açıya indirgemenin trigonometrik oranlarını bulamazsın. Peki ya nasıl olacak bu iş?

I. Adım



Öncelikle $[DH] \perp [BC]$ olacak şekilde yardımcı çizgi çizersen. Solda ABHD karesi, sağda da 3-4-5 dik üçgeni oluşuyor. Bu DH dikmesi soruda verilen x açısını farklı 2 parçaya ayırıyor. Bu durumda $x = 90^\circ + y$ yazabilirsin.

II. Adım

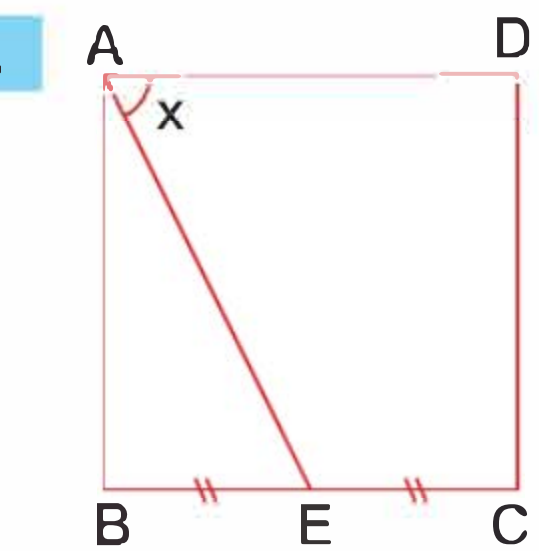
$$x = 90^\circ + y \Rightarrow \tan x = \tan(90^\circ + y) = -\cot y = -\frac{\text{komşu}}{\text{karşı}} = -\frac{4}{3}$$

$$x = 90^\circ + y \Rightarrow \cot x = \cot(90^\circ + y) = -\tan y = -\frac{\text{karşı}}{\text{komşu}} = -\frac{3}{4}$$

$$x = 90^\circ + y \Rightarrow \sin x = \sin(90^\circ + y) = \cos y = \frac{\text{komşu}}{\text{hipotenüs}} = \frac{4}{5}$$

$$x = 90^\circ + y \Rightarrow \cos x = \cos(90^\circ + y) = -\sin y = -\frac{\text{karşı}}{\text{hipotenüs}} = -\frac{3}{5}$$

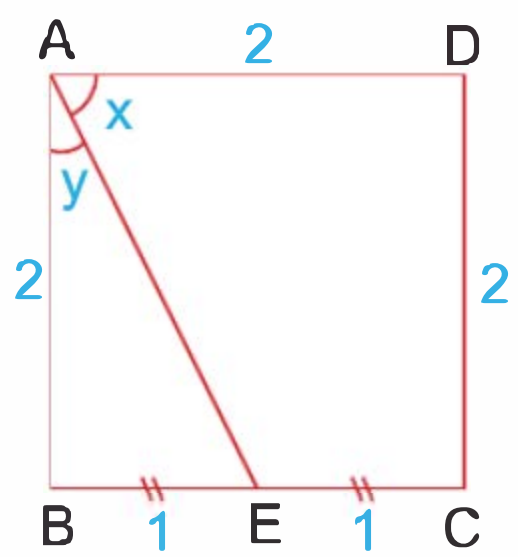
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



ABCD kare
|BE| = |EC|
 $m(\widehat{EAD}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

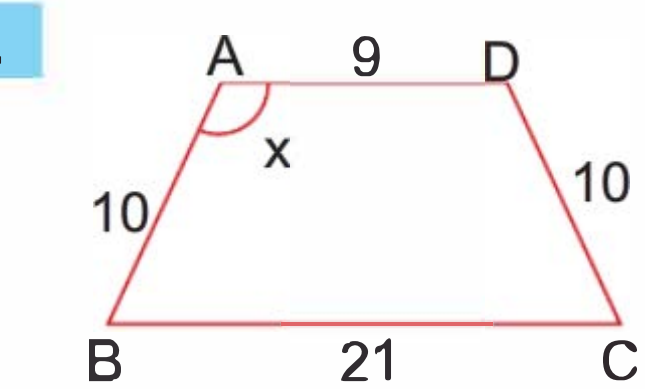
Çözüm:



Yandaki ABCD karesinde kenar uzunluğu verilmediği için kenarlara uygun sayıları sen vermelisin.

$|BE| = |EC| = 1$ br olsun.
O halde $|AB| = |BC| = 2$ br olur.
(Karenin bütün kenarları eşittir.)
 $x + y = 90^\circ \Rightarrow x = 90^\circ - y$ olur.

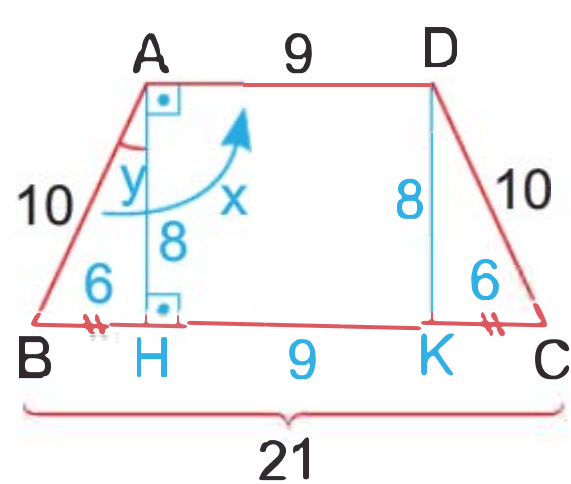
$$\tan x = \tan(90^\circ - y) = \cot y = \frac{|AB|}{|BE|} = \frac{2}{1} = 2 \text{ dir.}$$



ABCD ikizkenar yamuk
 $|AB| = |DC| = 10$ br
 $|AD| = 9$ br, $|BC| = 21$ br
 $m(\widehat{BAD}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\cos x$ kaçtır?

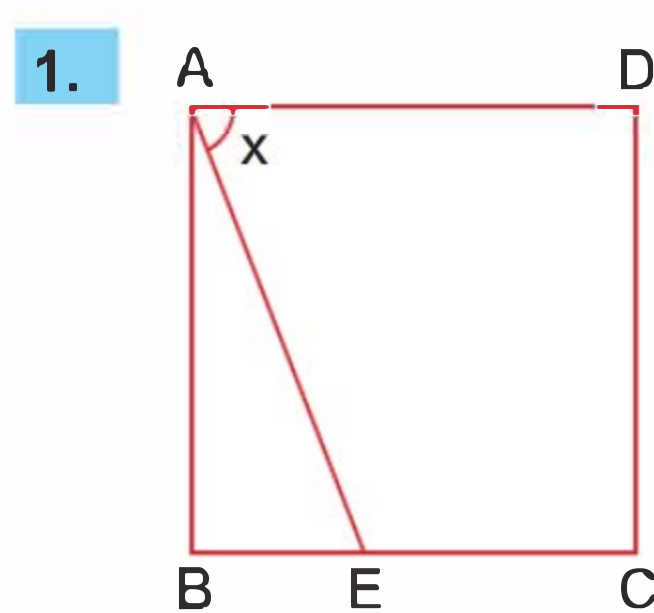
Çözüm:



Önce A ve D köşelerinden BC ye doğru AH ve DH dikmelerini çizeceksin. Ortada AHKD dikdörtgeni, her iki tarafta da birbirinin aynısı iki dik üçgen oluşur. Yamuk ikizkenar olduğu için $|BH| = |KC| = 6$ br olur.

$$x = 90^\circ + y \Rightarrow \cos x = \cos(90^\circ + y) = -\sin y = -\frac{|BH|}{|AB|} = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} \text{ tir.}$$

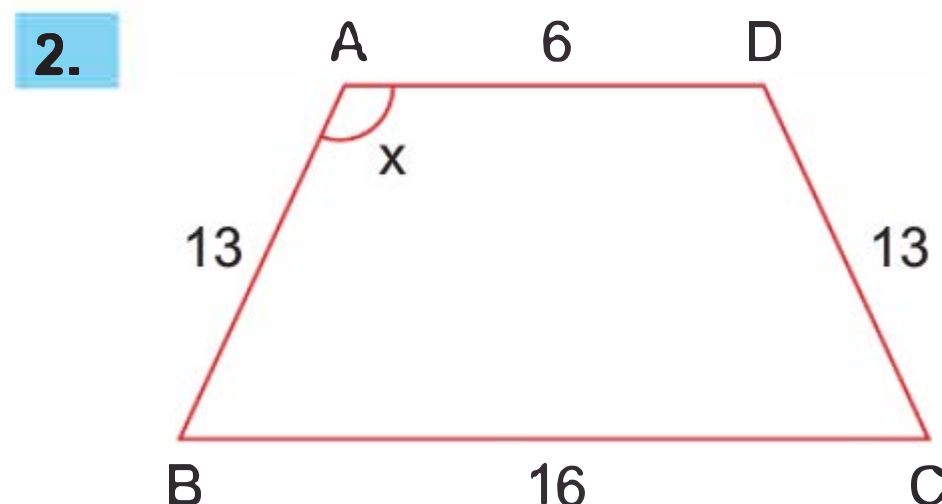
ÖĞRENCİ SORULARI



ABCD kare
 $|EC| = 2|BE|$
 $m(\widehat{EAD}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4



ABCD ikizkenar yamuk
 $|AB| = |DC| = 13$ br
 $|AD| = 6$ br
 $|BC| = 16$ br
 $m(\widehat{BAD}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) $-\frac{12}{5}$ B) $-\frac{5}{12}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{12}{5}$

1-D

2-A



BİLGİ

14.4 - Toplamı 90° – 180° Eden Açıların Marifetleri

- ✓ Toplamı 90° olan açılardan birinin sinüsü, diğerinin kosinüsüne; birinin tanjantı, diğerinin kotanjantına eşittir.
 $x + y = 90^\circ$ ise $\sin x = \cos y$, $\sin y = \cos x$, $\tan x = \cot y$, $\cot x = \tan y$ dir.
- $20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$ olduğundan $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ$, $\tan 70^\circ = \cot 20^\circ$ yazılabilir.
- ✓ Toplamı 180° olan açıların sinüs değerleri birbirine eşittir. Ancak diğer trigonometrik değerleri birbirinin zıt işaretlisine eşittir.
- $x + y = 180^\circ \Rightarrow \sin x = \sin y$ iken
 $\cos x = -\cos y$, $\tan x = -\tan y$, $\cot x = -\cot y$ dir.
- $40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$ olduğundan $\sin 40^\circ = \sin 140^\circ$
 $\cos 40^\circ = -\cos 140^\circ$, $\tan 40^\circ = -\tan 140^\circ$ dir.

- ✓ Negatif yönlü açılarda ise

$$\begin{aligned} \sin(-x) &= -\sin x & \tan(-x) &= -\tan x \\ \cos(-x) &= \cos x & \cot(-x) &= -\cot x \end{aligned}$$

yok oldu
Dikkat!

NOT: Sadece cos de açının eksisi yok olurken diğerlerinde trigonometrik ismin önüne geliyor. Bunu unutma yeter.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\frac{5\sin 32^\circ + 3\cos 58^\circ}{5\sin 58^\circ - \cos 32^\circ}$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$32^\circ + 58^\circ = 90^\circ$ olduğundan $\sin 32^\circ = \cos 58^\circ$, $\sin 58^\circ = \cos 32^\circ$ dir. O halde birinin yerine diğerini yazabilirsin.

$$\begin{aligned} \frac{5\sin 32^\circ + 3\cos 58^\circ}{5\sin 58^\circ - \cos 32^\circ} &= \frac{5\sin 32^\circ + 3\sin 32^\circ}{5\cos 32^\circ - \cos 32^\circ} \\ &= \frac{8\sin 32^\circ}{4\cos 32^\circ} \\ &= \frac{8}{4} \cdot \frac{\sin 32^\circ}{\cos 32^\circ} \rightarrow \tan 32^\circ \\ &= 2\tan 32^\circ \end{aligned}$$

2. Bir ABC üçgeni için,

$$\frac{\sin(\hat{B} + \hat{C}) + \sin \hat{A}}{\tan(\hat{B} + \hat{C}) - \tan \hat{A}}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \sin(\hat{B} + \hat{C}) = \sin \hat{A}$$

$$\tan(\hat{B} + \hat{C}) = -\tan \hat{A} \text{ dir.}$$

$$\frac{\sin(\hat{B} + \hat{C}) + \sin \hat{A}}{\tan(\hat{B} + \hat{C}) - \tan \hat{A}} = \frac{\sin \hat{A} + \sin \hat{A}}{-\tan \hat{A} - \tan \hat{A}} = \frac{2\sin \hat{A}}{-2\tan \hat{A}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sin \hat{A}}{-\sin \hat{A}} = -\frac{\sin \hat{A} \cos \hat{A}}{\sin \hat{A}} \\ &= \frac{\sin \hat{A}}{-\sin \hat{A}} = -1 \\ &= -\cos \hat{A} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\tan 40^\circ \left(4 \cdot \frac{\sin 50^\circ}{\sin 40^\circ} - \cot 40^\circ \right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3\tan 40^\circ$ B) $4\tan 40^\circ$ C) 3
D) $4\cot 40^\circ$ E) $3\tan 40^\circ$

2. $7x = \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{5\sin 2x}{\cos 5x} - \frac{\tan 4x}{2\cot 3x}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6 B) $\frac{11}{2}$ C) 5 D) $\frac{9}{2}$ E) 4

3. I. $\cos 118^\circ = -\cos 62^\circ$

II. $\sin 59^\circ = -\sin 121^\circ$

III. $\tan 130^\circ = -\cot 50^\circ$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

1-C

2-D

3-A



BİLGİ

14.5 - Açı Değerlerine Göre Trigonometrik Fonksiyonların Sıralanması

✓ I. Bölgede Sıralama:

Açı değeri büyüdükçe sinüs ve tanjant değerleri artarken, kosinüs ve kotanjant değerleri azalır.

NOT: Sinüs ve tanjant ($\text{ko}\ominus$ uzlar) açının ölçüsü ile doğru orantılı, kosinüs ve kotanjant ($\text{ko}\ominus$ lular) açının ölçüsü ile ters orantılıdır.

- $20^\circ < 40^\circ < 50^\circ$ olduğundan
 $\sin 20^\circ < \sin 40^\circ < \sin 50^\circ$
 $\cos 20^\circ > \cos 40^\circ > \cos 50^\circ$ dir.

✓ Diğer Bölgelerde Sıralama:

Açı, I. bölgede değil ise önce indirgenme formülleri kullanılarak I. bölgeye taşınır. Daha sonra bulunduğu bölgenin işaretine dikkat edilerek sıralama yapılır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x = \sin 8^\circ$
 $y = \sin 28^\circ$
 $z = \cos 42^\circ$

olduğuna göre, x, y ve z yi küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm:

$$z = \cos 42^\circ = \sin 48^\circ \text{ dir.}$$

$$x = \sin 8^\circ, y = \sin 28^\circ, z = \cos 42^\circ = \sin 48^\circ$$

$$8^\circ < 28^\circ < 48^\circ \text{ olduğundan } \sin 8^\circ < \sin 28^\circ < \sin 48^\circ \text{ olup}$$

$$x < y < z \text{ dir.}$$

2. $x = \tan 48^\circ$
 $y = \tan 100^\circ$
 $z = \tan 230^\circ$

ifadelerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm:

Öncelikle I. bölgede olmayan y ve z yi I. bölgeye taşımamızdır.

$$y = \tan 100^\circ = \tan(90^\circ + 10^\circ) = -\cot 10^\circ = -\tan 80^\circ$$

$$z = \tan 230^\circ = \tan(180^\circ + 50^\circ) = \tan 50^\circ$$

y negatif olduğundan en küçük olandır.

$$48^\circ < 50^\circ \text{ olduğundan } \tan 48^\circ < \tan 50^\circ \text{ dir.}$$

$$\text{O hale } y < x < z \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $a = \sin 12^\circ$
 $b = \sin 42^\circ$
 $c = \cos 75^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $c < a < b$ C) $c < b < a$
D) $a < c < b$ E) $b < c < a$

2. $x = \sin 61^\circ$
 $y = \sin 102^\circ$
 $z = \cos 200^\circ$
 $t = \cos 310^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $y < x < t < z$ B) $y < z < x < t$ C) $z < t < x < y$
D) $z < y < x < t$ E) $x < y < t < z$

3. $a = \tan 20^\circ$
 $b = \tan 140^\circ$
 $c = \cot 265^\circ$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $b < c < a$
D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

1-D

2-C

3-C



0DEF02F7



BİLGİ

14.6 - Trigonometrik Fonksiyonların Periyotları

a, b, c, d birer gerçekte (reel) sayı, n pozitif bir tam sayı olmak üzere trigonometrik fonksiyonların periyodunu T ile gösterelim.

$$f(x) = a \mp b \sin^n(cx + d)$$

$$g(x) = a \mp b \cos^n(cx + d) \text{ ise}$$

$$T = \begin{cases} \frac{\pi}{|c|}, & n \text{ çift ise} \\ \frac{2\pi}{|c|}, & n \text{ tek ise} \end{cases}$$

NOT: Dikkat ettiysen a ile b nin bir önemi yok. Üstün tek ya da çift olması ile c ye dikkat edeceksin.

$$f(x) = a \mp b \tan^n(cx + d)$$

$$g(x) = a \mp b \cot^n(cx + d) \text{ ise}$$

$$T = \frac{\pi}{|c|} \text{ dir.}$$

NOT: Dikkat ettiysen a, b ve n nin bir önemi yok. Sadece c ye dikkat edeceksin.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki fonksiyonların periyotlarını bulunuz.

a. $f(x) = \sin 4x$

b. $g(x) = \cos^6(3x - 2)$

c. $h(x) = 2 - \cos^5\left(\frac{-3x}{4} + \pi\right)$

d. $m(x) = \sin^3\left(\frac{3}{2} - 4x\right)$

Çözüm:

a. $f(x) = \sin 4x \rightarrow T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$
 (Tek → c = 4)

b. $g(x) = \cos^6(3x - 2) \rightarrow T = \frac{1\pi}{|3|} = \frac{\pi}{3}$
 (çift → c = 3)

c. $h(x) = 2 - \cos^5\left(\frac{-3x}{4} + \pi\right) \rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|-\frac{3}{4}\right|} = 2\pi \cdot \frac{4}{3} = \frac{8\pi}{3}$

d. $m(x) = \sin^3\left(\frac{3}{2} - 4x\right) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|-4|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

2. Aşağıdaki fonksiyonların periyotlarını bulunuz.

a. $g(x) = 3 + \cot^2(-2x + \pi)$

b. $h(x) = \tan^5\left(-\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$

Çözüm:

a. $g(x) = 3 + \cot^2(-2x + \pi) \rightarrow T = \frac{\pi}{|-2|} = \frac{\pi}{2}$

b. $h(x) = \tan^5\left(-\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow T = \frac{\pi}{\left|-\frac{2}{3}\right|} = \frac{\pi}{\frac{2}{3}} = \frac{3\pi}{2}$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 3 + \cos \frac{x}{4}$

fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) 4π E) 8π

2. $f(x) = 2 - 3\sin^2(-2x + \pi)$

fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) 2π E) 3π

3. $f(x) = 2 + 3\tan^5(2\pi x + 5)$

fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

1-E

2-C

3-E



BİLGİ

14.7 - Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri - I

Sinüs Fonksiyonunun Grafiği

$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ olmak üzere, $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun grafiğini çizmek için aşağıdaki işlemler sırasıyla uygulanır.

- $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun periyodu $T = 2\pi$ dir.
- Fonksiyonun $[0, 2\pi]$ aralığında

$$x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}, \quad x = \pi, \quad x = \frac{3\pi}{2} \quad \text{ve} \quad x = 2\pi$$

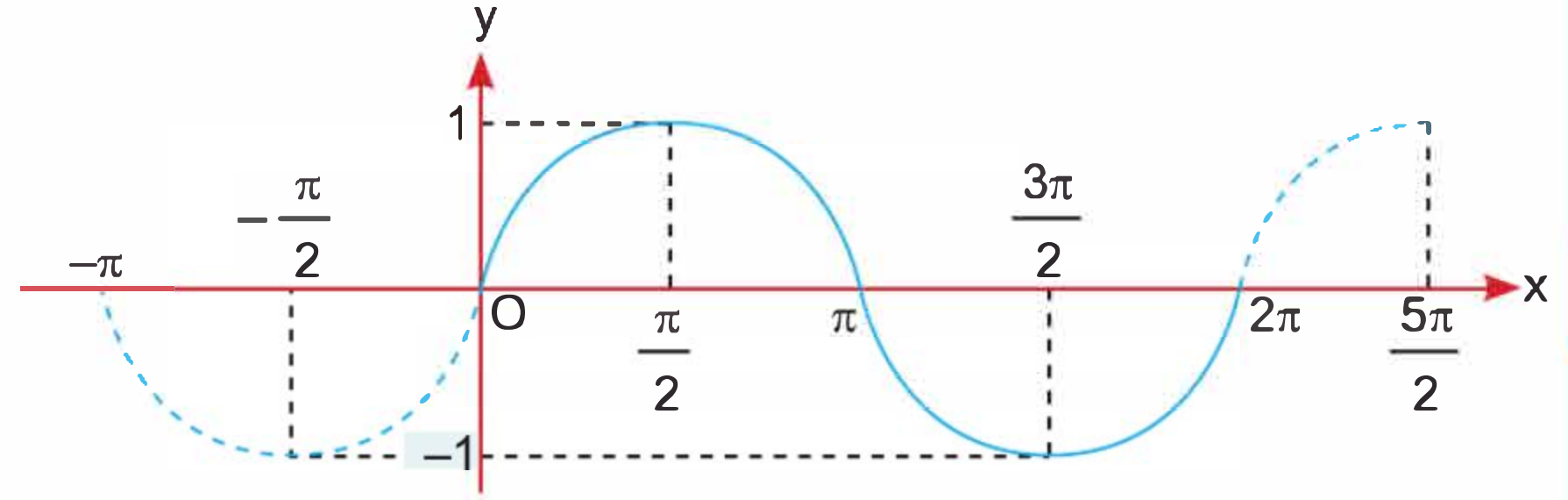
özel değerleri için aşağıdaki değer tablosu oluşturulur.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0

$$3. \quad (0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 1\right), (\pi, 0), \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right), (2\pi, 0)$$

noktalarından geçen grafik çizilir ve bu grafik, $[2\pi, 4\pi]$, $[4\pi, 6\pi]$, $[6\pi, 8\pi]$, ... aralıklarına aktarılır.

NOT: sin ve cos fonksiyonlarının grafikleri dalgalar şeklindedir.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $f: \left[0, \frac{\pi}{3}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2\sin 6x - 1$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm:

1. $T = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{|6|} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ tür.

2. $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ aralığında; $x = 0, \quad x = \frac{\pi}{12}, \quad x = \frac{\pi}{6}, \quad x = \frac{\pi}{4}$ ve $x = \frac{\pi}{3}$

için değişim tablosunu oluşturalım.

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 2 \cdot \sin 6 \cdot 0 - 1 = 2 \cdot \sin 0 - 1 = -1$$

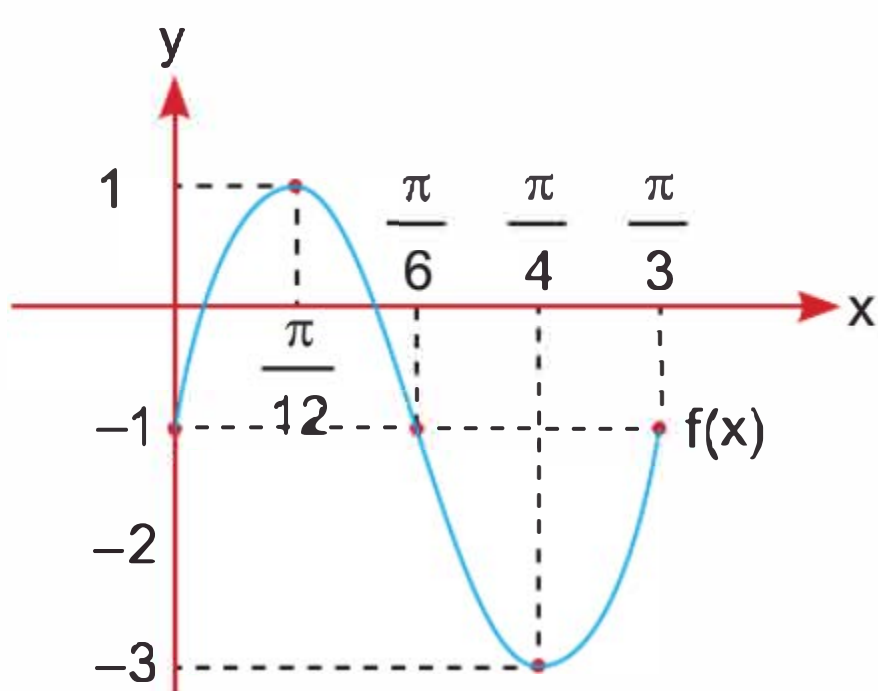
$$x = \frac{\pi}{12} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 \cdot \sin 6 \cdot \frac{\pi}{12} - 1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cdot \sin 6 \cdot \frac{\pi}{6} - 1 = 2 \cdot 0 - 1 = -1$$

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \cdot \sin 6 \cdot \frac{\pi}{4} - 1 = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$$

$$x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot \sin 6 \cdot \frac{\pi}{3} - 1 = 2 \cdot 0 - 1 = -1$$

x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
f(x)	-1	1	-1	-3	-1

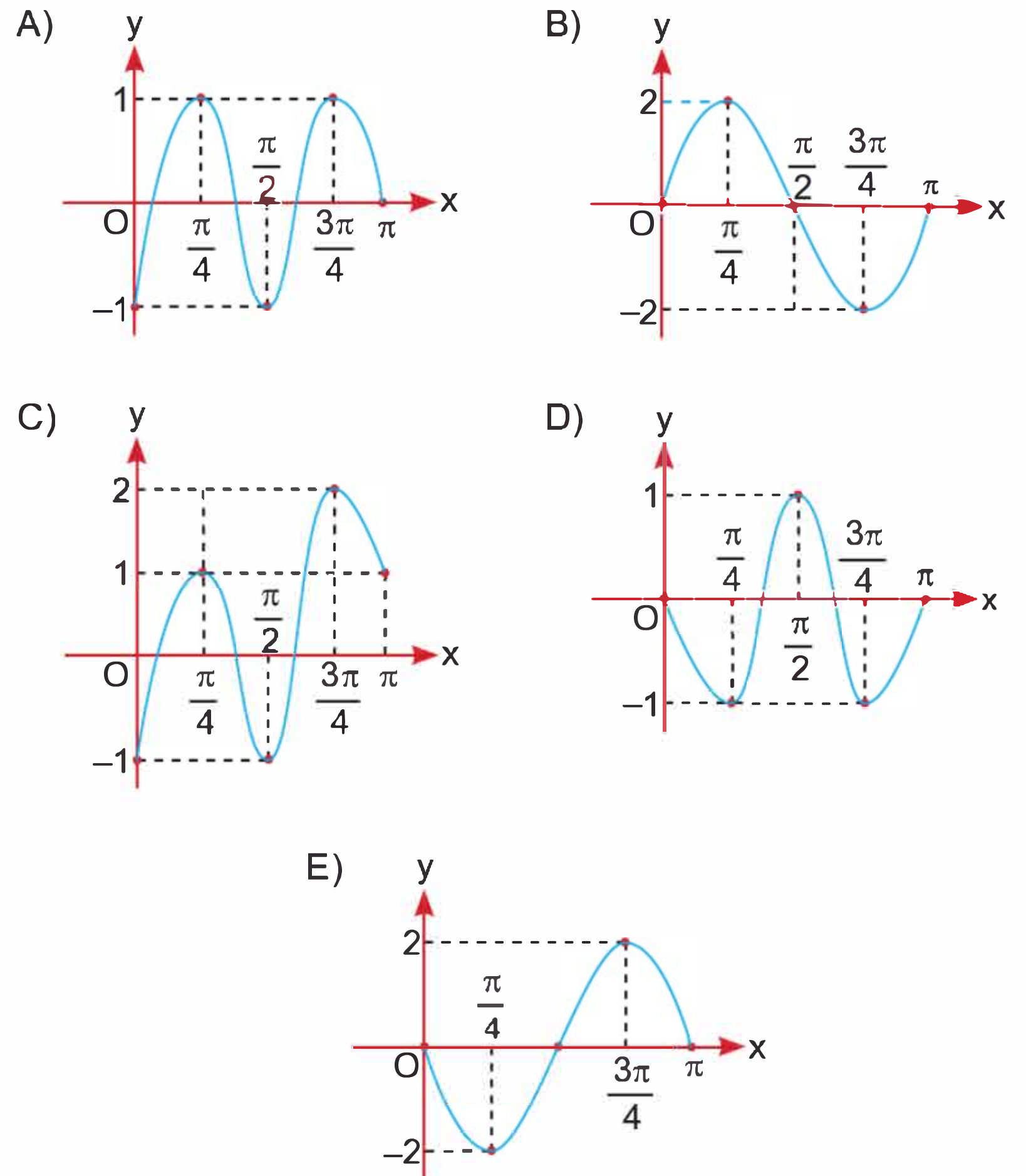


ÖĞRENCİ SORUSU

1. $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2\sin 2x$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1-B



BİLGİ

14.8 - Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri - II

✓ Kosinüs Fonksiyonunun Grafiği

$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ olmak üzere, $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun grafiğini çizmek için aşağıdaki işlemler sırasıyla uygulanır.

- $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun periyodu $T = 2\pi$ dir.
- Fonksiyonun $[0, 2\pi]$ aralığında

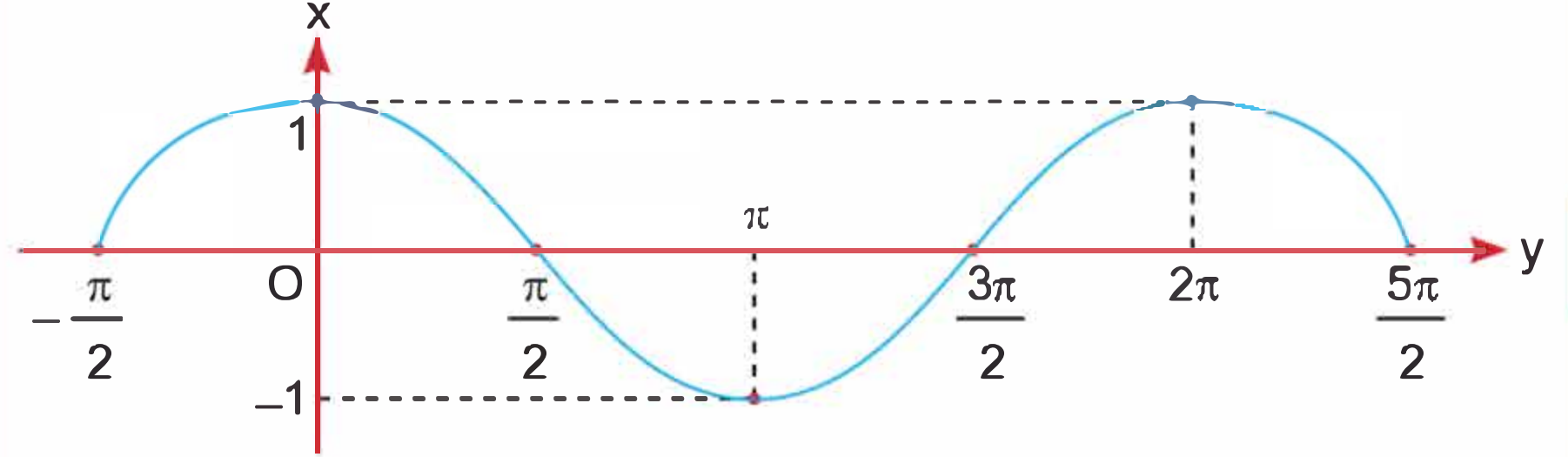
$$x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}, \quad x = \pi, \quad x = \frac{3\pi}{2} \quad \text{ve} \quad x = 2\pi$$

özel değerleri için aşağıdaki değer tablosu oluşturulur.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1

- $(0, 1), (\frac{\pi}{2}, 0), (\pi, -1), (\frac{3\pi}{2}, 0)$ ve $(2\pi, 1)$

noktasından geçen grafik çizilir ve bu grafik $[2\pi, 4\pi], [4\pi, 6\pi], [6\pi, 8\pi], \dots$ aralıklarına aktarılır.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

- $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3\cos 2x - 1$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm:

- $T = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{|2|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ dir.

- $[0, \pi]$ aralığında; $x = 0, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{4}$ ve $x = \pi$ için değişim tablosunu oluşturalım.

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 3\cos 2 \cdot 0 - 1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$$

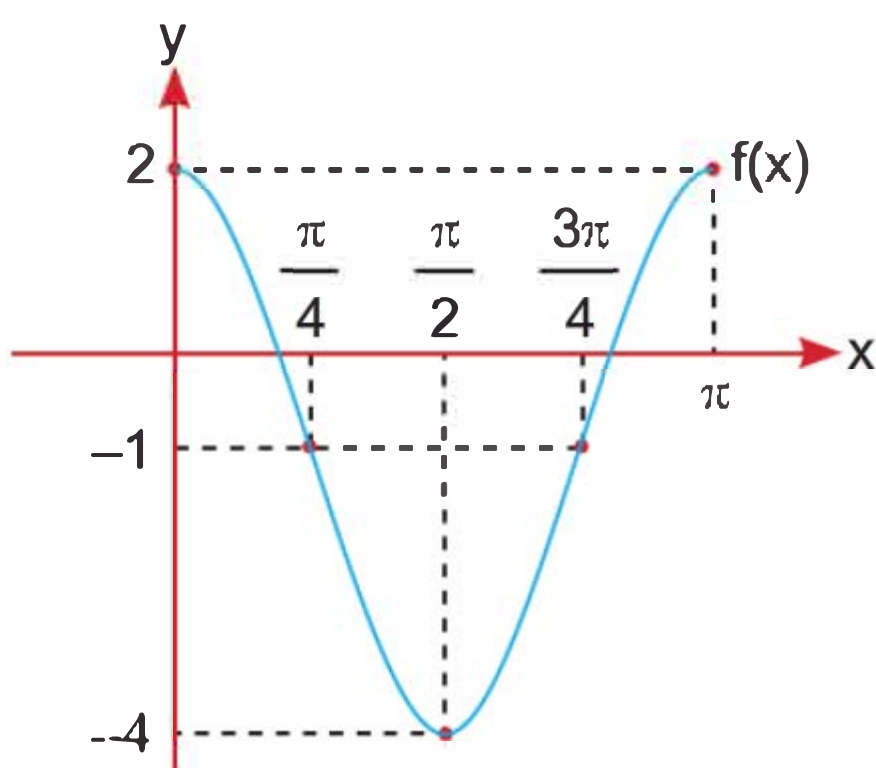
$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\cos 2 \cdot \frac{\pi}{4} - 1 = 3 \cdot 0 - 1 = -1$$

$$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3\cos 2 \cdot \frac{\pi}{2} - 1 = 3 \cdot (-1) - 1 = -4$$

$$x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3\cos 2 \cdot \frac{3\pi}{4} - 1 = 3 \cdot 0 - 1 = -1$$

$$x = \pi \Rightarrow f(\pi) = 3\cos 2 \cdot \pi - 1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$f(x)$	2	-1	-4	-1	2

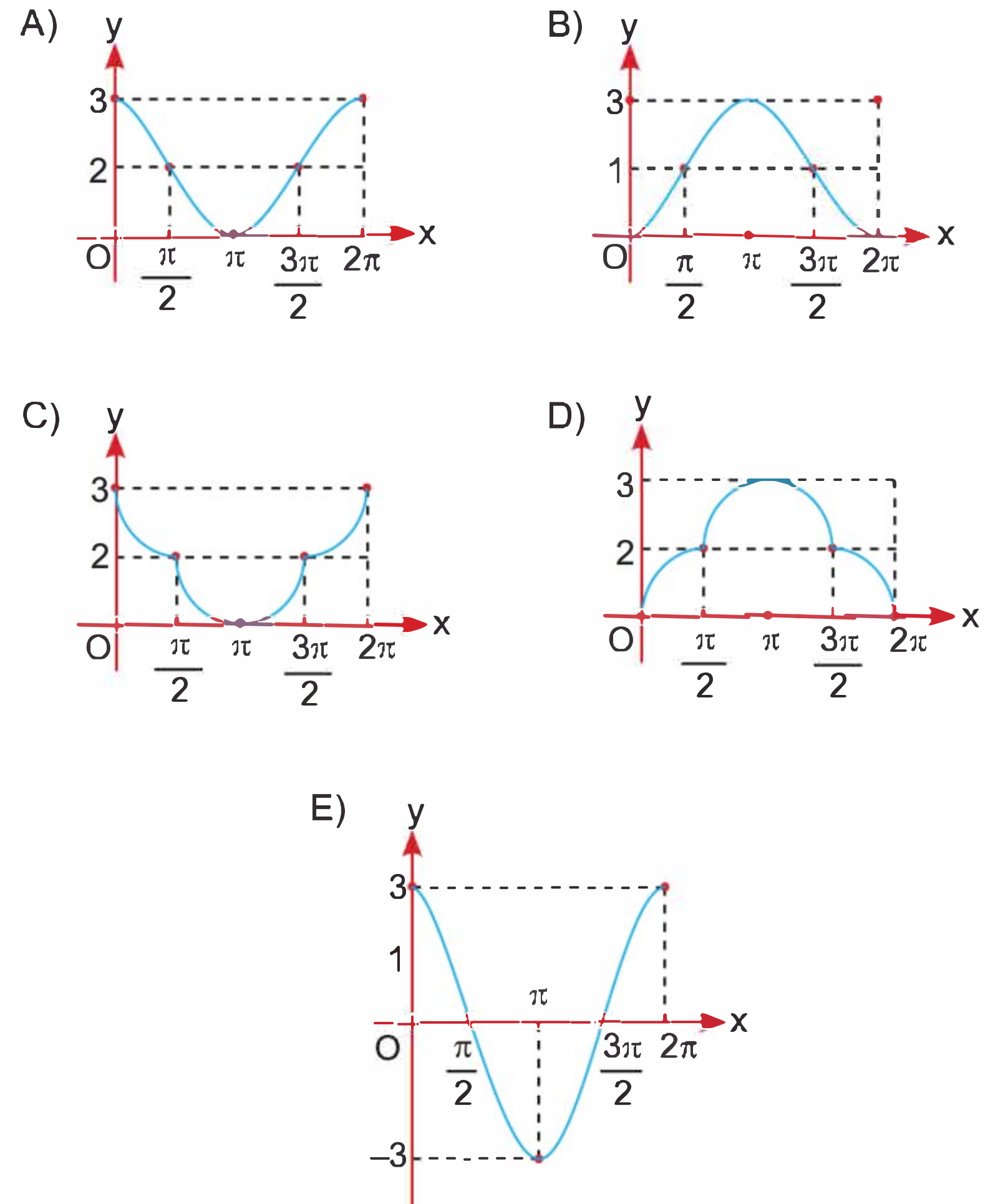


ÖĞRENCİ SORUSU

- $f: [0, 2\pi]$ olmak üzere,

$$f(x) = 3\cos x$$

olduğuna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



1-E



BİLGİ

14.9 - Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri - III

❖ Tanjant Fonksiyonunun Grafiği

$f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x) = \tan x$ fonksiyonu

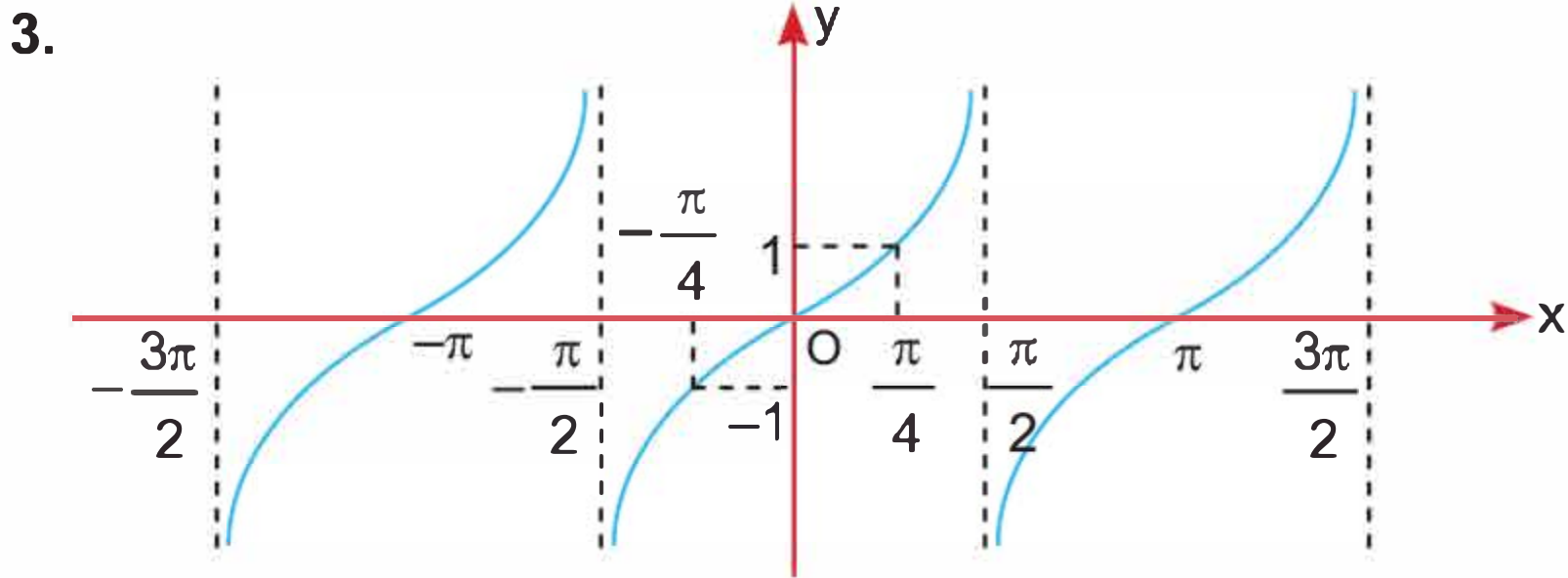
$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) için tanımsızdır.

1. $T = \frac{\pi}{|c|} = \frac{\pi}{|1|} = \pi$ dir.

2. $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığında $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = -\frac{\pi}{4}$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ ve $x = \frac{\pi}{2}$

özel değerleri için aşağıdaki değer tablosu oluşturulur. Tanımsızlık tabloda II (çift çizgi) sembolü ile gösterilecektir.

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\tan x$		↗ -1 ↘	0	↗ 1 ↘	



❖ Kotanjant Fonksiyonunun Grafiği

$f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

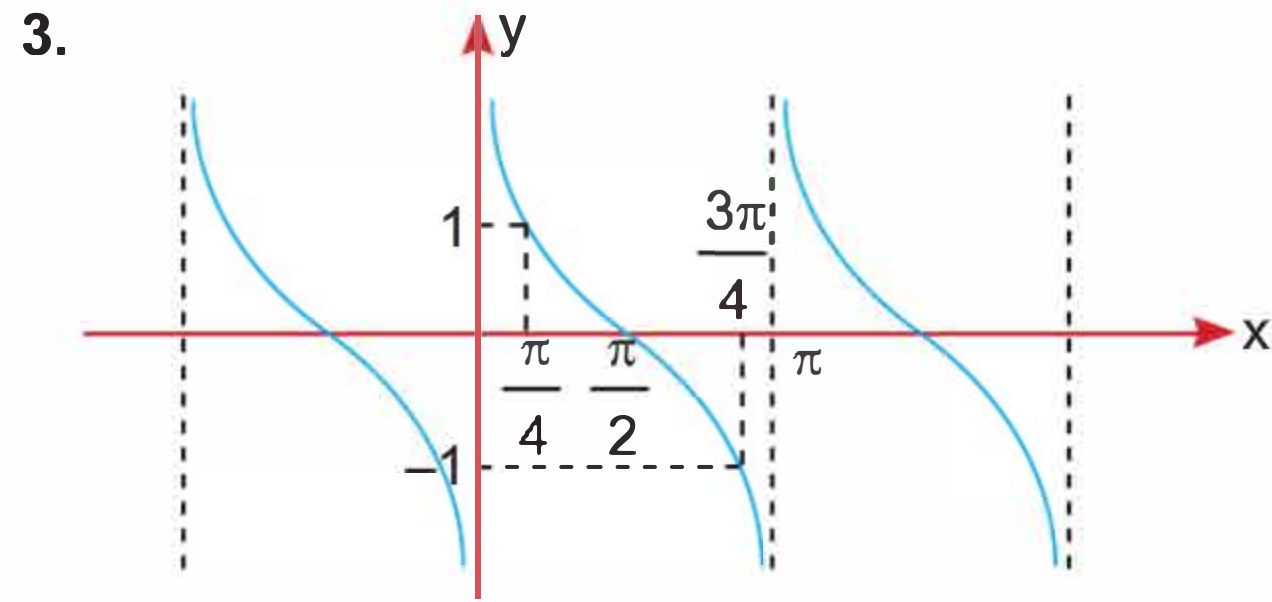
$f(x) = \cot x$ fonksiyonu $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) için tanımsızdır.

1. $T = \frac{\pi}{|c|} = \frac{\pi}{|1|} = \pi$ dir.

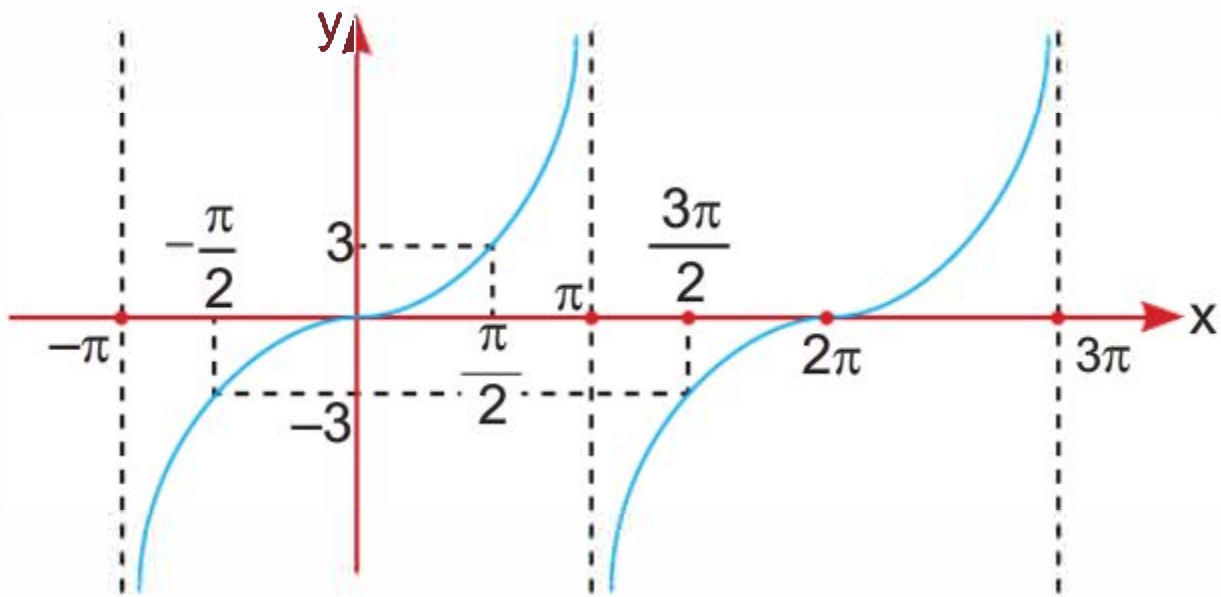
2. $(0, \pi)$ aralığında $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{4}$ ve $x = \pi$

özel değerleri için aşağıdaki eşdeğer tablosu oluşturulur. Tanımsızlık tabloda II (çift çizgi) sembolü ile gösterilecektir.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\cot x$		↘ 1 ↗	0	↘ -1 ↗	



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\cot\left(\frac{x}{2} - \pi\right)$ B) $\frac{1}{3} \tan x$ C) $3 + \tan x$
D) $3 \tan \frac{x}{2}$ E) $\cot x$

Çözüm:

Grafikteki kesikli çizgiler arasındaki periyot $3\pi - \pi = 2\pi$ dir.

Seçeneklerde x in kat sayısı olan a = $\frac{1}{2}$ olmalı ki

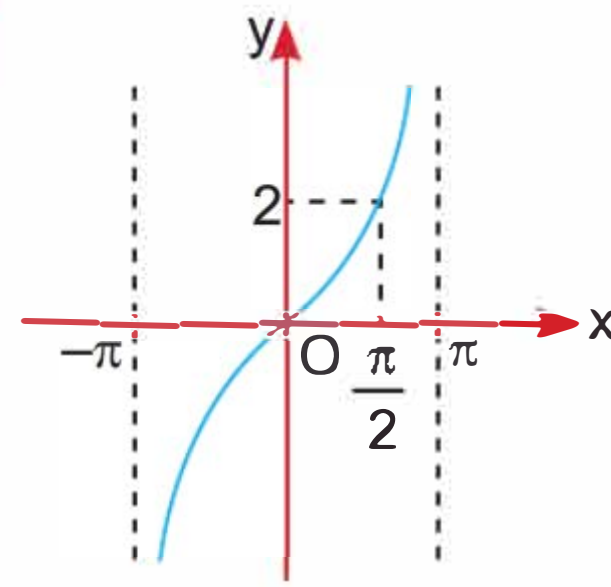
$T = \frac{\pi}{|a|} = \frac{\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 2\pi$ olabilsin.

B, C ve E doğru cevap olamaz. $x = \frac{\pi}{2}$ için $y = 3$ olacak. O halde

$\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$ noktası denklemi sağlamalı. D seçeneğinde deneyelim.

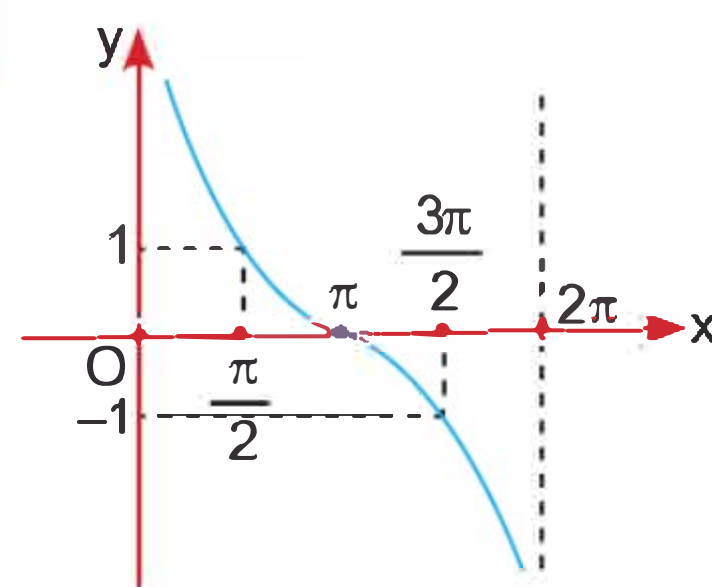
$x = \frac{\pi}{2} \rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \tan \frac{\pi}{4} = 3 \cdot 1 = 3$ olduğundan doğru cevap D dir.

ÖĞRENCİ SORULARI



Şekilde $(-\pi, \pi)$ aralığında grafiği verilmiş olan fonksiyonun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = -2 \tan x$ B) $y = 2 \tan \frac{x}{2}$ C) $y = 2 \tan x$
D) $y = 2 \cot \frac{x}{2}$ E) $y = 2 \cot 2x$



Şekilde $(0, 2\pi)$ aralığında grafiği verilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $f(x) = \cot x$ B) $f(x) = \cot \frac{x}{2}$ C) $f(x) = \tan \frac{x}{2}$
D) $f(x) = 2 \cot \frac{x}{4}$ E) $f(x) = 2 \cot x$



0E4E08A2

TEST 1

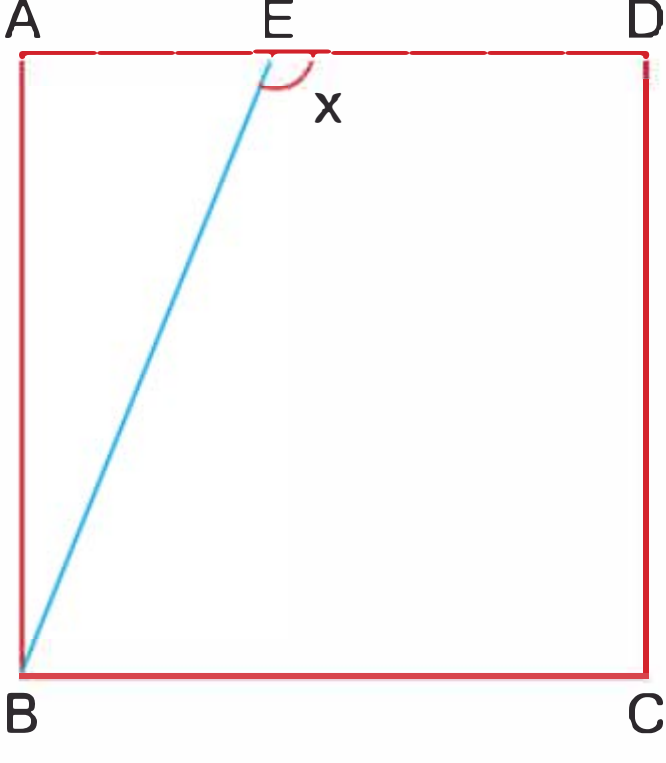
1. $a = \sin 18^\circ$
 $b = \cos 125^\circ$
 $c = \tan 225^\circ$
 olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
- A) $b < a < c$ B) $b < c < a$ C) $c < b < a$
 D) $a < b < c$ E) $c < a < b$

2. $x = \cos 59^\circ$
 $y = \cos 49^\circ$
 $z = \cos 29^\circ$
 olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
- A) $z < y < x$ B) $z < x < y$ C) $x < y < z$
 D) $y < z < x$ E) $x < z < y$

3. Aşağıdakilerden hangisi en büyüktür?
- A) $\sin 160^\circ$ B) $\cos 200^\circ$ C) $-\tan 70^\circ$
 D) $-\cot(160^\circ)$ E) $\sin 30^\circ$

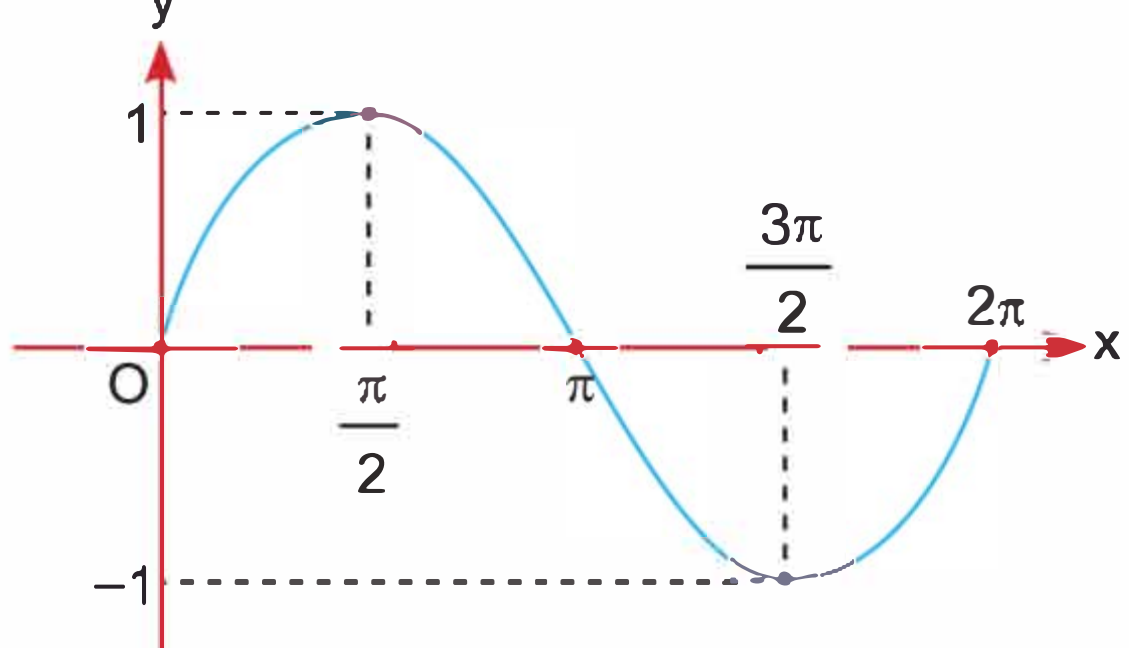
4.
$$\frac{\cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\sin(\pi + x) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}$$
 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-\cos x$ B) $\cos x$ C) 0 D) $\sin x$ E) $-\sin x$

5.
$$\frac{\sin 510^\circ - \cos 210^\circ}{\tan(-135^\circ) - \cot 150^\circ}$$
 işleminin sonucu kaçtır?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ C) 0 D) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ E) $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

6.  ABCD kare
 $|BC| = 4$ br
 $|ED| = 3$ br
 $m(\widehat{BED}) = x$
- Şekilde verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -2 D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{1}{4}$

7. $f(x) = 7 + \sin(6x)$
 fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{7}$

8. 

Şekilde grafiğinin $[0, 2\pi]$ aralığındaki kısmı verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $f(x) = -\sin x$ B) $f(x) = \cos x$ C) $f(x) = \sin 2x$
 D) $f(x) = \sin x$ E) $f(x) = \sin \frac{x}{2}$



1. $x = \tan 400^\circ$
 $y = \sin 600^\circ$
 $z = \cos 670^\circ$
olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
- A) $y < x < z$ B) $x < z < y$ C) $x < y < z$
D) $y < z < x$ E) $z < x < y$

2. $y = \tan 68^\circ$
 $n = \cos 68^\circ$
 $s = \sin 68^\circ$
olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
- A) $n < s < y$ B) $y < n < s$ C) $n < y < s$
D) $y < s < n$ E) $s < n < y$

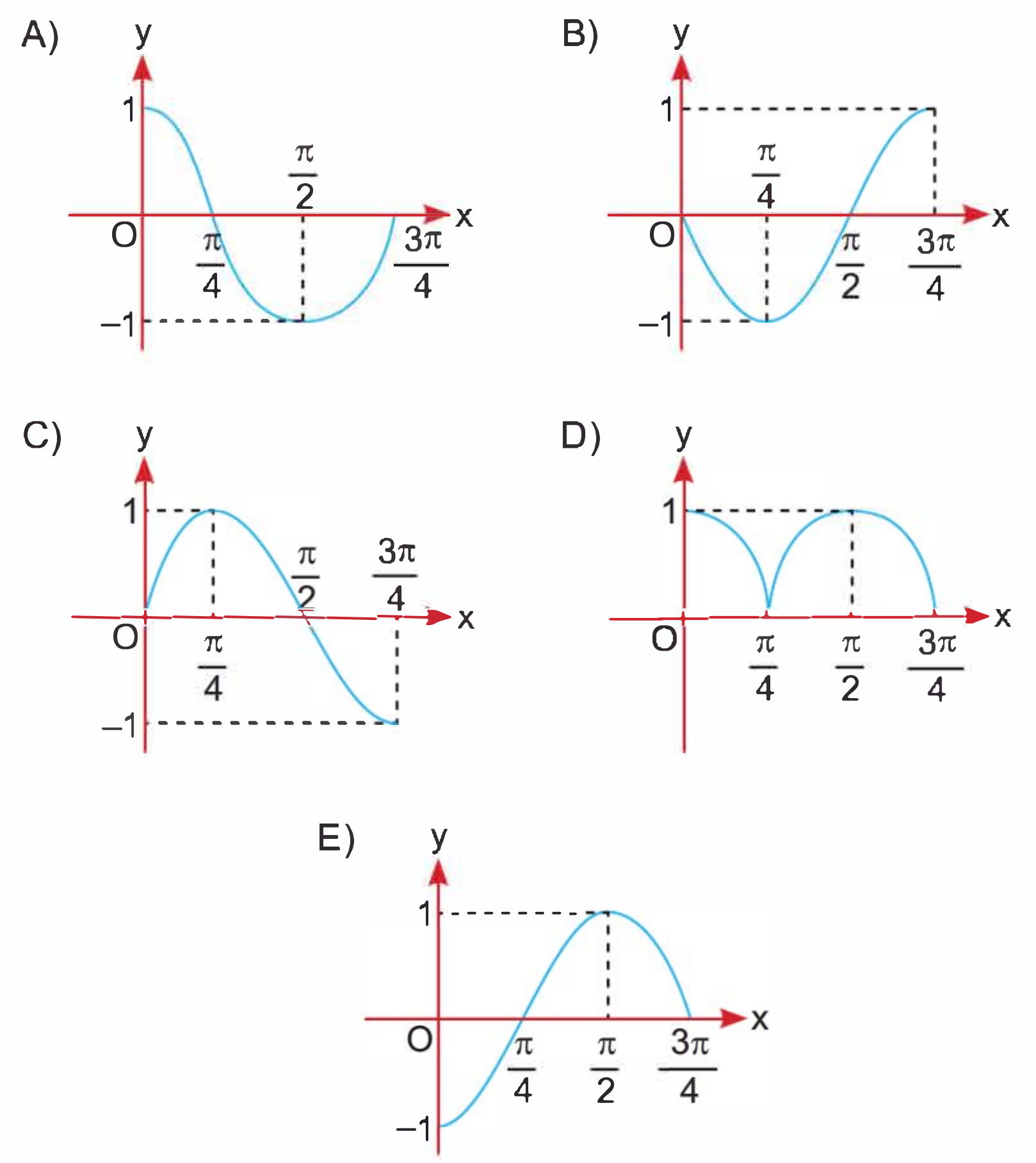
3. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$
ifadesinin eşiti kaçtır?
- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

4. $\tan 20^\circ = a$ olmak üzere,
 $\tan 200^\circ + \tan 110^\circ$
toplamının a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{1-a^2}{a}$ B) $\frac{a^2+1}{a}$ C) a^2+a
D) a^2-1 E) $\frac{a^2-1}{a}$

5. **Aşağıdakilerden hangisi $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)$ ya özdeştir?**
- A) $\sin \theta$ B) $-\sin \theta$ C) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
D) $\cos(2\pi - \theta)$ E) $\cos(\pi - \theta)$

6. $x \neq 0, y \neq 0$ ve $x + y = 90^\circ$ olmak üzere,
 $\sin(2x + 3y) - \cos(x + 2y)$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 0 B) $2\cos x$ C) $-2\sin y$
D) $2\cos y$ E) $-\sin 2y$

7. $f(x) = \sin 2x$
fonksiyonunun $\left[0, \frac{3\pi}{4}\right]$ aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?





TEST 3

1. $a = \cot 143^\circ$
 $b = \cot 164^\circ$
 $c = \cot 24^\circ$
 olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $c < b < a$ C) $b < c < a$
 D) $c < a < b$ E) $b < a < c$

2. Aşağıdakilerden hangisi en küçüktür?

- A) $\cos 260^\circ$ B) $\sin 195^\circ$ C) $\cos 86^\circ$
 D) $\cos 155^\circ$ E) $\sin 345^\circ$

3.
$$\frac{\sin(2\pi + x) \cdot \cot(\pi + x)}{\cos(\pi - x) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan x$ B) $\cot x$ C) $-\tan x$
 D) $-\cos x$ E) $-\cot x$

4.
$$\frac{\sin 120^\circ + \cos 300^\circ}{\tan 210^\circ \cdot \cot 330^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

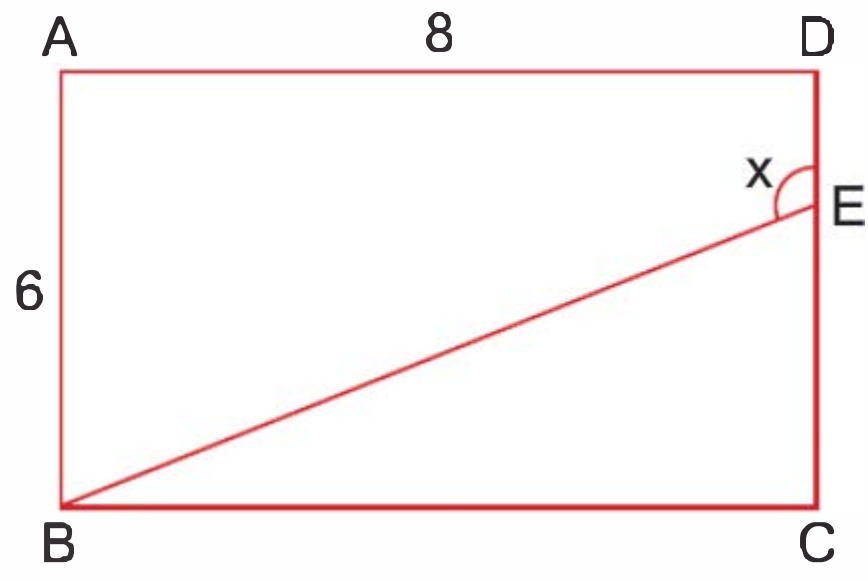
- A) $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$
 D) $\frac{1 - \sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

5. Bir ABC üçgeninde, ölçüleri birbirinden farklı A, B ve C iç açıları için,

$$\frac{\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) + \cos\frac{A}{2}}{\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) + \sin\frac{A}{2}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin\frac{A}{2}$ B) $2\cot A$ C) $2\cot\frac{A}{2}$
 D) $\cot\frac{A}{2}$ E) $\tan\frac{A}{2}$

6.  ABCD dikdörtgen
 $|DE| = 2$ br
 $|AB| = 6$ br
 $|AD| = 8$ br
 $m(\widehat{BED}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\sin x$ kaçtır?

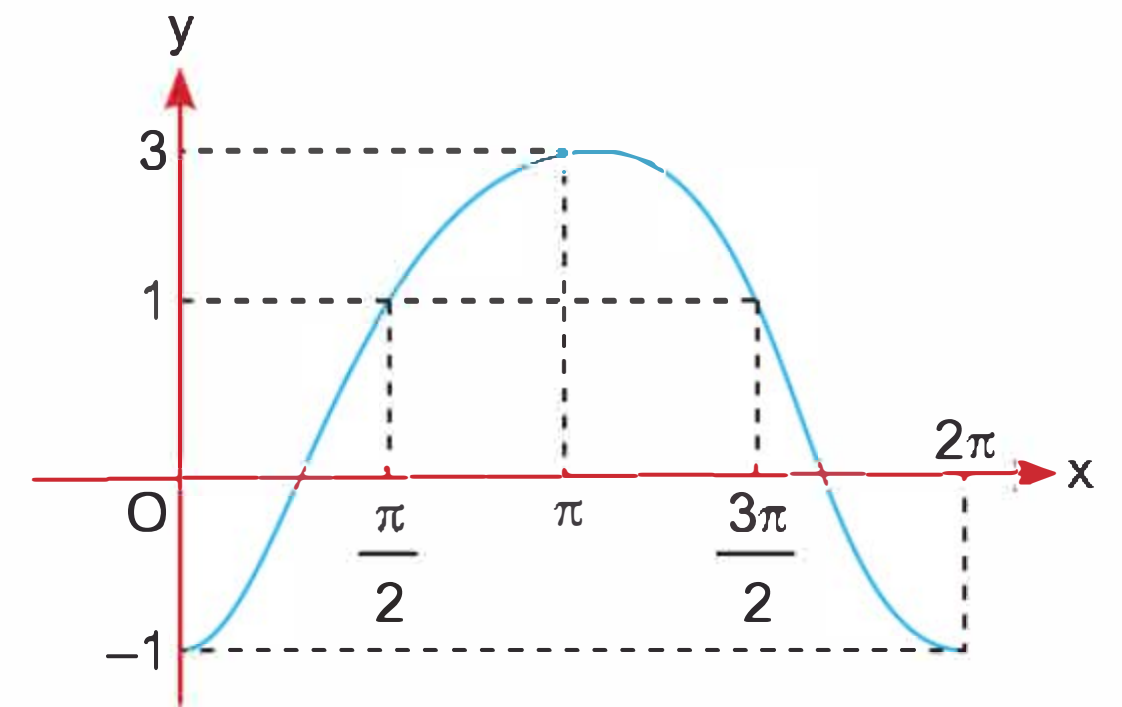
- A) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ B) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ C) $-\frac{3}{2\sqrt{5}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

7. $f(x) = \tan(-2x - 3)$
 $g(x) = \cos^3(4x - 1)$

fonksiyonlarının periyotları toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

- 8.



Şekilde, $[0, 2\pi]$ aralığındaki grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = 2\cos x - 3$ B) $y = 1 - 2\cos x$ C) $y = 1 - 2\sin x$
 D) $y = \sin x - 1$ E) $y = 2\cos x - 2$

15. SEANS | ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK BAĞINTILAR - TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR



BİLGİ

15.1 - Sinüs Teoremi

Bu seanstaki trigonometrik teoremleri 9. sınıfta öğrendin. Burada kısaca hatırlayacağız. Bir üçgende; kenar uzunlukları, karşısındaki açılarının sinüs değerleri ile doğru orantılıdır. Kenar uzarsa karşısındaki açının sinüs değeri de büyür. Kenar kısalsa karşısındaki açının sinüs değeri de küçülür.

✓

Şekildeki O merkezli çember; ABC üçgeninin çevrel çemberidir. Bu çemberin yarıçapı ile ABC üçgeninin a, b ve c kenarları arasında,

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2r \rightarrow \text{orantının sabiti}$$

orantı

bağıntısı vardır. Bu bağıntıya **sinüs teoremi** denir.

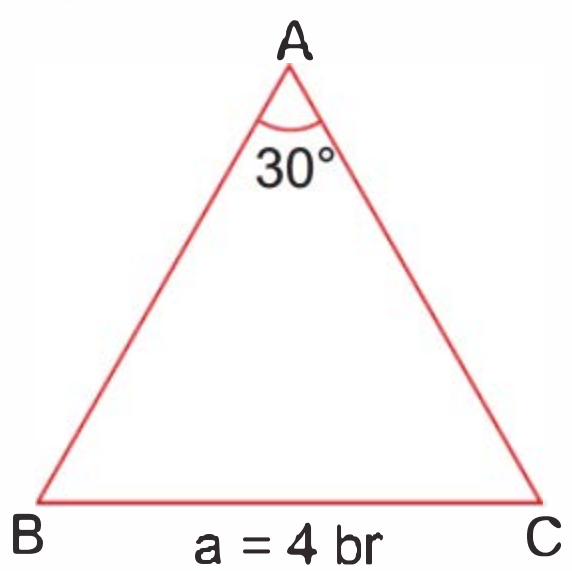
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Bir ABC üçgeninde,
 $m(\hat{A}) = 30^\circ$
 $|BC| = 4 \text{ br}$
 olduğuna göre, bu üçgenin çevrel çemberinin yarıçapını bulunuz.

Çözüm:

Yukarıdaki sinüs teoreminin a kenarı ile ilgili olan kısmını alalım.

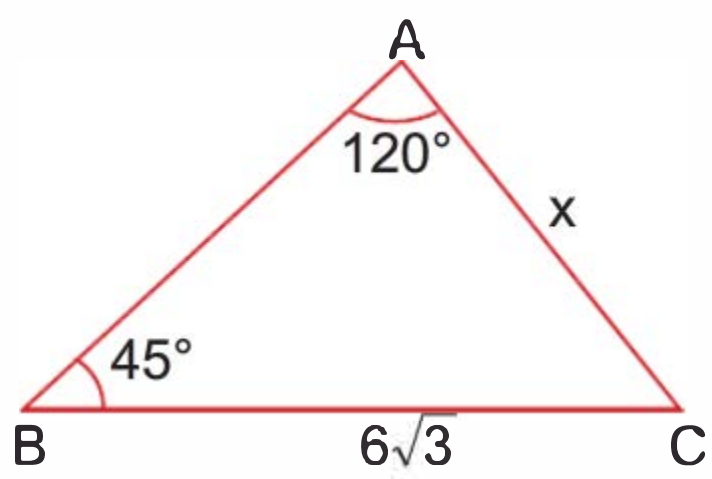
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2r \rightarrow \frac{a}{\sin \hat{A}} = 2r \rightarrow \text{çap}$$



$$\frac{4}{\sin 30^\circ} = 2r$$

$$\frac{4}{\frac{1}{2}} = 2r \Rightarrow 8 = 2r \Rightarrow r = 4 \text{ br dir.}$$

2. ABC üçgen
 $m(\hat{A}) = 120^\circ$
 $m(\hat{B}) = 45^\circ$
 $|BC| = 6\sqrt{3} \text{ br}$



Şekilde verilenlere göre, $|AC| = x$ kaç birimdir?

Çözüm:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2r$$

bu kısmını kullanacağız.

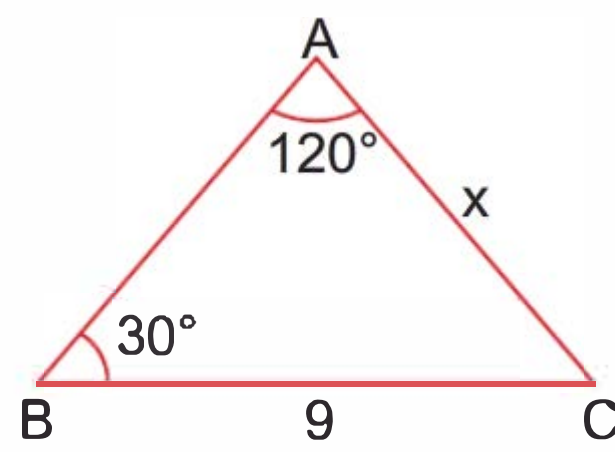
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{\sin 120^\circ} = \frac{x}{\sin 45^\circ} \rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\frac{x \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \rightarrow x = 6\sqrt{2} \text{ br dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Bir ABC üçgeninde,
 $m(\hat{B}) = 60^\circ$
 $|AC| = 8\sqrt{3} \text{ br}$
 olduğuna göre, üçgenin çevrel çemberinin yarıçapı kaç br dir?
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

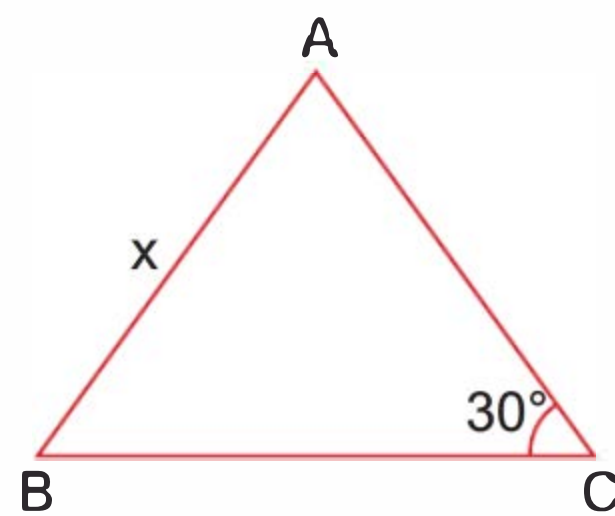
2. ABC üçgen
 $m(\hat{A}) = 150^\circ$
 $m(\hat{B}) = 30^\circ$
 $|BC| = 8 \text{ br}$



Şekilde verilenlere göre, $|AC| = x$ kaç birimdir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $\sqrt{30}$ D) 6 E) $2\sqrt{10}$

3. ABC üçgen
 $m(\hat{BCA}) = 30^\circ$



Şekildeki ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı $3\sqrt{3} \text{ br}$ olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç birimdir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{15}$ D) 5 E) $3\sqrt{3}$

1-C

2-B

3-E



BİLGİ

15.2 - Kosinüs Teoremi

✓ ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c olmak üzere,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}$$

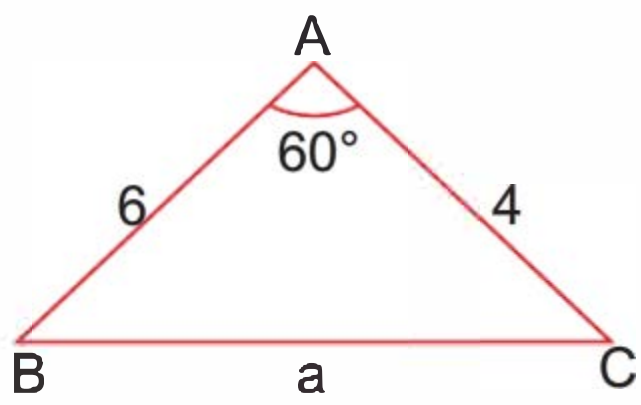
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$



NOT: Bu formülleri ezberlemek gerekiyor. Ancak ezberlerken harfler arasındaki ilişkiye dikkat edersen işin kolaylaşır. Formülü yazmaya hangi kenarla başladığıysan, o kenarın karşısındaki açıyla bitireceksin. Buna dikkat et!

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.



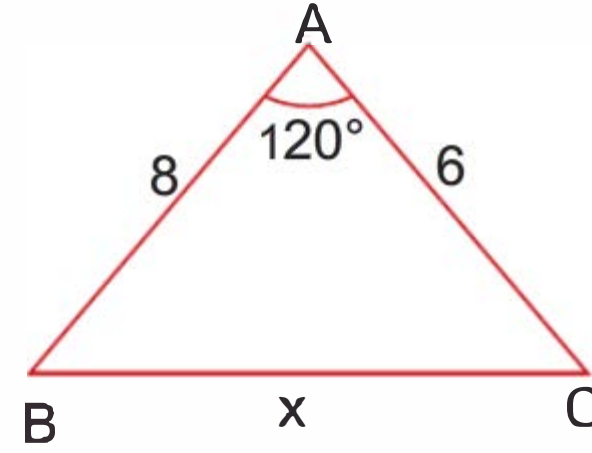
ABC üçgen
 $m(\hat{A}) = 60^\circ$
 $|AB| = 6 \text{ br}$, $|AC| = 4 \text{ br}$

Şekilde verilenlere göre, $|BC| = a$ kaç birimdir?



ÖĞRENCİ SORULARI

1.



ABC üçgen
 $m(\hat{BAC}) = 120^\circ$
 $|AB| = 8 \text{ br}$
 $|AC| = 6 \text{ br}$

Şekilde verilenlere göre, $|BC| = x$ uzunluğu kaç birimdir?

- A) $6\sqrt{5}$ B) $6\sqrt{10}$ C) $5\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{37}$ E) $\sqrt{37}$

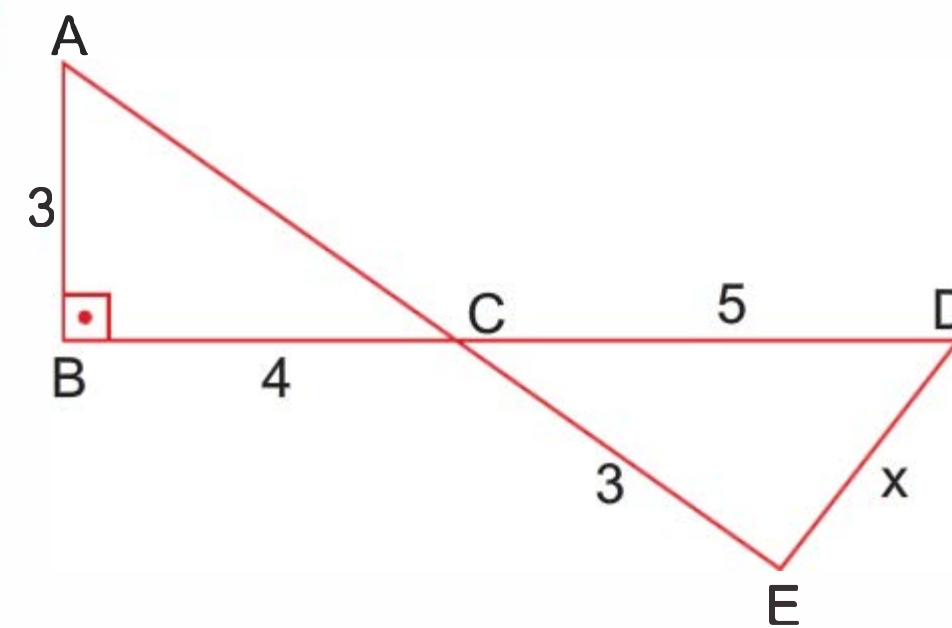
2.

Bir ABC üçgeninin kenarları arasında,
 $a^2 = b^2 + c^2 - \sqrt{2}b \cdot c$

bağıntısı olduğuna göre, A açısı kaç derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 135

3.



$[AE] \cap [BD] = \{C\}$
 $[AB] \perp [BD]$
 $|AB| = 3 \text{ br}$
 $|BC| = 4 \text{ br}$
 $|CE| = 3 \text{ br}$
 $|CD| = 5 \text{ br}$

Şekilde verilenlere göre, $|DE| = x$ kaç birimdir?

(Yol gösterme: $m(\hat{ACB}) = m(\hat{ECD})$ olduğundan
 $\cos(\hat{ACB}) = \cos(\hat{ECD})$ dir.)

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{10}$ D) 5 E) $3\sqrt{2}$

1-D

2-C

3-C

UYARI

Soruda iki açı veriliyorsa aklına sinüs teoremi, tek açı veriliyorsa aklına kosinüs teoremi gelsin (genellikle). Ayrıca üçgenin 2 kenar uzunluğu verilmiş, 3. kenarı isteniyorsa yine kosinüs teoremini kullanacaksın anlamına gelir.

Çözüm:

a kenarı istendiği için a ile başlayan formülü kullanacağız.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} \dots (\text{şimdi verilenleri yerine yazalım.})$$

$$a^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ$$

$$= 16 + 36 - 48 \cdot \frac{1}{2} \dots \left(\cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right)$$

$$= 52 - 24 = 28 \rightarrow a^2 = 28 \rightarrow \sqrt{a^2} = \sqrt{28} \rightarrow a = 2\sqrt{7} \text{ br dir.}$$

2.

Bir ABC üçgeninin kenarları arasında,

$$b^2 + a \cdot c = a^2 + c^2$$

bağıntısı olduğuna göre, B açısının ölçüsünü bulunuz.

Çözüm:

Bunun gibi bağıntılı sorularda hangi açı isteniyorsa o açının karşısındaki kenara göre formülü yazıp verilen bağıntıyı formülde yerine yazacaksın.

$$b^2 + a \cdot c = a^2 + c^2 \text{ de önce } b^2 \text{ yi yalnız bırakalım.}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - a \cdot c \dots (\text{bunu formülde birazdan yerine yazacağız.})$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B} \text{ (kosinüs teoremini B ye göre yazdık.)}$$

$$\cancel{a^2} + \cancel{c^2} - a \cdot c = \cancel{a^2} + \cancel{c^2} - 2ac \cdot \cos \hat{B} \text{ (} b^2 \text{ yi yerine yazdık.)}$$

$$\frac{-a \cdot c}{-2a \cdot c} = \frac{-2a \cdot c \cdot \cos \hat{B}}{-2a \cdot c} \rightarrow \cos \hat{B} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

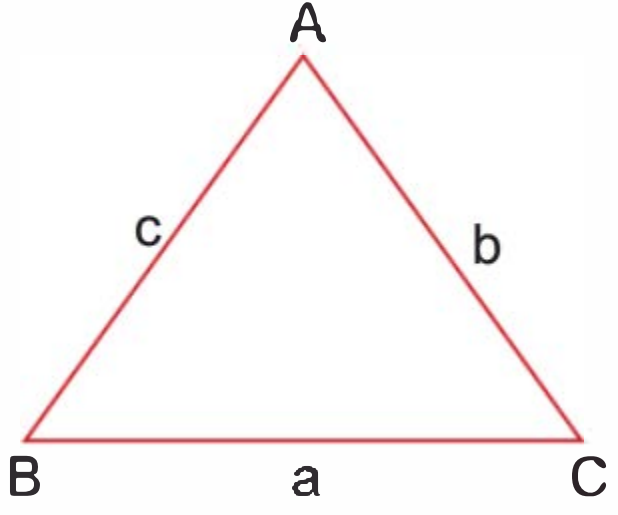
$$\cos \hat{B} = \cos 60^\circ \rightarrow m(\hat{B}) = 60^\circ \text{ dir.}$$



BİLGİ

15.3 - Alan Bağlılıları

✓ Bir üçgenin herhangi iki kenarını ve bu iki kenar arasındaki açıyı biliyorsan üçgenin alanını aşağıdaki formülle bulabilirsin.



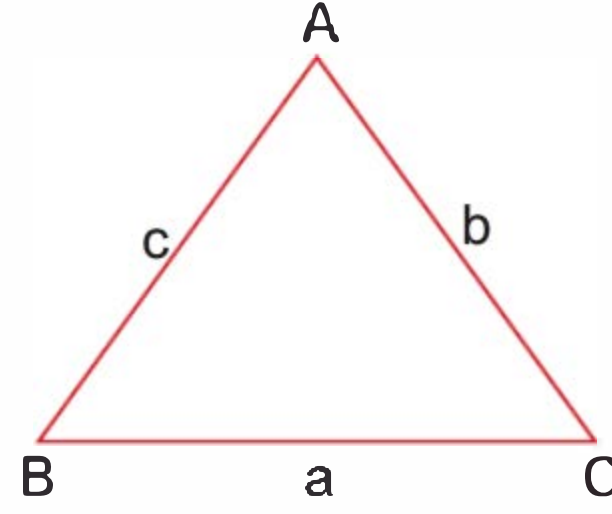
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \widehat{A}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin \widehat{B}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \widehat{C}$$

NOT: Formüllere dikkatli bakarsan üç formülün de aynı olduğunu görürsün. Hangi iki kenarı biliyorsan o kenara göre, formülü yazacaksın o kadar.

✓ Bir üçgenin üç kenar uzunluğunu biliyorsan (başka bir veriye gerek yok) aşağıdaki formülle üçgenin alanını yine bulabilirsin. Önce alanını bulacağın üçgenin "u" sunu bulacaksın. u üçgenin çevresinin yarısıdır.



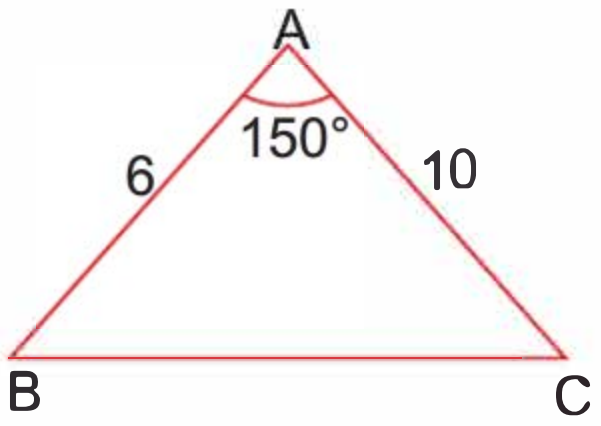
$$u = \frac{a + b + c}{2} = \frac{\text{Ç}(\widehat{ABC})}{2}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \sqrt{u \cdot (u - a) \cdot (u - b) \cdot (u - c)}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



1.



ABC üçgen
 $m(\widehat{A}) = 150^\circ$
 $|AB| = 6 \text{ br}$
 $|AC| = 10 \text{ br}$

Şekilde verilen üçgenin alanını bulunuz.

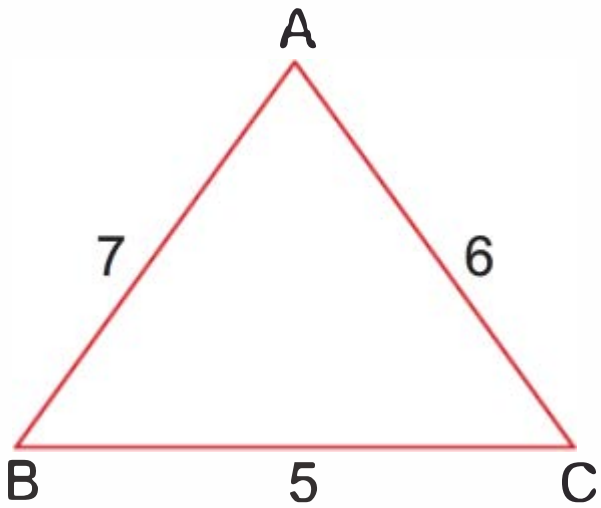
Çözüm:

ABC üçgeninin iki kenarını ve bu iki kenar arasındaki açıyı bildiğin için alanını rahatlıkla bulabilirsin.

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |AC| \cdot \sin \widehat{A} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot \sin 150^\circ \quad \sin 150^\circ = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 3 \cdot 5 = 15 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

2.



ABC üçgen
 $|AB| = 7 \text{ br}$
 $|AC| = 6 \text{ br}$
 $|BC| = 5 \text{ br}$

Şekilde verilenlere göre, ABC üçgeninin alanını bulunuz.

Çözüm:

Önce üçgenin u'sunu bulmalısın. $\Rightarrow u = \frac{7+6+5}{2} = 9$

$$A(\widehat{ABC}) = \sqrt{u \cdot (u - a) \cdot (u - b) \cdot (u - c)}$$

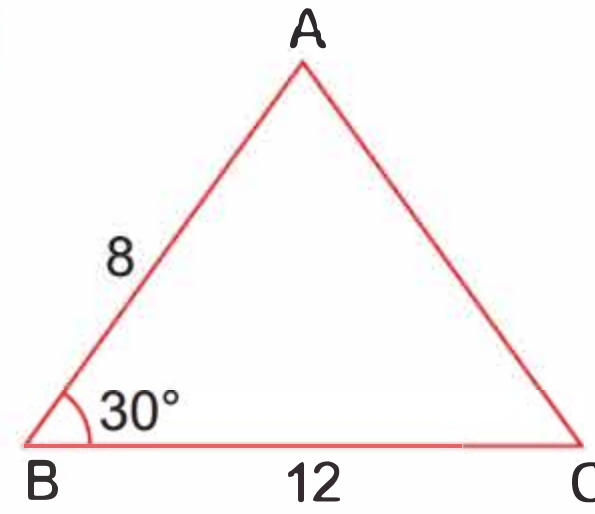
$$= \sqrt{9 \cdot (9 - 5) \cdot (9 - 6) \cdot (9 - 7)}$$

$$= \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$= \sqrt{36 \cdot 6} = 6\sqrt{6} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.

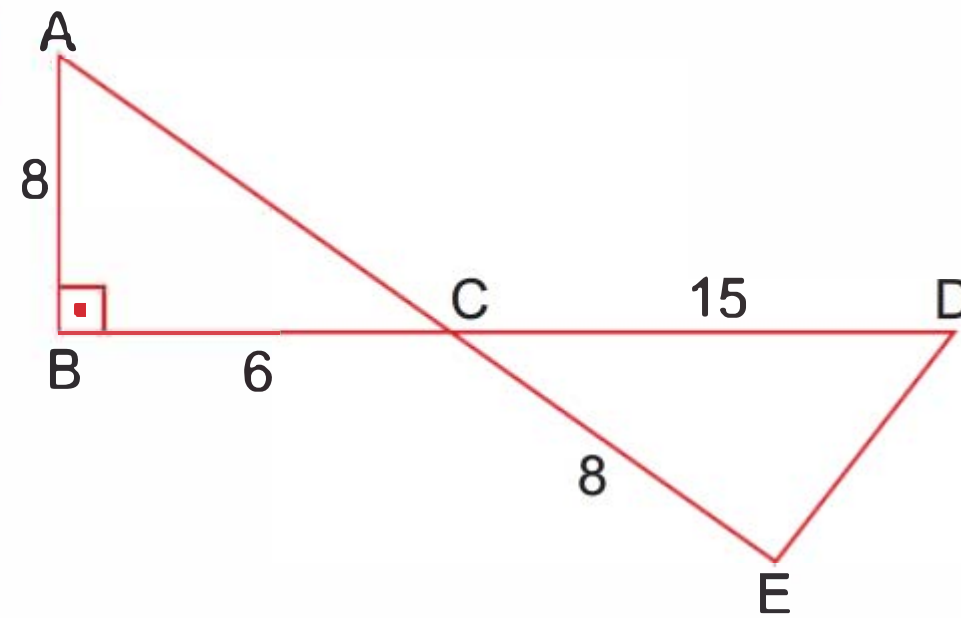


ABC üçgen
 $m(\widehat{B}) = 30^\circ$
 $|AB| = 8 \text{ br}$
 $|BC| = 12 \text{ br}$

Şekilde verilenlere göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç br^2 dir?

- A) 24 B) 28 C) 32 D) 46 E) 48

2.

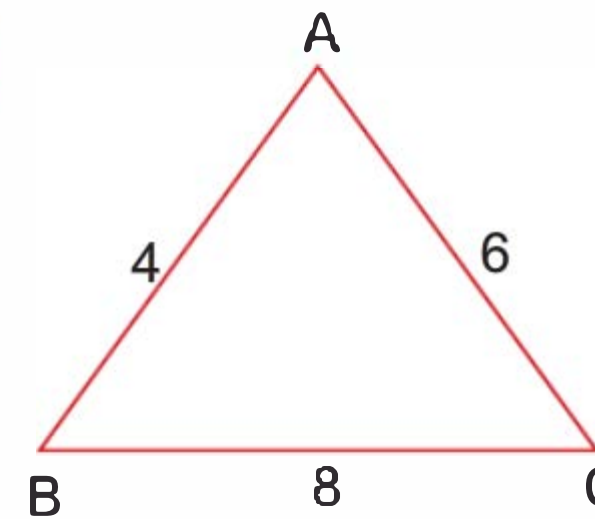


$[AE] \cap [BD] = \{C\}$
 $[AB] \perp [BD]$
 $|AB| = |CE| = 8 \text{ br}$
 $|BC| = 6 \text{ br}$
 $|CD| = 15 \text{ br}$

Şekilde verilenlere göre, $A(\widehat{CED})$ kaç br^2 dir?

- A) 42 B) 48 C) 54 D) 86 E) 96

3.



ABC üçgen
 $|AB| = 4 \text{ br}$
 $|AC| = 6 \text{ br}$
 $|BC| = 8 \text{ br}$

Şekilde verilenlere göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç br^2 dir?

- A) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ B) $\sqrt{15}$ C) $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ D) $2\sqrt{15}$ E) $3\sqrt{15}$

1-A

2-B

3-E



BİLGİ

15.4 - Ters Trigonometrik Fonksiyonlar - I

✓ Arksinüs Fonksiyonu

Şu ana kadar bize açıların ölçülerini veriyorlardı. Biz onların trigonometrik değerlerini buluyorduk. Şimdi de tam tersini yapacağız. Bize herhangi bir açının trigonometrik değerini verecekler. Biz de o değer hangi açıya eşit olacağını bulacağız. 10. sınıfta fonksiyonların terslerini almayı öğrenmiştin. Şimdi de trigonometrik fonksiyonların tersleriyle uğraşacağız.

$f(x) = \sin x$ fonksiyonu, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$ olmak üzere, $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x) = \arcsin x$ ile gösterilir.

$\arcsin: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ dir.

- $\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = ? \rightarrow$ "sinüsü $\frac{\sqrt{3}}{2}$ olan açıyı bulun."
- $\arcsin(-1) = ? \rightarrow$ "sinüsü -1 olan açıyı bulun." anlamına gelmektedir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$ b) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ d) $\tan\left(\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Çözüm:

a) $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = x \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin x$ tir.

ters sinüsü, x'in önüne düz sinüs olarak at!

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

"x açısının sinüsü $\frac{1}{2}$ ise ölçüsü kaç derecedir bul" anlamına gelir. Tanım aralığında dolay açıyı IV. ya da I. bölgede arayacağız. sin, I. bölgede + olduğundan x'i I. bölgede arayalım. O halde $x = 30^\circ$ dir.

b) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = x \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = -45^\circ = 315^\circ$ dir.

(sin IV. bölgede - olduğundan $+45^\circ$ yi değil, -45° yi aldık)

c) $\tan\left(\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \tan a = ?$

$$\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = a$$

$$\sin a = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = 45^\circ \Rightarrow \tan a = \tan 45^\circ = 1 \text{ dir.}$$

2. $f(x) = \arcsin(2x - 9)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

Çözüm:

Bir açının sinüsü en çok 1 en az -1 olduğundan

$$-1 \leq 2x - 9 \leq 1 \text{ dir.}$$

$$-1 \leq 2x - 9 \leq 1 \text{ ise}$$

$$-1 + 9 \leq 2x \leq 1 + 9 \rightarrow \frac{8}{2} \leq \frac{2x}{2} \leq \frac{10}{2} \rightarrow 4 \leq x \leq 5 \rightarrow x \in [4, 5] \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $a = \arcsin 0$

$$b = \arcsin 1$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 90° B) 50° C) 120° D) 135° E) 180°

2. $\tan\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\sqrt{3}$

3. $f(x) = \arcsin(3x - 5)$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1, 1]$ B) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ C) $\left[-\frac{4}{3}, 2\right]$
D) $\left[\frac{4}{3}, 2\right]$ E) $\left[\frac{1}{3}, 2\right]$



BİLGİ

15.5 - Ters Trigonometrik Fonksiyonlar - II

Arkkosinüs Fonksiyonu (arccos)

✓ $f(x) = \cos x$ fonksiyonu $[0, \pi]$ aralığında bire bir ve örten olduğu için bu aralıkta tersi alınabilir.

$f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ olmak üzere,

$$f(x) = \cos x$$

fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x) = \arccos x$ biçiminde gösterilir.

$\arccos: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ dir.

• $\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = ? \rightarrow$ "kosinüsü $\frac{1}{2}$ olan açığı bulun."

• $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = ? \rightarrow$ "kosinüsü $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ olan açığı bulun."

anlamına gelir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\arccos\left(\frac{1}{2}\right)$ b) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ d) $\cot\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

Çözüm:

a) $\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = x \Rightarrow \frac{1}{2} = \cos x \Rightarrow \cos x = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 60^\circ$ dir.

ters kosinüsü, x in önüne düz kosinüs olarak at!

b) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 30^\circ$ dir.

c) $\cot\left(\underbrace{\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)}_a\right) = \cot a = ?$

$$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = a \Rightarrow \cos a = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$\cos a = \frac{1}{2} \text{ olsaydı } a = 60^\circ \text{ olurdu.}$$

$$\text{O halde } a = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \text{ dir.}$$

$$\cot(120^\circ) = \cot(90^\circ + 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ tür.}$$

2. $f(x) = \arccos(2x - 3)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

Çözüm:

Bir açının kosinüsü en çok 1, en az -1 olduğundan,

$$-1 \leq 2x - 3 \leq 1 \text{ dir.}$$

$$-1 \leq 2x - 3 \leq 1 \Rightarrow -1 + 3 \leq 2x \leq 1 + 3$$

$$\rightarrow \frac{2}{2} \leq \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2} \rightarrow 1 \leq x \leq 2 \rightarrow [1, 2]$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x = \arccos(-1)$

$$y = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 240° B) 225° C) 180° D) 150° E) 120°

2. $\sin\left(\arccos\frac{1}{2}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $f(x) = \arccos(4x - 7)$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1, 1]$ B) $\left[2, \frac{5}{2}\right]$ C) $\left[\frac{3}{2}, 2\right]$
D) $\left[-\frac{3}{2}, 2\right]$ E) $\left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right]$

1-B

2-D

3-C



BİLGİ

15.6 - Ters Trigonometrik Fonksiyonlar - III

Arktanjanant Fonksiyonu (arctan)

✓ $f(x) = \tan x$ fonksiyonu $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığında, bire bir ve örten olduğu için bu aralıkta tersi alınabilir.

$$f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R} \text{ olmak üzere,}$$

$$f(x) = \tan x$$

fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x) = \arctan x$ biçiminde gösterilir.

$$\arctan: \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \text{ dir.}$$

- $\arctan(1) = ? \rightarrow$ "tanjantı 1 olan açığı bulun."
- $\arctan(-\sqrt{3}) = ? \rightarrow$ "tanjantı $-\sqrt{3}$ olan açığı bulun." anlamına gelmektedir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\arctan \sqrt{3}$ b) $\arctan(-1)$

Çözüm:

a) $\arctan \sqrt{3} = x \Rightarrow \sqrt{3} = \tan x = \tan 60^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$ dir.

b) $\arctan(-1) = x \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow x = -45^\circ = 360^\circ - 45^\circ = 315^\circ$
(IV. bölge olduğundan)

2. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{4}{3}\right)$

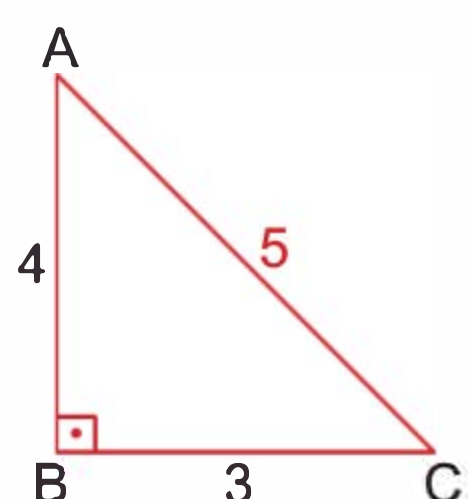
ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$\arctan \frac{4}{3} = x$ olsun. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{4}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x =$

Şimdi bir kenarda x i bulup, $\cos x$ i hesaplayacağız.

$$\arctan \frac{4}{3} = x \Rightarrow \tan x = \frac{4}{3} = \frac{\text{Karşı}}{\text{Komşu}}$$



(3 - 4 - 5 üçgeni)

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{4}{3}\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \\ &= \cos x = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 90°

2. $\sin(\arctan(1))$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

3. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{5}{12}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{12}{13}$ B) $-\frac{10}{13}$ C) $-\frac{5}{13}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{12}{13}$

1-B

2-D

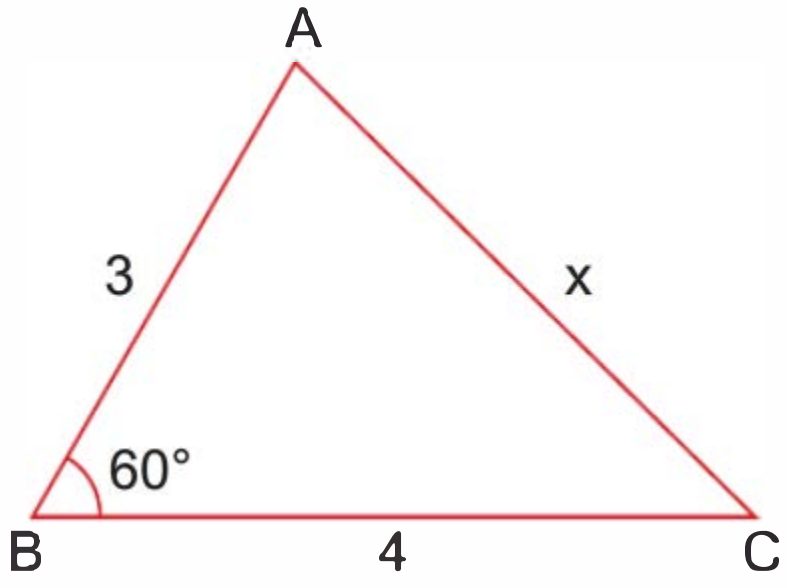
3-C



TEST 1

14. SEANS: ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK BAĞINTILAR - TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

1.

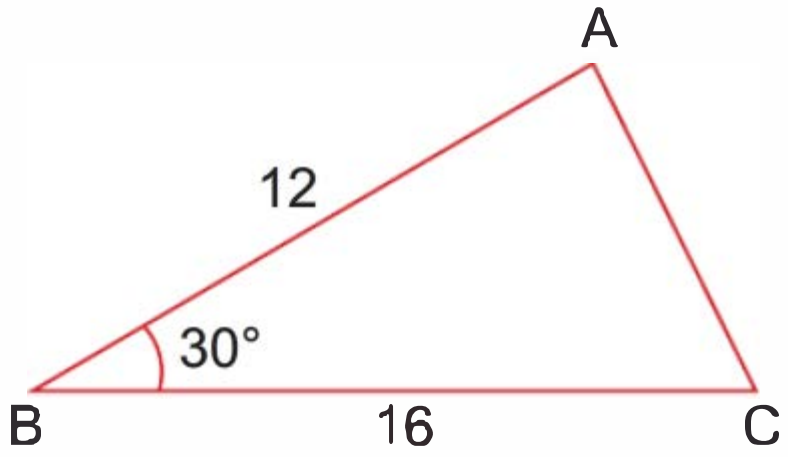


ABC üçgen
 $|AB| = 3$ br
 $|BC| = 4$ br
 $m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$

Şekilde verilenlere göre, $|AC| = x$ kaç br dir?

- A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) $\sqrt{15}$ E) $\sqrt{13}$

2.

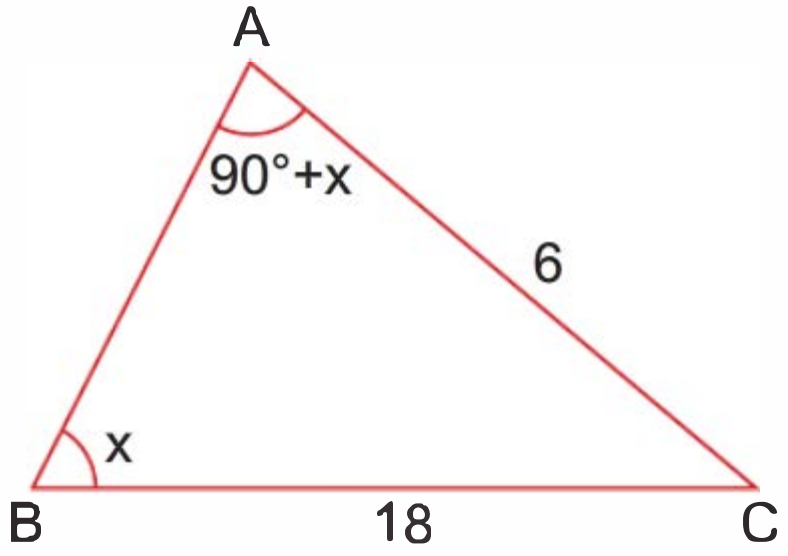


ABC üçgen
 $|AB| = 12$ br
 $|BC| = 16$ br
 $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$

Şekilde verilenlere göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç br^2 dir?

- A) 12 B) 16 C) 24 D) 48 E) 64

3.

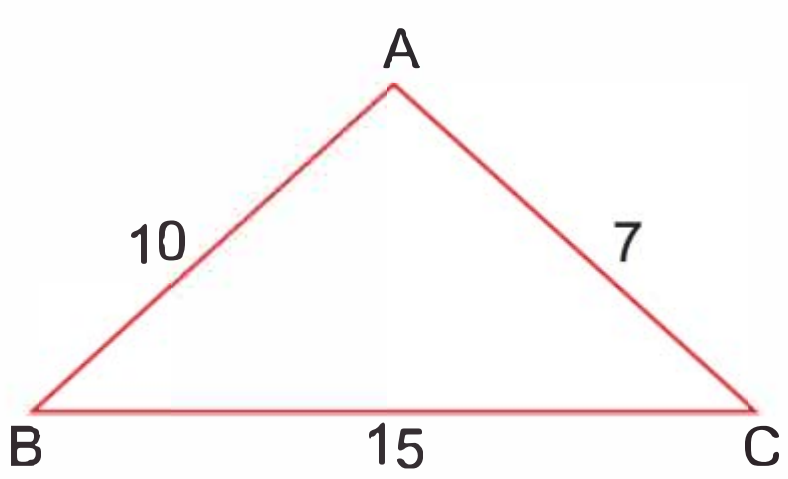


ABC üçgen
 $|AC| = 6$ br
 $|BC| = 18$ br
 $m(\widehat{ABC}) = x$
 $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ + x$

Şekilde verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{8}$

4.



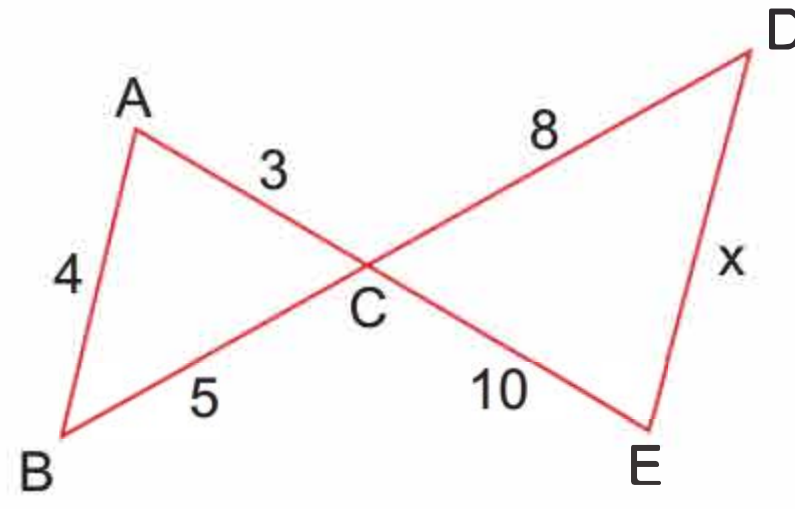
ABC üçgen
 $|AB| = 10$ br
 $|AC| = 7$ br
 $|BC| = 15$ br

Şekilde verilenlere göre, $Alan(\widehat{ABC})$ kaç br^2 dir?

- A) $12\sqrt{6}$ B) $10\sqrt{6}$ C) $9\sqrt{6}$ D) $8\sqrt{6}$ E) $4\sqrt{6}$



5.



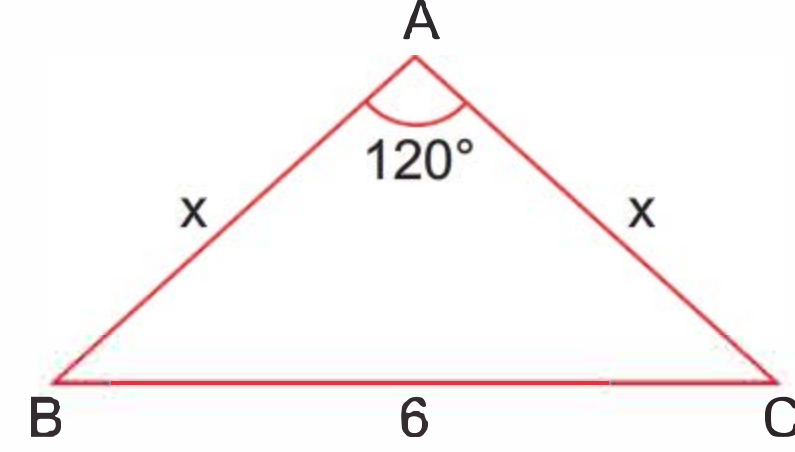
$[AE] \cap [BD] = \{C\}$
 $|AC| = 3$ br
 $|AB| = 4$ br
 $|BC| = 5$ br
 $|CE| = 10$ br
 $|CD| = 8$ br

Şekilde verilenlere göre, $|DE| = x$ kaç birimdir?

- A) $\frac{\sqrt{33}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{33}}{2}$ C) $\sqrt{33}$ D) $2\sqrt{17}$ E) $3\sqrt{33}$



6.



ABC üçgen
 $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$
 $|BC| = 6$ br
 $|AB| = |AC| = x$

Şekilde verilenlere göre, x kaç br dir?

- A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$



7.

$\arccos(-1)$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π



8.

$$6 \arcsin\left(x^2 + \frac{x}{3}\right) = \pi$$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{6}$



1. $f(x) = \arcsin(2x + 3)$
olduğuna göre, $y = f(x)$ in en geniş tanım aralığı aşağıdaki-
lerden hangisidir?

A) $[-2, 0]$ B) $[-3, -2]$ C) $[-2, -1]$
D) $[1, 2]$ E) $[-1, 0]$

2. $\tan\left(\arccos \frac{3}{5}\right)$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

3. $\sin\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. $\cos\left(\pi + \arccos \frac{1}{2}\right)$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\sqrt{3}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{2} + 3\right)$
olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sin x - 6$ B) $3\sin x - 6$ C) $2\sin x + 6$
D) $3\sin x - 2$ E) $2\sin x - 3$

6. ABC ve ECD üçgen
B, C, D doğrusal noktalar
 $|AB| = |BC| = 10$ br
 $|CD| = 8$ br
 $|AE| = 7$ br
 $|EC| = 9$ br
Şekilde verilenlere göre, $A(\widehat{ECD})$ kaç br^2 dir?

A) $\frac{98}{5}$ B) 20 C) $\frac{108}{5}$ D) 22 E) $\frac{112}{5}$

7. ABCD eşkenar dörtgen
 $|AE| = |CF| = 2$ br
 $|DC| = 5$ br
 $m(\widehat{ADC}) = 120^\circ$

Şekilde verilenlere göre, $|EF| = x$ kaç birimdir?

A) $2\sqrt{10}$ B) $\sqrt{38}$ C) 6 D) $4\sqrt{2}$ E) $\sqrt{31}$

8. Şekilde belirtilen yönlerde A noktasından aynı anda hareket eden iki uçaktan biri saatte 500 km hızla 2 saatte B noktasına, diğeri saatte 300 km hızla ve 2 saat sonra C noktasına ulaşıyor. Bu anda iki uçak arasında 1400 km mesafe oluyor.

Buna göre, iki uçağın hava alanı ile yaptıkları BAC açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 60° B) 90° C) 120° D) 135° E) 150°

BİLGİ

16.1 - İki Açının Toplamının - Farkının Sinüsü

$$\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$$

NOT: İki formül aynı, sadece aradaki işaret farklı. Dikkat!...

NOT: Bu formülleri ezberlerken önce işaretlere dikkat etmelisin. Sinüs- lülerde işaret aynı. Açılardan da birinin sinüsü, diğerinin kosinüsü alınmış ($\sin x \cdot \cos y$). Sonra da tam tersi yapılmış ($\cos x \cdot \sin y$).

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\sin 75^\circ$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm:

75° yi iki özel açının toplamı ya da farkı şeklinde yazmalısın.

$$\begin{aligned} \sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

2. $\sin 75^\circ \cdot \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \cdot \sin 15^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

Bazen formülü biz açarız, bazen de açılmış halini verirler biz kapatırız. İşte bu soru ondan.

$$\sin 75^\circ \cdot \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \cdot \sin 15^\circ = \sin(75^\circ - 15^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3. $\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{13\pi}{30} + \cos \frac{\pi}{15} \cdot \sin \frac{13\pi}{30}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{13\pi}{30} + \cos \frac{\pi}{15} \cdot \sin \frac{13\pi}{30} &= \sin \left(\frac{\pi}{15} + \frac{13\pi}{30} \right) \\ &= \sin \frac{15\pi}{30} = \sin \frac{\pi}{2} = 1 \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\sin 105^\circ$ ifadesinin değerini kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

2. $\sin \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{\pi}{18} - \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \sin \frac{\pi}{18}$ ifadesinin değerini kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

3. $\frac{\sin 53^\circ \cdot \cos 23^\circ - \cos 53^\circ \cdot \sin 23^\circ}{\sin 39^\circ \cdot \cos 21^\circ + \cos 39^\circ \cdot \sin 21^\circ}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$



BİLGİ

16.2 - İki Açının Toplamının - Farkının Kosinüsü

$$\checkmark \cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$\checkmark \cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

NOT: Sinüsle karşılaştır. Orada açılardan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüyle başlıyor. Burada coscos la başlayıp, sinsin le bitiriyoruz.

NOT: Dikkat ettiysen işaretler tam tersi.

NOT: İki formül de birbirine çok benziyor, sadece işaretler değişiyor.

$$\text{NOT: } \sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ - \cos 40^\circ \cdot \cos 20^\circ$$

kosinüs ile başlamalıydı

$$= -(\cos 40^\circ \cos 20^\circ - \sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ) \text{ şeklinde yazmalısın}$$

$$= -\cos(40^\circ + 20^\circ)$$

$$= -\cos 60^\circ$$

$$= -\frac{1}{2}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\cos 105^\circ$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\cos 105^\circ = \cos(60^\circ + 45^\circ)$$

$$= \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

2. $\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 10^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 10^\circ = \cos(20^\circ + 10^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3. $\cos \frac{3\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{3\pi}{8} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\cos \frac{3\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{3\pi}{8} \cdot \sin \frac{\pi}{8} = \cos\left(\frac{3\pi}{8} - \frac{\pi}{8}\right) = \cos \frac{2\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\cos 75^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

B) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

C) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

D) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

E) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

2. $\cos 80^\circ \cdot \cos 20^\circ + \sin 80^\circ \cdot \sin 20^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B) $-\frac{1}{2}$

C) 0

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\frac{\cos 50^\circ \cdot \cos 20^\circ - \sin 50^\circ \cdot \sin 20^\circ}{\sin 200^\circ}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\tan 70^\circ$

B) $-\tan 20^\circ$

C) -1

D) $\tan 20^\circ$

E) $\tan 70^\circ$

1-E

2-D

3-C



BİLGİ

16.3 - İki Açının Toplamının - Farkının Tanjantı

✓ $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$

aynı (tan x + tan y)
farklı (1 - tan x . tan y)

✓ $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$

aynı (tan x - tan y)
farklı (1 + tan x . tan y)

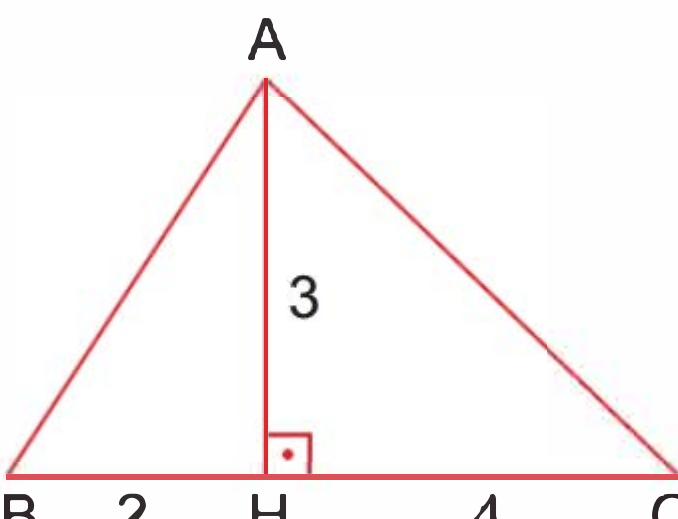
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\tan 75^\circ$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm:

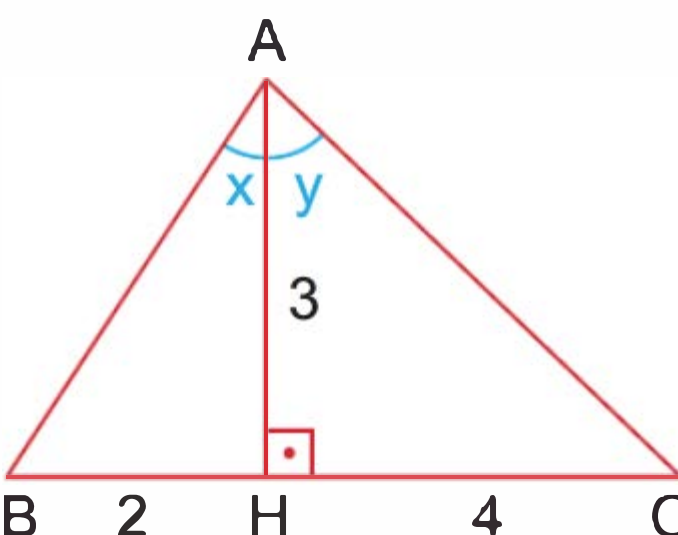
$$\tan 75^\circ = \tan(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$$

2.  ABC üçgen $[AH] \perp [BC]$
|AH| = 3 br
|BH| = 2 br
|HC| = 4 br

Şekilde verilenlere göre, $\tan(\widehat{BAC})$ kaçtır?

Çözüm:

 Bu tarz sorularda istenen açıyı dik üçgende bulunan iki dar açının toplamı şeklinde ifade etmeliyiz.

$\widehat{BAC} = x + y$
 $\tan(\widehat{BAC}) = \tan(x + y)$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{2}{3} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}} = \frac{\frac{6}{3}}{1 - \frac{8}{9}} = \frac{2}{\frac{1}{9}} = 2 \cdot \frac{9}{1} = 18$$

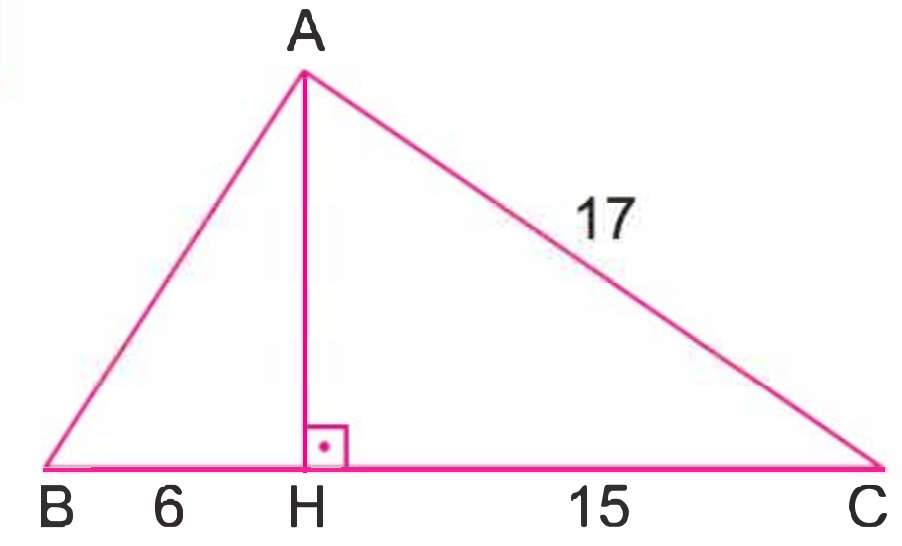
ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\tan 105^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$ B) $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$ C) $\frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}}$
D) $\frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} - 1}$ E) $\frac{3 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

2. $\frac{\tan 35^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 35^\circ \cdot \tan 25^\circ}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

3.  ABC üçgen $[AH] \perp [BC]$
|AC| = 17 br
|HC| = 15 br
|BH| = 6 br

Şekilde verilenlere göre, $\tan(\widehat{BAC})$ kaçtır?

- A) $\frac{77}{32}$ B) $\frac{75}{32}$ C) $\frac{13}{32}$ D) $-\frac{13}{32}$ E) $-\frac{84}{13}$

1-C

2-B

3-E



BİLGİ

16.4 - İki Açının Toplamının - Farkının Kotanjantı

$$\checkmark \cot(a + b) = \frac{\cot a \cdot \cot b - 1}{\cot a + \cot b}$$

$$\checkmark \cot(a - b) = \frac{\cot a \cdot \cot b + 1}{\cot b - \cot a}$$

Sana Kolaylık!

tan ile cot birbirinin tersi olduğundan cot'u hesaplamak yerine tan'ı bulup çarpmaya göre tersini alabilirsin. Yani bulduğun sayıyı başaşağı getirebilirsin.

$$\text{Özet olarak; } \cot(a + b) = \frac{1}{\tan(a + b)}$$

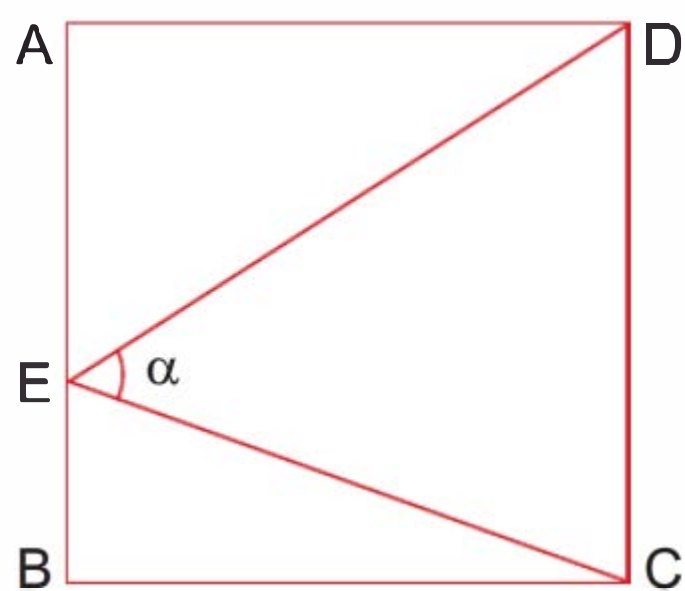
$$\cot(a - b) = \frac{1}{\tan(a - b)} \text{ yazabilirsin.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\cot 75^\circ$ ifadesinin değerini bulunuz.

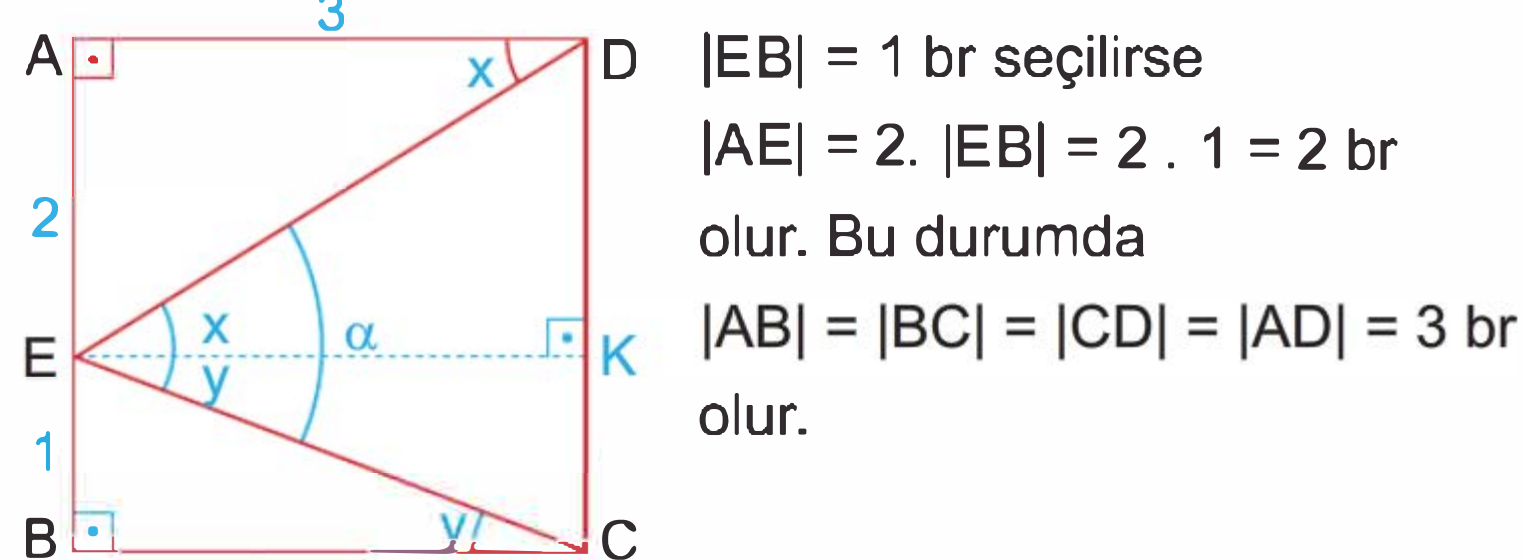
Çözüm:

$$\cot 75^\circ = \cot(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\cot 45^\circ \cdot \cot 30^\circ - 1}{\cot 45^\circ + \cot 30^\circ} = \frac{1 \cdot \sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}}$$

2.  ABCD kare
|AE| = 2 |EB|
 $m(\widehat{DEC}) = \alpha$

Şekilde verilenlere göre, $\cot \alpha$ değerini bulunuz.

Çözüm:



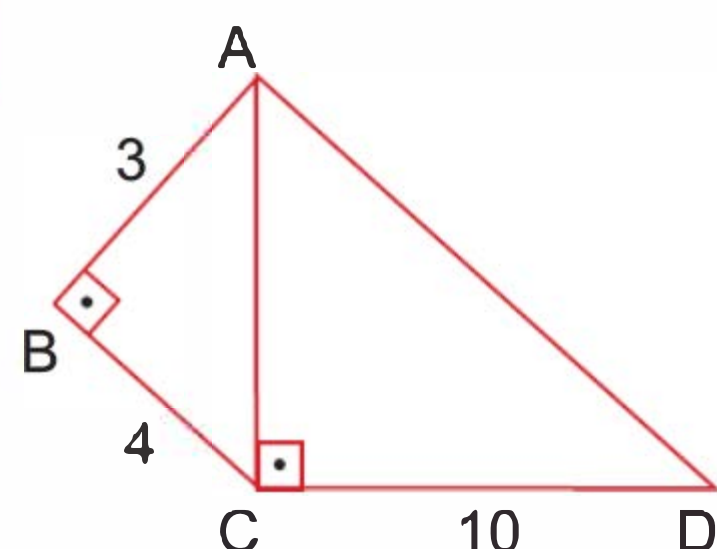
[AD] // [BC] // [EK] olduğundan
 $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{DEK})$ (iç ters açılar)
 $m(\widehat{KEC}) = m(\widehat{ECB})$ (iç ters açılar)
O halde $\alpha = x + y$ dir.

$$\begin{aligned} \alpha = x + y &\Rightarrow \cot \alpha = \cot(x + y) \\ &= \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{1} - 1}{\frac{3}{2} + \frac{3}{1}} = \frac{\frac{9}{2} - 1}{\frac{3}{2} + 3} = \frac{\frac{9-2}{2}}{\frac{3+6}{2}} = \frac{7}{9} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

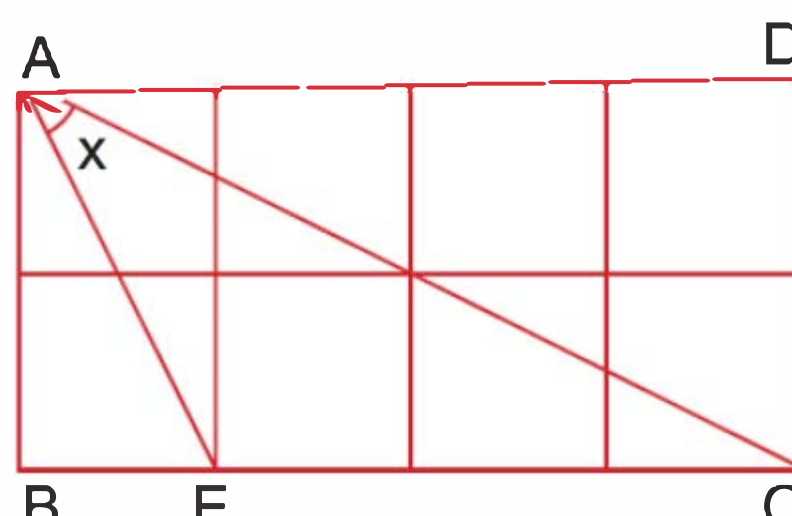
1. $\cot 15^\circ$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ C) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$
D) $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-1}$ E) $\frac{\sqrt{3}-1}{2-\sqrt{3}}$

2.  ABC ve ACD birer üçgen
[AB] ⊥ [BC]
[AC] ⊥ [CD]
|AB| = 3 br, |BC| = 4 br
|CD| = 10 br

Şekilde verilenlere göre, $\cot(\widehat{BAD})$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

3.  ABCD dikdörtgeni özdeş 8 kareden oluşmuştur.
 $m(\widehat{EAC}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\cot x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

1-C

2-A

3-D



BİLGİ

16.5 - Yarım Açı Formülleri - I

$$\checkmark \sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\bullet \sin 4x = \sin(2 \cdot 2x) = 2 \sin 2x \cos 2x$$

yarısını kullanacaksın

$$\bullet \sin 10x = \sin(2 \cdot 5x) = 2 \cdot \sin 5x \cos 5x$$



- $\sin 40^\circ = \sin(2 \cdot 20^\circ) = 2 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ$
- $\sin 120^\circ = \sin(2 \cdot 60^\circ) = 2 \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \sin(2 \cdot \frac{\pi}{8}) = 2 \sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

- a) $\sin 6x$ b) $2 \sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ$ c) $\sin 22,5^\circ \cdot \cos 22,5^\circ$

Çözüm:

$$a) \sin 6x = \sin(2 \cdot 3x) = 2 \sin 3x \cos 3x$$

$$b) 2 \sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ = \sin(2 \cdot 75^\circ) = \sin 150^\circ = \sin(90^\circ + 60^\circ)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{açık hali verilmiş}} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

sen kapatacaksın

$$c) \sin 22,5^\circ \cdot \cos 22,5^\circ = x \text{ olsun.} \quad \left(\begin{array}{l} \text{eşitliğin her iki tarafı} \\ 2 \text{ ile çarpıldı} \end{array} \right)$$

$$\sin(2 \cdot (22,5^\circ)) = 2x \Rightarrow \sin 45^\circ = 2x \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 2x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 2} = \frac{2x}{2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{eşitliğin her iki tarafı} \\ 2 \text{ ile bölündü} \end{array} \right) \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ tür.}$$

$$2. \quad \sin x - \cos x = \frac{1}{5}$$

olduğuna göre, $\sin 2x$ in değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\sin x - \cos x = \frac{1}{5}$$

$$(\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \dots \quad (\text{Her iki tarafın karesi alındı})$$

$$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 - \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\sin 2x} = \frac{1}{25}$$

$$1 - \sin 2x = \frac{1}{25} \Rightarrow 1 - \frac{1}{25} = \sin 2x \Rightarrow \frac{24}{25} = \sin 2x$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \quad 2 \sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$2. \quad \sin x - \cos x = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $\sin 2x$ kaçtır?

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{7}{6}$ E) $\frac{8}{9}$

$$3. \quad \frac{\sin 18^\circ}{\sin 6^\circ} + \frac{\cos 18^\circ}{\cos 6^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $4 \cos 12^\circ$ B) $2 \cos 24^\circ$ C) $4 \cos 6^\circ$
D) $2 \cos 12^\circ$ E) $2 \sin 12^\circ$

1-E

2-E

3-A



BİLGİ

16.6 - Yarım Açı Formülleri - II

- ✓ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ yazalım.
- $\cos 40^\circ = \cos(2 \cdot 20^\circ)$
 $= \cos^2 20^\circ - \sin^2 20^\circ$
- $\cos 4x = \cos(2 \cdot 2x)$
 $= \cos^2 2x - \sin^2 2x$
- ✓ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $= 1 - \sin^2 x - \sin^2 x$
 $= 1 - 2\sin^2 x$ olur.
- $\cos 40^\circ = \cos(2 \cdot 20^\circ)$
 $= 1 - 2\sin^2 20^\circ$

- ✓ $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ yazalım.
- ✓ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $= \cos^2 x - (1 - \cos^2 x)$
 $= \cos^2 x - 1 + \cos^2 x$
 $= 2\cos^2 x - 1$ olur.
- $\cos 40^\circ = \cos(2 \cdot 20^\circ)$
 $= 2\cos^2 20^\circ - 1$

NOT: Özellikle kesirli, sadeleştirme sorularında +1 i yok etmek için $2\cos^2 x - 1$ 'i, -1'i yok etmek için $1 - 2\sin^2 x$ i kullanacaksın.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

a) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ b) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$ c) $2\cos^2 22,5^\circ - 1$

Çözüm:

a) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos(2 \cdot 15^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos(2 \cdot (22,5^\circ)) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $2\cos^2 22,5^\circ - 1 = \cos(2 \cdot (22,5^\circ)) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\frac{1 + \cos 2x}{\sin 2x}$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

Çözüm:

Payda bulunan +1 i yok etmek için $\cos 2x$ in -1'li olan açılımını kullanmalısın.

$$\frac{1 + \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{\cancel{1} + 2\cos^2 x - \cancel{1}}{2\sin x \cos x} = \frac{\overbrace{2\cos^2 x}^{\cos^2 x}}{2\sin x \cancel{\cos x}} = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$$

3. x bir dar açı olmak üzere,

$$\sin x = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\cos 2x$ in değerini bulunuz.

Çözüm:

$\cos 2x$ in $\sin x$ li olan açılımını kullanmalısın.

$$\begin{aligned} \cos 2x &= 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2 \cdot (\sin x)^2 = 1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - 2 \cdot \frac{4}{9} \\ &= 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $2\cos^2 15^\circ - 1$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

2. $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x$ B) $-\tan x$ C) $\cot x$
D) $-\cot x$ E) $2\tan x$

3. x bir dar açı olmak üzere,

$$\cos x = \frac{4}{5}$$

olduğuna göre, $\cos 2x$ in değeri kaçtır?

A) $\frac{32}{25}$ B) $\frac{16}{25}$ C) $\frac{12}{25}$
D) $\frac{9}{25}$ E) $\frac{7}{25}$



BİLGİ

16.7 - Yarım Açı Formülleri - III

$$\checkmark \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\bullet \tan 4x = \tan (2 \cdot 2x) = \frac{2 \tan 2x}{1 - \tan^2 2x}$$

$$\bullet \tan 40^\circ = \tan (2 \cdot 20^\circ) = \frac{2 \tan 20^\circ}{1 - \tan^2 20^\circ}$$



NOT: $\cot 2x$ için yeni bir formüle gerek yok $\cot 2x = \frac{1}{\tan 2x}$ i kullanman yeterli.

$$\cot 20^\circ = \frac{1}{\tan 20^\circ} = \frac{1}{\frac{2 \tan 10^\circ}{1 - \tan^2 10^\circ}} = \frac{1 - \tan^2 10^\circ}{2 \tan 10^\circ} \text{ şeklinde bulabilirsin.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \frac{2 \tan 22,5^\circ}{1 - \tan^2 22,5^\circ}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{2 \tan 22,5^\circ}{1 - \tan^2 22,5^\circ} = \tan (2 \cdot 22,5^\circ) = \tan 45^\circ = 1$$



2. x bir dar açı olmak üzere,

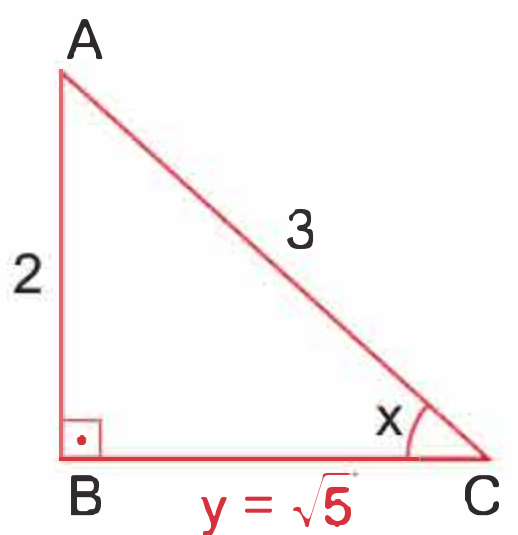
$$\sin x = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\tan 2x$ in değerini bulunuz.

Çözüm:

Önce $\sin x = \frac{2}{3}$ koşulunu sağlayan dik üçgeni çizelim ve kenar uzunluklarını bulalım.

$$\sin x = \frac{\text{Karşı}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{2}{3}$$



$$3^2 = 2^2 + y^2$$

$$y^2 = 9 - 4$$

$$y^2 = 5 \Rightarrow y = \sqrt{5}$$

$$\tan x = \frac{\text{Karşı}}{\text{Komşu}}$$

$$\tan x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}}{1 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{5}{1} = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \frac{2 \tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{3}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. x bir dar açı olmak üzere,

$$\sin x = \frac{3}{5}$$

olduğuna göre, $\tan 2x$ kaçtır?

A) 4 B) $\frac{24}{7}$ C) 3 D) $\frac{20}{7}$ E) $\frac{18}{7}$

$$3. \tan \left(2 \arccos \frac{12}{13} \right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{12}{13}$ B) $\frac{24}{13}$ C) $\frac{110}{119}$ D) $\frac{120}{119}$ E) $\frac{121}{119}$

1-A

2-B

3-D



OF8E03C2

1. $\sin 54^\circ \cdot \cos 6^\circ + \cos 54^\circ \cdot \sin 6^\circ$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

2. $\cos 22^\circ \cdot \cos 8^\circ - \sin 22^\circ \cdot \sin 8^\circ$
ifadesinin değeri kaçtır?

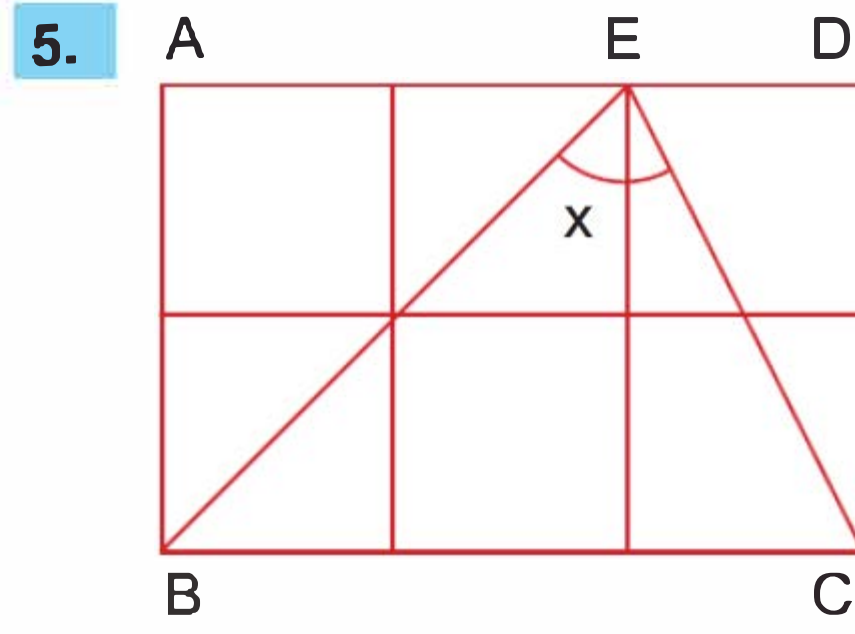
A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) -1

3. $\frac{\sin 52^\circ \cdot \cos 18^\circ + \cos 52^\circ \cdot \sin 18^\circ}{\cos 12^\circ \cdot \cos 8^\circ - \sin 12^\circ \cdot \sin 8^\circ}$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1
D) $\tan 52^\circ$ E) $\tan 18^\circ$

4. $\tan a = 3$
 $\tan b = 4$
olduğuna göre, $\tan(a + b)$ nin değeri kaçtır?

A) $-\frac{7}{11}$ B) $-\frac{3}{11}$ C) $-\frac{1}{11}$ D) $\frac{7}{11}$ E) 7



ABCD dikdörtgeni özdeş
6 kareden oluşmuştur.
 $m(\widehat{BEC}) = x$

Şekilde verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) 3

6. $1 + \cos 2x$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\cos x$ B) $\cos^2 x$ C) $2\sin^2 x$
D) $-2\cos^2 x$ E) $2\cos^2 x$

7. $\sin x - \cos x = \frac{2}{7}$

olduğuna göre, $\sin 2x$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{38}{49}$ B) $\frac{41}{49}$ C) $\frac{45}{49}$ D) $\frac{47}{49}$ E) $\frac{53}{49}$

8. $\frac{4\sin x - 3\cos x}{2\sin x - \cos x} = \frac{2}{3}$

olduğuna göre, $\tan 2x$ in değeri kaçtır?

A) $\frac{14}{15}$ B) $\frac{16}{15}$ C) $\frac{32}{15}$ D) $\frac{112}{15}$ E) $\frac{64}{15}$



1. $\cos 160^\circ \cdot \sin 10^\circ - \sin 160^\circ \cdot \sin 80^\circ$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $x = \frac{11\pi}{24}$ ve $y = \frac{\pi}{8}$ olmak üzere, $\sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

3. $\frac{\sin 27^\circ \cdot \cos 18^\circ + \cos 27^\circ \cdot \sin 18^\circ}{\cos 32^\circ \cdot \cos 28^\circ - \sin 32^\circ \cdot \sin 28^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

4. $\frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} - \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$



5. $x = \frac{\pi}{12}$ olmak üzere,

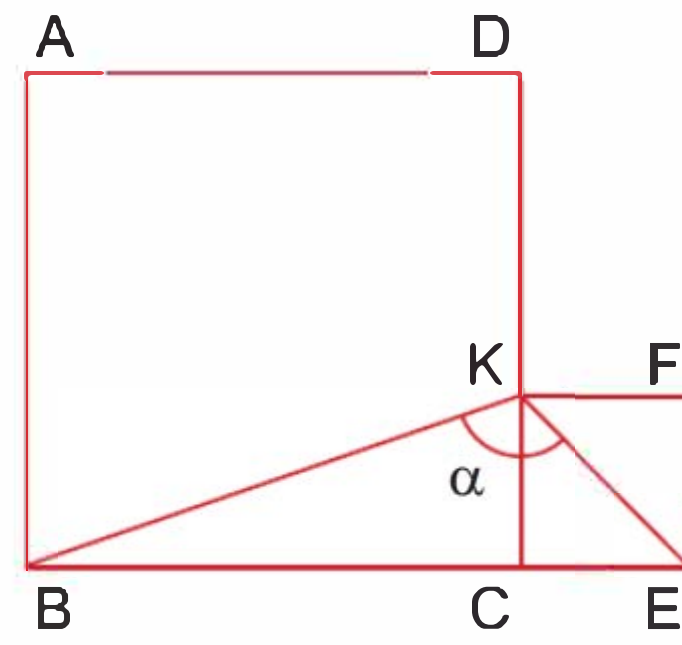
$$\frac{\tan 4x - \tan 2x}{1 + \tan 4x \cdot \tan 2x}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$



6.



ABCD ve KCEF birer kare
 $|DK| = 3|KC|$
 $m(\widehat{BKE}) = \alpha$

Şekilde verilenlere göre, $\sin \alpha$ kaçtır?

- A) $\frac{2}{\sqrt{34}}$ B) $\frac{4}{\sqrt{34}}$ C) $\frac{5}{\sqrt{34}}$ D) $\frac{6}{\sqrt{34}}$ E) $\frac{8}{\sqrt{34}}$



7. x ile y birer dar açıdır.

$$\sin x = \frac{4}{5}$$

$$\cos y = \frac{5}{13}$$

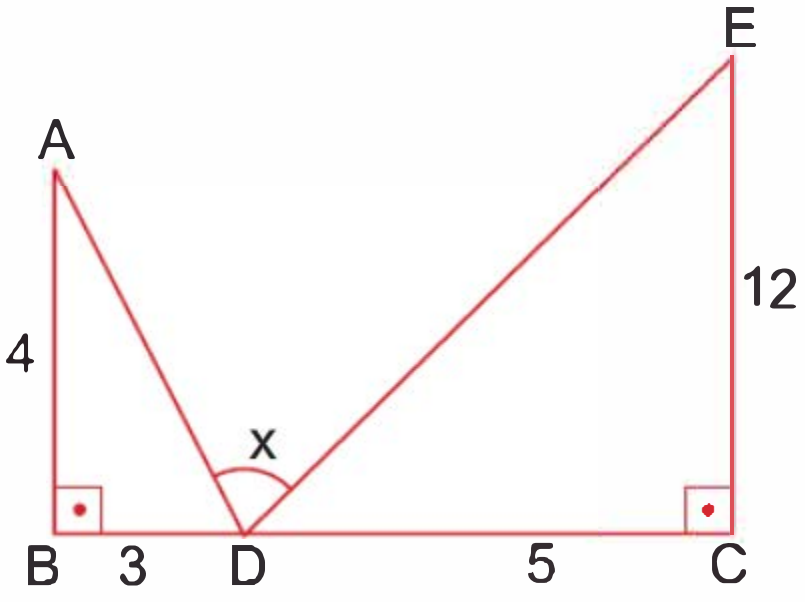
olduğuna göre, $\sin(x + y)$ kaçtır?

- A) $\frac{56}{65}$ B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{61}{65}$ D) $\frac{63}{65}$ E) $\frac{64}{65}$



0F0109F1

1.



$AB \perp BC$
 $EC \perp BC$
 $m(\widehat{ADE}) = x$
 $|AB| = 4$ br
 $|BD| = 3$ br
 $|DC| = 5$ br
 $|EC| = 12$ br

Şekilde verilenlere göre, $\tan x$ kaçtır?

- A) $\frac{56}{33}$ B) $\frac{58}{33}$ C) $\frac{59}{33}$ D) $\frac{61}{33}$ E) $\frac{64}{33}$

2.

$$\sin\left(\arcsin\frac{3}{5} + \arccos\frac{5}{13}\right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{12}{13}$ B) $\frac{61}{65}$ C) $\frac{62}{65}$ D) $\frac{63}{65}$ E) $\frac{64}{65}$

3.

$$\frac{2\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}{1 - 2\sin^2 55^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4.

$$\sin x = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, $\frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 4 D) 6 E) 8



5. $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $0 < y < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\tan x = \frac{1}{2}$$

$$\tan y = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\cos(x - y)$ kaçtır?

- A) $\frac{6}{\sqrt{65}}$ B) $\frac{7}{\sqrt{65}}$ C) $\frac{8}{\sqrt{65}}$ D) $\frac{9}{\sqrt{65}}$ E) $\frac{10}{\sqrt{65}}$



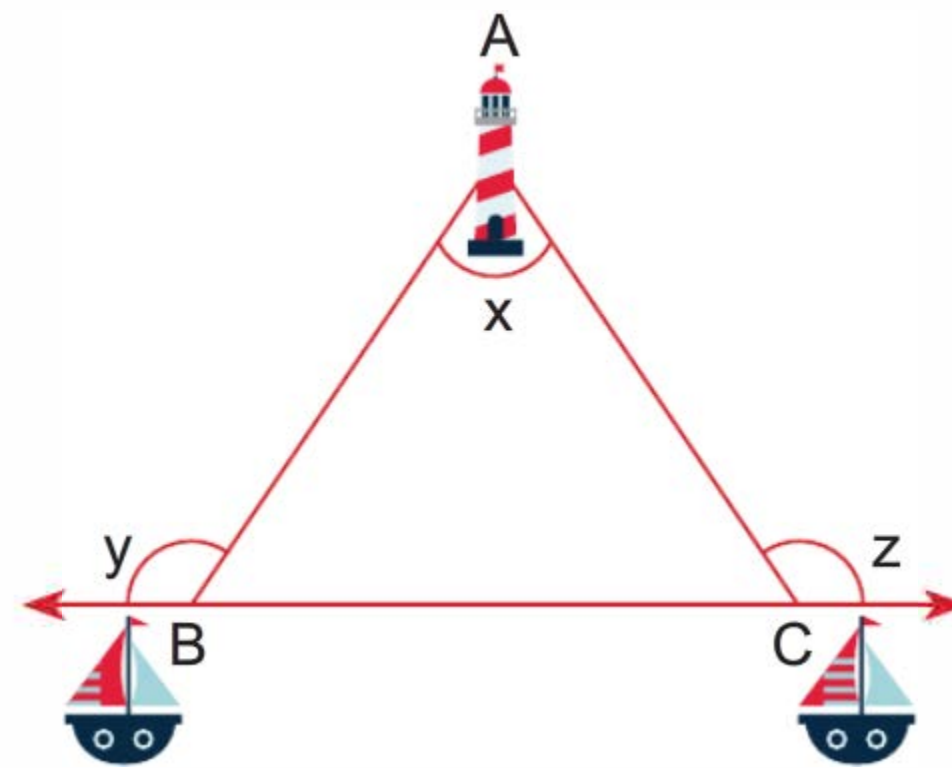
6. $\frac{\sin 6x}{\cos 2x} + \frac{\cos 6x}{\sin 2x} = 1$

olduğuna göre, $\tan 4x$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4



7.



Şekilde A noktasında deniz feneri, B ve C noktalarında iki tane kayık vardır. Bu kayıkların, deniz feneri ile yatayla yaptığı geniş açılar y ve z dir.

$\tan x = -5$, $\tan y = -3$ olduğuna göre, $\cot z$ kaçtır?

- A) -8 B) -3 C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{7}$ E) $-\frac{1}{8}$

BİLGİ

17.1 - $-1 \leq a \leq 1$ Olmak Üzere $\sin x = a$ ve $\cos x = a$ Denklemelerinin Çözümü

✓ $\sin x = a$ denklemini çözerken sinüsü a olan x gerçek sayılarını düşüneceksin. Varsayalım a sayı θ olsun. O halde bu denklemin çözümünü aşağıdaki gibi 2 defa yazmalısın.

I. $\sin x = a = \sin \theta$

$\cancel{\sin} x = \cancel{\sin} \theta$ (sinleri at gitsin)

$x = \theta + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere periyot ekle)

$\mathcal{C}_1 = \{x \mid x = \theta + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = \{x \mid x = \theta + 2k\pi, \text{ veya } x = \pi - \theta + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

II. $\sin x = a = \sin(\pi - \theta)$

$\cancel{\sin} x = \cancel{\sin}(\pi - \theta)$ (sinleri at gitsin)

$x = \pi - \theta + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere periyot ekle)

$\mathcal{C}_2 = \{x \mid x = \pi - \theta + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

✓ $\cos x = a$ denklemini çözerken kosinüsü a olan x gerçek sayılarını düşünmelisin. Varsayalım a sayı θ olsun. O halde bu denklemlerin çözümünü aşağıdaki gibi iki defada yapmalısın.

I. $\cos x = a = \cos \theta$

$\cancel{\cos} x = \cancel{\cos} \theta$ (cosları at gitsin)

$x = \theta + 2k\pi$ (periyodu ekle)

$\mathcal{C}_1 = \{x \mid x = \theta + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = \{x \mid x = \theta + 2k\pi \vee x = -\theta + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

II. $\cos x = a = \cos(-\theta)$

$\cancel{\cos} x = \cancel{\cos}(-\theta)$ (cosları at gitsin)

$x = -\theta + 2k\pi$ (periyodu ekle)

$\mathcal{C}_2 = \{x \mid x = -\theta + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

denkleminin $(0, 360^\circ]$ aralığındaki köklerini bulunuz.

Çözüm:

sinüsü $\frac{\sqrt{3}}{2}$ olan açı 60° olduğundan $\theta = 60^\circ$ dir.

$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$

$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin(180^\circ - 60^\circ)$

$\cancel{\sin} 2x = \cancel{\sin} 60^\circ$

$2x = 60^\circ + 2k\pi$

$\frac{2x}{2} = \frac{60^\circ + 2k\pi}{2}$

$x = 30^\circ + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\cancel{\sin} 2x = \cancel{\sin} 120^\circ$

$2x = 120^\circ + 2k\pi$

$\frac{2x}{2} = \frac{120^\circ + 2k\pi}{2}$

$x = 60^\circ + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$k = 0 \Rightarrow x = 30^\circ + 0 \cdot \pi = 30^\circ$

$k = 0 \Rightarrow x = 60^\circ + 0 \cdot \pi = 60^\circ$

$k = 1 \Rightarrow x = 30^\circ + 1 \cdot \pi = 210^\circ$

$k = 1 \Rightarrow x = 60^\circ + 1 \cdot \pi = 240^\circ$

$\mathcal{C} = \{30^\circ, 60^\circ, 210^\circ, 240^\circ\}$ olur.

1. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

Önce cosinüsü $\frac{\sqrt{2}}{2}$ olan açıyı düşünelim. ($\theta = 45^\circ$)

$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4}$

$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos(-\frac{\pi}{4})$

$\cancel{\cos} x = \cancel{\cos} \frac{\pi}{4}$

$\cancel{\cos} x = \cancel{\cos}(-\frac{\pi}{4})$

$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\mathcal{C} = \left\{x \mid x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \vee x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x \in [0, \pi)$ olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi

$\sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

denkleminin köklerinden biri değildir?

A) $\frac{\pi}{16}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{3\pi}{16}$ D) $\frac{9\pi}{16}$ E) $\frac{11\pi}{16}$

2. $\cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{48}$ B) $\frac{\pi}{36}$ C) $\frac{\pi}{24}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{6}$



BİLGİ

17.2 - $a \in \mathbb{R}$ Olmak Üzere $\tan x = a$ ve $\cot x = a$ Denklemlerinin Çözümü

$\tan x = a$ denklemini çözerken tanjantı a olan x gerçek sayılarını düşüneceksin.

Varsayalım o açı θ olsun.

O halde bu denklemin çözümünü aşağıdaki gibi yapacaksın.

$$\tan x = a = \tan \theta$$

$$\cancel{\tan} x = \cancel{\tan} \theta \quad (\text{tanları at gitsin})$$

$$x = \theta + k\pi \quad (\text{periyotu ekle})$$

$$\mathcal{Ç} = \{x \mid x = \theta + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\bullet \cancel{\tan} x = \cancel{\tan} \frac{\pi}{10} \Rightarrow x = \frac{\pi}{10} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$$

$\cot x = a$ denklemini çözerken kotanjantı a olan x gerçek sayılarını düşüneceksin.

Varsayalım o açı θ olsun.

O halde bu denklemlerin çözümünü aşağıdaki gibi yapacaksın.

$$\cot x = a = \cot \theta$$

$$\cancel{\cot} x = \cancel{\cot} \theta \quad (\text{cotları at gitsin})$$

$$x = \theta + k\pi \quad (\text{periyotu ekle})$$

$$\mathcal{Ç} = \{x \mid x = \theta + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\tan x = \sqrt{3}$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

Önce tanjantı $\sqrt{3}$ olan açıyı düşünelim. ($\theta = 60^\circ$)

$$\tan x = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$\cancel{\tan} x = \cancel{\tan} 60^\circ \Rightarrow x = 60^\circ + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\mathcal{Ç} = \left\{ x \mid x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

2. $\cot 2x = -\sqrt{3}$
denkleminin $(0, 2\pi]$ aralığındaki köklerini bulunuz.

Çözüm:

Önce kotanjantı $-\sqrt{3}$ olan açıyı düşünelim. ($\theta = 150^\circ = \frac{5\pi}{6}$)

$$\cot 2x = -\sqrt{3} = \cot 150^\circ$$

$$2x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{5\pi}{6 \cdot 2} + \frac{k\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + 0 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{12} \quad k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + 1 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{11\pi}{12}$$

$$k = 2 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{17\pi}{12} \quad k = 3 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + 3 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{23\pi}{12}$$

$$k = 4 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + 4 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{12} + 2\pi > 2\pi$$

$$\mathcal{Ç} = \left\{ \frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}, \frac{23\pi}{12} \right\}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Aşağıdakilerden hangisi,

$$\tan 2x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

denkleminin $(0, 2\pi]$ aralığındaki köklerinden biri değildir?

- A) 15° B) 105° C) 195° D) 285° E) 330°

2. Aşağıdakilerden hangisi,

$$\cot 3x = -1$$

denkleminin $(0, 2\pi]$ aralığındaki köklerden biri değildir?

- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{7\pi}{12}$ C) $\frac{11\pi}{12}$ D) $\frac{5\pi}{4}$ E) $\frac{3\pi}{2}$



BİLGİ

17.3 - Eşitliğin Her İki Tarafında Aynı Tür Trigonometrik Fonksiyon Bulunan Denklemler - I

✓ f ile g, $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı iki fonksiyon ve k bir tam sayı olmak üzere,

$$\sin[f(x)] = \sin[g(x)]$$

denkleminin kökleri,

$$f(x) = g(x) + 2k\pi \quad \text{veya} \quad f(x) = \pi - g(x) + 2k\pi$$

denklemleri çözümlenerek bulunur.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \sin x = \sin \frac{\pi}{8} &\Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + 2k\pi \quad \text{veya} \quad x = \pi - \frac{\pi}{8} + 2k\pi \dots k \in \mathbb{Z} \\ &= \frac{7\pi}{8} + 2k\pi \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $0^\circ < x < 180^\circ$ olmak üzere,
 $\sin(4x - 9^\circ) = \sin(2x + 51^\circ)$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\sin(4x - 9^\circ) = \sin(2x + 51^\circ)$$

$$4x - 9^\circ = 2x + 51^\circ + 2k\pi \quad \text{veya} \quad 4x - 9^\circ = 180^\circ - (2x + 51^\circ)$$

$$4x - 2x = 51^\circ + 9^\circ + 2k\pi \quad 4x - 9^\circ = 180^\circ - 2x - 51^\circ + 2k\pi$$

$$2x = 60^\circ + 2k\pi \quad 4x + 2x = 180^\circ - 51^\circ + 9^\circ + 2k\pi$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{60^\circ}{2} + \frac{2k\pi}{2} \quad 6x = 138^\circ + 2k\pi$$

$$x = 30^\circ + k\pi \quad \frac{6x}{6} = \frac{138^\circ}{6} + \frac{2k\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{138^\circ}{6} + \frac{2k\pi}{6}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = 30^\circ \quad x = 23^\circ + \frac{k\pi}{3}$$

$$k = 1 \Rightarrow x = 210^\circ > 180^\circ$$

$$k = 0 \Rightarrow x = 23^\circ$$

$$k = 1 \Rightarrow x = 83^\circ$$

$$k = 2 \Rightarrow x = 143^\circ$$

$$\mathcal{C} = \{30^\circ, 23^\circ, 83^\circ, 143^\circ\}$$

2. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

Önce sağdaki cos'u, sin'e çevirmek zorundasın.

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} - x + 2k\pi \quad \text{veya} \quad 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2k\pi$$

$$2x + x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{2} + x + 2k\pi$$

$$3x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad 2x - x = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\mathcal{C} = \left\{x \mid x = \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \quad \text{veya} \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\sin(5x + 20^\circ) = \sin(3x - 80^\circ)$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{2} \quad \text{veya} \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

B) $\left\{x \mid x = -\frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{2} \quad \text{veya} \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{9} + k\pi \quad \text{veya} \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D) $\left\{x \mid x = \frac{5\pi}{18} + k\pi \quad \text{veya} \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

E) $\left\{x \mid x = -\frac{5\pi}{18} + k\pi \quad \text{veya} \quad x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

2. $\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 2x$

denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{36}$ B) $\frac{\pi}{20}$ C) $\frac{\pi}{18}$ D) $\frac{\pi}{10}$ E) $\frac{\pi}{4}$



BİLGİ

17.4 - Eşitliğin Her İki Tarafında Aynı Tür Trigonometrik Fonksiyon Bulunan Denklemler - II

✓ f ile g, $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı iki fonksiyon ve k bir tam sayı olmak üzere,

$$\cos[f(x)] = \cos[g(x)]$$

denkleminin kökleri,

$$f(x) = g(x) + 2k\pi \text{ veya } f(x) = -g(x) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

denklemleri çözümlenerek bulunur.

$$\bullet \cos x = \cos \frac{\pi}{12} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi \text{ dir } \dots k \in \mathbb{Z}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $0^\circ < x < 360^\circ$ olmak üzere,

$$\cos(3x - 12^\circ) = \cos 48^\circ$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\cos(3x - 12^\circ) = \cos 48^\circ$$

$$3x - 12^\circ = 48^\circ + k.360^\circ \text{ veya } 3x - 12^\circ = -48^\circ + k.360^\circ, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x = 48^\circ + 12^\circ + k.360^\circ$$

$$3x = -48^\circ + 12^\circ + k.360^\circ$$

$$3x = 60^\circ + k.360^\circ$$

$$3x = -36^\circ + k.360^\circ$$

$$x = 20^\circ + \frac{k.360^\circ}{3}$$

$$x = -12^\circ + \frac{k.360^\circ}{3}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$k = 0 \Rightarrow x = -12^\circ + 360^\circ = 348^\circ$$

$$k = 1 \Rightarrow x = 140^\circ$$

$$k = 1 \Rightarrow x = 108^\circ$$

$$k = 2 \Rightarrow x = 260^\circ$$

$$k = 2 \Rightarrow x = 228^\circ$$

$$\mathcal{C} = \{20^\circ, 140^\circ, 260^\circ, 348^\circ, 108^\circ, 228^\circ\}$$

2. $\cos(4x - 10^\circ) = \sin(x - 40^\circ)$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

Önce sağdaki sinüsü, kosinüs e çevirmelisin.

$$\sin(x - 40^\circ) = \cos[90^\circ - (x - 40^\circ)]$$

$$= \cos(90^\circ - x + 40^\circ)$$

$$= \cos(130^\circ - x)$$

$$\cos(4x - 10^\circ) = \cos(130^\circ - x)$$

$$4x - 10^\circ = 130^\circ - x + k.360^\circ \text{ veya } 4x - 10^\circ = -130^\circ + x + k.360^\circ$$

$$4x + x = 130^\circ + 10^\circ + k.360^\circ$$

$$4x - x = -130^\circ + 10^\circ + k.360^\circ$$

$$5x = 140^\circ + k.360^\circ$$

$$3x = -120^\circ + k.360^\circ$$

$$x = 28^\circ + \frac{k.360^\circ}{5}$$

$$x = -40^\circ + \frac{k.360^\circ}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\mathcal{C} = \left\{ x \mid x = 28^\circ + \frac{k.360^\circ}{5} \text{ veya } x = -40^\circ + \frac{k.360^\circ}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $0^\circ < x < 360^\circ$ olmak üzere,

$$\cos(4x - 24^\circ) = \cos 36^\circ$$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) 15 B) 87 C) 105 D) 177 E) 143

2. $\cos 3x = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \text{ veya } x = -\frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{16} + k\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \text{ veya } x = -\frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{16} + 2k\pi \text{ veya } x = -\frac{\pi}{8} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

E) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \text{ veya } x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$



BİLGİ

17.5 - Eşitliğin Her İki Tarafında Aynı Tür Trigonometrik Fonksiyon Bulunan Denklemler - III

✓ f ile g, $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı iki fonksiyon ve k bir tam sayı olmak üzere,

$\tan[f(x)] = \tan[g(x)]$ ya da $\cot[f(x)] = \cot[g(x)]$ tipindeki denklemler aşağıdaki gibi çözülür.

• $\tan[f(x)] = \tan[g(x)]$ ya da $\cot[f(x)] = \cot[g(x)]$
 $f(x) = g(x) + k\pi$

denklemini çözülerek bulunur. ($k \in \mathbb{Z}$)

• $\tan 3x = \tan 24^\circ \Rightarrow 3x = 24^\circ + k\pi$

$$x = 8^\circ + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

• $\cot 2x = \cot 72^\circ \Rightarrow 2x = 72^\circ + k\pi$

$$x = 36^\circ + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x \in (0^\circ, \pi)$ olmak üzere,

$$\tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$3x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + k\pi$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$k = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$$

$$k = 2 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\mathcal{C} = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} \right\}$$

2. $\cot 2x \cdot \tan x = 1$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\tan x = \frac{1}{\cot x} \text{ yazılacağını hatırla.}$$

$$\cot 2x \cdot \tan x = 1 \Rightarrow \cot 2x \cdot \frac{1}{\cot x} = 1 \dots \text{ (içler dışlar çarpımı)}$$

$$\cot 2x = \cot x$$

$$2x = x + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = k\pi \text{ bulunur.}$$

Ancak bu kökler $\cot 2x = \frac{\cos 2x}{\sin 2x}$ çarpanının paydasını sıfır yapacağından $\mathcal{C} = \emptyset$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x \in (0^\circ, \pi)$ olmak üzere,

$$\tan(5x - 48^\circ) = \tan(42^\circ)$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{15} + \frac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

E) $\left\{ x \mid x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

2. $\tan 4x \cdot \cot(2x + 80^\circ) = 1$

denkleminin $[0^\circ, 180^\circ]$ aralığındaki köklerinin toplamı kaç derecedir?

A) 130

B) 140

C) 150

D) 160

E) 170



BİLGİ

17.6 - Çarpanlarına Ayrılarak Çözülebilir Denklemler

✓ Bu tip denklemlerde, birbirinin aynısı olup, tekrar eden trigonometrik ifadelerin yerine yardımcı bir bilinmeyen yazılır. Bu şekilde denklem; II. dereceden çarpanlarına ayrılabilir denklemlere dönüştürülür.

- $\sin^2x - 3\sin x + 2 = 0$ denkleminde

$\sin x = t$ yazılırsa

$$\sin^2x - 3\sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$$

denklemini elde edilir.

- $2\cos^2x - 3\cos x + 1 = 0$ denkleminde

$\cos x = t$ yazılırsa

$$2\cos^2x - 3\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 3t + 1 = 0$$

denklemini elde edilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\sin^2x - 3\sin x + 2 = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$\sin x = t$ olsun.

$$\sin^2x - 3\sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$(t-1)(t-2) = 0$$

- $t = \sin x = 2 \Rightarrow \mathcal{C}_1 = \emptyset$
($\sin x > 1$ olamaz.)

- $t = \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\mathcal{C} = \left\{ x \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

2. $2\cos^2x - 3\cos x + 1 = 0$

denkleminin $[0, \pi)$ aralığındaki köklerini bulunuz.

Çözüm:

$\cos x = t$ olsun.

$$2\cos^2x - 3\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$(2t-1)(t-1) = 0$$

- $t = \cos x = 1 \Rightarrow x = 0 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = 0$ dir.

- $t = \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ tür.}$$

1. $\sin^2x - 2\sin x - 3 = 0$

denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{7\pi}{6}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

2. $2\cos^2x - (4 + \sqrt{3})\cos x + 2\sqrt{3} = 0$

denkleminin $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığındaki kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{3}$

3. $2\cos^2x + 7\sin x - 5 = 0$

denkleminin $(0, 360^\circ]$ aralığındaki kökleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{30^\circ, 120^\circ\}$ B) $\{30^\circ, 60^\circ\}$ C) $\{30^\circ, 150^\circ\}$
D) $\{45^\circ, 135^\circ\}$ E) $\{30^\circ, 300^\circ\}$



BİLGİ

17.7 - Kosinüs ve Sinüse Göre Lineer Denklemler

✓ $a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere,

$$a \sin x + b \cos x = c$$

biçimindeki denklemlere, **sinx ve cosx e göre lineer denklemler** denir.

Bu tip denklemlerde ya $\sin x$ in, ya da $\cos x$ in katsayısı 1 olacak şekilde denklem sadeleştirilir.

$$a \sin x + b \cos x = c$$

$$\frac{a \sin x}{a} + \frac{b \cos x}{a} = \frac{c}{a}$$

$$\sin x + \frac{b}{a} \cdot \cos x = \frac{c}{a} \text{ denkleminde daha sonra}$$

$$\frac{b}{a} = \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ yazılarak denklem çözümlerine gidilir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

Denkleminde ilk terim $\sin x$ olup katsayısı 1 olduğundan denkleminde sadeleştirme yapmaya gerek yok.

$\sqrt{3} = \tan 60^\circ$ olduğundan $\sqrt{3}$ yerine

$$\tan 60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \text{ yazacağız.}$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$$

$$\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \cdot \cos x = 1$$

($\cos 60^\circ$)

$$\frac{\sin x \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos x}{\cos 60^\circ} = 1 \Rightarrow \frac{\sin(x + 60^\circ)}{\cos 60^\circ} = 1$$

$$\sin(x + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \sin 30^\circ$$

- $\sin(x + 60^\circ) = \sin 30^\circ \rightarrow x + 60^\circ = 30^\circ + 2k\pi$
 $x = -30^\circ + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\sin(x + 60^\circ) = \sin 150^\circ \rightarrow x + 60^\circ = 150^\circ + 2k\pi$
 $x = 90^\circ + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\mathcal{C} = \left\{ x \mid x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$

denkleminin $(0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6} \right\}$ B) $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$ C) $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \right\}$
D) $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$ E) $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

2. $\sin x - \cos x = 1$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{0^\circ, 60^\circ\}$ B) $\{0^\circ, 90^\circ\}$ C) $\{90^\circ, 270^\circ\}$
D) $\{90^\circ, 180^\circ\}$ E) $\{60^\circ, 120^\circ\}$

3. $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{3}$

denkleminin $[0^\circ, 360^\circ)$ aralığındaki köklerinin toplamı kaç derecedir?

- A) $\frac{\pi}{10}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

1-A

2-D

3-C



BİLGİ

17.8 - Homojen Denklemler

✓ $a \neq 0$, $b \neq 0$ ve $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$a \sin x + b \cos x = 0$$

biçimindeki denklemlere, **I. dereceden homojen trigonometrik denklem** denir.

Bu tip denklemler **14.9 başlığında** incelediğimiz lineer denklemler gibi çözülür.

$$a \sin x + b \cos x = 0$$

$$\frac{a \sin x}{a} + \frac{b \cos x}{a} = \frac{0}{a}$$

$$\sin x + \frac{b}{a} \cdot \cos x = 0$$

$$\frac{b}{a} = \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ yazarak denklemin çözümüne geçilir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$

denkleminin, $[0, 360^\circ)$ aralığındaki çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$\sin x$ in katsayısı 1 olduğu için denklemin her iki tarafını bir sayıya bölüp, denklemleri sadeleştirmeye gerek yok.

$$\sqrt{3} = \tan 60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \text{ yazmalısın.}$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$$

$$\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \cdot \cos x = 0$$

($\cos 60^\circ$)

$$\frac{\sin x \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos x}{\cos 60^\circ} = 0$$

$$\frac{\sin(x + 60^\circ)}{\cos 60^\circ} = 0 \Rightarrow \sin(x + 60^\circ) = 0 \text{ dir.}$$

$$\sin(x + 60^\circ) = 0 \Rightarrow \sin(x + 60^\circ) = \sin 0^\circ$$

$$x + 60^\circ = 0^\circ + 2k\pi$$

$$x = -60^\circ + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \sin(x + 60^\circ) = \sin 180^\circ$$

$$x + 60^\circ = 180^\circ + 2k\pi$$

$$x = 120^\circ + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = -60^\circ + 2 \cdot 0 \cdot \pi = -60^\circ = 300^\circ$$

$$x = 120^\circ + 2 \cdot 0 \cdot \pi = 120^\circ$$

$$\mathcal{C} = \{120^\circ, 300^\circ\} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$

denkleminin $[0, 360^\circ)$ aralığındaki kökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{150^\circ\}$

B) $\{180^\circ\}$

C) $\{330^\circ\}$

D) $\{150^\circ, 330^\circ\}$

E) $\{150^\circ, 210^\circ\}$

2. $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

B) $\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k\pi \text{ veya } x = \frac{7\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k\pi \text{ veya } x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D) $\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

E) $\{x \mid x = \frac{\pi}{8} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{3\pi}{8} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$



1. $\cos x = 1$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{x \mid x = 1^\circ + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
B) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{18} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
C) $\left\{x \mid x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
D) $\left\{x \mid x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
E) $\left\{x \mid x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

2. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{x \mid x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
B) $\left\{x \mid x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
C) $\left\{x \mid x = \frac{5\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$
D) $\left\{x \mid x = \frac{5\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
E) $\left\{x \mid x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

3. $x \in (0^\circ, 360^\circ)$ olmak üzere,
 $\sin x = \frac{1}{2}$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{30^\circ, 150^\circ\}$ B) $\{60^\circ, 120^\circ\}$ C) $\{30^\circ, 90^\circ\}$
D) $\{60^\circ, 90^\circ\}$ E) $\{45^\circ, 135^\circ\}$

4. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$ B) $\left\{\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
D) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$ E) $\left\{\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

5. $x \in (0^\circ, 2\pi)$ olmak üzere,
 $\sin x - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$
D) \emptyset E) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

6. $x \in (0^\circ, 2\pi)$ olmak üzere,
 $\tan x = \sqrt{3}$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$
D) $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$



0FBA0A88

1. $\sin 2x = \cos 24^\circ$
denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 66° B) 52° C) 44° D) 33° E) 11°

2. $\cos 3x = \sin 42^\circ$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 214° B) 240° C) 256° D) 266° E) 272°

3. $\tan 3x = \tan 36^\circ$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 72° B) 82° C) 96° D) 112° E) 122°

4. $\cot(x + 20^\circ) = -1$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 95° B) 105° C) 115° D) 135° E) 155°

5. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{x \mid x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 B) $\left\{x \mid x = \frac{5\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 C) $\left\{x \mid x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 D) $\left\{x \mid x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 E) $\left\{x \mid x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

6. $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$$\sin 3x = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{16}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right\}$
 D) $\left\{\frac{\pi}{16}, \frac{3\pi}{16}\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$

7. $\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 B) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 C) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 D) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 E) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$



1. $\sin 5x = \cos 70^\circ$
denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 76 B) 78 C) 84 D) 92 E) 96

2. $\cos(2x - 20^\circ) = -\frac{1}{2}$
denkleminin $[0^\circ, 180^\circ)$ aralığındaki köklerinin toplamı kaç derecedir?
- A) 320 B) 300 C) 280 D) 250 E) 200

3. Aşağıdakilerden hangisi,
 $\sin 3x = \cos(2x + 20^\circ)$
denkleminin köklerinden biri değildir?
- A) 14° B) 110° C) 158° D) 210° E) 230°

4. $\sin 4x = \tan x \cdot \cot x$
denkleminin $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ aralığındaki kökü aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $182,5^\circ$ B) 201° C) $202,5^\circ$ D) 212° E) $222,5^\circ$

5. $0 \leq x < 2\pi$ olmak üzere,
 $2\sin^2 x - 1 = 0$
denkleminin köklerinin toplamı kaç derecedir?
- A) 840 B) 720 C) 405 D) 215 E) 280

6. $4\sin x \cos x = \sqrt{3}$
denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 15° B) 20° C) 25° D) 30° E) 35°

7. $\tan(5x - 15^\circ) \cdot \cot(x + 65^\circ) = 1$
denklemini sağlayan en küçük x dar açısı kaç derecedir?
- A) 15 B) 20 C) 25 D) 65 E) 85

8. $\tan(5x) \cdot \tan(4x) = 1$
denklemini sağlayan en küçük pozitif x dar açısı kaç derecedir?
- A) 4 B) 5 C) 8 D) 10 E) 15



1. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,
 $5^{\sin x} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\cos x} = 1$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{16}$

2. $x \in [0^\circ, 180^\circ]$ olmak üzere,
 $\sin(x - 60^\circ) \cdot \cos(x + 60^\circ) = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaç derecedir?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

3. $x \in [0, 180^\circ]$ olmak üzere,
 $\tan^2 x - \tan x = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{0, \frac{\pi}{4}, \pi\right\}$ B) $\left\{0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right\}$ C) $\left\{0, \frac{\pi}{3}, \pi\right\}$
D) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ E) $\left\{0, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}\right\}$

4. $\sin^2 x + 2\sin x + 1 = 0$

denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

5. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ olmak üzere,
 $\cot 4x = \frac{\cos 2x - 1}{\sin 2x}$

denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

6. $\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = 4$

denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 75° B) 60° C) 45° D) 30° E) 15°

7. $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$

denkleminin $(0, 2\pi]$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
D) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$ E) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$

8. Aşağıdakilerden hangisi,
 $\cos x - \sin 2x = 0$

denkleminin köklerinden biri değildir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

BİLGİ

18.1 - Üstel Fonksiyonun Tanımı

- a, 1 den farklı bir pozitif gerçel sayı ve x bir gerçel sayı olmak üzere,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$$

biçiminde tanımlanan fonksiyonlara **üstel fonksiyon** denir.

(Bilinmeyen üstte olacak)

- $f(x) = 4^x$ fonksiyonunda x yerine hangi sayıyı yazarsan yaz sonuçta gerçel sayı bulabilirsin. O halde üstel fonksiyonun tanım kümesi \mathbb{R} dir. Taban(4) pozitif olup, pozitif sayıların her kuvveti pozitif olacağından üstel fonksiyonun görüntü kümesi \mathbb{R}^+ dir. Bu durumda $f(x) = 4^x$ üstel fonksiyondur.

- $f(x) = 2^x$ fonksiyonunda; $a = 2 > 0$ ve $a = 2 \neq 1$ olduğundan üstel fonksiyondur.
- $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x$ fonksiyonunda; $a = \frac{3}{5} > 0$ ve $a \neq 1$ olduğundan $f(x)$ üstel fonksiyondur.
- $f(x) = (-3)^x$ fonksiyonunda; $a = -3 < 0$ olduğundan $f(x)$ üstel fonksiyon değildir.
- $f(x) = 1$ fonksiyonunda; 1 in her kuvveti 1 olduğundan $f(x) = 1^x$ üstel fonksiyon değildir.
- $f(x) = x^3$ fonksiyonunda; taban x. Halbuki taban pozitif bir gerçel sayı olmalıydı. Bu bir kuvvet fonksiyonudur. Üstel fonksiyon değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = a^{x+1}$ üstel fonksiyonu için,
 $f(2) = 8$

olduğuna göre, $f(0) \cdot f(3)$ çarpımını bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) = a^{x+1} \Rightarrow f(2) = a^{2+1} = 8 &\Rightarrow a^3 = 8 \\ &a^3 = 2^3 \\ &a = 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

O halde $f(x) = a^{x+1} \Rightarrow f(x) = 2^{x+1}$ dir.

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= 2^{0+1} = 2^1 = 2 \\ f(3) &= 2^{3+1} = 2^4 = 16 \end{aligned} \right\} f(0) \cdot f(3) = 2 \cdot 16 = 32 \text{ dir.}$$

2. $f(x) = a \cdot b^x$ üstel fonksiyonu için,
 $f(1) = 6$

$$f(2) = 18$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) = a \cdot b^x \Rightarrow f(1) &= a \cdot b^1 = a \cdot b = 6 \\ f(2) &= a \cdot b^2 = \underbrace{a \cdot b}_{6} \cdot b = 18 \\ 6b &= 18 \Rightarrow b = 3 \\ a \cdot b &= 6 \\ a \cdot 3 &= 6 \Rightarrow a = 2 \\ a + b &= 2 + 3 = 5 \text{ tir.} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere aşağıdakilerden hangisi üstel fonksiyon değildir?

- A) $f(x) = 7^x$ B) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ C) $f(x) = (-5)^x$
D) $f(x) = 4^{-x}$ E) $f(x) = 2^{\frac{x}{2}}$

2. $f(x) = a^{x+2}$ üstel fonksiyonu için,
 $f(2) = 81$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) 0 C) $-\frac{1}{9}$ D) 3 E) 9

3. $f(x) = a \cdot b^x$ üstel fonksiyonu için,
 $f(2) = 48$

$$f(3) = 192$$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

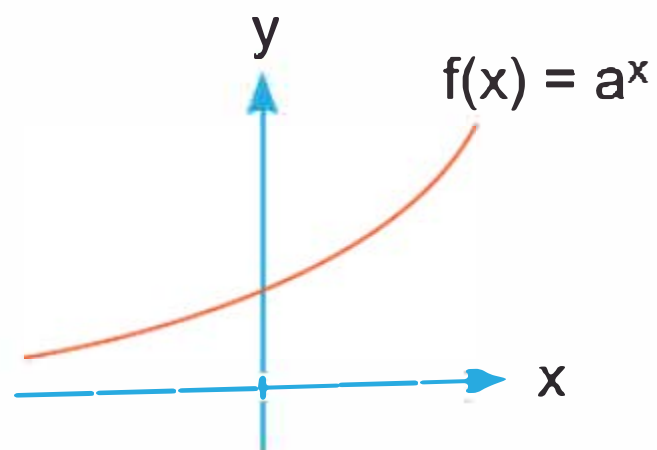
- A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) 12 E) 24



BİLGİ

18.2 - Artan - Azalan Üstel Fonksiyon

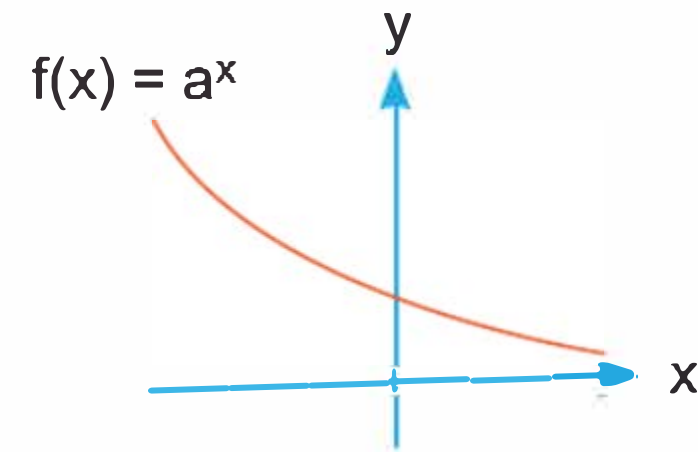
- $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonda $a > 1$ ise $f(x) = a^x$ artan fonksiyondur.
 - $f(x) = 2^x \rightarrow a = 2 > 1$
 - $g(x) = 10^x \rightarrow a = 10 > 1$
 - $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 3^x \Rightarrow a = 3 > 1$
- olduğundan f, g ve h fonksiyonları artan fonksiyondur.



Artan fonksiyonun grafiği

- $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunda $0 < a < 1$ ise (basit kesir ise) $f(x) = a^x$ azalan fonksiyondur.

- $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow 0 < a < 1$ dir. (basit kesir)
 - $g(x) = \frac{1}{5^x} = \left(\frac{1}{5}\right)^x \Rightarrow a = \frac{1}{5} \Rightarrow 0 < a < 1$ dir.
 - $h(x) = 7^{-x} = \left(\frac{1}{7}\right)^x \Rightarrow a = \frac{1}{7} \Rightarrow 0 < a < 1$ dir.
- olduğundan f, g ve h fonksiyonları azalan fonksiyonlardır.



Azalan fonksiyonun grafiği

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki fonksiyonların artan ya da azalan olduğunu saptayınız.

a) $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ b) $h(x) = (0, 2)^{x-1}$ c) $t(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$

Çözüm:

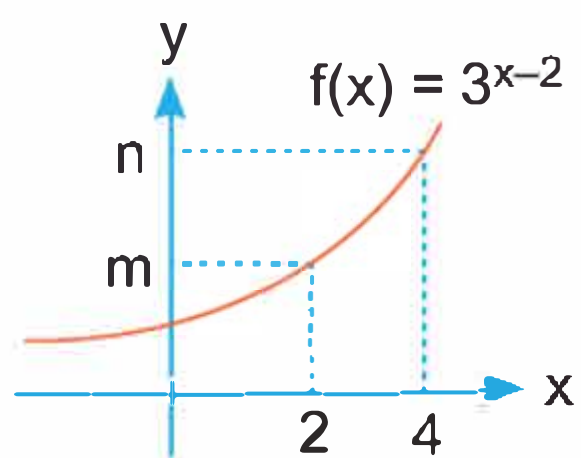
a) $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x \Rightarrow a = \frac{3}{2} > 1 \Rightarrow f(x)$ artandır.

b) $h(x) = (0, 2)^{x-1} = \left(\frac{2}{10}\right)^{x-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$

$a = \frac{1}{5} \rightarrow 0 < \frac{1}{5} < 1$ olduğundan $h(x)$ azalandır.

c) $t(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} = 2^{x-4} \Rightarrow a = 2 > 1$ olduğundan $t(x)$ artandır.

2.



Yandaki grafik $f(x) = 3^{x-2}$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımını bulunuz.

Çözüm:

Grafik üstündeki $(2, m)$ ve $(4, n)$ noktalarını kullanmalısın.

$x = 2 \Rightarrow f(2) = 3^{2-2} = m \Rightarrow 3^0 = m \Rightarrow m = 1$ dir.

$x = 4 \Rightarrow f(4) = 3^{4-2} = n \Rightarrow 3^2 = n \Rightarrow n = 9$ dur.

$m \cdot n = 1 \cdot 9 = 9$ bulunur.

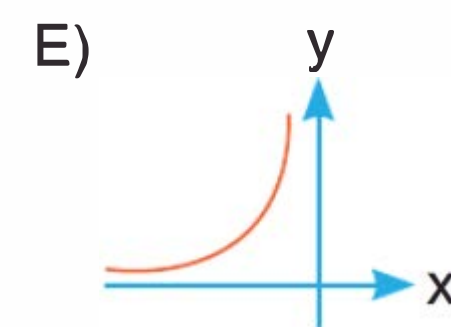
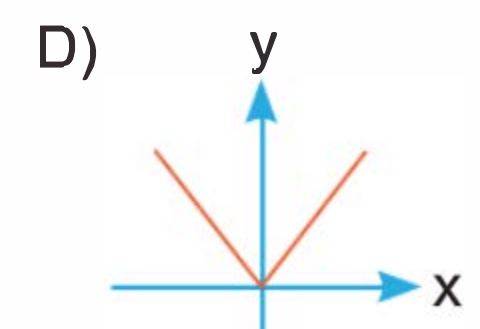
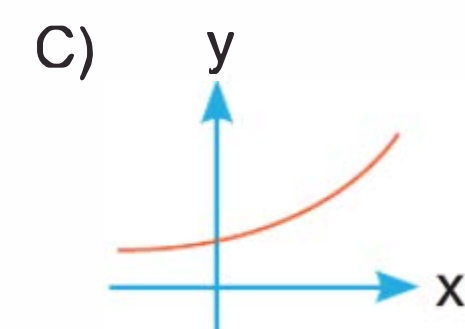
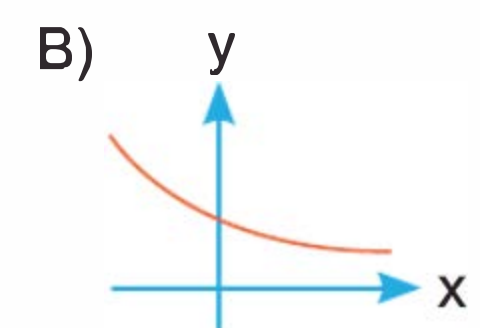
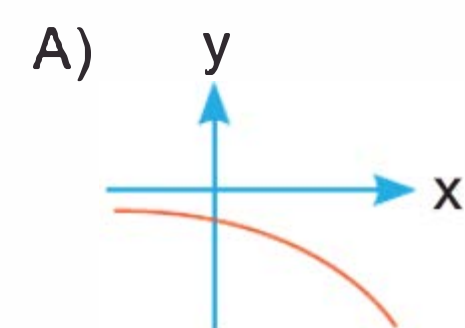
ÖĞRENCİ SORULARI

1. I. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ II. $g(x) = 2^{-x+1}$
 III. $h(x) = \left(\frac{5}{3}\right)^x$ IV. $m(x) = \frac{2}{4^x}$
 V. $n(x) = (0, 5)^x$

Yukarıdaki fonksiyonlardan kaç tanesi azalandır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Aşağıdaki grafiklerden hangisi R de tanımlı artan fonksiyon grafiğidir?



1-D

2-C



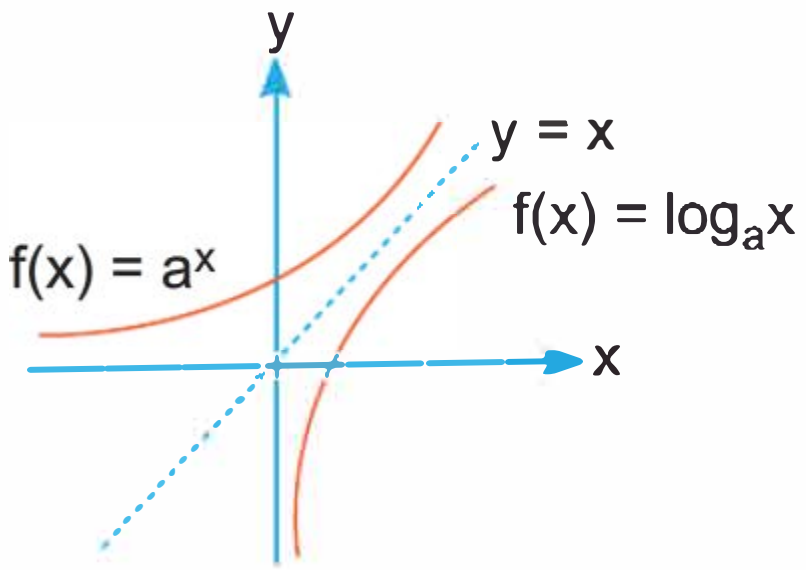
BİLGİ

18.3 - Logaritma Fonksiyonu

- $5^x = 12$ eşitliğinde x kuvvetini bulmaya yarayan işleme **logaritma alma** işlemi denir. (**üssü aşağıya indirme işlemi**)
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun tersi olan fonksiyona **logaritma fonksiyonu** denir.

- $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f^{-1}(x) = \log_a x$ şeklinde gösterilir. ($a \in \mathbb{R}^+$, $a \neq 1$)

- $f(x) = a^x$ ile $f(x) = \log_a x$ fonksiyonlarının grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetriktir.



- $y = \log_a x$ fonksiyonunda
 a : logaritmanın tabanı
 x : logaritması alınan sayı
 y : a tabanına göre, x in logaritmasının değeridir.
- $\log_2 8 = 3 \rightarrow$ "8 in 2 tabanına göre logaritması 3 e eşittir." diye okunur
- $3^x = 5 \Rightarrow$ "3 ün hangi kuvveti 5 tir."
- $3^x = 5 \Rightarrow x = \log_3 5$ (**x düştü**) ... [Her iki tarafın 3 tabanına göre logaritması alındı.]
- $2 = \log_3 x \Rightarrow 3^2 = x$ (**taban üzeri sayı = logaritması alınan sayıya**)

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki eşitliklerde bilinmeyenleri bulunuz.

a) $\log_3 x = 2$ b) $\log_x 25 = 2$

Çözüm:

a) $\log_3 x = 2 \Rightarrow x = 3^2 = 9$

b) $\log_x 25 = 2 \Rightarrow 25 = x^2 \Rightarrow x = 5$

$x = -5$ olamaz.
Taban 1 hariç
pozitif olmalıydı ya

2. $4^{x-2} = 3$ ve $\log_2(y+1) = 3$

olduğuna göre, x ve y sayılarını bulunuz.

Çözüm:

$4^{x-2} = 3 \Rightarrow x - 2 = \log_4 3 \Rightarrow x = (\log_4 3) + 2$

$\log_2(y+1) = 3 \Rightarrow y + 1 = 2^3 \Rightarrow y + 1 = 8 \Rightarrow y = 7$ dir.

3. 5 tabanına göre logaritması 4 olan sayıyı bulunuz.

Çözüm:

O sayı x olsun.

$\log_5 x = 4 \Rightarrow x = 5^4 = 625$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $25^x = 3$ olduğuna göre, x in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_5 3$ B) 3^{25} C) $\log_{25} 3$
D) $\log_3 25$ E) $\log_3 5$

2. $\log_a 49 = 2$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) -7 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

3. $\log_5(x+4) = 0$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

1-C

2-E

3-A



BİLGİ

18.4 - Üstel Fonksiyonun Tersini Alma

- $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ olmak üzere,
 $f(x) = 6^{x-2}$ fonksiyonun tersi aşağıdaki gibi bulunur.

Öncelikle $f(x) = y$ yazarak x i yalnız bırakmalısınız.

$$f(x) = 6^{x-2} \Rightarrow y = 6^{x-2}$$

$$6^{x-2} = y \Rightarrow x - 2 = \log_6 y$$

$$x = 2 + \log_6 y \dots$$

$$f^{-1}(x) = 2 + \log_6 x$$

(yalnız kaldıktan sonra
x yerine y; y yerine
x yazılıyordu. Hatırla!
10. sınıf)

- $f(x) = \log_2(x - 2)$ fonksiyonunun tersi aşağıdaki gibi bulunur.

$$f(x) = \log_2(x - 2) \Rightarrow y = \log_2(x - 2)$$

$$\log_2(x - 2) = y \Rightarrow x - 2 = 2^y$$

$$x = 2 + 2^y$$

$$f^{-1}(x) = 2 + 2^x$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = 5^{x-1} + 2$$

fonksiyonunun tersini bulunuz.

Çözüm:

$$f(x) = y \text{ yazalım}$$

$$f(x) = 5^{x-1} + 2 \Rightarrow y = 5^{x-1} + 2 \Rightarrow 5^{x-1} = (y - 2)$$

$$x - 1 = \log_5(y - 2)$$

$$x = 1 + \log_5(y - 2)$$

$$f^{-1}(x) = 1 + \log_5(x - 2)$$

2. $f(x) = 3^{x+2} - 1$

olduğuna göre, $f^{-1}(26)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = 3^{x+2} - 1 \Rightarrow y = 3^{x+2} - 1 \Rightarrow 3^{x+2} = (y+1)$$

$$x + 2 = \log_3(y + 1)$$

$$x = -2 + \log_3(y + 1)$$

$$f^{-1}(x) = -2 + \log_3(x + 1)$$

$$f^{-1}(26) = -2 + \log_3(26 + 1)$$

$$f^{-1}(26) = -2 + \log_3 27$$

$$= -2 + \log_3(3^3)$$

$$= -2 + 3$$

$$= 1$$

3. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = 2 + \log_3(x - 4)$$

fonksiyonunun tersi bulunuz.

Çözüm:

$$f(x) = 2 + \log_3(x - 4) \Rightarrow y = 2 + \log_3(x - 4)$$

$$\log_3(x - 4) = (y - 2)$$

$$x - 4 = 3^{y-2}$$

$$x = 3^{y-2} + 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = 3^{x-2} + 4 \text{ tür.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = 3^{x-5} - 4$$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_3(x + 4) + 5$

B) $\log_5(x + 4) + 2$

C) $\log_2(x + 4) - 5$

D) $\log_3(x - 4) + 5$

E) $\log_4(x + 4) + 5$

2. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \log_3(x + 2)$$

olduğuna göre, $f^{-1}(3)$ kaçtır?

A) 5

B) 7

C) 9

D) 25

E) 29

3. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = 1 + \log_2(x + 3)$$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^{x-1}

B) $2^{x+1} - 3$

C) $2^{x+1} + 3$

D) $2^{x-1} - 3$

E) $2^x - 3$



BİLGİ

18.5 - Logaritma Fonksiyonunun Tanım Aralığı

- $f(x) = \log_a x$
fonksiyonunun tanımlı olması için aşağıdaki 3 koşul sağlanmalıdır.
 - 1) $a > 0$ (Taban pozitif o-la-cak!)
 - 2) $a \neq 1$ (Taban 1 e eşit ol-ma-ya-cak!)
 - 3) $x > 0$ (log'un önündeki sayı pozitif o-la-cak!)
- koşullarının üçü de sağlanmalıdır.

- $f(x) = \log_{(x-2)}(x+3)$
fonksiyonunun en geniş tanım aralığı;
 - 1) $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \dots (1)$
 - 2) $x - 2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 3 \dots (2)$
 - 3) $x + 3 > 0 \Rightarrow x > -3 \dots (3)$
- (1) ve (3) ün birlikte sağlanması için $x > 2$ olması yeterlidir. 2 nin de sağlanması için 3 çözüm kümesine alınmamalıdır. O halde $f(x)$ in en geniş tanım aralığı $(2, +\infty) - \{3\}$ tür.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = \log_7(3x - 18)$
fonksiyonunun en geniş tanım aralığını bulunuz.

Çözüm:

Taban $7 > 0$ ve $7 \neq 1$ olduğundan 1. ve 2. koşul kendiliğinden sağlanmıştır. Şimdi de 3. koşulu sağlamalıyız.

$$3x - 18 > 0 \Rightarrow 3x > 18 \Rightarrow x > 6 \Rightarrow \text{T.A} = (6, +\infty)$$

2. $f(x) = \log_{(x-2)}\left(\frac{x-4}{x}\right)$
fonksiyonunun en geniş tanım aralığını bulunuz.

Çözüm:

- $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$ dir.
 - $x - 2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 3$ tür.
1. ve 2. koşulun sağlandığı aralık $(2, +\infty) - \{3\}$ tür. (I)

Ayrıca 3. koşul da sağlanmalıdır.

$$3. \frac{x-4}{x} > 0 \text{ olmalı.}$$

Bunu da ilk seanslarda öğrendiğin işaret tablosu ile bulacaksın

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$x = 0$$

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$\frac{x-4}{x}$		+	-	+
		ζ_1	ζ_2	

$\left. \begin{array}{l} \zeta = \zeta_1 \cup \zeta_2 \\ = (-\infty, 0) \cup (4, +\infty) \dots (II) \end{array} \right\}$

(I) ve (II) nin birlikte sağlanması için $x \in (4, \infty)$ olmalıdır.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = \log_3(2x - 8)$
fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(8, \infty)$ B) $(4, +\infty)$ C) $(-\infty, 4)$
D) $(-\infty, 8)$ E) $(0, 4)$

2. $f(x) = \log_{(x+3)}(x - 5)$
fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, 5)$ B) $(-3, +\infty)$ C) $(5, +\infty)$
D) $(0, 5)$ E) $(-3, 0)$

3. $f(x) = \log_x\left(\frac{x-2}{x+4}\right)$
fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2, +\infty)$ B) $(0, 2)$ C) $(-4, 2)$
D) $(-4, 0)$ E) $(-\infty, 2)$

1-B

2-C

3-A



BİLGİ

18.6 - Bayağı ve Doğal Logaritma

Nasıl her ayakkabının bir tabanı varsa her logaritmanın da bir tabanı vardır. Tabanın 1 olmayan her hangi bir pozitif sayı olacağını söylemiştik. Şimdi de özel olan tabanları görelim.

- Logaritmada taban 10 ise o logaritmaya **bayağı logaritma** denir.

$$\log_{10}2, \log_{10}5, \dots$$

Kolaylık olması açısından taban 10 ise tabanı yazmıyoruz.

$$\log_{10}5 = \log 5, \log_{10}8 = \log 8 \text{ yazılabilir.}$$

$$\log 28 \text{ i de } \log_{10}28 \text{ olarak düşünmelisin.}$$

- $e = 2,71 \dots$ (tanıdığın π gibi) bir irrasyonel sayıdır. Pozitif olduğundan taban olarak kullanılabilir.
- $\log_e 5$ gibi tabanı e o olan logaritmaya **doğal logaritma** denir. Kolaylık olması açısından $\log_e x = \ln x$ biçiminde de yazılabilir
- $\log_e 5 = \ln 5$ ya da $\ln 3 = \log_e 3$ yazılabilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log(3x - 2) = 1$
olduğuna göre, x değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\log(3x - 2) = 1 \Rightarrow \log_{10}(3x - 2) = 1$$

$$3x - 2 = 10^1 = 10$$

$$3x = 12 \Rightarrow x = 4 \text{ tür.}$$

2. $\ln(x + 2) = 3$
olduğuna göre, x değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\ln(x + 2) = 3 \Rightarrow \log_e(x + 2) = 3 \text{ tür.}$$

$$x + 2 = e^3$$

$$x = e^3 - 2 \text{ dir.}$$

3. $f(x) = \ln(x + 1)$
fonksiyonunun tersini bulunuz.

Çözüm:

$$f(x) = \ln(x + 1) \Rightarrow f(x) = \log_e(x + 1)$$

$$y = \log_e(x + 1) \Rightarrow x + 1 = e^y$$

$$x = e^y - 1$$

$$f^{-1}(x) = e^x - 1 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log(4x - 12) = 2$
olduğuna göre, x kaçtır?

A) 22 B) 26 C) 28 D) 30 E) 36

2. $\ln(x - 4) = 5$
olduğuna göre, x in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^5 - 4$ B) $e^4 + 5$ C) $10^5 + 4$
D) $10^4 + 5$ E) $e^5 + 4$

3. $f(x) = \ln(2x - 5)$
fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{e^x + 5}{2}$ B) $\frac{e^x - 5}{2}$ C) $\frac{e^x - 2}{5}$
D) $\frac{e^x + 2}{5}$ E) $\frac{e^x + 5}{5}$



1. Aşağıdakilerden hangisi üstel fonksiyondur?

- A) $f(x) = 3^4$ B) $f(x) = x^3$ C) $f(x) = 5$
D) $f(x) = 4^x$ E) $f(x) = \log_3 x$

2. $4^x = 7$ olduğuna göre, x in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\log_7 4$
D) 7^4 E) $\log_4 7$

3. $x > 0$ olmak üzere, $\log_5 x = 4$ olduğuna göre, x in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5^4 B) 4^5 C) $4 \cdot 5$
D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{4}$

4. $x > 0$ olmak üzere, $f(x) = 10^{x+1}$ olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + \log_{10} x$ B) $-1 + \log_x 10$ C) $-1 + \log_{10} x$
D) $\log_{10}(x+1)$ E) $1 - \log_{10} x$

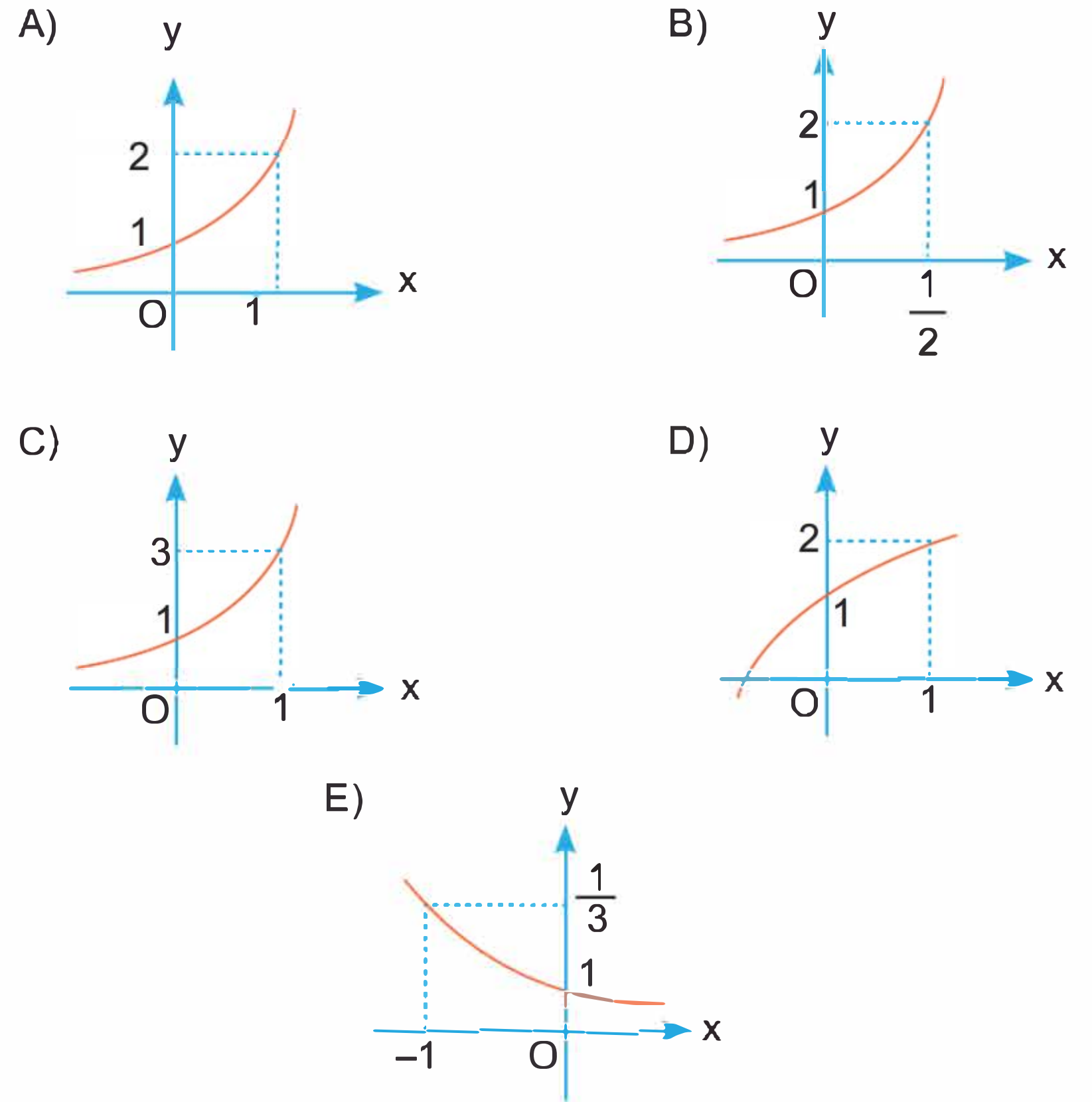


5. $x > 4$ olmak üzere, $f(x) = \log_3(x - 4)$ fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4^x + 3$ B) $3^x + 4$ C) $3^x - 4$
D) 3^{x-4} E) $4^x - 3$



6. $f(x) = 3^x$ in grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



7. $\log_3(x - 1) = 2$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10



8. $\ln(x + 3) = 5$ olduğuna göre, x in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5^e - 3$ B) $e^3 + 5$ C) $e^3 - 5$
D) $e^5 + 3$ E) $e^5 - 3$



1. $f(x) = a \cdot b^x$ üstel fonksiyonu için,

$$f(3) = 40$$

$$f(5) = 160$$

olduğuna göre, $f(2) + f(4)$ toplamı kaçtır?

- A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

2. $\log_a 125 = 3$

$$\log_b 4 = 2$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 80 B) 64 C) 20 D) 10 E) 6

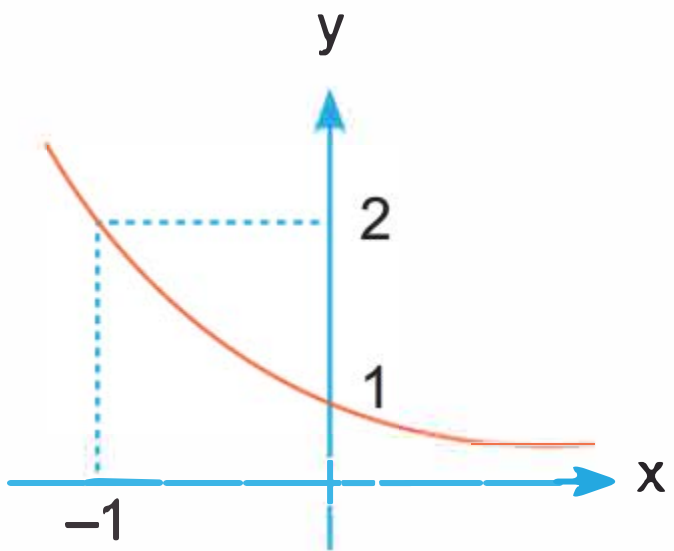
3. $x > -1$ olmak üzere,

$$f(x) = \ln(x + 1) - 2$$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $e^{x-1} + 2$ B) $e^{x+2} + 1$ C) $e^{x+2} - 1$
D) $e^{x-1} - 2$ E) $e^x + 2$

4.



Şekildeki grafik için,

I. Artan fonksiyondur.

II. Tanım kümesi \mathbb{R} dir.

III. Görüntü kümesi \mathbb{R}^+ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III



5. $f(x) = e^x - 1$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + \ln x$ B) $1 - \ln x$ C) $\ln x$
D) $\ln(x + 1)$ E) $\ln(x - 1)$



6. $\log(\ln x) = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{10}{3}$ B) $\frac{3}{10}$ C) e^{10} D) -10^e E) 10^e



7. $\log(x - 2) = 2$

olduğuna göre, x in değeri kaçtır?

- A) 112 B) 102 C) 100 D) 98 E) 22



8. $f(x) = \log_5 \left(\frac{3-x}{x+6} \right)$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-6, 3)$ B) $(3, 6)$ C) $(-\infty, -6)$
D) $(3, +\infty)$ E) $(0, +\infty)$

BİLGİ

19.1 - Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri - I

✓ Taban ile sayı eşitse sonuç 1 dir.

$$\bullet \log_a a = 1 \quad \bullet \log_e e = \ln e = 1 \quad \bullet \log_{10} 10 = \log 10 = 1$$

✓ 1 in her tabandaki logaritması 0 dir.

$$\bullet \log_5 1 = 0 \quad \bullet \ln 1 = 0 \quad \bullet \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$$

✓ Üslü bir ifadenin logaritması alınıyorsa; **üs** logun başına **çarpım** olarak **gelir**.

$$\bullet \log_3(2^4) = 4 \cdot \log_3 2$$

$$\bullet \log_3 27 = \log_3(3^3) = 3 \cdot \log_3 3 = 3 \cdot 1 = 3$$

✓ Taban ve sayının her ikisi de üslüyse, **üsler başa çarpım** olarak **gelir**. Yukarıdaki **üs yukarıya (paya)**, aşağıdaki **üs aşağıya (paydaya)**

$$\bullet \log_{(a^n)}(b^m) = \frac{m}{n} \log_a b$$

$$\bullet \log_8 16 = \log_{(2^3)}(2^4) = \frac{4}{3} \cdot \log_2 2 = \frac{4}{3} \cdot 1 = \frac{4}{3}$$

$$\bullet \log_9 3 = \log_{(3^2)}(3^1) = \frac{1}{2} \cdot \log_3 3 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\frac{\log_7 7 + \ln 1}{\ln e + \log 10}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} \log_7 7 = 1 \\ \ln e = \log_e e = 1 \\ \log 10 = \log_{10} 10 = 1 \end{array} \right\} \text{Taban ile sayı eşit olduğundan sonuç 1 dir.}$$

$$\left. \ln 1 = \log_e 1 = 0 \right\} 1 \text{ in her tabanda logaritması 0 dir.}$$

$$\frac{\log_7 7 + \ln 1}{\ln e + \log 10} = \frac{1 + 0}{1 + 1} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

2. $\log_9 27 + \log_4 8$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$27 = 3^3$, $9 = 3^2$, $8 = 2^3$ ve $4 = 2^2$ olduğunu hatırla.

$$\log_9 27 = \log_{(3^2)}(3^3) = \frac{3}{2} \cdot \log_3 3 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$$

$$\log_4 8 = \log_{(2^2)}(2^3) = \frac{3}{2} \cdot \log_2 2 = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$$

$$\log_9 27 + \log_4 8 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ tür.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\frac{\log_9 1 + \log_6 6}{\ln 1 + 2 \ln e}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

2. $\log_3 9 + \log_9 81$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

3. $\log_7 \sqrt[4]{7^3}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{3}$ B) 2 C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

1-E

2-C

3-D



BİLGİ

19.2 - Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri - II

✓ Çarpımın logaritması logaritmaların toplamına eşittir.

- $\log_2(3 \cdot 5) = \log_2(3 \cdot 5) = \log_2 3 + \log_2 5$
- $\log_3 15 = \log_3(3 \cdot 5) = \log_3 3 + \log_3 5 = 1 + \log_3 5$
- $\log_3 30 = \log_3(2 \cdot 3 \cdot 5) = \log_3 2 + \log_3 3 + \log_3 5 = \log_3 2 + 1 + \log_3 5$
- $\log(3 \cdot 5) = \log 3 + \log 5$
- $\ln(2 \cdot 7) = \ln 2 + \ln 7$

✓ Şimdi de tam tersini yapalım.

logların arasında + işareti varsa, log bir kez yazılır, işlem çarpmaya dönüşür. (loglar arası +, sayılar arası çarpıdır.)

- $\log_x a + \log_x b = \log_x(a \cdot b)$
- $\log_2 5 + \log_2 3 = \log_2(5 \cdot 3) = \log_2 15$
- $\log_5 2 + \log_5 3 + \log_5 4 = \log_5(2 \cdot 3 \cdot 4) = \log_5 24$
- $\ln 3 + \ln 5 = \ln(3 \cdot 5) = \ln 15$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log_5 a = 6$
 $\log_5 b = 4$

olduğuna göre, $\log_5(a \cdot b)$ nin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\log_5(a \cdot b) = \log_5 a + \log_5 b = 6 + 4 = 10 \text{ dur.}$$

2. $\log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} + \log \frac{5}{4} + \log \frac{6}{5} + \dots + \log \frac{199}{198} + \log \frac{200}{199}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$$\log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} + \log \frac{5}{4} + \dots + \log \frac{199}{198} + \log \frac{200}{199}$$

(loglar arası +, sayılar arası çarpıdır.)

$$= \log \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{199}{198} \cdot \frac{200}{199} \right)$$

$$= \log \left(\frac{200}{2} \right)$$

$$= \log 100$$

$$= \log_{10}(10^2)$$

$$= 2 \cdot \log_{10} 10 = 2 \cdot 1 = 2$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log_4 a = 5$
 $\log_4 b = 7$

olduğuna göre, $\log_4(a \cdot b)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 10 E) 12

2. $\log 3 = a$

olduğuna göre, $\log 300$ ün a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2a B) a + 2 C) 2a + 2
D) 3a + 1 E) 3a + 3

3. $\log \frac{5}{4} + \log \frac{6}{5} + \log \frac{7}{6} + \dots + \log \frac{399}{398} + \log \frac{400}{399}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

1-E

2-B

3-B



BİLGİ

19.3 - Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri - III

✓ Bölümün logaritması; logaritmaların farkına eşittir.

• $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

(Sayılarda bölü ↔ log larda eksi.)

• $\log_3\left(\frac{5}{2}\right) = \log_3\left(\frac{5}{2}\right) = \log_3 5 - \log_3 2$

• $\log\left(\frac{3}{4}\right) = \log 3 - \log 4$

• $\ln\left(\frac{2}{5}\right) = \ln 2 - \ln 5$

• $\log 5 = \log\left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2$

• $\log\left(\frac{21}{2}\right) = \log 21 - \log 2$

• $\ln\left(\frac{e}{2}\right) = \ln e - \ln 2 = 1 - \ln 2$

• $\log 20 - \log 2 = \log\left(\frac{20}{2}\right) = \log 10 = 1$

(Şimdi de tam tersini söyleyelim. loglar arası eksi ↔ sayılar arası bölüdür.)

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log\left(\frac{a^3}{b^2}\right)$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$\log\left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \log(a^3) - \log(b^2) = 3\log a - 2\log b$

2. $\log 5 = x$

olduğuna göre, $\log 2$ nin x türünden değerini bulunuz.

Çözüm:

$\frac{10}{5} = 2$ olduğundan $\log 2$ deki yerine $\frac{10}{5}$ yazacağız.

$\log 2 = \log\left(\frac{10}{5}\right) = \log 10 - \log 5 = 1 - x$ tir.

3. $\log_3 45 - \log_3 5$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

(loglar arası eksi sayılar arası bölü'dür.)

$\log_3 45 - \log_3 5 = \log_3\left(\frac{45}{5}\right) = \log_3 9$
 $= \log_3(3^2)$
 $= 2 \cdot \log_3 3$
 $= 2 \cdot 1 = 2$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log\left(\frac{x^5}{y^3}\right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^5 + y^3$ B) $x^5 - y^3$ C) $\frac{y^3}{x^5}$
 D) $5\log x - 3\log y$ E) $5\log x + 3\log y$

2. $\log 5 = x$

olduğuna göre, $\log 4$ ün x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 - 2x$ B) $2 - x$ C) $2 + 2x$
 D) $\frac{x}{2}$ E) $2x - 2$

3. $\log_2 72 - \log_2 9$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) 9

1-D

2-A

3-B



BİLGİ

19.4 - Taban Değiştirme - I

✓ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ dir.
 yer değiştirdiler.

NOT: a ile b kendi arasında yer değiştirdi.

$$\bullet \log_2 3 = \frac{1}{\log_3 2}$$

$$\bullet \log_5 4 = \frac{1}{\log_4 5}$$

$$\bullet \ln 2 = \log_e 2 = \frac{1}{\log_2 e}$$

$$\bullet \log 5 = \log_{10} 5 = \frac{1}{\log_5 10}$$



✓ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ dir.

NOT: a tabanını herhangi bir c tabanına çevirdik.

$$\bullet \log_2 3 = \frac{\log_5 3}{\log_5 2}$$

(5 tabanını rastgele seçtik.)

$$\ln 5 = \log_e 5 = \frac{\log_7 5}{\log_7 e}$$

$$\log 2 = \log_{10} 2 = \frac{\log_5 2}{\log_5 10}$$

$$\bullet \log_5 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 5}$$

(2 tabanını rastgele seçtik.)

(7 tabanını rastgele seçtik.)

(5 tabanını rastgele seçtik.)

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log_3 2 = x$ olmak üzere, $\log_2 6$ nin x türünden eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\log_3 2 = x \Rightarrow \log_2 3 = x^{-1} = \frac{1}{x} \text{ tir. (2 ile 3 yer değiştirdi.)}$$

$$\log_2 6 = \log_2 (2 \cdot 3) = \log_2 2 + \log_2 3 = 1 + \frac{1}{x} \text{ tir.}$$

2. $\log_2 5 = x$ olduğuna göre, $\log_5 10$ un x türünden eşitini bulunuz.

Çözüm:

Bu soruyu taban değiştirerek te çözebilirsin.

x diye verilen ifadenin tabanı 2 olduğundan, $\log_5 10$ u 2 tabanına çevirmeliyiz.

$$\log_5 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 5} = \frac{\log_2 (2 \cdot 5)}{\log_2 5} = \frac{\log_2 2 + \log_2 5}{\log_2 5} = \frac{1 + x}{x} \text{ tir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log_2 5 = a$ olduğuna göre, $\log_5 2$ nin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-a$ B) $2a$ C) a^2 D) $\frac{1}{a}$ E) $\frac{1}{a^2}$

2. $\log_5 2 = a$ olduğuna göre, $\log_2 10$ un a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + \frac{1}{a}$ B) $1 + a$ C) $1 - a$
D) $1 - \frac{1}{a}$ E) $\frac{a}{a+1}$

3. $\log_2 3 = x$ olduğuna göre, $\log_3 6$ nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x-1}{x}$ B) $\frac{x}{x+1}$ C) $\frac{x}{x-1}$
D) $\frac{1-x}{x}$ E) $\frac{1+x}{x}$

1-D

2-A

3-E



BİLGİ

19.5 - Taban Değiştirme - II

✓ $\frac{1}{\log_b a} = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \log_a b$

• $\frac{1}{\log_5 2} = \log_2 5$

• $\frac{1}{\log_7 3} = \log_3 7$

• $\frac{1}{\log_4 5} = \log_5 4$

• $\frac{1}{\log_3 4} = \log_4 3$

• $\frac{1}{\log_2 7} = \log_7 2$

• $\frac{1}{\log_3 5} = \log_5 3$

NOT: Tabanla sayı yer değiştirirse log lu ifade de yer değiştirir.



✓ $\log_a b \cdot \log_b c = \frac{\log b}{\log a} \cdot \frac{\log c}{\log b} = \frac{\log c}{\log a} = \log_a c$

Tabana yaz
logun önüne yaz

$\log_2 3 \cdot \log_3 5 = \log_2 5$

$\log_3 4 \cdot \log_4 7 = \log_3 7$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\frac{1}{\log_3 12} + \frac{1}{\log_4 12}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$\frac{1}{\log_3 12} = \log_{12} 3, \quad \frac{1}{\log_4 12} = \log_{12} 4$

$\frac{1}{\log_3 12} + \frac{1}{\log_4 12} = \log_{12} 3 + \log_{12} 4$
(loglar ortak, çarpma özelliğini hatırla)
 $= \log_{12}(3 \cdot 4) = \log_{12} 12 = 1$

2. $\frac{1}{\log_2 42} + \frac{1}{\log_3 42} + \frac{1}{\log_7 42}$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$\frac{1}{\log_2 42} = \log_{42} 2, \quad \frac{1}{\log_3 42} = \log_{42} 3, \quad \frac{1}{\log_7 42} = \log_{42} 7$

$\frac{1}{\log_2 42} + \frac{1}{\log_3 42} + \frac{1}{\log_7 42} = \log_{42} 2 + \log_{42} 3 + \log_{42} 7$
 $= \log_{42}(2 \cdot 3 \cdot 7) = \log_{42} 42 = 1$

3. $\log_3 4 \cdot \log_4 27$

işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$\log_3 4 \cdot \log_4 27 = \frac{\log 4}{\log 3} \cdot \frac{\log 27}{\log 4} = \frac{\log 27}{\log 3} = \frac{\log(3^3)}{\log 3} = \frac{3 \log 3}{\log 3} = 3$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\frac{1}{\log_2 14} + \frac{1}{\log_7 14}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\log_2 7$ B) $\log_7 14$ C) 1
D) 2 E) $\log_{14} 7$

2. $\frac{1}{\log_2 40} + \frac{1}{\log_5 40} + \frac{1}{\log_4 40}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\log_{40} 2$ B) $\log_{40} 5$ C) $\log_{40} 8$
D) 2 E) 1

3. $\log_2 5 \cdot \log_5 64$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1-C

2-E

3-E



BİLGİ

19.6 - Logaritmalı Üsler

✓ $a^{(\log_a x)} = x$
 ↳ logaritmanın tabanı
 ↳ sayının tabanı

Logaritmanın tabanı ile üslü sayının tabanı birbirine eşit ise sonuç logun önündeki sayıya eşittir. (Yukarıdaki a lar gibi)

$$2^{\log_2 3} = 3 \quad 3^{\log_3 7} = 7 \quad 4^{\log_4 6} = 6$$

$$e^{\ln 2} = e^{\log_e 2} = 2 \quad 5^{\log_5 x} = x \quad 10^{\log 2} = 10^{\log_{10} 2} = 2$$



a ile c yer değiştirebilir.

✓ $a^{(\log_b c)} = c^{(\log_b a)}$

- $2^{(\log_5 3)} = 3^{(\log_5 2)}$
- $8^{(\log_3 5)} = 5^{(\log_3 8)}$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $5^{\log_5 15} + 10^{\log 12}$
işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$$5^{\log_5 15} = 15, \quad 10^{\log 12} = 12$$

$$5^{\log_5 15} + 10^{\log 12} = 15 + 12 = 27$$

2. $3^{\log_3 2x} = 16$
olduğuna göre, x in değeri kaçtır?

Çözüm:

$$3^{\log_3 2x} = 2x \Rightarrow 3^{\log_3 2x} = 16$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

3. $2^{\log_5 x} = 7^{\log_5 2}$
olduğuna göre, x kaçtır?

Çözüm:

$$2^{\log_5 x} = x^{\log_5 2} \text{ dir.}$$

$$2^{\log_5 x} = 7^{\log_5 2}$$

$$x^{\log_5 2} = 7^{\log_5 2} \text{ (Üsler eşitse, tabanlar da eşittir.)}$$

$$x = 7 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $4^{\log_4 20} + 10^{\log 7}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 14 B) 24 C) 27 D) 30 E) 34

2. $5^{\log_5 3x} = 21$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $2^{\log_2 (x+3)} = 8$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $7^{\log_3 x} = 5^{\log_3 7}$
olduğuna göre, x kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

1-C

2-D

3-A

4-C



1. Tanımlı olduğu aralıkta f fonksiyonu için,
 $f(x) = \log_x(x - 5)$
olduğuna göre, f(6) kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6

2. $b = a^4$ olmak üzere,
 $\log_{(a^2)} b$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

3. $y \neq 0$ ve $\ln x = 4 \ln y$ olmak üzere,

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right)$$

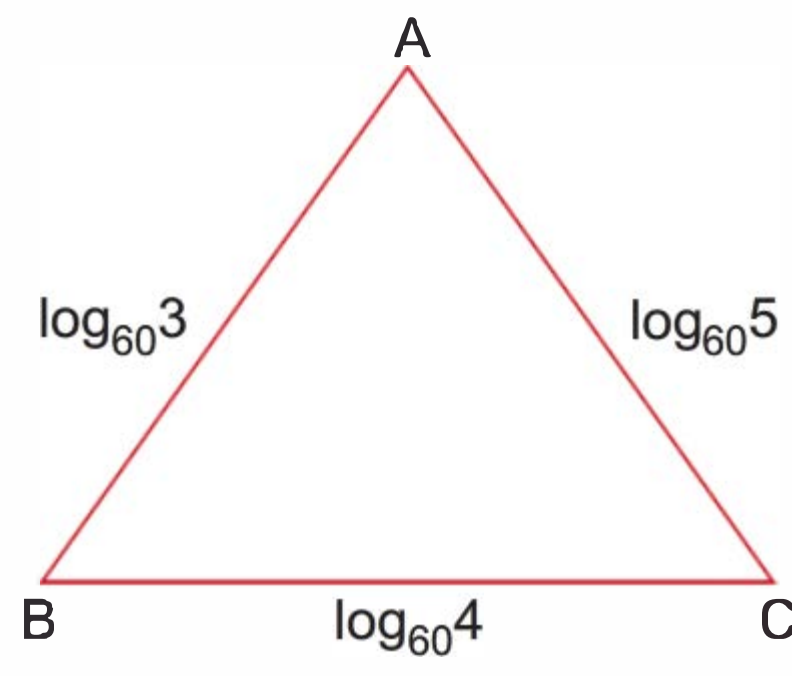
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\ln x - \ln y$ B) $\ln x + \ln y$ C) $3 \ln x$
D) $3 \ln y$ E) $5 \ln y$

4. $\log 2 = a$
 $\log 3 = b$
olduğuna göre, $\log 72$ nin a ve b türünden eşiti aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $2a + 2b$ B) $3b + 2a$ C) $3a + 2b$
D) $3a + 3b$ E) $a^3 + b^2$



5.  ABC üçgen
 $|AB| = \log_{60} 3$ br
 $|AC| = \log_{60} 5$ br
 $|BC| = \log_{60} 4$ br

Şekilde verilenlere göre, ABC üçgeninin çevresi kaç birim-
dir?

- A) 60 B) 30 C) 20 D) 10 E) 1



6. $\log_4 72 - \log_4 9$
işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$



7. $\log_2 x = 5$
olduğuna göre, $\log_x 4$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 5 D) 10 E) 25



8. $\log_2 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 16$
işleminin sonucu kaçtır?

- A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) 1



03B80CA1

1. $x! = y^2$ olmak üzere,

$$\frac{1}{\log_2 y} + \frac{1}{\log_3 y} + \frac{1}{\log_4 y} + \dots + \frac{1}{\log_x y}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 2 C) y D) 2y E) 2 + y

2. $x, y \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$x^2 = y^5$$

olduğuna göre, $\log_{x^3}(y^4)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{10}{3}$ B) 3 C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{8}{15}$

3. $\frac{1}{7^{\ln 7}} + (0, 1)^{\log \frac{1}{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) e + 5 C) e + 7 D) 5 E) e + 2

4. $x, y, z \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$x^2 = y^5 = z^{10}$$

olduğuna göre, $\log_x(y \cdot z)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{3}$



5. $x^{\ln 3} + 3^{\ln x} = 162$

olduğuna göre, x in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{e+1}{4}$ B) e + 2 C) e² D) e + 4 E) e⁴



6. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(\ln x) = \frac{x+1}{\ln x}$$

olduğuna göre, f(1) kaçtır?

- A) e B) $\frac{e}{2}$ C) e + 1 D) e - 1 E) e²



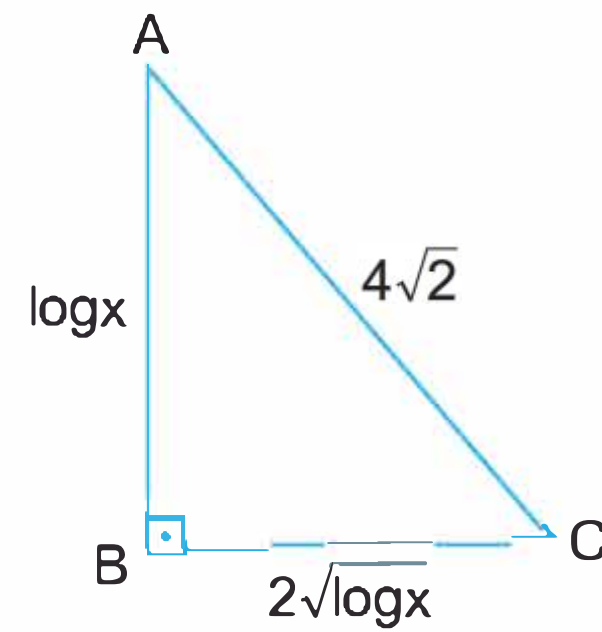
7. $\log 3 = a, \log 2 = b$

olduğuna göre, $\log(22, \overline{22})$ nin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a - 2b - 2 B) 2a - b + 2 C) a + b + 2
D) a + 2b + 2 E) b - 2a + 2



8.



ABC dik üçgen, $AB \perp BC$

$$|AB| = \log x \text{ br}$$

$$|BC| = 2\sqrt{\log x}$$

$$|AC| = 4\sqrt{2}$$

Şekilde verilenlere göre, $\sin(\widehat{BAC})$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$



BİLGİ

20.1 - Bir Gerçek Sayının Logaritmasını Bulma

✓ 1 den büyük sayıların 10 tabanına göre logaritması pozitiftir.

• $\log 2 \cong 0,301$ ise ($2 > 1$ olduğundan $\log 2 > 0$ dır)

• $\log 4 = \log(2^2) \cong 2\log 2 \cong 2 \cdot 0,301 \cong 0,602$ dir.
($4 > 1$ olduğundan $\log 4 = 0,602 > 0$)

✓ 0 ile 1 arasındaki sayıların 10 tabanına göre logaritması negatiftir.

• $\log \frac{1}{2} < 0$

• $\log \frac{3}{4} < 0$

• $\log 0,2 < 0$

• $\log 0,008 < 0$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log 2 \cong 0,301$

olduğuna göre, $\log 0,2$ nin yaklaşık değerini bulunuz.

Çözüm:

$$0,2 = \frac{2}{10} \text{ dur.}$$

$$\begin{aligned} \log 0,2 &= \log \frac{2}{10} = \log 2 - \log 10 \\ &= 0,301 - 1 \\ &= -0,699 \end{aligned}$$

($0,2 < 1$ olduğundan $\log 0,2 < 0$ dır.)

$$0, a = \frac{a}{10}$$

$$0, ab = \frac{ab}{100}$$

2. $\log 2 \cong 0,301$ ve $\log 3 \cong 0,477$

olduğuna göre, $\log 12$ nin yaklaşık değerini bulunuz.

Çözüm:

$12 = 4 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$ yazılacaktır.

$$\begin{aligned} \log 12 &= \log(2^2 \cdot 3) = \log(2^2) + \log 3 \\ &= 2\log 2 + \log 3 \\ &= 2 \cdot 0,301 + 0,477 \\ &= 0,602 + 0,477 \\ &= 1,079 \end{aligned}$$

NOT:

$$\left. \begin{array}{l} 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array}} \right\} 12 = 2^2 \cdot 3$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log 5 \cong 0,699$

olduğuna göre, $\log 0,05$ in yaklaşık değeri kaçtır?

A) -1,301

B) -1,211

C) 1,201

D) 1,321

E) 1,301

2. $\log 2 \cong 0,301$ ve $\log 3 \cong 0,477$

olduğuna göre, $\log 18$ in yaklaşık değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1,355

B) 1,265

C) 1,255

D) 1,155

E) 1,079

3. $\log x = 0,275$ ve $\log y = 0,349$

olduğuna göre, $\log(x^3 \cdot y^2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1,623

B) 1,523

C) 1,413

D) 1,403

E) 1,223

1-A

2-C

3-B



BİLGİ

20.2 - Logaritma Yardımıyla Basamak Sayısını Bulma

✓ $x > 1$ olmak üzere x sayısının basamak sayısını bulmak için önce $\log x$ sayısı bulunur. $\log x$ in tam kısmının bir fazlası x sayısının basamak sayısını verir.

• $x = 27$ olsun.

27 nin 2 basamaklı olduğunu logaritma yardımıyla bulabilirsin.

$$\log 3 = 0,477$$

$$\log 27 = \log(3^3) = 3 \cdot \log 3$$

$$= 3 \cdot 0,477$$

$$= 1,431$$

→ Tam kısım 1

27 nin basamak sayısı: Tam kısım + 1 = 1 + 1 = 2 dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log 2 = 0,301$
olduğuna göre, 2^{40} sayısının kaç basamaklı olduğunu bulunuz.

Çözüm:

Öncelikle 2^{40} sayısının 10 tabanına göre logaritmasını bulmalısın.

$$\log(2^{40}) = 40 \cdot \log 2$$

$$= 40 \cdot 0,301$$

$$= 12,04$$

Tam kısım 12 olduğundan 2^{40} sayısı $12 + 1 = 13$ basamaklıdır.

2. $\log 3 = 0,477$
olduğuna göre, 9^{40} sayısının kaç basamaklı olduğunu bulunuz.

Çözüm:

3 sayısının logaritması verildiğinden 9^{40} sayısında 9 olan tabanı 3 e çevirmelisin.

$$9 = 3^2$$

$$\log(9^{40}) = \log[(3^2)^{40}] = \log(3^{2 \cdot 40})$$

$$= \log(3^{80})$$

$$= 80 \cdot \log 3$$

$$= 80 \cdot 0,477$$

$$= 38,16$$

Tam kısım 38 olduğundan 9^{40} sayısı $38 + 1 = 39$ basamaklıdır.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log 2 \cong 0,301$
olduğuna göre, 2^{60} sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

2. $\log 2 \cong 0,301$
olduğuna göre, 8^{10} sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. $\log 3 \cong 0,477$
olduğuna göre, 81^{10} sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

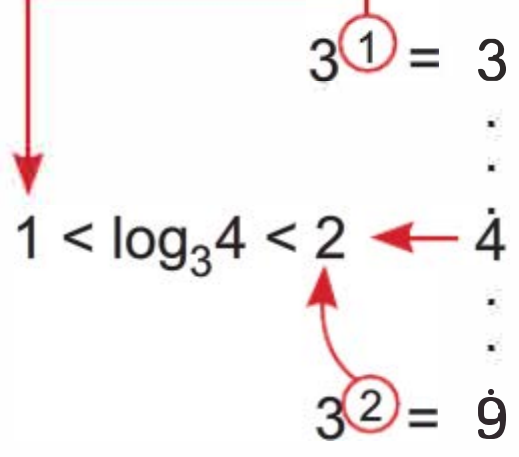


BİLGİ

20.3 - Sayıların Logaritmasının Hangi İki Tam Sayı Arasında Olduğunu Bulma

✓ $\log 1 = 0$ ve $\log 10 = 1$ olduğundan;
 $10^0 = 1$
 $10^1 = 10$ olduğundan 1 ile 10 arasındaki sayıların logaritmasının 0 ile 1 arasında olduğunu söyleyebiliriz.

✓ $\log_3 4$ sayısının hangi iki ardışık tam sayı arasında olduğunu bulmak için 3 ün kuvvetleri araştırılmalıdır.

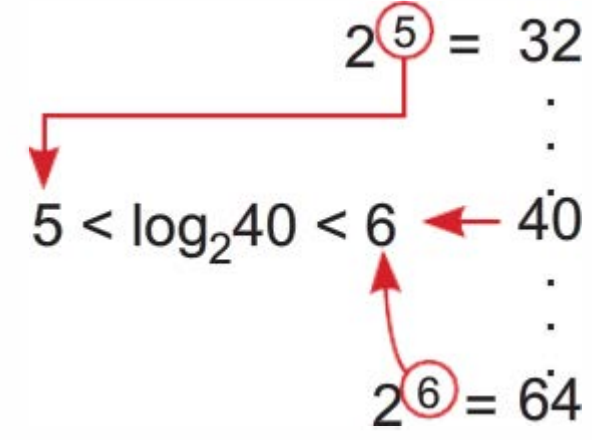


- $0 < \log 2 < 1$
- $0 < \log 3 < 1$
- $0 < \log 6 < 1$
- $0 < \log 9 < 1$

✓ $10^1 = 10$ ve $10^2 = 100$ olduğundan 10 ile 100 arasındaki sayıların logaritması 1 ile 2 arasındadır.

- $1 < \log 12 < 2$
- $1 < \log 59 < 2$
- $1 < \log 86 < 2$
- $1 < \log 99 < 2$

✓ $\log_2 40$ sayısının hangi ardışık iki tam sayı arasında olduğunu bulmak için 2 nin kuvvetleri araştırılmalıdır.

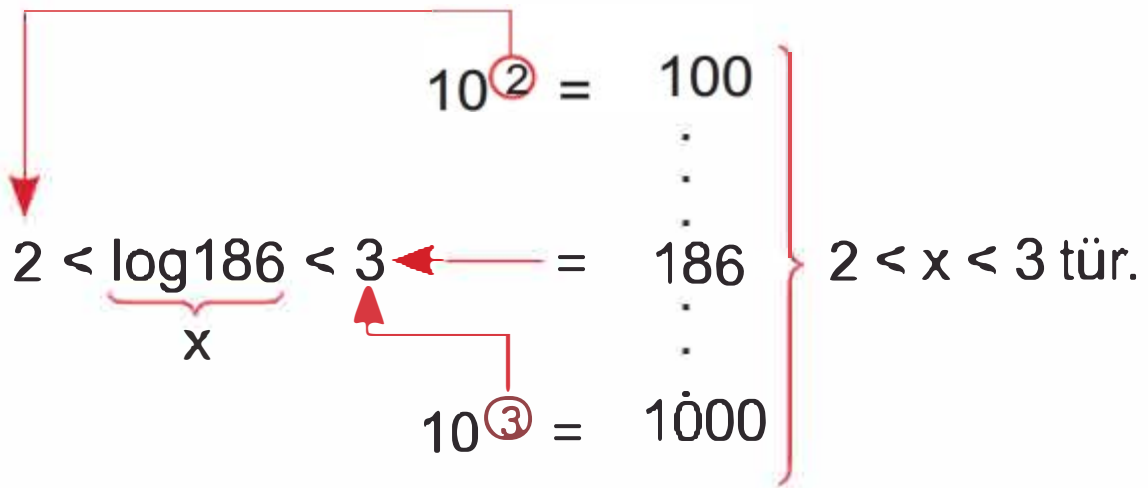


ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x = \log 186$ olduğuna göre, x in hangi ardışık iki tam sayı arasında olduğunu bulunuz.

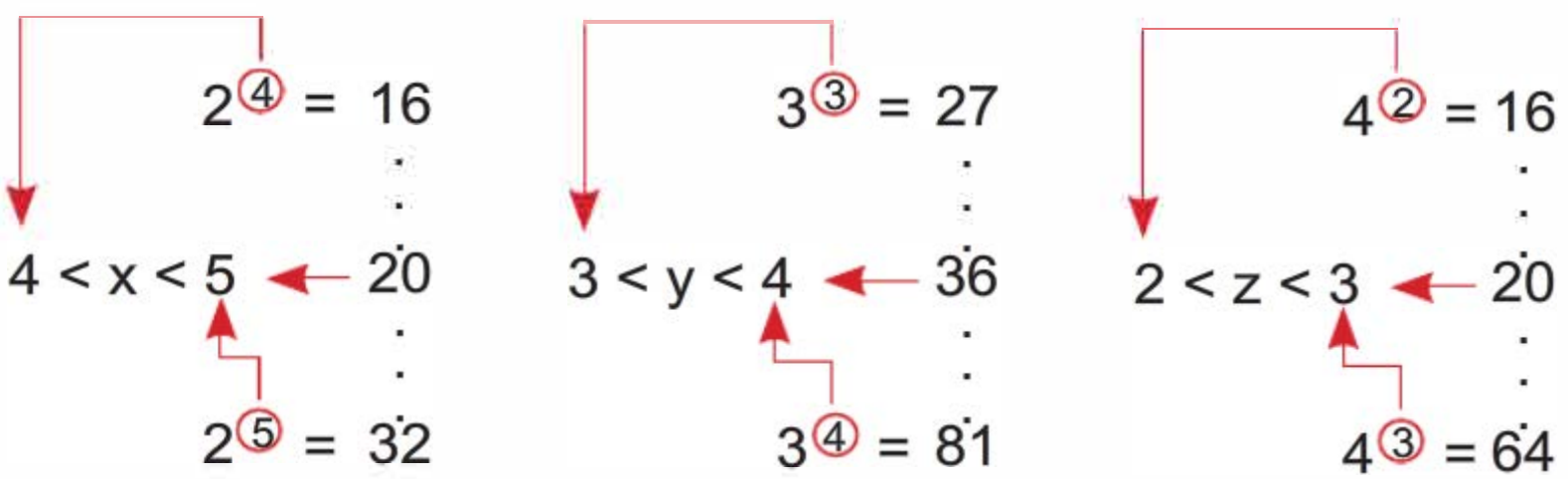
Çözüm:

Logaritmanın tabanı 10 olduğu için 186 yı 10 un kuvvetleri arasında aramalıyız.



2. $x = \log_2 20$
 $y = \log_3 36$
 $z = \log_4 20$ olduğuna göre, x, y ve z sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm:



$2 < z < 3$
 $3 < y < 4$
 $4 < x < 5$ } $z < y < x$ tir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x = \log 849$ olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $0 < x < 1$
- B) $1 < x < 2$
- C) $2 < x < 3$
- D) $3 < x < 4$
- E) $4 < x < 5$

2. $x = \log 23246$ olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-5 < x < 1$
- B) $4 < x < 5$
- C) $3 < x < 4$
- D) $2 < x < 3$
- E) $1 < x < 2$

3. $a = \log_3 40$ $b = \log_2 40$ $c = \log_5 30$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $b < c < a$
- B) $c < b < a$
- C) $b < a < c$
- D) $a < b < c$
- E) $c < a < b$

1-C

2-B

3-E



BİLGİ

20.4 - Logaritma Fonksiyonunun Grafiği - I

✓ $f(x) = \log_a f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilirken aşağıdaki işlemleri sırasıyla yapmalısın.

1. Verilen logaritma fonksiyonunun tanım aralığı bulunur.
2. Bu tanım aralığından seçilen bazı x değerleri için $(x, f(x))$ ikilileri bulunur.
3. Bu ikililer analitik düzlemde işaretlenir.
4. İşaretlenen noktalardan geçecek şekilde grafik çizilir.

NOT: Logaritmanın tabanı 1 den büyükse fonksiyon artandır. O halde grafiğin sağ ucu yukarı doğru yönelmelidir. (Sol ucuda aşağıya)

✓ $f(x) = \log(x - 3)$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

1. Pozitif sayıların logaritması tanımlı olduğundan $x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3$ olmalıdır.

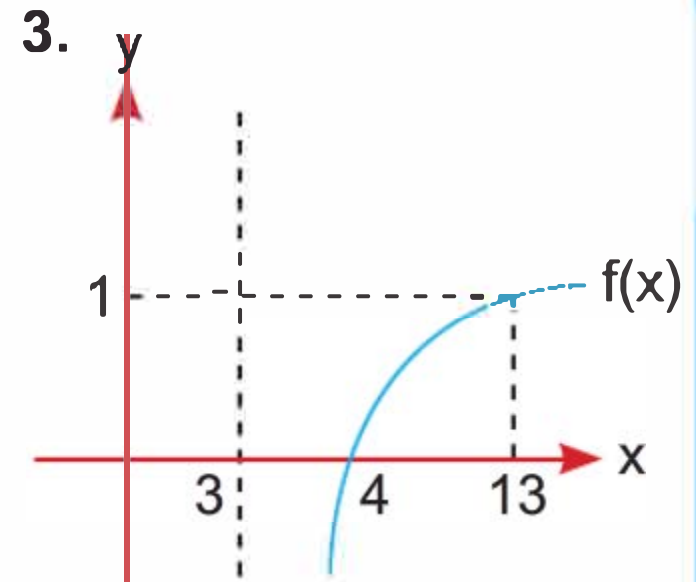
O halde grafiği $x = 3$ doğrusunun sağında çizmelisin.

2. $f(x); x > 3$ için tanımlı olduğundan x yerine 3 ten büyük değerler vermeliyiz.

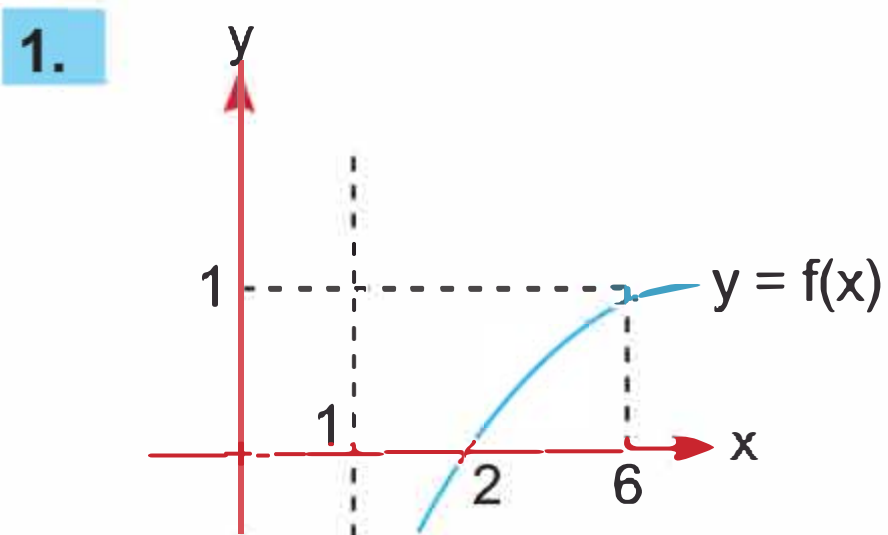
$$x = 4 \text{ için, } y = \log(4 - 3) = \log 1 = 0$$

$$x = 13 \text{ için, } y = \log(13 - 3) = \log 10 = 1$$

3. Taban 10 ve $10 > 0$ olduğundan artandır.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \log_5(x - 2)$ B) $f(x) = \log_5(x + 2)$
 C) $f(x) = \log_5(x - 1)$ D) $f(x) = \log_{\frac{1}{5}}(x - 1)$
 E) $f(x) = \log_3(x - 1)$

Çözüm:

Grafik $x = 1$ doğrusunun sağ tarafında yani 1 den büyük x ler için çizildiğinden tanım aralığı $x > 1$ dir.

A seçeneğinde tanım aralığı $x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

B seçeneğinde tanım aralığı $x + 2 > 0 \rightarrow x > -2$

olduğundan A ve B seçenekleri yanlıştır. Onları eledik.

Şekildeki grafik artan olduğundan logaritmanın tabanı 1 den büyük olmalı.

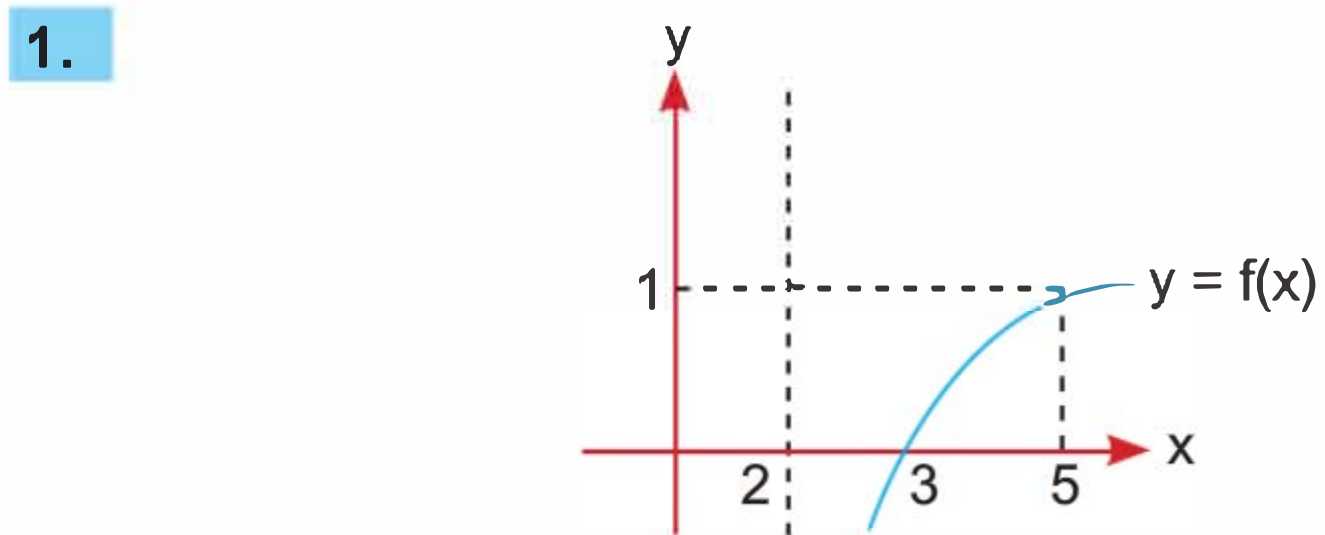
O halde D de doğru seçenek değil.

Şekilde $x = 6$ için sonuç 1 verilmiş. Bu koşulu C ve E den hangisi sağlarsa doğru cevap olacaktır.

$$C) f(x) = \log_5(x - 1) \Rightarrow f(6) = \log_5(6 - 1) = \log_5 5 = 1 \quad (\text{doğru})$$

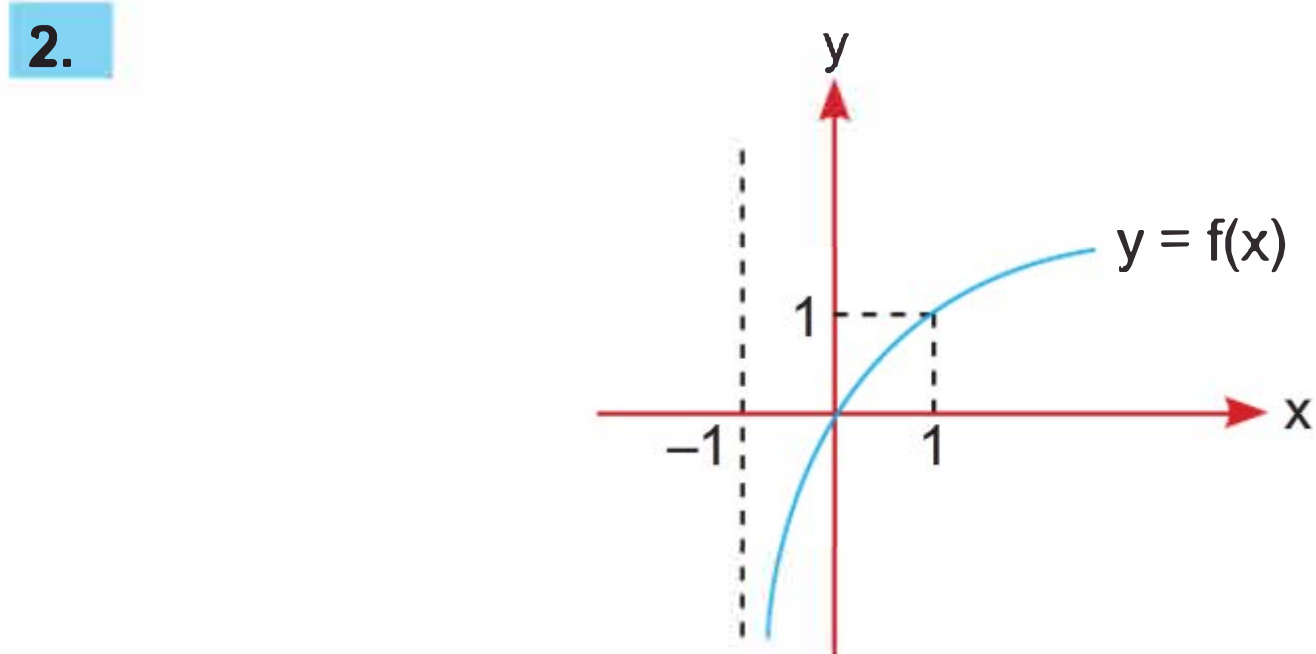
$$E) f(x) = \log_3(x - 1) \Rightarrow f(6) = \log_3(6 - 1) = \log_3 5 \neq 1 \quad (\text{yanlış})$$

ÖĞRENCİ SORULARI



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \log_3(x - 1)$ B) $f(x) = \log_3(x - 2)$
 C) $f(x) = \log_3(x + 2)$ D) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x - 2)$
 E) $f(x) = \log_5(x - 2)$



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \log_3(x + 1)$ B) $f(x) = \log(x + 1)$
 C) $f(x) = \log_2(x - 1)$ D) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$
 E) $f(x) = \log_2(x + 1)$



BİLGİ

20.5 - Logaritma Fonksiyonunun Grafiği - II

✓ $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2)$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.

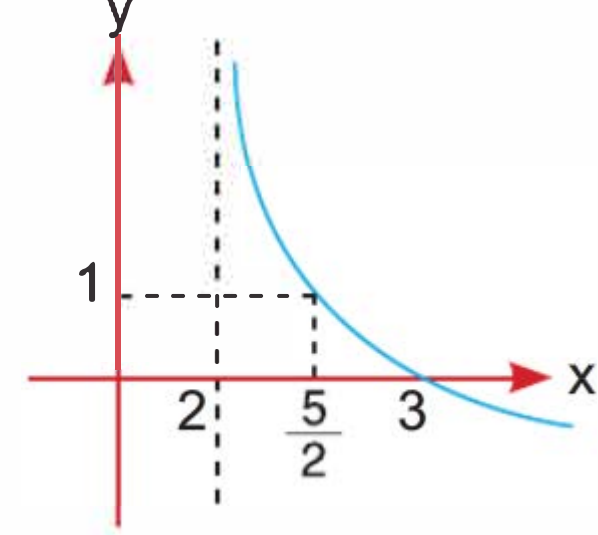
1. $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$

Fonksiyonunun tanım aralığı $(2, +\infty)$ olduğundan grafiği $x = 2$ doğrusunun sağ tarafında çizeceğiz.

2. $\log_{\frac{1}{2}}(x - 2) = 0 \Rightarrow x - 2 = 1$
 $x = 3 \Rightarrow (3, 0)$

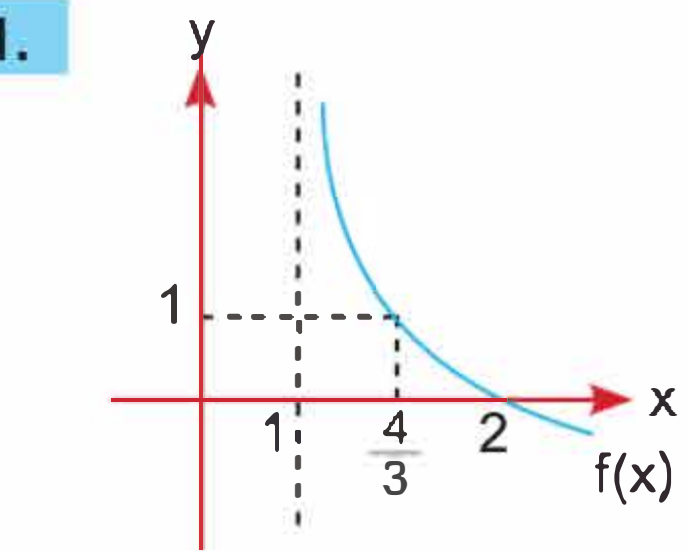
3. $\log_{\frac{1}{2}}(x - 2) = 1 \Rightarrow x - 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}, 1\right)$

4. Şimdi bu verileri analitik düzleme aktaralım.



NOT: Taban 0 ile 1 arasında ise fonksiyon azalan olduğundan, grafiğe soldan sağa doğru bakıldığında; grafiğin sağ ucu aşağıya yönelmelidir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



Şekildeki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine aittir?

A) $f(x) = \log_3(x - 1)$

B) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$

C) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1)$

D) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x - 1)$

E) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x - 2)$

Çözüm:

Grafik $x = 1$ doğrusunun sağ tarafında (1 den büyük yerlerde) çizildiği için tanım aralığı $x > 1$ olmalıdır.

C seçeneğinde $x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$

E seçeneğinde $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$ olduğundan C ve E seçenekleri doğru cevap değildir. Bu seçenekler elendi.

Şekildeki grafik azalan olduğundan taban 0 ile 1 arasında bir sayı olmalıdır.

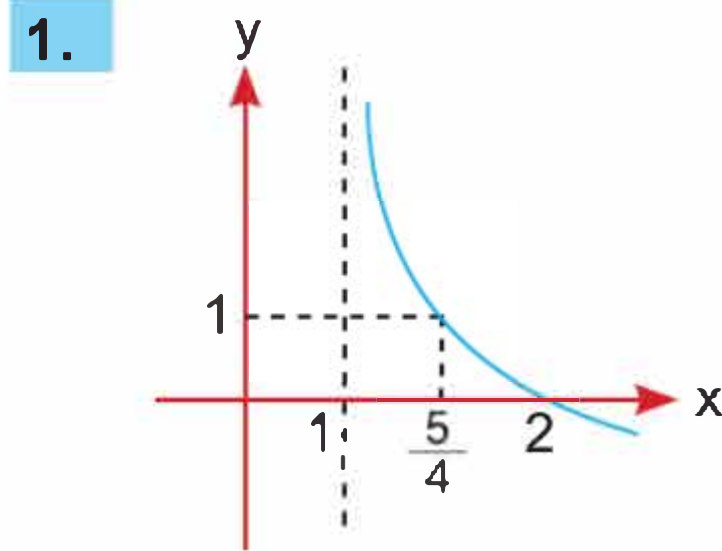
A seçeneğinde taban 3 olup, 1 den büyüktür. O halde A seçeneği de elendi.

Grafikte $x = \frac{4}{3}$ için $y = 1$ olduğundan geriye kalan B ve D seçeneklerinde deneme yapmalıyız.

B) $x = \frac{4}{3} \Rightarrow f\left(\frac{4}{3}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{4}{3} - 1\right) = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3} \neq 1$ (yanlış)

D) $x = \frac{4}{3} \Rightarrow f\left(\frac{4}{3}\right) = \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{4}{3} - 1\right) = \log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3} = 1$ (doğru)

ÖĞRENCİ SORULARI



Şekildeki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine aittir?

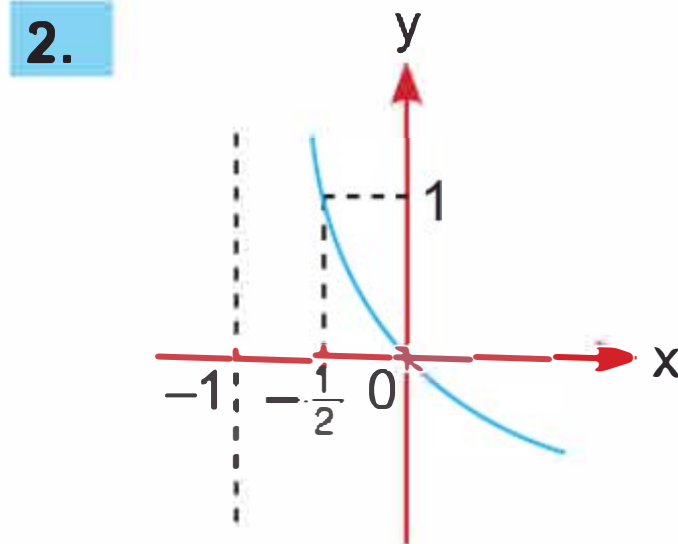
A) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$

B) $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x - 1)$

C) $f(x) = \log_4(x - 1)$

D) $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x + 1)$

E) $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x - 2)$



Şekildeki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine aittir?

A) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$

B) $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x - 1)$

C) $f(x) = \log_4(x + 1)$

D) $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x + 1)$

E) $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x - 2)$

1-B

2-A



BİLGİ

20.6 - Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar İle Günlük Hayat Durumları

Günlük hayatta, matematiğin en çok kullanılan konularından biri logaritmadır. Logaritma hesabı; astronomide, jeolojide, istatistikte, kimyada, biyolojide, akustikte, banka faiz hesaplarında vb. birçok alanda kullanılır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Depremi açığa çıkardığı enerji $E(\text{erg})$, depremin büyüklüğü M olmak üzere,

$$\log E = 11,4 + 1,5 \cdot M$$

formülü ile hesaplanır.

Richter ölçeğine göre, 5,4 büyüklüğündeki bir depremin açığa çıkardığı enerjiyi bulunuz.

Çözüm:

Tek yapacağın şey verilen formülde M yerine 5,4 yazarak E yi bulmak olmalı.

$$\begin{aligned} \log E &= 11,4 + 1,5 \cdot M = 11,4 + (1,5) \cdot (5,4) \\ &= 11,4 + 8,1 \\ &= 19,5 \end{aligned}$$

$$\log E = 19,5 \Rightarrow E = 10^{19,5}$$

2. P_0 = Başlangıçta nüfus sayısı
 t = Zaman (yıl)

k = nüfus artış hızı (%)

P = Belirli bir zaman sonra oluşacak nüfus sayısı olmak üzere,

$$P = P_0 \cdot e^{k \cdot t}$$

bağıntısına hesaplanır.

Nüfus artış hızı TÜİK verilerine %1,3 ve 2015 deki Türkiye nüfusu yaklaşık 74 milyondur.

Buna göre, Türkiye'nin bu nüfus artış hızına göre, 2020 yılındaki nüfusu yaklaşık kaç olacaktır?

Çözüm:

$$k = \%1,3 = \frac{1,3}{100} = 0,013 \text{ tür.}$$

$$P = P_0 \cdot e^{k \cdot t} \Rightarrow P = 74 \cdot 10^6 \cdot e^{0,013 \cdot 5}$$

$$(2020 - 2015 = 5 \text{ olduğundan } t = 5)$$

$$= 74 \cdot 10^6 \cdot e^{0,065}$$

$$\cong 74 \cdot 10^6 \cdot (2,71)^{0,065}$$

$$\cong 74 \cdot 10^6 \cdot 1,066$$

$$\cong 79 \cdot 10^6$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Depremi açığa çıkardığı enerji $E(\text{erg})$, depremin büyüklüğü M olmak üzere,

$$\log E = 11,4 + 1,5 \cdot M$$

formülü ile hesaplanır.

Richter ölçeğine göre, 3,4 büyüklüğündeki bir depremin açığa çıkardığı enerji kaç erg'dir?

- A) $10^{14} \cdot \sqrt{10}$ B) $10^{16} \cdot \sqrt{2}$ C) $10^{15} \cdot \sqrt{10}$
D) $10^{16} \cdot \sqrt{5}$ E) $10^{16} \cdot \sqrt{10}$

2. I : Kaynağın ses şiddeti
 I_0 : 10^{-12} watt/m² (Uluslararası referans ses şiddeti)
 L : Ses düzeyi olmak üzere,

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \text{ (desibel)}$$

bağıntısıyla hesaplanır.

İlk andaki ses şiddeti 300 watt/m² olan bir havan topunun ses düzeyi kaç desibeldir?

($\log 3 = 0,477$)

- A) 152, 17 B) 248, 67 C) 144, 77
D) 142, 77 E) 140, 69



1. $x = \log_2 7$ olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- A) $1 < x < 2$ B) $2 < x < 3$ C) $3 < x < 4$
D) $4 < x < 5$ E) $0 < x < 1$

2. $a = \log_3 72$
 $b = \log_4 259$
 $c = \log_5 59$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?
- A) $b < a < c$ B) $c < b < a$ C) $c < a < b$
D) $a < b < c$ E) $a < c < b$

3. $\log 3 = 0,477$ olduğuna göre, $\log 9$ un yaklaşık değeri kaçtır?
- A) 0,864 B) 0,884 C) 1,431
D) 0,954 E) 1,894

4. $\log 5 = 0,699$ olduğuna göre, $\log 0,5$ in değeri kaçtır?
- A) -0,201 B) -0,301 C) -0,311
D) 0,201 E) 0,301

5. $\log 2 = 0,301$
 $\log 5 = 0,699$ olduğuna göre, $\log 20$ nin yaklaşık değeri kaçtır?
- A) 1,425 B) 1,415 C) 1,325
D) 1,315 E) 1,301

6. $\log 2 = 0,301$ olduğuna göre, 2^{70} sayısı kaç basamaklıdır?
- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

7. $\log 3 = 0,477$ olduğuna göre, 3^{45} sayısı kaç basamaklıdır?
- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

8. Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, a kaçtır?
-
- $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-3)$
- A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) $\frac{13}{4}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{9}{2}$



04B80E07

1. $a = \log_5 246$
olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-2 < a < -1$ B) $-1 < a < 0$ C) $0 < a < 1$
D) $2 < a < 3$ E) $3 < a < 4$

2. $a = \log_2 136$
 $b = \log_3 256$
 $c = \log_6 206$
olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $c < b < a$ B) $c < a < b$ C) $a < c < b$
D) $a < b < c$ E) $b < a < c$

3. $\log 2 = 0,301$
olduğuna göre, $\log 0,002$ sayısının yaklaşık değeri kaçtır?

- A) $-2,599$ B) $-2,589$ C) $-2,689$
D) $-2,699$ E) $-1,699$

4. $\log 2 = 0,301$
 $\log 5 = 0,699$
olduğuna göre, $\log 40$ 'ın yaklaşık değeri kaçtır?

- A) $1,389$ B) $1,399$ C) $1,489$
D) $1,602$ E) $1,599$

5. $\log 5 = 0,699$
olduğuna göre, 25^{40} sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 57 B) 56 C) 55 D) 54 E) 53

6. $\log 2 = 0,301$
olduğuna göre, 8^{15} sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

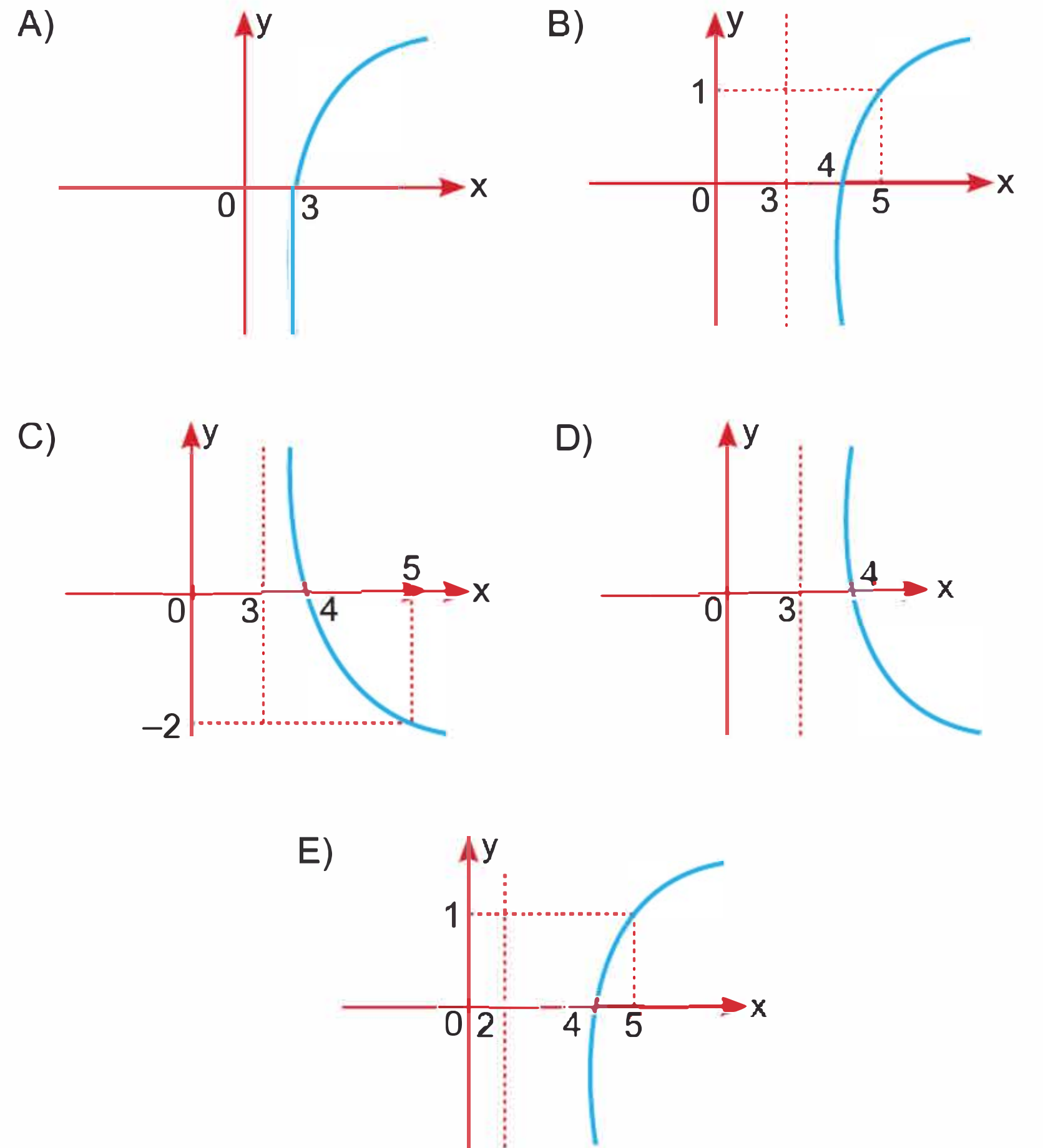
7. Bir çözeltinin asitliği ya da bazlığı $[H]$ ve $[OH^-]$ değerleri ile hesaplanır. Bu değerler, çok küçük sayılar olduğundan pH ve pOH ölçekleri geliştirilmiştir.

$$pH = -\log[H^+]$$

Buna göre, A çözeltisinin derişimi $[H^+] = 3,4 \cdot 10^{-5}$ olduğuna göre, pH değeri kaçtır? ($\log 34 \cong 1,53$)

- A) 13,216 B) 13,712 C) 14,123
D) 9,46 E) 4,47

8. $f(x) = \log_2(x-3)$
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?





04C70A42

21. SEANS | ÜSLÜ – LOGARİTMALI DENKLEMLER



BİLGİ

21.1 - $\log_m(ax + b) = c$ Tipindeki Denklemler ve $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ Biçimindeki Denklemlerin Çözümü

- ✓ $\log_2(x + 3) = 4$
tipindeki denklemleri çözerken ilk yapılacak şey logaritmanın tanımını kullanarak logaritmadan kurtulmaktır.
 $\log_a b = x \Rightarrow b = a^x$ kuralını hatırla!
"Taban üzeri sayı; logaritması alınan sayıya eşittir," dememişmiydim.

- $\log_2(x + 3) = 4 \Rightarrow 2^4 = x + 3$
 $16 = x + 3$
 $16 - 3 = x \Rightarrow x = 13$ 'tür.
 $\Ç = \{13\}$ bulunur.

- ✓ $\log_a f(x) = \log_a g(x) \dots (f(x) > 0, g(x) > 0)$
 $f(x) = g(x)$

NOT: Eşitliğin her iki tarafında aynı tabanlı loglar varsa tabanıyla birlikte atılır.

- $\log_3(x - 1) = \log_3(5 - 2x) \Rightarrow x - 1 = 5 - 2x$
 $x + 2x = 5 + 1$
 $\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \quad x = 2$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\ln(2x - 1) = 2$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$\ln x = \log_e x$ olduğunu hatırlamalısın.

$$\ln(2x - 1) = 2 \Rightarrow \log_e(2x - 1) = 2$$

$$e^2 = 2x - 1 \Rightarrow e^2 + 1 = 2x$$

$$\frac{e^2 + 1}{2} = \frac{2x}{2} \Rightarrow x = \frac{e^2 + 1}{2} \Rightarrow \Ç = \left\{ \frac{e^2 + 1}{2} \right\}$$

2. $\log_3(3x - 7) - \log_3(x + 15) = 0$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\log_3(3x - 7) - \log_3(x + 15) = 0$$

$$\log_3(3x - 7) = \log_3(x + 15)$$

$$3x - 7 = x + 15 \Rightarrow 3x - x = 15 + 7$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{22}{2} \Rightarrow x = 11 \Rightarrow \Ç = \{11\}$$

3. $\log_2 3 = \log_4(5x - 6)$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\log_2 3 = \log_{(2^2)}(3^2) = \log_4 9 \text{ dur.}$$

$$\log_2 3 = \log_4(5x - 6)$$

$$\log_4 9 = \log_4(5x - 6) \Rightarrow 9 = 5x - 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \Ç = \{3\}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\ln(3x + 2) = 2$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{ \frac{e^2 - 2}{3} \right\}$ B) $\left\{ \frac{e - 2}{3} \right\}$ C) $\left\{ \frac{e^2 + 2}{3} \right\}$
D) $\left\{ \frac{2e + 2}{3} \right\}$ E) $\left\{ \frac{e + 2}{3} \right\}$

2. $\log_4(5x - 2) - \log_4(2x + 7) = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-3\}$ B) $\{3\}$ C) $\left\{ \frac{9}{7} \right\}$ D) $\{4\}$ E) $\{2\}$

3. $\log_{25}(2x - 3) = \log_5 4$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{ \frac{1}{2} \right\}$ B) $\left\{ \frac{7}{2} \right\}$ C) $\left\{ \frac{13}{2} \right\}$ D) $\left\{ \frac{19}{2} \right\}$ E) $\left\{ \frac{17}{2} \right\}$

1-A

2-B

3-D



BİLGİ

21.2 - $\log_a x - \log_a y = b$ Tipindeki Denklemler

$$\clubsuit \log_a x - \log_a y = b$$

tipindeki denklemleri çözerken önce logaritmali ifadeleri teke düşüreceksin.

$$\bullet \log_2(x+1) - \log_2 x = 3 \text{ denkleminde önce } \log_2 \text{ leri teke düşürelim.}$$

NOT: $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$ kuralını hatırlamalısın.

$$\bullet \log_2(x+1) - \log_2 x = 3$$

$$\log_2 \left(\frac{x+1}{x} \right) = 3$$

$$2^3 = \frac{x+1}{x} \Rightarrow \frac{8}{1} \times \frac{x+1}{x} \text{ (İçler - dışlar çarpımı)}$$

$$8x = x + 1$$

$$8x - x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{7} \Rightarrow \mathcal{Ç} = \left\{ \frac{1}{7} \right\}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \log_3(x+2) - \log_3 x = 1$$

denklemini sağlayan x sayısını bulunuz.

Çözüm:

$$\log_3(x+2) - \log_3 x = 1$$

$$\log_3 \left(\frac{x+2}{x} \right) = 1 \Rightarrow \frac{3^1}{1} \times \frac{x+2}{x}$$

$$3x = x + 2$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$2. \log_5 x - \log_5(x-2) = 1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\log_5 x - \log_5(x-2) = 1 \Rightarrow \log_5 \left(\frac{x}{x-2} \right) = 1$$

$$\frac{5^1}{1} \times \frac{x}{x-2}$$

$$5(x-2) = x$$

$$5x - 10 = x$$

$$5x - x = 10$$

$$4x = 10$$

$$x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \Rightarrow \mathcal{Ç} = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \log_2(x+1) - \log_2 x = 2$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{5}$

E) $\frac{1}{6}$

$$2. \log_3 x - \log_3(x-2) = 1$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 3

B) $\frac{5}{2}$

C) 2

D) $\frac{3}{2}$

E) 1

$$3. \log_5(x+2) - \log_5(x-1) = 1$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{ \frac{9}{8} \right\}$

B) $\left\{ \frac{5}{4} \right\}$

C) $\left\{ \frac{3}{2} \right\}$

D) $\left\{ \frac{7}{4} \right\}$

E) $\{2\}$



BİLGİ

21.3 - $\log_a x + \log_a y = b$ Tipindeki Denklemler

❖ $\log_a x + \log_a y = b$ tipindeki denklemleri çözerken, öncelikle logaritmalı ifadeleri teke düşüreceksin.

NOT: $\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$ özelliğini hatırlamalısın!

• $\log_2 x + \log_2(x - 1) = 1$
 $\log_2 [x \cdot (x - 1)] = 1 \Rightarrow x(x - 1) = 2^1 = 2 \dots$ (II. dereceden denkleme dönüştü.)

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2) \cdot (x + 1) = 0$$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ Bulunan bu kökler logaritmanın önündeki ifadeleri sıfır ya da negatif yapmamalıdır. (logaritmanın tanımı gereği)
 $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$x = 2$ yi deneyelim.
 $\log_2 x = \log_2 2$ tanımlı olur.
 $\log_2(x - 1) = \log_2(2 - 1)$ tanımlı olur.

$x = -1$ i deneyelim.
 $\log_2 x = \log_2(-1)$ tanımsız olur.
 $\log_2(x - 1) = \log_2(-1 - 1)$ tanımsız olur.

Bu durumda verilen denklemin kökü sadece 2 dir.
 $\mathcal{C} = \{2\}$ bulunur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log_2(x + 2) + \log_2 6 = 1$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\log_2(x + 2) + \log_2 6 = 1$$

$$\log_2[(x + 2) \cdot 6] = 1$$

$$(x + 2) \cdot 6 = 2^1 = 2 \Rightarrow 6x + 12 = 2 \Rightarrow 6x = 2 - 12$$

$$6x = -10 \Rightarrow x = -\frac{10}{6} \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

$x = -\frac{5}{3}$ değeri $\log_2(x + 2) = \log_2\left(-\frac{5}{3} + 2\right)$ ifadesini tanımlı yapıyor.

O halde $\mathcal{C} = \left\{-\frac{5}{3}\right\}$ tür.

2. $\log_4 x + \log_4(x - 6) = 2$
denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\log_4 x + \log_4(x - 6) = 2 \Rightarrow \log_4 [x(x - 6)] = 2$$

$$x(x - 6) = 4^2 = 16$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0 \Rightarrow (x - 8) \cdot (x + 2) = 0$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$$

$x = -2$ her iki logaritmayı da negatif (tanımsız) yapıyor.

O halde $\mathcal{C} = \{8\}$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log_5(x - 1) + \log_5 3 = 1$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1\}$ B) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{7}{3}\right\}$ D) $\left\{\frac{5}{3}\right\}$ E) $\left\{\frac{8}{3}\right\}$

2. $\log_2(x + 1) + \log_2 x = 1$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1\}$ B) $\{-1\}$ C) $\{2\}$
D) $\{1, 2\}$ E) $\{1, -2\}$

3. $\log_2(x + 1) + \log_2(x - 1) = 3$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-3\}$ B) $\{-2\}$ C) $\{3\}$
D) $\{-2, 2\}$ E) $\{-3, 3\}$

1-E

2-A

3-C



BİLGİ

21.4 - İç İçe Logaritmali ve Üstel Denklemler

$$\clubsuit \log_2[\log_3(x-1)] = 1$$

Tipindeki logaritmaların iç içe girmiş olduğu denklemlerde en dıştan içe doğru log'lardan kurtulacaksınız.

$$\log_2[\log_3(x-1)] = 1 \Rightarrow \log_3(x-1) = 2^1$$

$$\log_3(x-1) = 2 \Rightarrow x-1 = 3^2$$

$$x-1 = 9$$

$$x = 10 \Rightarrow \mathcal{C} = \{10\}$$

dur.

\clubsuit Bilinmeyen (x'in) üstte olduğu denklemlere **üstel denklem** denir. Üstel denklemlerde üslü sayının tabanı kaç ise, her iki tarafın o tabana göre logaritması alınır. Bu sayede x aşağıya (eşitin hizasına) düşürülmüş olur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \log_2[\log_5(2x-3)] = 2$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\log_2[\log_5(2x-3)] = 2 \Rightarrow \log_5(2x-3) = 2^2$$

$$\log_5(2x-3) = 4$$

$$2x-3 = 5^4$$

$$2x-3 = 625$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{628}{2}$$

$$x = 314 \Rightarrow \mathcal{C} = \{314\}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \log[\log_2(2x-1)] = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ B) $\{1\}$ C) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$

D) $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ E) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

$$2. e^{x-3} = 3$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{3 + \ln 3\}$ B) $\{3 - \ln 3\}$ C) $\{\ln 3 - 3\}$

D) $\{\ln 3 - 2\}$ E) $\{2 - \ln 3\}$

$$2. e^{x+2} = 2$$

olduğuna göre, x in eşitini bulunuz.

Çözüm:

Taban e sayısı olduğundan her iki tarafın e tabanına göre logaritması alınmalıdır.

$$e^{x+2} = 2 \Rightarrow \log_e e^{x+2} = \log_e 2$$

$$(x+2) \cdot \log_e e = \log_e 2$$

1

$$x+2 = \ln 2 \Rightarrow x = (\ln 2) - 2$$

NOT: $\log_e x = \ln x$
olduğunu hatırla!

$$3. 9^x - 3^x - 12 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{\log_4 3\}$ B) $\{\log_2 3\}$ C) $\{\log_3 2\}$

D) $\{\log_3 4\}$ E) $\{\log_2 9\}$

1-C

2-A

3-D



BİLGİ

21.5 - İki Bilinmeyenli Logaritmali Denklemler

$$\begin{aligned} \clubsuit \log_3 x + \log_3 y &= 5 \\ \log_3 x - \log_3 y &= 3 \end{aligned}$$

şeklindeki denklemlerde önce bilinmeyenlerden biri yok edilir.

$$\begin{array}{r} \log_3 x + \log_3 y = 5 \\ + \log_3 x - \log_3 y = 3 \\ \hline \log_3 x + \log_3 x = 5 + 3 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \log_3 y \text{ ler zıt işaretli olduğundan toplandığında yok olur.}$$

$$2 \cdot \log_3 x = 8 \Rightarrow \log_3 x = 4$$

$$x = 3^4 = 81 \text{ dir.}$$

Denklemlerden birinde $\log_3 x$ yerine 4 yazılarak y bulunur.
 $\log_3 x + \log_3 y = 5 \Rightarrow 4 + \log_3 y = 5 \Rightarrow \log_3 y = 1 \Rightarrow y = 3^1 = 3$ tür.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$\begin{aligned} 1. \quad \log_2 x + \log_2 y &= 3 \\ \log_2 x - \log_2 y &= 7 \end{aligned}$$

denklemini sağlayan x ve y değerlerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} \log_2 x + \log_2 y = 3 \\ + \log_2 x - \log_2 y = 7 \\ \hline \log_2 x + \log_2 x = 10 \Rightarrow 2 \log_2 x = 10 \\ = 5 \end{array}$$

$$\log_2 x = 5 \Rightarrow x = 2^5 = 32$$

$$\begin{array}{r} \log_2 x + \log_2 y = 3 \Rightarrow \log_2 y = 3 - 5 \\ = -2 \end{array} \quad \log_2 y = -2 \Rightarrow y = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \log_3 a + \log_3 b &= 2 \\ \log_3 a - \log_3 b &= 4 \end{aligned}$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} \log_3 a + \log_3 b = 2 \\ + \log_3 a - \log_3 b = 4 \\ \hline \log_3 a + \log_3 a = 6 \Rightarrow 2 \log_3 a = 6 \\ = 3 \end{array}$$

$$\log_3 a = 3 \Rightarrow a = 3^3 = 27$$

$$\begin{array}{r} \log_3 a + \log_3 b = 2 \Rightarrow 3 + \log_3 b = 2 \\ = -1 \end{array} \quad \log_3 b = 2 - 3$$

$$\log_3 b = -1$$

$$b = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$\mathcal{C} = \{(a, b)\} = \left\{ \left(27, \frac{1}{3} \right) \right\}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$\begin{aligned} 1. \quad \log_2 a + \log_2 b &= 4 \\ \log_2 a - \log_2 b &= 6 \end{aligned}$$

denklemini sağlayan a değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5 B) 6 C) 16 D) 32 E) 36

$$\begin{aligned} 2. \quad \log_3 m - \log_3 n &= 1 \\ \log_3 m + \log_3 n &= 5 \end{aligned}$$

olduğuna göre, n nin eşiği kaçtır?

- A) 27 B) 15 C) 9 D) 6 E) 3

$$\begin{aligned} 3. \quad \log_4 x + \log_4 y &= 3 \\ \log_4 x - \log_4 y &= 1 \end{aligned}$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

1-D

2-C

3-B



TEST 1

1. $\log_5(3x - 2) = 2$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. $\log(4x - 7) = \log(2x + 15)$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
- A) 22 B) 20 C) 18 D) 15 E) 11

3. $\ln(5x - 1) = \ln(2x + 8)$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
- A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

4. $\log_2(3x - 12) - \log_2(x + 1) = 1$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

5. $\log_3(x - 3) + \log_3 5 = 2$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
- A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{8}{5}$ C) $\frac{9}{5}$ D) $\frac{18}{5}$ E) $\frac{24}{5}$

6. $3^{x-7} = 5$
eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $7 - \log_3 5$ B) $3 + \log_5 7$ C) $7 + \log_5 3$
D) $3 + \log_7 5$ E) $7 + \log_3 5$

7. $\log_2(\log_4(x - 3)) = 1$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

8. $\log_3 x + 2\log_3 y = 8$
 $2\log_3 x - \log_3 y = 1$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\{(2, 3)\}$ B) $\{(9, 18)\}$ C) $\{(9, 27)\}$
D) $\{(27, 9)\}$ E) $\{(3, 9)\}$



1. $\log_4(7x + 2) = \log 100$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\log_6(x + 2) = 1 - \log_6(x + 1)$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\log_8(2x - 14) - \log_8(x - 2) = 0$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

4. $\log x + \log 4 - \log 3 = 2$
olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 40 D) 75 E) 80



5. $4^x + 2^x - 12 = 0$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\log_2 6\}$ B) $\{\log_4 2\}$ C) $\{\log_4 6\}$
D) $\{\log_2 3\}$ E) $\{\log_3 2\}$



6. $\log_{2018}(\log_{2020} x) = 0$
olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2021 B) 2020 C) 2018 D) 10 E) 1



7. $\log(x \cdot y) = 5$
 $\log\left(\frac{x}{y}\right) = 3$
olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{10}$ C) 8 D) 10 E) 12



8. $\log_9(\log_2 8) = \log_{16} x$
olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 16



1. $\log\left(\frac{3}{2} - \cos x\right) = 0$

denklemini sağlayan en küçük pozitif x açısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{2\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

2. $\log_2[2(\log_3(x+2))] = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) 1 E) 2

3. $\log_2[\log_3 81] = \log_4 x$

olduğuna göre, x in değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

4. $\ln(x \cdot y) = 3a$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 3b$$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

- A) $\frac{e^{3(a+b)}}{2}$ B) $e^{2(a+b)}$ C) $e^{\frac{2(a+b)}{3}}$
D) $e^{\frac{3(a-b)}{2}}$ E) $e^{\frac{3(a+b)}{2}}$



5. $\log_5(25 \cdot 5^{x+2}) = 2x - 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{25\}$ B) $\{8\}$ C) $\{7\}$ D) $\{5\}$ E) $\{3\}$



6. a bir pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$$f(x) = \log_x(x - 2a)$$

$$f(4a) = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16



7. $\log_8[\log_4(\sqrt{x+2})] = -\frac{1}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1



8. $x > -2$ olmak üzere,

$$\log_{25}(x^2 + 4x + 4) = k$$

olduğuna göre, x in k türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5^{k-2}}{2}$ B) 5^{k-2} C) $5^k - 2$ D) $\frac{5^{k+2}}{2}$ E) $5^k + 2$



BİLGİ

22.1 - Üslü Eşitsizlikler - I

❖ 1'den büyük sayıların üssü büyüdükçe, değeri de büyür.

$$3^{-4} < 3^{-1} < 3^2 < 3^{10} \text{ dur.}$$

$a > 1$ olmak üzere, $a^x > a^y$ ise $x > y$ dir.

→
Sıralamanın aynısı



• $2^{3x-4} < 2^{2x-1}$ ise $3x - 4 < 2x - 1$ yazılır.

Sayılar arasındaki sıralamanın aynısı üsler arasında vardır. O halde $3x - 4 < 2x - 1$ eşitsizliğini çözmek yeterli olacaktır.

$$3x - 4 < 2x - 1 \Rightarrow 3x - 2x < -1 + 4$$

$$x < 3 \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $2^{2x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+9}$

eşitsizliğini sağlayan en küçük tam sayıyı bulunuz.

Çözüm:

Öncelikle $\frac{1}{2}$ yerine 2^{-1} yazarak her iki taraftaki tabanı eşit yapmalısın.

$$2^{2x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+9} \Rightarrow 2^{2x} > (2^{-1})^{-x+9}$$

$$2^{2x} > 2^{-1(-x+9)}$$

$$2^{2x} > 2^{-1(-x+9)} = 2^{x-9}$$

$$2x > x - 9 \Rightarrow 2x - x > -9 \Rightarrow x > -9$$

-9 dan büyük en küçük tam sayı -8 dir.



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $2^{2x-3} < 2^{9-x}$

eşitsizliğini sağlayan doğal sayılar kaç tanedir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $3^{2x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-15}$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

2. $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 3^{4-2x}$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayılarının toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 3^{4-2x} \Rightarrow (3^{-1})^x \leq 3^{4-2x}$$

$$3^{-x} \leq 3^{4-2x} \Rightarrow -x \leq 4 - 2x$$

$$-x + 2x \leq 4$$

$$x \leq 4$$

$x \leq 4$ koşulunu sağlayan doğal sayılar 0, 1, 2, 3, 4 olup toplamı 10 dur.



3. $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq 5^{6-2x}$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 36 E) 42

1-B

2-D

3-C



BİLGİ

22.2 - Üslü Eşitsizlikler - II

❖ 0 ile 1 arasındaki sayıların üssü büyüdükçe değeri küçülür.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} > \left(\frac{1}{3}\right)^1 > \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \text{ dir.}$$

$0 < a < 1$ olmak üzere,

$a^x > a^y$ ile $x < y$ dir.



Sıralama ters döndü.

• $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-4} < \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}$ ise $3x-4 > 2x-1$ dir.

Sayılar arasındaki sıralamanın tersi üstler arasında vardır. O hâlde

$3x-4 > 2x-1$ eşitsizliğini çözmen yeterli olacaktır.

$$3x-4 > 2x-1 \Rightarrow 3x-2x > -1+4$$

$$x > 3 \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-1} > \left(\frac{3}{5}\right)^{2x+7}$

eşitsizliğini sağlayan en büyük x tam sayısını bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{5}\right)^{3x-1} > \left(\frac{3}{5}\right)^{2x+7} &\Rightarrow 3x-1 < 2x+7 \dots (0 < \frac{3}{5} < 1 \text{ dir.}) \\ 3x-2x &< 7+1 \\ x &< 8 \end{aligned}$$

8 den küçük en büyük tam sayı 7 dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-4} < \left(\frac{1}{4}\right)^{6-x}$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-5} > \left(\frac{9}{25}\right)^{2x+1}$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

2. $\left(\frac{2}{5}\right)^{4x-7} \leq \left(\frac{5}{2}\right)^{1-x}$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısını bulunuz.

Çözüm:

Öncelikle $\frac{5}{2}$ yerine $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ yazarak tabanları eşit hale getirmelisin.

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{5}\right)^{4x-7} \leq \left(\frac{5}{2}\right)^{1-x} &\Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{4x-7} \leq \left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\right]^{1-x} \\ \left(\frac{2}{5}\right)^{4x-7} &\leq \left(\frac{2}{5}\right)^{-1 \cdot (1-x)} \end{aligned}$$

$$4x-7 \geq -1(1-x)$$

$$4x-7 \geq -1+x$$

$$4x-x \geq -1+7$$

$$3x \geq 6 \Rightarrow x \geq 2$$

$x \geq 2$ koşulunu sağlayan en küçük tam sayı 2 dir.

3. $\left(\frac{3}{7}\right)^{5x-9} \geq \left(\frac{7}{3}\right)^{3-2x}$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



BİLGİ

22.3 - Logaritmali Eşitsizlikler - I

❖ Her iki tarafta aynı tabanda logaritma varsa, "log" ları tabanları ile birlikte atacaksın. Sonra taban 1 den büyükse sıralamanın aynı-sını alıp eşitsizliği çözeceksin.

$b > 1$ olsun

$$\log_b x < \log_b y \Rightarrow x < y \text{ dir.}$$



NOT: Ancak logaritmanın tanımı gereği $x > 0$ ve $y > 0$ olması gerektiğini hiç bir zaman aklından çıkarmamalısın.



• $\log_4(x - 2) < \log_4 5$ eşitsizliğinde tabanlar 4 olup 1 den büyüktür.

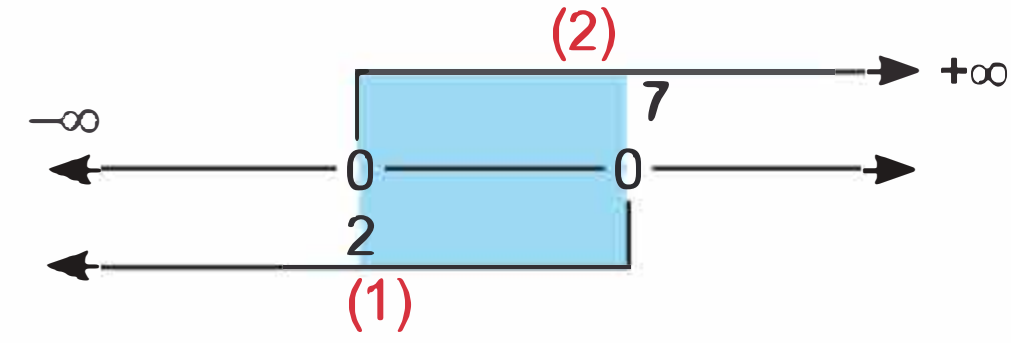
$$\log_4(x - 2) < \log_4 5 \Rightarrow x - 2 < 5$$



$$x - 2 < 5 \Rightarrow x < 5 + 2 \Rightarrow x < 7 \text{ dir. ... (1)}$$

Aynı zamanda logaritmanın tanımı gereği $x - 2 > 0$ olmalıdır.

$$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ dir. ... (2)}$$



Her iki eşitsizlik (2, 7) aralığında sağlandığından $\mathcal{C} = (2, 7)$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log_2(x - 7) < \log_2 15$

eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm:

Taban 2 olup, 1 den büyüktür.

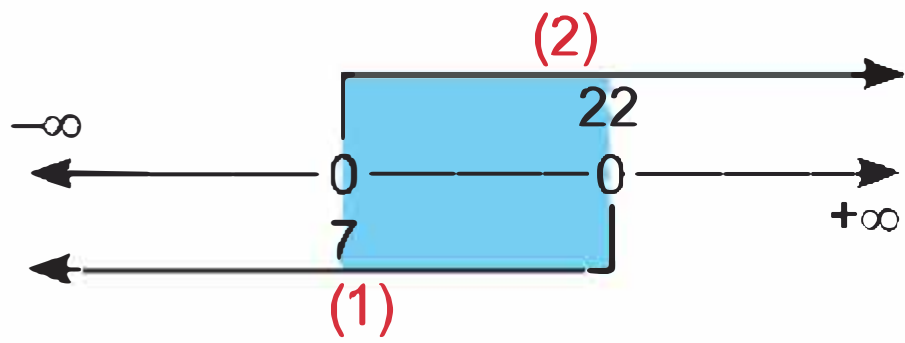
$$\log_2(x - 7) < \log_2 15 \Rightarrow x - 7 < 15$$



$$x - 7 < 15 \Rightarrow x < 15 + 7 \Rightarrow x < 22 \text{ ... (1)}$$

Ayrıca logaritmanın tanımı gereği $x - 7 > 0$ olmalıdır.

$$x - 7 > 0 \Rightarrow x > 7 \text{ dir. ... (2)}$$



(1) ve (2) eşitsizliklerinin her ikisi de (7, 22) aralığında sağlandığından $\mathcal{C} = (7, 22)$ dir.

2. $\log(x - 4) \leq \log(8 - x)$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarını bulunuz.

Çözüm:

Taban 10 olup 1 den büyüktür.

$$\log(x - 4) \leq \log(8 - x) \Rightarrow x - 4 \leq 8 - x$$

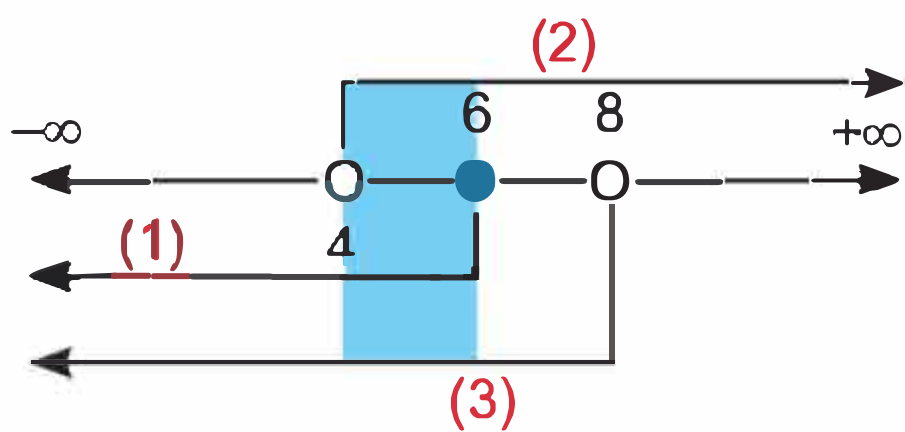
$$x + x \leq 8 + 4$$

$$2x \leq 12 \Rightarrow x \leq 6 \text{ ... (1)}$$

Logaritmanın tanımı gereği $x - 4 > 0$ ve $8 - x > 0$ olmalıdır.

$$x - 4 > 0 \Rightarrow x > 4 \text{ ... (2)}$$

$$8 - x > 0 \Rightarrow 8 > x \text{ ... (3)}$$



(1), (2) ve (3) eşitsizliklerinin üçü de (4, 6] aralığında sağlandığından bu aralıktaki tam sayılar 5 ve 6 dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log_5(x - 3) < \log_5 4$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (3, 7) B) $(-\infty, 7)$ C) $(-\infty, 3)$
D) (7, $+\infty$) E) (3, $+\infty$)

2. $\log 5 > \log(15 - x)$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 15)$ B) (15, $+\infty$) C) (10, 15)
D) $(-\infty, 10)$ E) (10, $+\infty$)

3. $\ln(6x - 12) > \ln(12 - 2x)$

eşitsizliğinin sağlayan x tam sayılarının çarpımı kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 20 E) 24

1-A

2-C

3-D



BİLGİ

22.4 - Logaritmali Eşitsizlikler - II

❖ Her iki tarafta aynı tabanda logaritma varsa, "log" ları tabanları ile birlikte atacaksın. Ancak taban 0 ile 1 arasında bir sayı ise sıralamanın tam tersini alıp eşitsizliği çözeceksin.

$0 < b < 1$ olsun

$\log_b x < \log_b y \Rightarrow x > y$ dir.

ters döndü

NOT: Logaritmanın tanımı gereği $x > 0$ ve $y > 0$ koşulunun her zaman sağlanması gerektiğini aklından çıkarma!

• $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) < \log_{\frac{1}{2}}7$ eşitsizliğinde taban $\frac{1}{2}$ olup, $0 < \frac{1}{2} < 1$ dir.

$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) < \log_{\frac{1}{2}}7 \Rightarrow x-1 > 7$ dir.

ters döndü

$x-1 > 7 \Rightarrow x > 7+1 \Rightarrow x > 8$ dir. ...**(1)**

Bu arada $x-1 > 0$ koşulu da sağlanmalıdır.

$x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$ olması gerekir. ...**(2)**

(1) ve **(2)** eşitsizliklerinin birlikte sağlanması için $x > 8$ olmalıdır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) > \log_{\frac{1}{3}}2$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm:

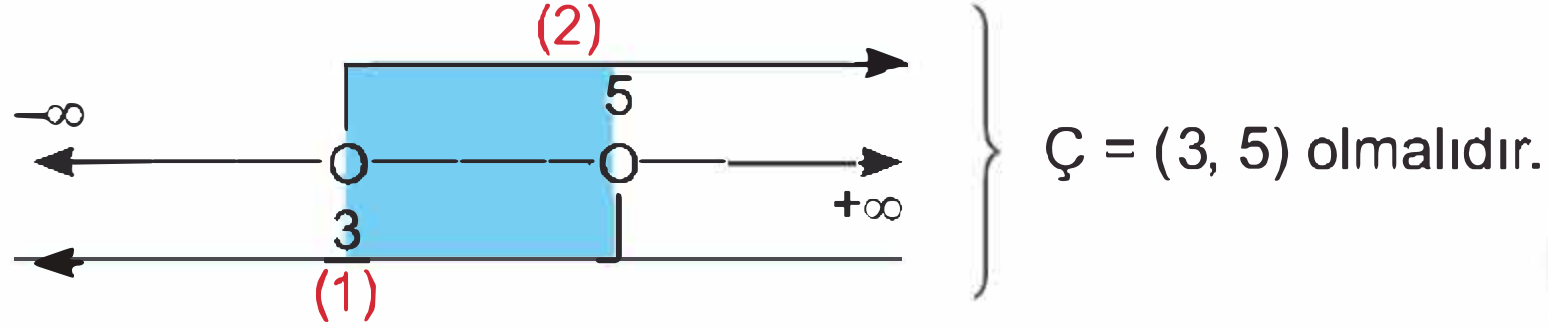
Tabanı $\frac{1}{3}$ olup, $0 < \frac{1}{3} < 1$ dir.

$\log_{\frac{1}{3}}(x-3) > \log_{\frac{1}{3}}2 \Rightarrow x-3 < 2$ olmalıdır.

ters döndü

$x-3 < 2 \Rightarrow x < 2+3 \Rightarrow x < 5$ tir. ...**(1)**

Aynı zamanda $x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$ olmalıdır. ...**(2)**



2. $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) < \log_{\frac{1}{4}}(5-x)$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

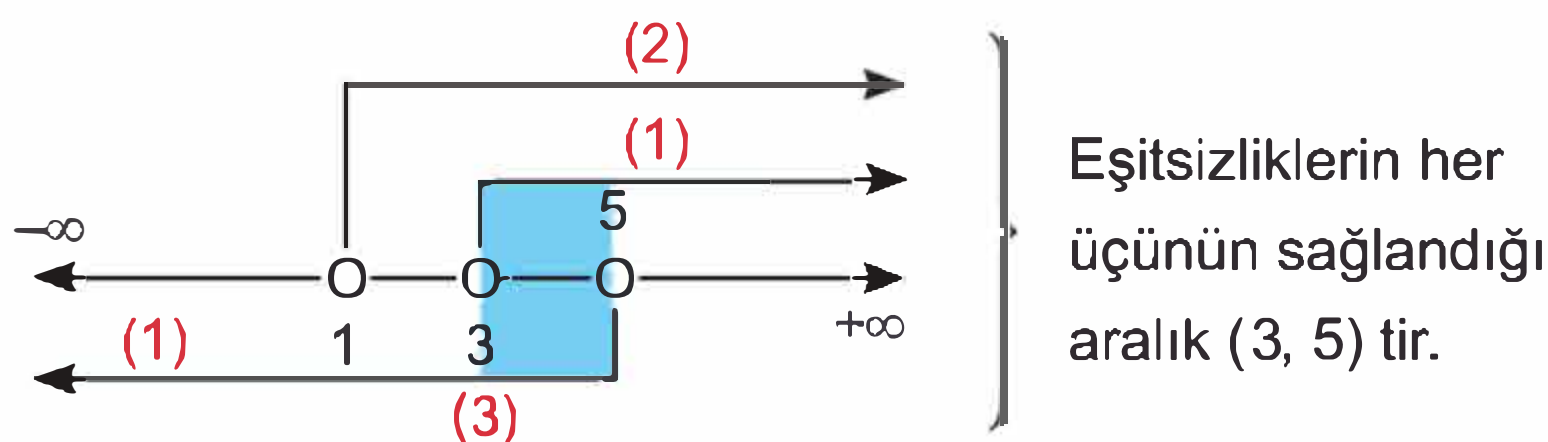
$0 < \frac{1}{4} < 1$ olduğundan

$\log_{\frac{1}{4}}(x-1) < \log_{\frac{1}{4}}(5-x) \Rightarrow x-1 > 5-x$
 $2x > 6 \Rightarrow x > 3$... **(1)**

Ayrıca $x-1 > 0$ ve $5-x > 0$ olmalıdır.

$x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$... **(2)**

$5-x > 0 \Rightarrow 5 > x$... **(3)**



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log_{\frac{1}{5}}(x-6) > \log_{\frac{1}{5}}4$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 10)$ B) $(-10, +\infty)$ C) $(10, +\infty)$
D) $(6, +\infty)$ E) $(6, 10)$

2. $\log_{\frac{1}{10}}(x-2) < \log_{\frac{1}{10}}(8-x)$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(3, 8)$ B) $(5, 8)$ C) $(5, +\infty)$
D) $(8, +\infty)$ E) $(-\infty, 5)$

3. $\log_{\frac{2}{9}}(2x-3) < \log_{\frac{2}{9}}(6-x)$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 14 E) 15

1-E

2-B

3-B



BİLGİ

22.5 - Logaritmali Eşitsizlikler - III

• $b > 1$ olmak üzere,
 $\log_b f(x) < c$ ise $f(x) < b^c$ dir.
 yön değiştirmedir

NOT: Logaritmanın tanımı gereği $f(x) > 0$ koşulunu hiçbir zaman unutmamalısın.



• $\log_2 x > 1$ ise $x > 2^1$ dir.

yön değiştirmedir

• $\log_3 x < 5$ ise $x < 3^5$ ve $x > 0$ dir.

• $\log x \geq 2$ ise $x \geq 10^2$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log(4x + 2) < 1$
 eşitsizliğini sağlayan x tam sayıları kaç tanedir?

Çözüm:

$$\log(4x + 2) < 1 \Rightarrow \log_{10}(4x + 2) < 1$$

$$4x + 2 < 10^1$$

$$4x < 10 - 2$$

$$\frac{4x}{4} < \frac{8}{4} \Rightarrow x < 2 \dots(1)$$

Ayrıca logaritmanın tanımı gereği $4x + 2 > 0$ olmalıdır.

$$4x + 2 > 0 \Rightarrow 4x > -2 \Rightarrow \frac{4x}{4} > \frac{-2}{4} \Rightarrow x > -\frac{1}{2} \dots(2)$$

(1) ve (2) nin birlikte sağlandığı aralık

$-\frac{1}{2} < x < 2$ dir. Bu aralıktaki tam sayılar 0 ve 1 olup 2 tanedir.



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log_2(x + 1) < 3$
 eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-1 < x < 8$ B) $-\infty < x < 7$ C) $-\infty < x < 8$
 D) $0 < x < 7$ E) $-1 < x < 7$

2. $\log(3x + 25) > 2$
 eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(25, +\infty)$ B) $(-25, 25)$ C) $(0, 25)$
 D) $(25, 75)$ E) $(15, +\infty)$

3. $\ln(2x - 6) \leq 1$
 eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{e-6}{2}, 2\right]$ B) $(3, e + 6]$ C) $\left(3, \frac{e+6}{2}\right]$
 D) $\left(\frac{e-6}{2}, 3\right]$ E) $\left(-\infty, \frac{e+6}{2}\right]$

1-E

2-A

3-C



BİLGİ

22.6 - Logaritmali Eşitsizlikler - IV

❖ $0 < b < 1$ olmak üzere,

$\log_b f(x) < c$ ise $f(x) > b^c$ dir.

ters döndü

NOT: Logaritmanın tanımı gereği $f(x) > 0$ koşulunu hiçbir zaman unutmuyacaksınız.



• $\log_{\frac{1}{2}} x > 1$ ise $x < \left(\frac{1}{2}\right)^1$ ve $x > 0$ dir.
ters döndü

• $\log_{\frac{1}{3}} x < 2$ ise $x > \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow x > \frac{1}{9}$ dir.
ters döndü

• $\log_{\frac{1}{4}} x \geq 3$ ise $x \leq \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ ve $x > 0$ dir.
ters döndü

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 2$

eşitsizliğini sağlayan x in çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 2 \Rightarrow x+1 < \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x+1 < \frac{1}{4}$$

$$x < \frac{1}{4} - 1$$

$$x < -\frac{3}{4} \dots(1)$$

Logaritmanın tanımı gereği $x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$ dir. ... (2)

(1) ve (2) nin birlikte sağlandığı aralık $-1 < x < -\frac{3}{4}$ tür.



2. $\log_{\frac{1}{5}}(2x-9) > 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm:

$$\log_{\frac{1}{5}}(2x-9) > 0 \Rightarrow 2x-9 < \left(\frac{1}{2}\right)^0 \Rightarrow 2x-9 < 1$$

$$2x < 10$$

$$x < \frac{10}{2} = 5 \dots(1)$$

Ayrıca logaritmanın tanımı gereği

$$2x-9 > 0 \Rightarrow 2x > 9 \Rightarrow x > \frac{9}{2} \text{ dir. } \dots(2)$$

(1) ve (2) nin birlikte sağlandığı aralık $\frac{9}{2} < x < 5$ tir.



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log_{\frac{1}{3}}(x+2) > 1$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(2, \frac{5}{2}\right)$

B) $\left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

C) $(-2, 2)$

D) $\left(-2, -\frac{5}{3}\right)$

E) $\left(-\frac{5}{2}, -2\right)$

2. $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > -2$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\infty < x < 5$

B) $0 < x < 5$

C) $1 < x < 5$

D) $\left(1, \frac{5}{4}\right)$

E) $-5 < x < -1$

3. $\log_{\frac{1}{5}}(2x-1) < -2$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

A) 13

B) 14

C) 15

D) 16

E) 17

1-D

2-C

3-B



BİLGİ

22.7 - Logaritmalı Eşitsizlikler - V

❖ $b > 1$ olmak üzere,

$$\log_b f(x) - \log_b g(x) < c \Rightarrow \frac{f(x)}{g(x)} < b^c \text{ dir.}$$

aynı kaldı

$$\log_2(x+1) - \log_2 x > 3 \Rightarrow \left(\frac{x+1}{x}\right) > 2^3 \text{ tür.}$$

$$\log_2(x-1) + \log_2(x+2) \leq 1 \Rightarrow (x-1)(x+2) \leq 2^1 \text{ dir.}$$

NOT: Logaritmanın tanımı gereği

$f(x) > 0$ ve $g(x) > 0$ koşullarını unutma!



❖ $0 < b < 1$ olmak üzere,

$$\log_b f(x) - \log_b g(x) < c \Rightarrow \frac{f(x)}{g(x)} > b^c \text{ dir.}$$

değişti

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - \log_{\frac{1}{3}} x < 2 \Rightarrow \frac{x-1}{x} > \left(\frac{1}{3}\right)^2 \text{ dir.}$$

$$\log_{\frac{1}{5}}(x+2) - \log_{\frac{1}{5}} x \geq 1 \Rightarrow \frac{x+2}{x} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^1 \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\log_3(x+2) - \log_3 2 \leq 1$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$\log_3(x+2) - \log_3 2 \leq 1 \Rightarrow \log_3\left(\frac{x+2}{2}\right) \leq 1 \Rightarrow \frac{x+2}{2} \leq 3^1 = 3$$

$$x+2 \leq 6$$

$$x \leq 4 \dots(1)$$

Logaritmanın tanımı gereği $x+2 > 0$ olmalıdır.

$$x+2 > 0 \Rightarrow x > -2 \text{ dir. } \dots(2)$$

(1) ve (2) nin birlikte sağlandığı aralık $-2 < x \leq 4$ tür. Bu aralıktaki tam sayılar $-1, 0, 1, 2, 3$ ve 4 olup toplamı 9 dur.

2. $\ln(x-1) + \ln 4 > 2$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm:

$$\ln(x-1) + \ln 4 > 2 \Rightarrow \ln[(x-1) \cdot 4] > 2$$

$$\ln[(x-1) \cdot 4] > 2 \Rightarrow \log_e[(x-1) \cdot 4] > 2$$

$$4(x-1) > e^2$$

$$x-1 > \frac{e^2}{4} \Rightarrow x > \frac{e^2}{4} + 1 = \frac{e^2 + 4}{4}$$

$$x \in \left(\frac{e^2 + 4}{4}, \infty\right) \text{ bulunur.}$$

3. $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) - \log_{\frac{1}{2}} 3 \leq 1$

eşitsizliğini sağlayan en küçük iki tam sayının toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) - \log_{\frac{1}{2}} 3 \leq 1 \Rightarrow \frac{x-1}{3} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^1$$

$$3 \cdot \left(\frac{x-1}{3} \geq \frac{1}{2}\right)$$

$$x-1 \geq \frac{3}{2} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2} + 1 \Rightarrow x \geq \frac{5}{2}$$

$\frac{5}{2}$ den büyük en küçük iki tam sayı 3 ve 4 olup toplamı 7 dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\log_3(x+2) - \log_3 4 \leq 1$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 53 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57

2. $\ln(x-2) + \ln 2 < 1$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(0, \frac{e+4}{2}\right)$ B) $\left(-\infty, \frac{e+4}{2}\right)$ C) $\left(2, \frac{e+4}{2}\right)$

- D) $\left(\frac{e-4}{2}, 2\right)$ E) $\left(0, \frac{e}{2}\right)$

3. $\log_{\frac{1}{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} 2 \leq 1$

eşitsizliğini sağlayan en küçük iki tam sayının çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 12 E) 20

1-B

2-C

3-A



BİLGİ

22.8 - Logaritmali Eşitsizlikler - VI

İç içe girmiş logaritmali eşitsizliklerde en dıştan içe doğru logaritmaları kaldırmalısın.

$$\clubsuit \log_2(\log_3 x) < 1 \Rightarrow \log_3 x < 2^1 = 2 \Rightarrow x < 3^2 = 9 \text{ ve } x > 0 \text{ (logaritmanın tanımı gereği)}$$

$$\log_3 x > 0 \Rightarrow x > 3^0 = 1 \text{ olmalıdır. O halde } x \in (1, 9) \text{ dur.}$$

$$\clubsuit \log_3(\log_2 y) \geq 1 \Rightarrow \log_2 y \geq 3^1 = 3 \Rightarrow y \geq 2^3 \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \log_3(\log_2(x-1)) < 2$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

Çözüm:

$$\log_3(\log_2(x-1)) < 2 \Rightarrow \log_2(x-1) < 3^2 = 9$$

$$x-1 < 2^9 = 512$$

$$x < 513 \text{ ... (1)}$$

Logaritmanın tanımı gereği $x-1 > 0$ ve $\log_2(x-1) > 0$ olmalıdır.

$$x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \text{ dir. ... (2)}$$

$$\log_2(x-1) > 0 \Rightarrow x-1 > 2^0 = 1 \Rightarrow x > 2 \text{ dir. ... (3)}$$

(1), (2) ve (3) ün birlikte sağlandığı aralık $2 < x < 513$ tür.

$$2. \log_2(\log_5(x-1)) \leq 1$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük ve en büyük x tam sayısını bulunuz.

Çözüm:

$$\log_2(\log_5(x-1)) \leq 1 \Rightarrow \log_5(x-1) \leq 2^1 = 2$$

$$x-1 \leq 25$$

$$x \leq 26 \text{ ... (1)}$$

$$\log_5(x-1) > 0 \Rightarrow x-1 > 5^0 = 1 \Rightarrow x > 2 \text{ ... (2)}$$

(1) ve (2) nin birlikte sağlandığı aralık $(2, 26]$ dir. Bu aralıktaki

en küçük tam sayı 3 ve en büyük tam sayı 26 dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \log_5(\log_2 x) < 1$$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0, 5)

B) (0, 10)

C) (0, 16)

D) (1, 32)

E) (0, 32)

$$2. \log_2(\log_3(x-2)) \leq 2$$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (3, 83]

B) (2, 79)

C) (2, 81)

D) (2, 83)

E) (0, 81)

$$3. \log_3(\log_4(x-8)) \leq 1$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük iki tam sayının toplamı kaçtır?

A) 7

B) 9

C) 15

D) 16

E) 21



1. $3^{4x-6} < 3^{2x+2}$
eşitsizliğini sağlayan x doğal sayılarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {0, 1, 2} B) {0, 1, 2, 3} C) {1, 2, 3}
D) {1, 2, 3, 4} E) {0, 1, 2, 3, 4}

2. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} \leq 2^{4-3x}$
eşitsizliğini sağlayan x doğal sayılarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {0, 1, 2} B) {0, 1, 2, 3} C) {1, 2, 3}
D) {1, 2, 3, 4} E) {0, 1, 2, 3, 4}

3. $\log_7 12 > \log_7(17-x)$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 17)$ B) $(0, 17)$ C) $(5, 17)$
D) $(-\infty, 5)$ E) $(5, +\infty)$

4. $\ln(2x+5) > \ln(7+x)$
eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\log_{\frac{1}{8}}(3x-7) < \log_{\frac{1}{8}}(5-x)$
eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{7}{3}, +\infty\right)$ B) $(0, 5)$ C) $(-\infty, 5)$
D) $(3, 5)$ E) $(1, 3)$

6. $\log(2x+6) > 2$
eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

- A) -1 B) 3 C) 7 D) 48 E) 54

7. $\log_2(x+3) - \log_2 4 \leq 2$
eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, 13)$ B) $(-\infty, 13]$ C) $[13, +\infty)$
D) $(-\infty, -3]$ E) $(-3, 13]$

8. $\log_2(\log_3 x) \leq 1$
eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, 10]$ B) $(0, 9]$ C) $(1, 9]$
D) $(0, +\infty)$ E) $[9, +\infty)$



006D0D96

1. $3 < \log_2(x - 5)$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(3, \infty)$ B) $(0, 13)$ C) $(-\infty, 13)$
D) $(8, \infty)$ E) $(13, \infty)$

2. $\log_3(x - 4) < \log_3 12$
eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(4, 12)$ B) $(4, 16)$ C) $(16, \infty)$
D) $(0, 12)$ E) $(0, 16)$

3. $\frac{1}{5} \cdot \log_2(3 - x) < 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 0)$ B) $(1, 2)$ C) $(2, 3)$
D) $(-3, -2)$ E) $(3, 5)$

4. $\log_{\frac{4}{25}}(x - 4) > \log_{\frac{2}{5}} 5$
eşitsizliğini sağlayan x doğal sayıları kaç tanedir?

- A) 28 B) 27 C) 26 D) 25 E) 24

5. $\log(x + 1) + \log(x + 4) < 1$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 1)$ B) $(-\infty, -1)$ C) $(3, 2)$
D) $(-4, -1)$ E) $(1, 4)$

6. $\log_{\frac{2}{7}}(\ln x) > 0$
eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, 1)$ B) (e, e^2) C) $(0, e)$ D) $(\frac{e}{2}, e^2)$ E) $(1, e)$

7. $\log_3(6 + 2x) - \log_3 x > 1$
eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 18 D) 21 E) 24

8. $2 < \log_3(x - 2) \leq 3$
eşitsizliğini sağlayan x tam sayıları kaç tanedir?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

BİLGİ

23.1 - Dizinin Tanımı ve Genel Terimi

✓ Pozitif doğal sayılar kümesinden, reel sayılar kümesine tanımlanan her fonksiyona **gerçek sayı dizisi** denir. O halde dizi "fonksiyonun özel bir halidir." diyebiliriz.

$$f: \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(n) = (a_n)$$

olmak üzere, diziyi kısaca (a_n) sembolüyle göstereceğiz.

$$f(n) = (a_n) \text{ olmak üzere,}$$

$$n = 1 \text{ için } f(1) = a_1 \text{ sayısına dizinin 1. terimi}$$

$$n = 2 \text{ için } f(2) = a_2 \text{ sayısına dizinin 2. terimi}$$

$$n = 3 \text{ için } f(3) = a_3 \text{ sayısına dizinin 3. terimi}$$

\vdots
 $n = n$ için $f(n) = (a_n)$ sayısına da dizinin **n. terimi** ya da **genel terimi** (kuralı da denebilir) denir.

• $(a_n) = (2n + 3)$ dizisinde

$$1.\text{terim} \rightarrow a_1 = 2 \cdot 1 + 3 = 5$$

$$4.\text{terim} \rightarrow a_4 = 2 \cdot 4 + 3 = 11$$

$$12.\text{terim} \rightarrow a_{12} = 2 \cdot 12 + 3 = 27 \text{ dir.}$$

• $(a_n) = \left(\frac{4n + 3}{n + 2}\right)$ dizisinde \Rightarrow 1.terim $\rightarrow a_1 = \frac{4 \cdot 1 + 3}{1 + 2} = \frac{7}{3}$
 2.terim $\rightarrow a_2 = \frac{4 \cdot 2 + 3}{2 + 2} = \frac{11}{4}$
 5.terim $\rightarrow a_5 = \frac{4 \cdot 5 + 3}{5 + 2} = \frac{23}{7}$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Genel terimi,

$$f(n) = \begin{cases} 2n + 3, & n \leq 4 \text{ ise} \\ n + 2, & n > 4 \text{ ise} \end{cases}$$

olan $f(n)$ dizisi için $a_2 + a_5$ toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 2 \cdot 2 + 3 \dots (2 \leq 4 \text{ olduğundan üst parçayı kullandık.)}$$

$$= 4 + 3$$

$$= 7$$

$$n = 5 \Rightarrow a_5 = 5 + 2 \dots (5 > 4 \text{ olduğundan alt parçayı kullandık.)}$$

$$= 7$$

$$a_2 + a_5 = 7 + 7 = 14$$

2. $f(n) = \left(\frac{2^n}{n!}\right)$

olduğuna göre, $\frac{a_5}{a_4}$ oranını bulunuz.

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} n = 5 \Rightarrow a_5 = \frac{2^5}{5!} = \frac{32}{5!} \\ n = 4 \Rightarrow a_4 = \frac{2^4}{4!} = \frac{16}{4!} \end{array} \right\} \frac{a_5}{a_4} = \frac{\frac{32}{5!}}{\frac{16}{4!}} = \frac{32}{5!} \cdot \frac{4!}{16} = \frac{2 \cdot 4!}{5 \cdot 4!} = \frac{2}{5}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(n) = \begin{cases} 3n + 1, & n \leq 3 \text{ ise} \\ n + 3, & n > 3 \text{ ise} \end{cases}$

dizisi için $a_1 + a_6$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) 13

2. $f(n) = \frac{3^n}{n!}$

olduğuna göre, $\frac{a_4}{a_3}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 2

3. $f(n) = (n^2 - 6n + 5)$

dizisinin en küçük terimi kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1



BİLGİ

23.2 - $f(n) = (a_n)$ İfadesinin Dizi Olması

- ❖ $f(n) = (a_n)$ ifadesinin dizi olabilmesi için; her n pozitif tam sayı için, a_n genel teriminin gerçekte (reel) sayı olması gerekir.

- $f(n) = \left(\frac{2n+1}{n-3}\right)$
 $n = 3$ için $\frac{2 \cdot 3 + 1}{3 - 3} = \frac{7}{0} \notin \mathbb{R}$ olduğundan $f(n)$ fonksiyonu bir gerçekte sayı dizisi olamaz.
- $f(n) = (\sqrt{4-n})$ fonksiyonu $n = 5$ için $a_5 = \sqrt{4-5} = \sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$ olduğundan $f(n)$ fonksiyonu bir gerçekte sayı dizisi olamaz.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki fonksiyonların hangisi bir gerçekte sayı dizisi belirtir?

a) $f(n) = \frac{n+4}{n+3}$

b) $f(n) = \frac{n+1}{2n-4}$

Çözüm:

- a) $n+3=0 \Rightarrow n=-3$ tür.
 Ancak tanım kümesi olan $\{1, 2, 3, \dots, +\infty\}$ içinde $n=-3$ bulunmayacağından $f(n)$ fonksiyonu hiçbir zaman tanımsız olamaz. O halde $f(n)$ bir dizidir.
- b) $2n-4=0 \Rightarrow 2n=4 \Rightarrow n=2$ dir.
 $n=2$ için $f(2) = \frac{2+1}{2 \cdot 2 - 4} = \frac{3}{0} \notin \mathbb{R}$ olduğundan $f(n)$ fonksiyonu bir gerçekte sayı dizisi olamaz.

2. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi bir gerçekte sayı dizisi belirtir?

a) $f(n) = (\sqrt{6-3n})$

b) $f(n) = (\log_3(5-n))$

Çözüm:

- a) $n=4$ için $f(4) = \sqrt{6-3 \cdot 4} = \sqrt{-6} \notin \mathbb{R}$ olduğundan $f(n)$ fonksiyonu bir gerçekte sayı dizisi olamaz.
- b) $n=7$ için $f(7) = (\log_3(5-7)) = (\log_3(-2))$ dir.
 Ancak negatif sayıların logaritması tanımsız olduğundan $f(n)$ fonksiyonu bir gerçekte sayı dizisi olamaz.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi gerçekte sayı dizisi olabilir?

A) $\left(\frac{n+1}{n-7}\right)$

B) $\left(\frac{n+3}{3n-9}\right)$

C) $\left(\frac{2n-1}{4n-20}\right)$

D) $(\sqrt{4-2n})$

E) $\left(\frac{2n+1}{n^2+1}\right)$

2. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi gerçekte sayı dizisi olamaz?

A) $(7-3n)$

B) $(2n+3)$

C) $\sqrt{2n-1}$

D) $\log_7(n^2+1)$

E) $\left(\frac{4-2n}{n-12}\right)$

3. I. (n^2-9)

II. $\left(\frac{3n+2}{2n-3}\right)$

III. $(5-n)$

IV. $\sqrt{n-2}$

V. $\left(\frac{n+4}{n-3}\right)$

Yukarıda verilen ifadelerden kaç tanesi dizi belirtir?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5



BİLGİ

23.3 - Dizilerin Özel Durumları

Bir dizide;

- verilen terimin kaçınıcı terim olduğu istendiğinde **genel terimin** o sayıya eşit olduğu
- pozitif ya da negatif olduğu istendiğinde **genel terimin** pozitif ya da negatif olma durumu
- tam sayı olan terimleri istendiğinde **genel terimin** tam sayı olma durumu incelenmelidir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $(a_n) = (2n - 7)$
dizisinin kaçınıcı terimi 13 tür?

Çözüm:

Dizinin n terimi 13 olsun.

$$2n - 7 = 13 \Rightarrow 2n = 13 + 7$$

$$2n = 20$$

$$n = 10 \Rightarrow \text{O halde dizinin 10. terimi 13 tür.}$$

2. $(a_n) = \left(\frac{n+5}{n}\right)$
dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

Çözüm:

$$\frac{n+5}{n} = \frac{n}{n} + \frac{5}{n} \text{ yazılabilir.}$$

$$= 1 + \frac{5}{n} \rightarrow n \text{ sayısı 5 i tam bölmeli ki sonuç tam sayı olsun.}$$

5 i tam bölen pozitif doğal sayılar 1 ve 5 olduğundan $n = 1$ ve $n = 5$ için verilen dizinin terimleri tam sayı olacaktır.

$$\left. \begin{array}{l} n = 1 \rightarrow a_1 = \frac{1+5}{1} = 6 \text{ (tam sayı)} \\ n = 5 \rightarrow a_5 = \frac{5+5}{5} = 2 \text{ (tam sayı)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} (a_n) \text{ dizisinin} \\ 2 \text{ tane terimi} \\ \text{tam sayıdır.} \end{array}$$

3. $(a_n) = (12 - 3n)$
dizisinin kaç terimi pozitiftir?

Çözüm:

$$12 - 3n > 0 \Rightarrow 12 > 3n \Rightarrow \frac{12}{3} > \frac{3n}{3} \Rightarrow 4 > n$$

$n < 4$ için dizinin terimleri pozitif olacaktır. $n \in \{1, 2, 3\}$ için dizinin ilk üç terimi pozitiftir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $(a_n) = (3n - 5)$
dizisinin kaçınıcı terimi 7 dir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $(a_n) = \left(\frac{2n+6}{n}\right)$
dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Genel terimi,
 $(a_n) = \left(3 + \frac{24}{n}\right)$
olan dizinin tam sayı olan en büyük terimi kaçtır?

- A) 4 B) 11 C) 15 D) 27 E) 32

4. $(a_n) = (18 - 6n)$
dizisinin kaç terimi pozitiftir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1-C

2-C

3-D

4-B



BİLGİ

23.4 - Sonlu Dizi – Sabit Dizi

❖ k bir tam sayı olmak üzere, bir dizinin ilk k teriminden oluşan diziye **sonlu dizi** denir.

- $f(n) = (n^2 + 3n)$ dizisinin ilk üç teriminden oluşan sonlu dizi;
 $a_1 = 1^2 + 3 \cdot 1 = 1 + 3 = 4$
 $a_2 = 2^2 + 3 \cdot 2 = 4 + 6 = 10$
 $a_3 = 3^2 + 3 \cdot 3 = 9 + 9 = 18$
 $(a_1, a_2, a_3) = (4, 10, 18)$ şeklinde yazılabilir.

- ❖ Tüm terimleri birbirine eşit olan diziye **sabit dizi** denir. (sabit fonksiyon gibi)
- $f(n) = (3) = (3, 3, 3, \dots, 3)$ sabit dizidir.

a, b, c ve d birer gerçekte sayı olmak üzere,
 $\left(\frac{an+b}{cn+d}\right)$ sabit dizi ise $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ olmalıdır.

Ayrıca bu dizinin her terimi ya $\frac{a}{c}$ ye ya da $\frac{b}{d}$ ye eşittir

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(n) = \left(\frac{n+5}{n-6}\right)$

sonlu dizi olduğuna göre, $f(n)$ dizisi en çok kaç elemanlı olabilir?

Çözüm:

$n = 1, n = 2, n = 3, n = 4$ ve $n = 5$ için a_1, a_2, a_3, a_4 ve a_5 birer reel sayıdır. Ancak $n = 6$ için a_6 tanımsız olur. O halde oluşabilecek sonlu dizi en fazla

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ terimlerinden oluşacağından 5 elemanlı olabilir.

2. $f(n) = \left(\frac{2n+3}{3n-k}\right)$

sabit dizi olması için k kaç olmalıdır?

Çözüm:

$f(n)$ dizisinin sabit dizi olması için,

$$\frac{2n+3}{3n-k} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{-k} \Rightarrow 2 \cdot (-k) = 9 \Rightarrow \frac{-2k}{-2} = \frac{9}{-2} \Rightarrow k = -\frac{9}{2} \text{ dir.}$$

3. $f(n) = ((a-2)n+7)$

sabit dizi olduğuna göre, a kaç olmalıdır?

Çözüm:

$f(n)$ sabit dizi olacağından genel terimde n'li terimler bulunmalıdır. Kısacası n'li terimlerin kat sayısı sıfır olmalıdır.

$$f(n) = \underbrace{(a-2)}_0 n + 7 \Rightarrow a-2=0 \Rightarrow a=2 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(n) = \left(\frac{n+7}{n-8}\right)$

sonlu dizi olduğuna göre, (a_n) dizisi en çok kaç elemanlı olabilir?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

2. $f(n) = \left(\frac{4n+k}{2n+5}\right)$

sabit dizi olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

3. $f(n) = ((a-3)n^2 + (b+1)n + 6)$

sabit dizi olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) -3 E) -4



BİLGİ

23.5 - Eşit Diziler

- Genel terimleri eşit olan dizilere **eşit diziler** denir.

$$f(n) = (1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

$$g(n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

dizilerinde $f(n)$ dizisini

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ şeklinde ifade edebiliriz.}$$

$f(n)$ ve $g(n)$ dizilerinin genel terimleri birbirine eşit olduğundan

$f(n)$ ve $g(n)$ eşit dizilerdir.

Bu durum $f(n) = g(n)$ şeklinde ifade edilir.



- Aynı sıradaki tüm terimleri eşit olan diziler birbirine eşittir.

$$f(n) = (1, 3, 5, 7, 9) \rightarrow g(n) = (1, 3, 5, 7, 9)$$

$$a_1 = b_1, \quad a_2 = b_2, \quad a_3 = b_3, \quad a_4 = b_4, \quad a_5 = b_5,$$

olduğu için $f(n)$ ve $g(n)$ dizileri birbirine eşittir.

Bu durum $f(n) = g(n)$ şeklinde ifade edilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(n) = (3n + 5)$

$$g(n) = ((2a - 1)n + 5)$$

dizileri eşit diziler olduğuna göre, a kaç olmalıdır?

Çözüm:

$$f(n) = g(n)$$

ise dizilerin genel terimleri birbirinin aynısı olmalıdır.

$$f(n) = g(n) \Rightarrow 3n + \overset{\text{aynı}}{5} = (2a - 1)n + \overset{\text{aynı}}{5}$$

$$3 = 2a - 1$$

$$2a - 1 = 3 \Rightarrow 2a = 3 + 1$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2 \text{ dir.}$$



1. $f(n) = ((4a + 2)n + 12)$

$$g(n) = (14n + 12)$$

dizileri veriyor.

$f(n) = g(n)$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6



2. $f(n) = ((5p + 3)n + 4)$

$$g(n) = (13n + 5k - 1)$$

$f(n) = g(n)$ olduğuna göre, $p \cdot k$ çarpımı kaçtır?

A) 6

B) 4

C) 3

D) 2

E) 1



2. $f(n) = ((2k + 1)n + 10)$

$$g(n) = (7n + 3p - 2)$$

dizileri eşit diziler olduğuna göre, $p+k$ toplamını bulunuz.

Çözüm:

Genel terimler birbirinin aynısı olmalıdır.

$$(2k+1)n + 10 = 7n + 3p - 2$$

$$2k + 1 = 7 \Rightarrow 2k = 7 - 1 \Rightarrow 2k = 6 \Rightarrow k = 3 \text{ tür.}$$

$$3p - 2 = 10 \Rightarrow 3p = 10 + 2 \Rightarrow 3p = 12 \Rightarrow p = 4 \text{ tür.}$$

$$p + k = 4 + 3 = 7 \text{ dir.}$$

1-B

2-D

3-C



BİLGİ

23.6 - İndirgemeli Dizi

- ❖ Bir terimi; kendinden önceki bir veya birkaç terim cinsinden tanımlanan dizilere **indirgemeli dizi** denir.

$$f(n) = (a_n) = (3a_{n-1} + 2)$$

şeklinde a_{n-1} dizisinden yardım alınarak tanımlanmıştır.

Buradaki $3.a_{n-1}+2$ ifadesine de **indirgeme bağıntısı** denir.

- $a_1 = 5$ ve $\forall n \in \mathbb{N}^+, n > 1$ için

$$(a_n) = (3 \cdot a_{n-1} + 2)$$

indirgeme bağıntısıyla verilen (a_n) dizisinin 2. ve 3. terimleri

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = (3 \cdot a_{2-1} + 2) = 3 \cdot a_1 + 2 \\ = 3 \cdot 5 + 2 = 17$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = (3 \cdot a_{3-1} + 2) = 3 \cdot a_2 + 2 \\ = 3 \cdot 17 + 2 \\ = 53 \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $a_1 = 3, \forall n \in \mathbb{N}^+$ ve $n > 1$ için,

$$(a_n) = (4 \cdot a_{n-1} + 3)$$

indirgeme bağıntısıyla verilen (a_n) dizisi için a_2 ve a_3 terimlerini bulunuz.

Çözüm:

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 4 \cdot a_{2-1} + 3 = 4 \cdot a_1 + 3 \\ = 4 \cdot 3 + 3 \\ = 15 \text{ tir.}$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 4 \cdot a_{3-1} + 3 = 4 \cdot a_2 + 3 \\ = 4 \cdot 15 + 3 \\ = 63 \text{ tür.}$$

2. $a_1 = 5$ ve $a_{n+1} = a_n + 2$

indirgemeli dizisi için a_{20} terimini bulunuz.

Çözüm:

$$n = 1 \Rightarrow a_{1+1} = a_1 + 2 \Rightarrow a_2 = a_1 + 2$$

$$n = 2 \Rightarrow a_{2+1} = a_2 + 2 \Rightarrow a_3 = a_2 + 2$$

$$n = 3 \Rightarrow a_{3+1} = a_3 + 2 \Rightarrow a_4 = a_3 + 2$$

$$n = 4 \Rightarrow a_{4+1} = a_4 + 2 \Rightarrow a_5 = a_4 + 2$$

⋮

$$n = 19 \Rightarrow a_{19+1} = a_{19} + 2 \Rightarrow a_{20} = a_{19} + 2$$

$$\cancel{a_2} + \cancel{a_3} + \cancel{a_4} + \dots + \cancel{a_{19}} + a_{20} = a_1 + \cancel{a_2} + \cancel{a_3} + \cancel{a_4} + \dots + \cancel{a_{19}} \\ + \underbrace{+2+2+2+\dots+2+2+2}_{19 \text{ tane}}$$

$$a_{20} = a_1 + 19 \cdot 2 \\ = 5 + 38 \\ = 43$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $a_1 = 2, \forall n \in \mathbb{N}^+$ ve $n > 1$ için

$$(a_n) = (3 \cdot a_{n-1} + 1)$$

indirgeme bağıntısıyla verilen (a_n) dizisi için $a_2 + a_3$ toplamı kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 29

2. $(a_n) = (4 \cdot a_{n-1} + 2)$

$$a_1 = 4$$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

- A) 278 B) 296 C) 298 D) 300 E) 312

3. $a_{n+1} = a_n + 1$

$$a_1 = 6$$

olduğuna göre, a_{18} kaçtır?

- A) 26 B) 25 C) 24 D) 23 E) 22



1. Genel terimi,

$$(a_n) = \begin{cases} n + 5, & n \leq 3 \text{ ise} \\ n! + 2, & n > 3 \text{ ise} \end{cases}$$
 olan $f(n) = (a_n)$ dizisi için $a_2 + a_4$ toplamı kaçtır?
 A) 26 B) 28 C) 32 D) 33 E) 36

2. Genel terimi,

$$(a_n) = (\log_3(n + 2))$$
 olan $f(n) = (a_n)$ dizisi için $a_1 + a_7$ toplamı kaçtır?
 A) 12 B) 9 C) 8 D) 5 E) 3

3.
$$f(n) = \left(\frac{2n + 3}{n + 1}\right)$$
 dizisinin kaçinci terimi $\frac{7}{3}$ tür?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.
$$f(n) = \left(\frac{5n + 1}{n + 1}\right)$$
 dizisinin kaç terimi 4 ten küçüktür?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5.
$$(a_n) = ((k+4)n^2 + (p - 7)n + 6)$$
 dizisi sabit dizi olduğuna göre, $k \cdot p$ çarpımı kaçtır?
 A) -28 B) -20 C) 12 D) 14 E) 28

6.
$$(a_n) = (n^2 - 4n + 15)$$
 dizisinin en küçük terimi kaçtır?
 A) 11 B) 13 C) 16 D) 19 E) 23

7.
$$f(n) = \left(\frac{n^2 + 4}{2n - 9}\right)$$
 dizisinin kaç terimi negatiftir?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8.
$$(a_n) = (a_{n+1} + 4)$$

$$a_1 = 3$$
 olduğuna göre, a_{12} kaçtır?
 A) -44 B) -41 C) 38 D) 41 E) 44

1-D	2-E	3-B	4-B	5-A	6-A	7-C	8-B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



TEST 2

1. $f(n) = \left(\frac{3n+9}{\sqrt{n}}\right)$

dizisinin 9. terimi kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 14 D) 15 E) 18

2. Genel terimi,

$$(a_n) = \begin{cases} 2n + k, & n \leq 3 \text{ ise} \\ n \cdot k, & n > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

olan $f(n) = (a_n)$ dizisinde $a_3 = 8$ olduğuna göre, a_6 kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

3. $f(n) = \left(\frac{2n+1}{2n+3}\right)$

dizisinin ilk 6 teriminin çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{3}{14}$ E) $\frac{1}{5}$

4. Aşağıdakilerden hangisi bir gerçektek sayı dizisidir?

- A) $\left(\frac{1}{n-3}\right)$ B) $(\tan n^\circ)$ C) $(n-5)!$
D) $n^2 + 2n - 1$ E) $\sqrt{3-n}$



5. $f(n) = \left(\frac{9n+k}{kn+4}\right)$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, k 'nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



6. $f(n) = (2^{n-1})$

dizisinde 7. terim 5. terimin kaç katına eşittir?

- A) 32 B) 16 C) 8 D) 4 E) 2



7. $f(n) = \left(\frac{n}{44}\right)$

dizisinin ilk yüz teriminden kaç tanesi tam sayıdır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 11 E) 44



8. $f(n) = \left(\frac{3^n}{n}\right)$

dizisinin 27. terimi, $g(n) = (3^n)$ dizisinin kaçınca terimine eşittir?

- A) 30 B) 28 C) 27 D) 25 E) 24



1. Bir $f(n) = (a_n)$ dizisinde

$$a_{n+1} - a_n = \frac{3}{7}$$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin yedinci terimi, altıncı teriminden kaç fazladır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

2. I. $f(n) = 3n^2 + 1$

II. $g(n) = \sqrt{n-1}$

III. $h(n) = \frac{4}{n^3 - 4n}$

IV. $m(n) = \frac{n+3}{n+1}$

V. $k(n) = \ln(n)$

Yukarıda verilen ifadelerden kaç tanesi bir reel sayı dizisinin genel terimi olamaz?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f(n) = \frac{n+1}{2}$

dizisinin kaç terimi (4, 5) aralığında bulunur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. Genel terimi $f(n) = (a_n)$ olan,

$$(a_n) = 2 + \frac{15}{n}$$

dizisinin kaç tane terimi 3 ten büyüktür?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

5. $f(n) = (a_n)$ dizisi,

$$(a_n) = \begin{cases} 3^{n-1} + 1, & n \equiv 0 \pmod{3} \\ 3^{n-1} - 1, & n \equiv 1 \pmod{3} \\ 3^n, & n \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{a_6 - a_5}{a_4 + a_3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{108}$ B) $\frac{1}{54}$ C) $\frac{1}{36}$ D) $\frac{1}{27}$ E) $\frac{1}{18}$

6. $f(n) = 2! + 3! + 4! + \dots + (n+1)!$

dizisinin 3. terimi kaçtır?

- A) 22 B) 24 C) 28 D) 32 E) 64

7. $(a_n) = \left(\frac{4n-10}{n+1} \right)$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, ilk n teriminin toplamı

$$S_n = n^2 + 3n$$

olan dizisinin 8. terimi kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 28 E) 29



TEST 4

1. $f(n) = \left(\frac{3n + 9}{5n + k + 2} \right)$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, $a_{59} \cdot k$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{39}{5}$ B) 8 C) $\frac{42}{5}$ D) 9 E) 10

2. Genel terimi,

$$(a_n) = \frac{2n + 1}{2n - 1} \cdot a_{(n-1)}$$

olan $f(n) = (a_n)$ dizisinde $a_1 = 6$ olduğuna göre, a_6 kaçtır?

- A) 48 B) 39 C) 32 D) 26 E) 13

3. $f(n) = (2n - 1)$

$$g(n) = (3n + 2)$$

$$t(n) = \left(\frac{f(n) + 1}{g(n)} \right)$$

dizileri veriliyor.

Buna göre, $t(n)$ dizisinin 2. terimi kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{9}{20}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

4. I. $\left(\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right)$

II. $\left(\tan\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right)$

III. $(-1)^{2n+5}$

IV. $\cos(n\pi)$

Yukarıda verilen dizilerden hangileri sabit dizidir?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) III ve IV E) II, III ve IV



5. $f(n) = \left(\frac{n^2 - 6n - 16}{4n - 3} \right)$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



6. Bir $f(n) = (a_n)$ dizisinde $a_k = 2k$ koşulunu sağlayan terime "antika terimi" denir.

Buna göre, $(a_n) = (n^2 - 3)$ dizisinin kaçınıcı terimi antika terimidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



7. $(a_n) = \left(\log_{(n+3)}(n+4) \right)$

dizisinin ilk 12 teriminin çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8



8. $f(n) = \left(\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} \right)$

dizisinin ilk 8 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) 1

BİLGİ

24.1 - Aritmetik Dizinin Genel Terimi

✓ Bir dizide; her terimden, kendinden bir önceki terimi çıkardığı da hep aynı sonucu buluyorsan o diziye **aritmetik dizi** denir.

- $(b_n) = (3, 7, 11, 15, 19, \dots, 4n - 1, \dots)$
 $b_1 = 3, b_2 = 7, b_3 = 11, b_4 = 15, \dots$
 $b_2 - b_1 = 7 - 3 = 4$
 $b_3 - b_2 = 11 - 7 = 4$
 $b_4 - b_3 = 15 - 11 = 4$ } aradaki fark değişmedi

✓ Aritmetik dizilerde terimler arasındaki hiç değişmeyen farka, dizinin **ortak farkı** denir. Genellikle **d** sembolüyle gösterilir. Yukarıda verilen (b_n) aritmetik dizisinin ortak farkı $d = 4$ tür.

✓ Aritmetik dizinin genel terimi,
 $a_n = a_1 + (n - 1).d$ veya $a_n = a_p + (n - p).d \dots (n > p)$ bağıntılarıyla bulunur.

- İlk terimi $a_1 = 5$ ve ortak farkı $d = 3$ olan bir aritmetik dizinin genel terimi aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1).d = 5 + (n - 1).3 \\ &= 5 + 3n - 3 \\ &= 3n + 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Bu genel terimde, n yerine 1, 2, 3, sayılarını yazarsan dizinin terimlerini de bulabilirsin.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $(a_n) = (2n + 3)$ dizisinin aritmetik dizi olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (a_n) &= (2n + 3) \\ a_1 &= 2.1 + 3 = 5 & a_3 &= 2.3 + 3 = 9 \\ a_2 &= 2.2 + 3 = 7 & a_4 &= 2.4 + 3 = 11 \\ a_4 - a_3 &= a_3 - a_2 = a_2 - a_1 \Rightarrow 11 - 9 = 9 - 7 = 7 - 5 = 2 \end{aligned}$$

Ardışık terimler arasındaki fark eşit olduğundan (a_n) aritmetik dizidir.

2. Ortak farkı 2 ve ilk terimi 4 olan aritmetik dizinin,

- Genel terimini yazınız.
- $a_3 + a_{10}$ toplamını bulunuz.

Çözüm:

a. Genel terim formülü olan $a_n = a_1 + (n - 1).d$ bağıntısında d yerine 2 ve a_1 yerine 4 yazmak yeterli olacaktır.
 $a_n = a_1 + (n - 1).d = 4 + (n - 1).2 = 4 + 2n - 2 = 2n + 2$ olur.

b. $(a_n) = (2n + 2)$ genel teriminde

$$\begin{aligned} n = 3 &\Rightarrow a_3 = 2.3 + 2 = 8 \\ n = 10 &\Rightarrow a_{10} = 2.10 + 2 = 22 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} n = 3 \\ n = 10 \end{aligned}} \right\} a_3 + a_{10} = 8 + 22 = 30 \text{ dur.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $(a_n) = (7n + 2)$ aritmetik dizisinin ortak farkı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

2. İlk terimi 7 ve ortak farkı 5 olan aritmetik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5n + 2$ B) $2n + 7$ C) $5n + 12$
 D) $2n + 3$ E) $7n + 5$

3. $(a_n) = (5, 9, x, \dots, a_n, \dots)$ ifadesi bir aritmetik dizi olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



1. İlk terimi 3 ve ortak farkı 5 olan aritmetik dizinin 10. terimi kaçtır?

Çözüm:

$$a_1 = 3 \text{ ve } d = 5 \text{ tir.}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1).d$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 10 & 3 & 10 & 5 \end{array}$$

$$a_{10} = 3 + (10 - 1).5 = 3 + 9.5 = 48 \text{ dir.}$$

2. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_1 = 9$$

$$a_7 = 33$$

olduğuna göre, 5. terimi bulunuz.

Çözüm:

5. örnekte olduğu gibi öncelikle ortak farkı bulmalısın.

$$a_n = a_1 + (n - 1).d$$

$$n = 7 \Rightarrow a_7 = 9 + (7 - 1).d \Rightarrow 33 = 9 + 6d$$

$$24 = 6d$$

$$d = 4$$

Şimdi de $n = 5$ ve $d = 4$ yazarak a_5 i bulmalısın.

$$a_n = a_1 + (n - 1).d$$

$$n = 5 \Rightarrow a_5 = 9 + (5 - 1).4$$

$$a_5 = 9 + 4.4 = 9 + 16 = 25 \text{ tir.}$$

3. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_6 - a_4 = 14$$

olduğuna göre, dizinin ortak farkını bulunuz.

Çözüm:

Öncelikle 6. ve 4. terimleri bulup, birbirinden çıkarmalısın.

$$a_n = a_1 + (n - 1).d$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = a_1 + 3d$$

$$n = 6 \Rightarrow a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_6 - a_4 = 14 \Rightarrow a_1 + 5d - (a_1 + 3d) = 14$$

$$\cancel{a_1} + 5d - \cancel{a_1} - 3d = 14$$

$$2d = 14 \Rightarrow d = 7 \text{ dir.}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_1 = 7$$

$$a_9 = 47$$

olduğuna göre, ortak fark kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_1 = 5$$

$$a_{10} = 32$$

olduğuna göre, a_7 kaçtır?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

3. (a_n) aritmetik dizisinde ortak farkı -3 tür.

$$a_8 = -6$$

olduğuna göre, a_1 kaçtır?

- A) 22 B) 21 C) 18 D) 15 E) 12

4. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_7 - a_5 = 10$$

olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. Altıncı terimi 2 ve ortak farkı $\frac{3}{2}$ olan aritmetik dizinin 30. terimi kaçtır?

- A) 29 B) 32 C) 35 D) 36 E) 38

1-C

2-C

3-D

4-A

5-E



07A20A44



BİLGİ

24.2 - Herhangi İki Terimi Verilen Aritmetik Dizinin Ortak Farkını Bulma

✓ (a_n) aritmetik dizisinin ortak farkı d ve herhangi iki terimi a_n ve a_p olsun.

Bu terimler arasında,

$$a_n = a_p + (n - p).d \Rightarrow d = \frac{a_n - a_p}{n - p}$$

bağıntısı vardır. ($n > p$ dikkat!)

NOT: Kısacası herhangi iki terimi kullanarak ortak farkı bulabilirsiniz.

✓ Bir aritmetik dizide $a_8 = 18$ ve $a_5 = 9$ ise ortak farkı,

$$a_8 = a_5 + (8 - 5).d$$

$$18 = 9 + 3.d$$

$$9 = 3d \Rightarrow \frac{3d}{3} = \frac{9}{3} \Rightarrow d = 3 \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. (a_n) aritmetik dizisinde $a_5 = 7$ ve $a_9 = 31$ olduğuna göre ortak farkı bulunuz.

Çözüm:

$$a_9 = a_5 + (9 - 5).d$$

$$31 = 7 + 4d$$

$$24 = 4d \Rightarrow \frac{4d}{4} = \frac{24}{4} \Rightarrow d = 6 \text{ dir.}$$

2. (a_n) aritmetik dizisinde $d = 4$, $a_5 = 7$ olduğuna göre, a_8 kaçtır?

Çözüm:

$$a_8 = a_5 + (8 - 5).d$$

$$a_8 = 7 + 3.4 = 7 + 12 = 19 \text{ dir.}$$

3. (a_n) aritmetik dizisinde,
 $d = 5$
 $a_3 = 12$
olduğuna göre, a_{21} i bulunuz.

Çözüm:

$$a_{21} = a_3 + (21 - 3)d$$

$$= 12 + 18.5$$

$$= 12 + 90$$

$$= 102 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_5 = 7$$

$$a_{11} = 25$$

olduğuna göre, ortak fark kaçtır?

A) 6

B) 5

C) 4

D) 3

E) 2

2. (a_n) aritmetik dizisinde ortak fark 7 ve $a_6 = 12$ olduğuna göre, a_{10} kaçtır?

A) 22

B) 28

C) 32

D) 38

E) 40

3. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_{18} = 62$$

$$d = 3$$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

A) 14

B) 16

C) 20

D) 24

E) 28

1-D

2-E

3-C



BİLGİ

24.3 - Aritmetik Dizinin Özellikleri - I

✓ Bir aritmetik dizide, herhangi iki terimin toplamı, ortadaki terimin 2 katına eşittir.

Örneğin, x, y ve z bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi ise

$$x, y, z \rightarrow x + z = 2y \text{ dir.}$$

$$3, 7, 11 \Rightarrow 3 + 11 = 2 \cdot 7 \text{ dir.}$$

✓ (a_n) aritmetik dizi olmak üzere,

$$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \dots)$$

$$a_1 + a_3 = 2 \cdot a_2 \text{ veya}$$

$$a_2 + a_6 = 2 \cdot a_4 \text{ veya}$$

$$a_2 + a_8 = 2 \cdot a_5 \text{ yazılabilir.}$$

Not: Bir başka deyişle; Herhangi bir terimin 2 katı; kendinden eşit uzaklıktaki iki terimin toplamına eşittir.

✓ $(2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26)$

$$2 \cdot 14 = 11 + 17$$

$$2 \cdot 14 = 5 + 23$$

$$2 \cdot 14 = 8 + 20$$

$$2 \cdot 14 = 2 + 26 \text{ dir.}$$

✓ (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_x + a_y = \frac{2 \cdot a_{x+y}}{2} \text{ dir.} \quad (x \text{ ile } y \text{ yer numarası})$$

$$a_{10} + a_4 = \frac{2 \cdot a_{10+4}}{2} \Rightarrow a_{10} + a_4 = 2 \cdot a_7$$

$$a_5 + a_{17} = \frac{2 \cdot a_{5+17}}{2} \Rightarrow a_5 + a_{17} = 2 \cdot a_{11}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla,

$$2x + 1, \quad 4x, \quad 4x + 13$$

olduğuna göre, x kaçtır?

Çözüm:

"Ortadaki terimin 2 katı, kendinden eşit uzaklıktaki (1 solu, 1 sağ) terimlerin toplamına eşit" kuralını kullanmalısın.

$$2x + 1, \quad 4x, \quad 4x + 13 \Rightarrow 2 \cdot 4x = 2x + 1 + 4x + 13$$

$$8x = 6x + 14$$

$$2x = 14 \Rightarrow x = 7 \text{ dir.}$$

2. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_7 = 13$$

olduğuna göre, $a_4 + a_{10}$ toplamını bulunuz.

Çözüm:

Terimlerin yer numaralarına dikkat etmelisin.

$$a_4 + a_{10} \rightarrow a_7$$

$$4 + 10 = 14 \rightarrow \text{yarısı değil mi?}$$

O halde a_7 terimi a_4 ile a_{10} un tam ortasında anlamına gelir. Bu durumda $2 \cdot a_7 = a_4 + a_{10}$ eşitliği sağlanır.

$$a_4 + a_{10} = 2 \cdot a_7 = 2 \cdot 13 = 26 \text{ dir.}$$

3. $(a_n) = (a, b, c, 18, x, y, z)$

aritmetik dizisi için $c + x + b + y$ toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$a, b, c, 18, x, y, z$$

18; x ile c nin ortasında olduğundan $c + x = 2 \cdot 18 = 36$ dir.

18; b ile y nin ortasında olduğundan $b + y = 2 \cdot 18 = 36$ dir.

$$c + x + b + y = 36 + 36 = 72 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla,

$$2x + 3, \quad 2x, \quad x + 7$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 10

B) 9

C) 8

D) 7

E) 6

2. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_5 = 20$$

olduğuna göre, $a_2 + a_8$ toplamı kaçtır?

A) 5

B) 10

C) 15

D) 20

E) 40

3. (a_n) aritmetik dizisi için,

$$(a_n) = (a, b, c, d, e, 25, x, y, z, t, k)$$

olduğuna göre, $e + x + d + y$ toplamı kaçtır?

A) 50

B) 75

C) 100

D) 125

E) 150

1-A

2-E

3-C



BİLGİ

24.4 - Aritmetik Dizinin Özellikleri - II

✓ Bir aritmetik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin toplamı birbirine eşittir.

Not: Baştan 1. ile sondan 1. nin toplamı
Baştan 2. ile sondan 2. nin toplamı
Baştan 3. ile sondan 3. nün toplamı

⋮
⋮
⋮

Baştan n. ile sondan n. nin toplamına eşittir.

✓ a, b, c, d, e, f bir aritmetik dizinin ardışık altı terimi olsun. O halde

$$\begin{array}{c} \text{a, b, c, d, e, f} \\ \left[\begin{array}{c} \text{c + d} \\ \text{b + e} \\ \text{a + f} \end{array} \right] \end{array}$$

$a + f = b + e = c + d$ dir.

• 2, 5, 8, 11, 14, 17

$$\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \text{8 + 11 = 19} \\ \text{5 + 14 = 19} \\ \text{2 + 17 = 19} \end{array} \right] \end{array}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x + 1, 16 + y, 6 - y, 2x + 3$

bir aritmetik dizinin ardışık dört terimi olduğuna göre, x kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{c} \text{Sondan 1.} \quad \text{Sondan 2.} \\ \left[\begin{array}{c} \text{x + 1 + 2x + 3 = 16 + y + 6 - y} \\ \text{Baştan 1.} \quad \text{Baştan 2.} \end{array} \right] \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3x + 4 = 22 &\Rightarrow 3x = 22 - 4 \\ 3x = 18 &\Rightarrow x = 6 \text{ dir.} \end{aligned}$$

2. 5, a, b, c, 15

sayıları bir aritmetik dizinin ardışık beş terimi olduğuna göre, $a + b + c$ toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$5, a, b, c, 15 \Rightarrow 5 + 15 = a + c \Rightarrow a + c = 20 \text{ dir.}$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{a + c} \\ \text{5 + 15} \end{array} \right]$$

Aynı zamanda b; 5 ile 15 in tam ortasında olduğundan

$$5 + 15 = 2b \Rightarrow 2b = 20 \Rightarrow b = 10 \text{ dir.}$$

$$a + b + c = (a + c) + b = 20 + 10 = 30 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $2x, 20 + y, 1 - y, x - 6$

bir aritmetik dizinin ardışık dört terimi olduğuna göre, x kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

2. $x + 2, 24 + y, 8 - y, x + 6$

bir aritmetik dizinin ardışık dört terimi olduğuna göre, x kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

3. 9, x, y, z, 21

sayıları bir aritmetik dizinin ardışık beş terimi olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

A) 75 B) 60 C) 55 D) 45 E) 40

1-A

2-C

3-D



BİLGİ

24.5 - Aritmetik Dizinin Özellikleri - III

✓ İlk terimi a_1 , son terimi a_n ve ortak farkı d olan sonlu bir aritmetik dizinin terim sayısı

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$

bağıntısıyla bulunur.

2, 6, 10, 14, ..., 90

• Aritmetik dizisinin terim sayısı;

$$d = 6 - 2 = 4, \quad a_1 = 2, \quad a_n = 90$$

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{90 - 2}{4} + 1 = 23 \text{ tür.}$$

Not: Bir dizide a_1, a_2, a_3, \dots terimlerinin altında yazan 1, 2, 3, ... sayılarına indis (yer numarası) denir.

✓ Bir aritmetik dizide, indisler toplamı eşit olmak üzere, iki terimin toplamı, başka iki terimin toplamına eşittir.

• $a_3 + a_5 = a_1 + a_7$ dir. $1 + 7 = 8$
 $3 + 5 = 8$

• $a_5 + a_{10} = a_2 + a_{13} = a_8 + a_7 = \dots$
 $2 + 13 = 15$
 $5 + 10 = 15$
 $8 + 7 = 15$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $(a_n) = (4, 7, 10, \dots, 70)$ aritmetik dizisinin terim sayısını bulunuz.

Çözüm:

$$d = 7 - 4 = 10 - 7 = 3 \text{ tür.}$$

$a_1 = 4$ ve $a_n = 70$ dir.

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{70 - 4}{3} + 1 = \frac{66}{3} + 1 = 23$$

2. (a_n) aritmetik dizisinde, $a_4 + a_{21} = 18$ olduğuna göre, $a_{10} + a_{15}$ toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$a_4 + a_{21} = a_{10} + a_{15} = 18 \text{ dir.}$$

$$10 + 15 = 25$$

$$4 + 21 = 25$$

3. (a_n) aritmetik dizisinde, $a_{13} = 9$ $a_9 + a_{10} = 26$ olduğuna göre, a_6 kaçtır?

Çözüm:

$$a_9 + a_{10} = a_{13} + a_6 \text{ dir.}$$

$$26 = 9 + a_6$$

$$a_6 = 26 - 9 = 17 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $(a_n) = (5, 8, 11, \dots, 89)$ dizisinin terim sayısı kaçtır?

A) 27 B) 28 C) 29 D) 30 E) 31

2. (a_n) aritmetik dizisinde, $a_7 + a_{11} = 26$ olduğuna göre, $a_4 + a_{14}$ toplamı kaçtır?

A) 13 B) 26 C) 36 D) 48 E) 52

3. (a_n) aritmetik dizisinde, $a_9 = 12$ $a_6 + a_{15} = 46$ olduğuna göre, a_{12} kaçtır?

A) 24 B) 26 C) 28 D) 32 E) 34



BİLGİ

24.6 - Aritmetik Dizide İlk n Terim Toplamı

✓ (a_n) aritmetik dizisinin ilk n teriminin toplamı S_n olmak üzere,

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \text{ dir.}$$

İlk terimi $a_1 = 5$ ve $a_{20} = 49$ olan (a_n) aritmetik dizisinde ilk 20 terim toplamı;

$$\begin{aligned} S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) &\rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} (5 + 49) \\ &= 10 \cdot 54 \\ &= 540 \text{ dir.} \end{aligned}$$

✓ (a_n) aritmetik dizisinde ilk n terimin toplamı S_n olmak üzere,

$$S_n = \frac{n}{2} [2 \cdot a_1 + (n - 1) \cdot d]$$

bağıntısıyla da bulunabilir.

• İlk terimi 4 ve ortak farkı $d = 6$ olan (a_n) aritmetik dizisinde ilk 12 terimin toplamı;

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1) \cdot d]$$

$$n = 12 \Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} [2 \cdot 4 + (12 - 1) \cdot 6] = 6(8 + 66) = 444 \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. İlk terimi 5 ve ortak farkı 3 olan aritmetik dizinin ilk 16 teriminin toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1) \cdot d]$$

$$n = 16 \Rightarrow S_{16} = \frac{16}{2} [2 \cdot 5 + (16 - 1) \cdot 3]$$

$$= 8[10 + 15 \cdot 3]$$

$$= 8 \cdot 55$$

$$= 440 \text{ dir.}$$

2. (a_n) aritmetik dizisinde, $a_1 = 4$ ve $a_3 = 16$ olduğuna göre, ilk 14 terimin toplamını bulunuz.

Çözüm:

Önce dizinin ortak farkını bulmalısın.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 4 + 2 \cdot d$$

$$16 = 4 + 2d \Rightarrow 2d = 12 \Rightarrow d = 6 \text{ dir.}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1) \cdot d]$$

$$n = 14 \Rightarrow S_{14} = \frac{14}{2} [2 \cdot 4 + (14 - 1) \cdot 6] = 7[8 + 13 \cdot 6] = 7 \cdot 86 = 602$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_1 = 12$$

$$a_{18} = 34$$

olduğuna göre, dizinin ilk 18 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 414 B) 416 C) 420 D) 436 E) 448

2. İlk terimi 8 ve ortak farkı 3 olan aritmetik dizinin ilk 24 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 990 B) 996 C) 1006 D) 1012 E) 1020

3. (a_n) aritmetik dizisinde $a_1 = 6$ ve $a_4 = 21$ olduğuna göre, ilk 10 terimin toplamı kaçtır?

- A) 250 B) 264 C) 285 D) 290 E) 296

1-A

2-E

3-C



TEST 1

1. Aşağıdakilerden hangisi aritmetik dizi değildir?

- A) $4n + 1$ B) $2 - 3n$ C) $2n + 1$
 D) $\frac{n}{2}$ E) n^2

2. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_1 = 7$$

$$a_5 = 23$$

olduğuna göre, ortak fark kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. (a_n) aritmetik dizisinde

$$a_1 = 5$$

$$a_7 = 23$$

olduğuna göre, a_5 kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

4. Ortak farkın d olduğu (a_n) aritmetik dizisinde,

$$2a_1 + 9d = 21$$

olduğuna göre, $a_5 + a_6$ toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 14 C) 21 D) 42 E) 46

5. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$\frac{a_7 + a_{11} + a_{15}}{a_{11}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

6. (a_n) aritmetik dizisinde

$$a_2 + a_5 = 24$$

olduğuna göre, ilk 6 terimin toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 42 C) 48 D) 64 E) 72

7. 4 ile 16 arasına ; bu terimlerle birlikte aritmetik dizi oluşturacak şekilde 3 tane terim yerleştiriliyor.

Buna göre, bu dizinin baştan 3. terimi kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 13 D) 16 E) 21

8. (a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_1 = 4$$

$$a_3 = 14$$

olduğuna göre, ilk 18 terimin toplamı kaçtır?

- A) 725 B) 737 C) 817 D) 830 E) 837



1. $(a_n) = ((p - 3)n^2 + 5n + p)$ dizisi aritmetik dizi olduğuna göre, a_{10} kaçtır?
A) 49 B) 50 C) 51 D) 52 E) 53
2. 11. terimi A olan bir aritmetik dizinin 5. ve 17. terimlerini toplamı aşağıdakilerden hangisidir? ($A \neq 0$)
A) $\frac{A}{2}$ B) A C) 2A D) 3A E) 4A
3. x ile 89 arasına, bu terimlerle birlikte aritmetik dizi oluşturacak şekilde 16 tane terim yerleştiriliyor. Bu dizinin ortak farkı 4 olduğuna göre, 3. terimi kaçtır?
A) 29 B) 25 C) 21 D) 17 E) 13
4. İlk terimi 3 ve onuncu terimi 30 olan aritmetik dizinin ilk on teriminin toplamı kaçtır?
A) 128 B) 135 C) 150 D) 155 E) 165
5. x, y ve z birer pozitif tam sayı olmak üzere, bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.
 $x + 3y + z = 30$ olduğuna göre, z nin en büyük değeri kaçtır?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
6. $f(n) = (a_n)$ aritmetik dizisinde,
 $a_1 + a_2 = 10$
 $a_2 + a_5 = 18$ olduğuna göre, $a_{10} - a_7$ farkı kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 9 E) 14
7. $f(n) = (a, b, 4b, c)$
 $g(n) = (6x, 8x, c)$ birer aritmetik dizidir. Buna göre, $\frac{x}{b}$ oranı kaçtır?
A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{9}{2}$ D) 5 E) $\frac{13}{2}$
8. Bir çocuk anneler gününde annesine vermek üzere 250 TL lik bir hediye alacaktır. Kumbarasında 25 TL olan bu çocuk hediye için para biriktirmeye karar veriyor. İlk gün kumbarasına 5 TL, sonraki her gün bir önceki gün attığı paradan 50 kuruş fazla olacak şekilde para atıyor. 21. günün sonunda hediye alacak olan bu çocuk eksik olan parayı da babasından istiyor. Bu çocuğun babasından alacağı para kaç TL'dir?
A) 8 B) 10 C) 14 D) 15 E) 20



TEST 3

1. İlk terimi $a_1 = 59$ ve ortak farkı d olan $f(n) = (a_n)$ aritmetik dizisi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $d = 0$ için dizi sabittir.
 B) $d < 0$ için dizi azalandır.
 C) $d > 0$ için dizi artandır.
 D) $d = 0$ için $a_5 = 59$ dur.
 E) $d = -5$ için $a_2 = 64$ tür.

2. Yaşları toplamı 70 olan beş kardeşin yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En büyük kardeş 22 yaşında olduğuna göre, en küçük kardeş kaç yaşındadır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $(a_n) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots\right)$

aritmetik dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2n-3}{3}$ B) $\frac{2n-1}{2}$ C) $\frac{2n-3}{2}$
 D) $\frac{2n+3}{2}$ E) $\frac{2n-4}{3}$

4. Bir aritmetik dizinin 21. terimi x olduğuna göre, 14. ve 28. terimlerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir? ($x > 0$)

- A) $4x$ B) $3x$ C) $2x$ D) x E) $\frac{x}{2}$

5. $f(n) = (a_n)$ aritmetik dizisinde,

$$a_2 = 5$$

$$a_5 + a_7 + a_9 = 45$$

olduğuna göre, bu dizinin ortak farkı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. (a_n) aritmetik dizi olmak üzere,

$$(a_n) = (a + 1, 3a - 2, 6a - 8, \dots)$$

olduğuna göre, dizinin ilk 20 terim toplamı kaçtır?

- A) 525 B) 545 C) 550 D) 645 E) 650

7. (a_n) aritmetik dizi olmak üzere,

$$(a_n) = (x, y, z, 17, a, b, c, 25, \dots)$$

olduğuna göre, $a + x$ toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 22 C) 28 D) 30 E) 34

8. Bir sinema salonunda 1. sıradan 8. sıraya kadar olan ilk 8 sırada sırasıyla 20 adet, 22 adet, 24 adet, ... şeklinde koltuk vardır. 9. sıradan 15. sıraya kadar olan diğer sıraların her birinde de 20 şer tane koltuk vardır.

15 sıralı olan bu sinema salonunda toplam kaç koltuk vardır?

- A) 210 B) 214 C) 216 D) 296 E) 356



BİLGİ

25.1 - Geometrik Dizi

✓ Herhangi bir (a_n) dizisinde,

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_{n+1}}{a_n} = r$$

oluyorsa, $f(n) = (a_n)$ dizisine geometrik dizi, her oranın eşit olduğu r sayısına da dizinin **ortak oranı** ya da **ortak çarpanı** denir.

• $(a_n) = (2^n) = (2, 4, 8, 16, 32, \dots, 2^n, 2^{n+1}, \dots)$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{2} = 2, \frac{a_3}{a_2} = \frac{8}{4} = 2, \frac{a_4}{a_3} = \frac{16}{8} = 2, \frac{a_5}{a_4} = \frac{32}{16} = 2, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 = r$$

olduğundan $(a_n) = (2^n)$ dizisi bir geometrik dizidir. Dizinin ortak çarpanı da $r = 2$ dir.



• $(a_n) = (8, 8, 8, \dots, 8, \dots)$

dizisindeki her terimin bir önceki terime oranı daima 1 olduğundan (a_n) geometrik dizidir.

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{8} = 1, \quad \frac{a_3}{a_2} = \frac{8}{8} = 1, \quad \frac{a_4}{a_3} = \frac{8}{8} = 1$$

Not: Sıfırdan farklı her sabit dizi ortak çarpanı $r = 1$ olan geometrik dizidir.

Sabit dizi hem aritmetik hem de geometrik dizidir.

- (2^{5n+3}) tipindeki geometrik dizilerde ortak çarpan $r = 2^5 = 32$ dir.
- (3^{2n+1}) dizisinin ortak çarpanı $r = 3^2 = 9$ dur.
- $(4 \cdot 5^{2n+1})$ dizisinin ortak çarpanı $r = 5^2 = 25$ tir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $(a_n) = (3^{n-2})$ dizisinin 4. terimini bulunuz.

Çözüm:

$n = 4$ için 4. terimi bulabilirsiniz.

$$(a_n) = (3^{n-2})$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = 3^{4-2} = 3^2 = 9 \text{ dur.}$$



2. (a_n) geometrik dizisinin ortak çarpanı 4 olduğuna göre,

$$\frac{a_{49}}{a_{50}} \text{ oranını bulunuz.}$$

Çözüm:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_{50}}{a_{49}} \text{ olduğundan } \frac{a_{50}}{a_{49}} = r = 4 \text{ tür.}$$

Ancak istenen orandaki indislere dikkat edersen, $\frac{a_{50}}{a_{49}}$ un tam tersi olduğunu görürsün. O halde,

$$\frac{a_{50}}{a_{49}} = r = 4 \text{ ise } \frac{a_{49}}{a_{50}} = \frac{1}{4} \text{ tür.}$$



3. $(a_n) = (2 \cdot 9^{\frac{n}{2}})$ dizisinin ortak çarpanını bulunuz.

Çözüm:

Bir önceki sayfada verdiğimiz pratik kurala göre,

$$2 \cdot 9^{\frac{n}{2}} = 2 \cdot 9^{\frac{1 \cdot n}{2}} \text{ olduğundan } r = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3 \text{ tür.}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $(a_n) = (a, b, c, d, \dots, a_n, \dots)$

geometrik dizisinde $\frac{c}{b} = 8$ olduğuna göre, $\frac{d}{c}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) 8

2. (a_n) geometrik dizisinin ortak çarpanı $\frac{2}{5}$ olduğuna göre, $\frac{a_{59}}{a_{60}}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

3. $(a_n) = (3 \cdot 25^{\frac{n}{2}})$

dizisinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 25 D) 50 E) 75

1-E

2-B

3-B



BİLGİ

25.2 - Geometrik Dizinin Genel Terimi

✓ Geometrik dizinin ilk terimi a_1 ve ortak çarpanı r olmak üzere, genel terimi $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ dir.

• İlk terimi $a_1 = 3$ ve ortak çarpanı $r = 2$ olan geometrik dizinin genel terimi, $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$ şeklinde yazılır.

$$n = 4 \text{ için } 4. \text{ terim } a_4 = 3 \cdot 2^{4-1} = 3 \cdot 2^3 = 24$$

$$n = 5 \text{ için } 5. \text{ terim } a_5 = 3 \cdot 2^{5-1} = 3 \cdot 2^4 = 48$$

⋮

$n = 10$ için 10. terim $a_{10} = 3 \cdot 2^{10-1} = 3 \cdot 2^9$ şeklinde bulunur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. İlk terimi $a_1 = 2$ ve ortak çarpanı 3 olan geometrik dizinin genel terimini bulunuz.

Çözüm:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_n = 2 \cdot 3^{n-1} \text{ dir.}$$

2. İlk terimi $a_1 = 3$ ve ortak çarpanı $r = 2$ olan geometrik dizinin 7. terimini bulunuz.

Çözüm:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ genel teriminde verilenleri yerine yerleştirmen yeterli olacaktır.-

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$n = 7 \Rightarrow a_7 = 3 \cdot 2^{7-1} = 3 \cdot 64 = 192 \text{ dir.}$$

3. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde $a_3 = 12$, $a_5 = 48$ olduğuna göre, a_1 ile ortak çarpanı bulunuz.

Çözüm:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = a_1 \cdot r^{3-1} = a_1 \cdot r^2 = 12 \dots (1)$$

$$n = 5 \Rightarrow a_5 = a_1 \cdot r^{5-1} = a_1 \cdot r^4 = 48 \dots (2)$$

(1) ve (2) yi taraf tarafa bölelim

$$\frac{a_3}{a_5} = \frac{a_1 \cdot r^2}{a_1 \cdot r^4} = \frac{12}{48} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = \pm 2 \text{ dir.}$$

(a_n) pozitif terimli olduğundan $r = 2$ olmalıdır.

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = a_1 \cdot 2^2 = 12 \Rightarrow a_1 = \frac{12}{4} = 3 \text{ tür.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. İlk terimi $a_1 = 3$ ve ortak çarpanı 5 olan geometrik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 \cdot 5^n$

B) $3 \cdot 5^{n-1}$

C) $3 \cdot 5^{n+1}$

D) $5 \cdot 3^n$

E) $5 \cdot 3^{n-1}$

2. İlk terimi $a_1 = 81$ ve ortak çarpanı $r = \frac{1}{3}$ olan geometrik dizinin 3. terimi kaçtır?

A) 27

B) 9

C) 3

D) $\frac{1}{3}$

E) $\frac{1}{9}$

3. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde,

$$a_6 = 160$$

$$a_4 = 40$$

olduğuna göre, a_1 kaçtır?

A) 2

B) 4

C) 5

D) 10

E) 25

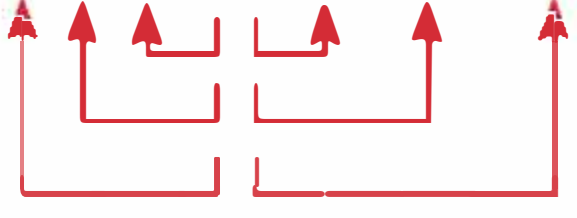


BİLGİ

25.3 - Geometrik Dizinin Özellikleri - I

✓ Bir geometrik dizide herhangi iki terimin çarpımı ortadaki terimin karesine eşittir.

$$(a_n) = (2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, \dots, 2^n, \dots)$$



$$16^2 = 8 \cdot 32 \text{ olup } (a_4)^2 = a_3 \cdot a_5$$

↳ 4; 3 ile 5 in tam ortasında

$$16^2 = 4 \cdot 64 \text{ olup } (a_4)^2 = a_2 \cdot a_6$$

↳ 4; 2 ile 6 nın tam ortasında

$$16^2 = 2 \cdot 128 \text{ olup } (a_4)^2 = a_1 \cdot a_7$$

↳ 4; 1 ile 7 nin tam ortasında

NOT: (a_n) geometrik dizisinde a_x ve a_y terimlerinin ortasındaki terim (varsa) $\frac{a_{x+y}}{2}$ dir. O halde $\left(\frac{a_{x+y}}{2}\right)^2 = a^x \cdot a^y$ dir.

- 5 ile 19 un ortasındaki doğal sayı $\frac{5+19}{2} = \frac{24}{2} = 12$ olduğundan $(a_{12})^2 = a_5 \cdot a_{19}$ yazılabilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. 3, x, 27 terimleri pozitif olan bir geometrik dizinin ardışık terimi olduğuna göre, x i bulunuz.

Çözüm:

Ortadaki terim x olduğundan ;

$$x^2 = 3 \cdot 27 = 81 \Rightarrow x = \sqrt{81} \Rightarrow x = 9 \text{ dur.}$$

2. $x - 2$, x, $x + 3$ terimleri bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x i bulunuz.

Çözüm:

x; $x - 2$ ile $x + 2$ nin ortasındaki terim olduğuna göre,

$$x^2 = (x - 2) \cdot (x + 3)$$

$$x^2 = x^2 + x - 6 \Rightarrow 0 = x - 6 \Rightarrow x = 6 \text{ dir.}$$

3. (a_n) geometrik dizisinde, $a_5 = 6$ olduğuna göre, $a_2 \cdot a_8$ çarpımını bulunuz.

Çözüm:

Terimlerin indislerine dikkat etmelisin. 5 sayısı, 2 ile 8 in

$$\left(\frac{2+8}{2} = 5\right) \text{ tam ortasında olduğundan, } (a_5)^2 = a_2 \cdot a_8 \text{ eşitliği}$$

sağlanmalıdır.

$$6^2 = a_2 \cdot a_8 \Rightarrow a_2 \cdot a_8 = 36 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. 8, x, 32 sayıları pozitif terimli bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

2. $x + 4$, x, $x - 2$ terimleri bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. (a_n) geometrik dizisinde $a_8 = 10$ olduğuna göre, $a_5 \cdot a_{11}$ çarpımı kaçtır?

A) 64 B) 81 C) 100 D) 121 E) 144

1-D

2-A

3-C



BİLGİ

25.4 - Geometrik Dizinin Özellikleri - II

✓ Bir geometrik dizinin art arda gelen sonlu sayıda terimleri arasında baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin çarpımı birbirine eşittir.

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$

bir geometrik dizinin ardışık 6 terimi olsun.

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \leftrightarrow \underbrace{a_1 \cdot a_6}_{\text{baştan 1. ile sondan 1.}} = \underbrace{a_2 \cdot a_5}_{\text{baştan 2. ile sondan 2.}} = \underbrace{a_3 \cdot a_4}_{\text{baştan 3. ile sondan 3.}}$$

✓ $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ bir geometrik dizinin ardışık 8 terimi olsun. O halde yandaki özellik gereği,

$$a_1 \cdot a_8 = a_2 \cdot a_7 = a_3 \cdot a_6 = a_4 \cdot a_5 \text{ yazılabilir.}$$

$$\begin{array}{cccc} \uparrow \quad \uparrow & \uparrow \quad \uparrow & \uparrow \quad \uparrow & \uparrow \quad \uparrow \\ 1+8=9 & 2+7=9 & 3+6=9 & 4+5=9 \end{array}$$

Bu durumda "indisler toplamı eşit olan terimlerin çarpımı birbirine eşittir" denebilir.

$$a_7 \cdot a_5 = a_4 \cdot a_8, \quad a_4 \cdot a_{10} = a_6 \cdot a_8 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow \quad \downarrow & \downarrow \quad \downarrow & \downarrow \quad \downarrow & \downarrow \quad \downarrow \\ 7+5=12 & 4+8=12 & 4+10=14 & 6+8=14 \end{array}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x, y, 6, \frac{24}{x}$ bir geometrik dizinin ardışık dört terimi olduğuna göre, y yi bulunuz.

Çözüm:

$$x, y, 6, \frac{24}{x} \Rightarrow x \cdot \frac{24}{x} = 6 \cdot y \Rightarrow 24 = 6 \cdot y$$

$$\frac{24}{6} = \frac{6 \cdot y}{6} \Rightarrow y = 4$$

2. $16, a, 4, 2$ bir geometrik dizinin ardışık dört terimi olduğuna göre, a kaçtır?

Çözüm:

$$16, a, 4, 2 \Rightarrow 16 \cdot 2 = a \cdot 4 \Rightarrow 32 = 4a \Rightarrow a = 8 \text{ dir.}$$

3. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisi için, $a_2 \cdot a_8 = 18$ olduğuna göre, $\frac{a_4 \cdot a_6}{a_7 \cdot a_3}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

Çarpımlardaki terimlerin indisleri toplamına dikkat et!

$$\left. \begin{array}{l} a_2 \cdot a_8 = 18 \\ a_4 \cdot a_6 = 18 \\ a_7 \cdot a_3 = 18 \end{array} \right\} \frac{a_4 \cdot a_6}{a_7 \cdot a_3} = \frac{18}{18} = 1 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $3, x, 48, 96$ terimleri, bir geometrik dizinin ardışık dört terimi olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 12 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

2. $a, 8, b, \frac{104}{a}$ terimleri, bir geometrik dizinin ardışık dört terimi olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

3. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisi için, $a_7 \cdot a_8 = 9$ olduğuna göre, $\frac{a_5 \cdot a_{10} + a_9 \cdot a_6}{a_{12} \cdot a_3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 18 B) 9 C) 3 D) 2 E) 1



BİLGİ

25.5 - Geometrik Dizinin Özellikleri - III

✓ $k > p$ olmak üzere, bir geometrik dizinin k . terimi a_k , p . teri a_p olsun. Bu dizinin ortak çarpanı, $r = \sqrt[k-p]{\frac{a_k}{a_p}}$ formülüyle bulunur.

• Bir geometrik dizide $a_3 = 3$ ve $a_5 = 27$ olduğuna göre, ortak çarpan

$$r = \sqrt[5-3]{\frac{a_5}{a_3}} = \sqrt[2]{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$$

✓ Bir dizi hem aritmetik, hem de geometrik dizi ise aynı zamanda sabit dizidir. Bir başka deyişle dizinin bütün terimleri birbirine eşittir.

NOT: $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ hem aritmetik, hem geometrik dizi ise $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = \dots$ dir.

✓ (a_n) geometrik dizisinde $1 < k < n$ ve $k \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere, $a_n = a_k \cdot r^{n-k}$ dir.

Not: Bir terimi, kendinden önceki terimi kullanarak bulmaya yarayan bir formüldür.

• Bir geometrik dizide 3. terim $a_3 = 81$ ve ortak çarpan $r = \frac{1}{3}$ ise beşinci terim, $a_n = a_k \cdot r^{n-k}$

$$\left. \begin{matrix} n = 5 \\ k = 3 \end{matrix} \right\} a_5 = a_3 \cdot r^{5-3} \Rightarrow a_5 = 81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 81 \cdot \frac{1}{9} = 9 \text{ dur.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. (a_n) geometrik dizisinde,

$$a_5 = 96$$

$$a_2 = 12$$

olduğuna göre, dizinin ortak çarpanını bulunuz.

Çözüm:

$$r = \sqrt[5-2]{\frac{a_5}{a_2}} = \sqrt[3]{\frac{96}{12}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2 \text{ dir.}$$

2. $2a - 5$, $5b - 7$, $a - 1$ terimleri hem aritmetik hem de geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, a ile b bulunuz.

Çözüm:

Verilen terimler hem aritmetik, hem geometrik dizi oluşturacaksa tüm terimler birbirine eşit olmalıdır. (**Sabit dizi !**)

$$2a - 5 = a - 1 \Rightarrow 2a - a = -1 + 5 \Rightarrow a = 4 \text{ tür.}$$

$$5b - 7 = a - 1 \Rightarrow 5b - 7 = 4 - 1$$

$$5b = 3 + 7 \Rightarrow 5b = 10 \Rightarrow b = 2 \text{ dir.}$$

3. (a_n) geometrik dizisinde $a_6 = 243$ ve ortak çarpan 3 olduğuna göre, dizinin dördüncü terimini bulunuz.

Çözüm:

$$a_6 = a_4 \cdot r^{6-4} \Rightarrow 243 = a_4 \cdot 3^2$$

$$\frac{243}{9} = \frac{9 \cdot a_4}{9} \Rightarrow a_4 = 27 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. (a_n) geometrik dizisinde,

$$a_6 = 162$$

$$a_3 = 6$$

olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 2

B) 3

C) 8

D) 18

E) 27

2. $4x - 5$, $y + 2$, $3x - 1$

terimleri hem aritmetik hem geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

A) 24

B) 28

C) 32

D) 36

E) 42

3. (a_n) geometrik dizisinde $a_6 = 256$ ve ortak çarpan $\frac{1}{4}$ olduğuna göre, 4. terim kaçtır?

A) 2^{12}

B) 2^{10}

C) 2^8

D) 2^7

E) 2^6

1-B

2-D

3-A



BİLGİ

25.6 - Geometrik Dizinin Özellikleri - IV

- ✓ x ve y gibi iki gerçektek sayı arasında sabit oranlı n tane terim yerleştirilirse x ve y ile birlikte n + 2 terimli bir geometrik dizi oluşur.

Yeni oluşan bu geometrik dizinin ortak çarpanı

$$r = \sqrt[n+1]{\frac{y}{x}}$$

formülüyle bulunur.

- $\frac{1}{2}$ ile 8 arasında bu terimlerle birlikte geometrik dizi oluşacak şekilde 3 tane terim yerleştirilecek olursa

$$\left(\begin{array}{c} \frac{1}{2}, a, b, c, 8 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 \end{array} \right)$$

oluşacak geometrik dizinin ortak çarpanı

$$r = \sqrt[3+1]{\frac{a_5}{a_1}} = \sqrt[4]{\frac{8}{\frac{1}{2}}} = \sqrt[4]{8 \cdot \frac{2}{1}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2 \text{ olur.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. 2 ile 16 arasında bu terimlerle birlikte geometrik dizi oluşturacak şekilde 2 tane terim yerleştirilecek olursak oluşan dizinin ortak çarpanı kaç olur?

Çözüm:

2 terim yerleştirildiğinde,

$$r = \sqrt[2+1]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2 \text{ dir.}$$

2. $\frac{1}{5}$ ile 125 arasında bu terimlerle birlikte geometrik dizi oluşturacak şekilde üç tane terim yerleştiriliyor.

Bu terimleri bulunuz.

Çözüm:

Öncelikle oluşacak olan geometrik dizinin ortak çarpanını bulmalıyız.

$$\left(\begin{array}{c} \frac{1}{5}, a, b, c, 125 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 \end{array} \right)$$

$$r = \sqrt[3+1]{\frac{125}{\frac{1}{5}}} = \sqrt[4]{125 \cdot \frac{5}{1}} = \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{5} \cdot (5)^{2-1} = \frac{1}{5} \cdot 5^1 = \frac{5}{5} = 1 \dots (a)$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = \frac{1}{5} \cdot (5)^{3-1} = \frac{1}{5} \cdot 5^2 = \frac{25}{5} = 5 \dots (b)$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = \frac{1}{5} \cdot (5)^{4-1} = \frac{1}{5} \cdot 5^3 = \frac{125}{5} = 25 \text{ tir. } \dots (c)$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. 3 ile 243 arasında bu terimlerle birlikte geometrik dizi oluşturacak şekilde üç tane terim yerleştiriliyor.
Oluşan bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) 9

2. 4 ile 64 arasında bu terimlerle birlikte pozitif terimli bir geometrik dizi oluşturacak şekilde 5 tane terim yerleştiriliyor.
Oluşan bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt[3]{2}$ D) $\sqrt[3]{4}$ E) 4

3. 3 ile 96 arasında bu terimlerle birlikte geometrik dizi oluşturacak şekilde 4 tane terim yerleştiriliyor.
Oluşan bu dizinin baştan 3. terimi kaçtır?

- A) 32 B) 24 C) 18 D) 14 E) 12



BİLGİ

25.7 - Bir Geometrik Dizinin İlk n Terim Toplamı

✓ Birinci terimi a_1 ve ortak çarpanı r olan geometrik dizide ilk n terim toplamı, $S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ formülüyle bulunur.

İlk n terim toplamının sembolü

• İlk terimi $a_1 = 12$ ve ortak çarpanı $r = 2$ olan geometrik dizinin ilk altı terimin toplamı, $S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$

$$n = 6 \Rightarrow S_6 = 12 \cdot \frac{1-2^6}{1-2} = 12 \cdot \frac{1-64}{-1} = 12 \cdot \frac{-63}{-1} = 12 \cdot 63 = 756 \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. İlk terimi $a_1 = 4$ ve ortak çarpanı $r = 3$ olan geometrik dizinin ilk 4 teriminin toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$n = 4 \Rightarrow S_4 = 4 \cdot \frac{1-3^4}{1-3} = 4 \cdot \frac{1-81}{-2} = 4 \cdot \frac{-80}{-2} = 4 \cdot 40 = 160$$

2. İlk terimi $a_1 = 6$ ve ortak çarpanı $r = -2$ olan geometrik dizinin ilk 7 teriminin toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$n = 7 \Rightarrow S_7 = 6 \cdot \frac{1-(-2)^7}{1-(-2)} = 6 \cdot \frac{1-(-128)}{1+2} = 6 \cdot \frac{1+128}{3} = 2 \cdot 129 = 258$$

3. İlk terimi $a_1 = 9$ ve ortak çarpanı $r = \frac{1}{3}$ olan geometrik dizinin ilk 4 teriminin toplamını bulunuz.

Çözüm:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$n = 4 \Rightarrow S_4 = 9 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^4}{1-\frac{1}{3}} = 9 \cdot \frac{1-\frac{1}{81}}{1-\frac{1}{3}} = 9 \cdot \frac{\frac{81-1}{81}}{\frac{3-1}{3}} = 9 \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{3}{2} = \frac{40}{3}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. İlk terimi $a_1 = 8$ ve ortak çarpanı $r = 2$ olan geometrik dizinin ilk 6 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 464 B) 472 C) 504 D) 572 E) 584

2. İlk terimi $a_1 = 4$ ve ortak çarpanı $r = -3$ olan geometrik dizinin ilk 5 teriminin toplamı kaçtır?

- A) -340 B) -220 C) -170 D) 244 E) 340

3. İlk terimi $a_1 = 64$ ve ortak çarpanı $r = \frac{1}{2}$ olan geometrik dizinin ilk 8 teriminin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{247}{2}$ B) $\frac{249}{2}$ C) $\frac{251}{2}$ D) $\frac{253}{2}$ E) $\frac{255}{2}$

1-C

2-D

3-E

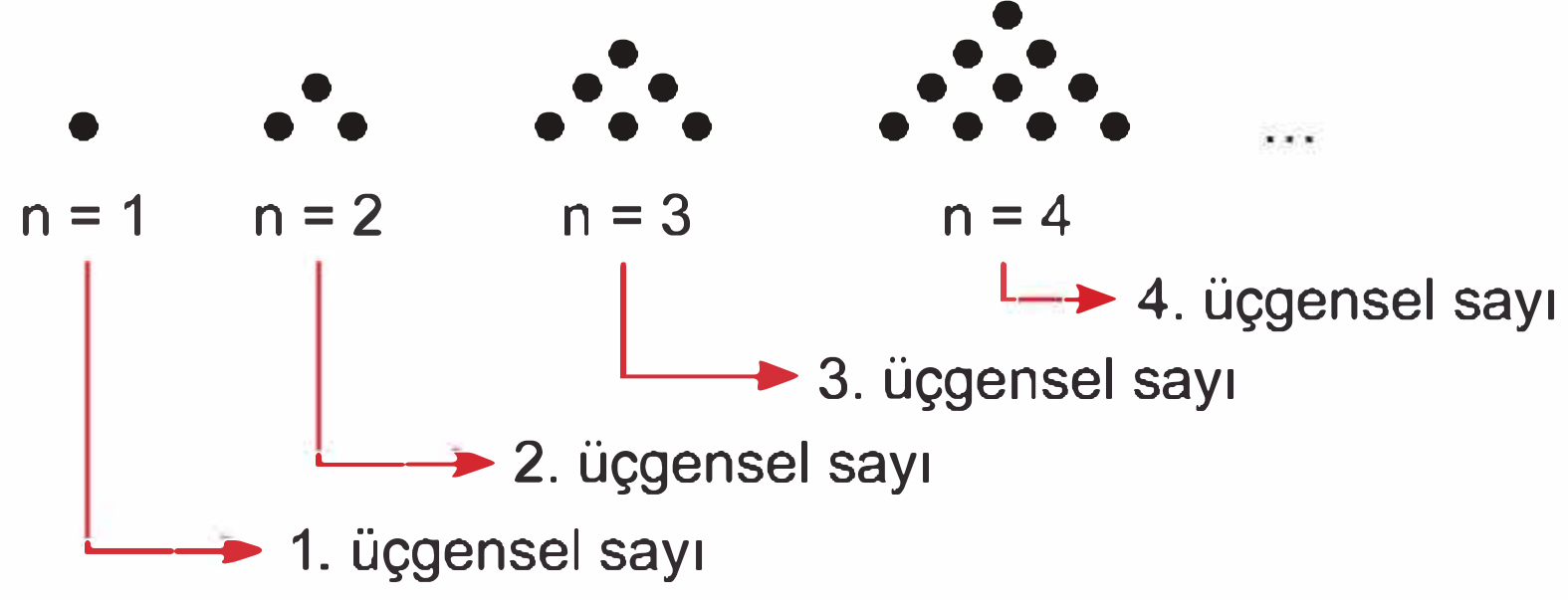


BİLGİ

25.8 - Üçgen Sayı Dizisi

✓ 1 den n ye kadar olan ardışık doğal sayıların toplamı biçiminde yazılabilen sayılara **üçgenel sayı** denir.

Üçgenel sayı dizisindeki terimlerin kuralı $\frac{n(n+1)}{2}$ bağıntısıyla bulunur.



$$\begin{aligned} \checkmark 1. \text{ üçgenel sayı : } n = 1 &\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1 \\ 2. \text{ üçgenel sayı : } n = 2 &\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \\ 3. \text{ üçgenel sayı : } n = 3 &\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \\ 4. \text{ üçgenel sayı : } n = 4 &\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10 \\ 5. \text{ üçgenel sayı : } n = 5 &\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \longrightarrow 1. \text{ üçgenel sayı} \\ 3 &= 1 + 2 \longrightarrow 2. \text{ üçgenel sayı} \\ 6 &= 1 + 2 + 3 \longrightarrow 3. \text{ üçgenel sayı} \\ 10 &= 1 + 2 + 3 + 4 \longrightarrow 4. \text{ üçgenel sayı} \\ 15 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \longrightarrow 5. \text{ üçgenel sayı} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. Aşağıdakilerden hangisi üçgenel sayıdır?

- a) 21 b) 110

Çözüm:

a) 21 i; 1 den n ye kadar olan ardışık doğal sayının toplamı şeklinde yazabilirsen 21 üçgenel sayıdır.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 21 \Rightarrow n(n+1) = 42$$

$$\rightarrow n = 6 \text{ seçelim}$$

$$6 \cdot (6+1) \stackrel{?}{=} 42$$

$$6 \cdot 7 = 42$$

O halde $n = 6$ dır.

Demekki 21 sayısı 1 den 6 ya kadar olan ardışık doğal sayıların toplamıdır.

O halde 21 üçgenel sayıdır.

b) 110 u; 1 den n ye kadar olan ardışık doğal sayıların toplamı şeklinde yazabilirsen 110 üçgenel sayı olur.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 110 \Rightarrow n(n+1) = 220$$

$$n = 14 \text{ ise } 14 \cdot 15 \stackrel{?}{=} 220$$

$$210 \neq 220 \text{ (14 az geldi)}$$

$$n = 15 \text{ ise } 15 \cdot 16 \stackrel{?}{=} 220$$

$$240 \neq 220 \text{ (15 çok geldi)}$$

O halde $n(n+1) = 220$ eşitliğini sağlayan n doğal sayısı yoktur.

Bu durumda 110 üçgenel sayı değildir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Aşağıdakilerden hangisi üçgenel sayı değildir?

- A) 28 B) 36 C) 45 D) 56 E) 78

2. Aşağıdakilerden hangisi 16. üçgenel sayıdır?

- A) 272 B) 240 C) 136 D) 120 E) 110

3. Aşağıdakilerden hangisi üç basamaklı en küçük üçgenel sayıdır?

- A) 101 B) 103 C) 104 D) 105 E) 108



BİLGİ

25.9 - Kare Sayı Dizisi - Fibonacci Sayı Dizisi

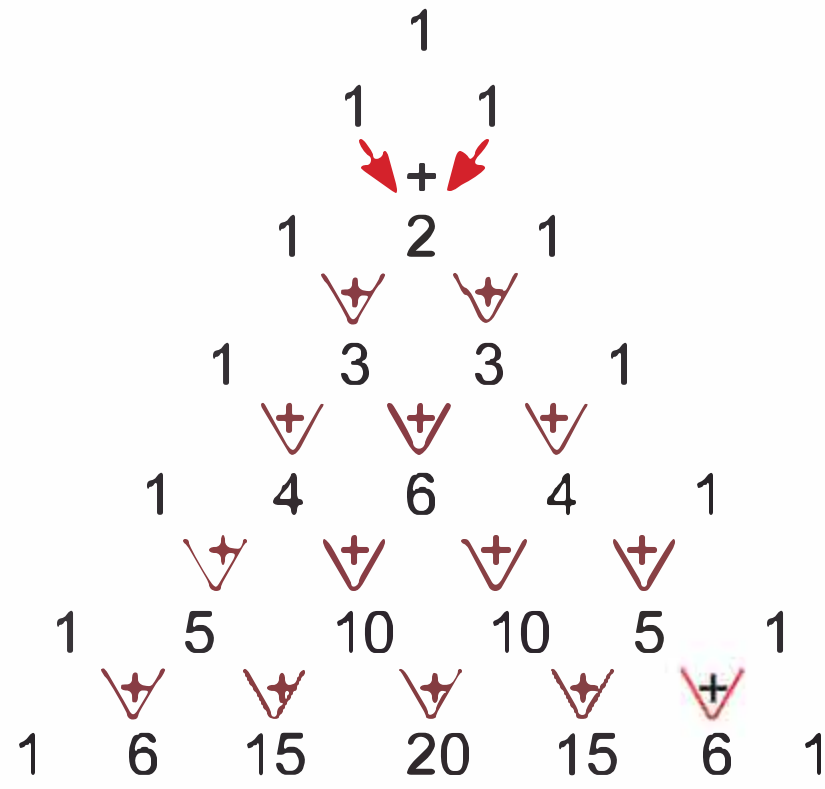
✓ Genel terimi $(a_n) = n^2$ olan gerçektek sayı dizisi- ne **kare sayı** dizisi denir.

$n = 1 \Rightarrow a_1 = n^2 = 1^2 = 1$
 $n = 2 \Rightarrow a_2 = n^2 = 2^2 = 4$
 $n = 3 \Rightarrow a_3 = n^2 = 3^2 = 9$
 $n = 4 \Rightarrow a_4 = n^2 = 4^2 = 16$
 $n = 5 \Rightarrow a_5 = n^2 = 5^2 = 25$

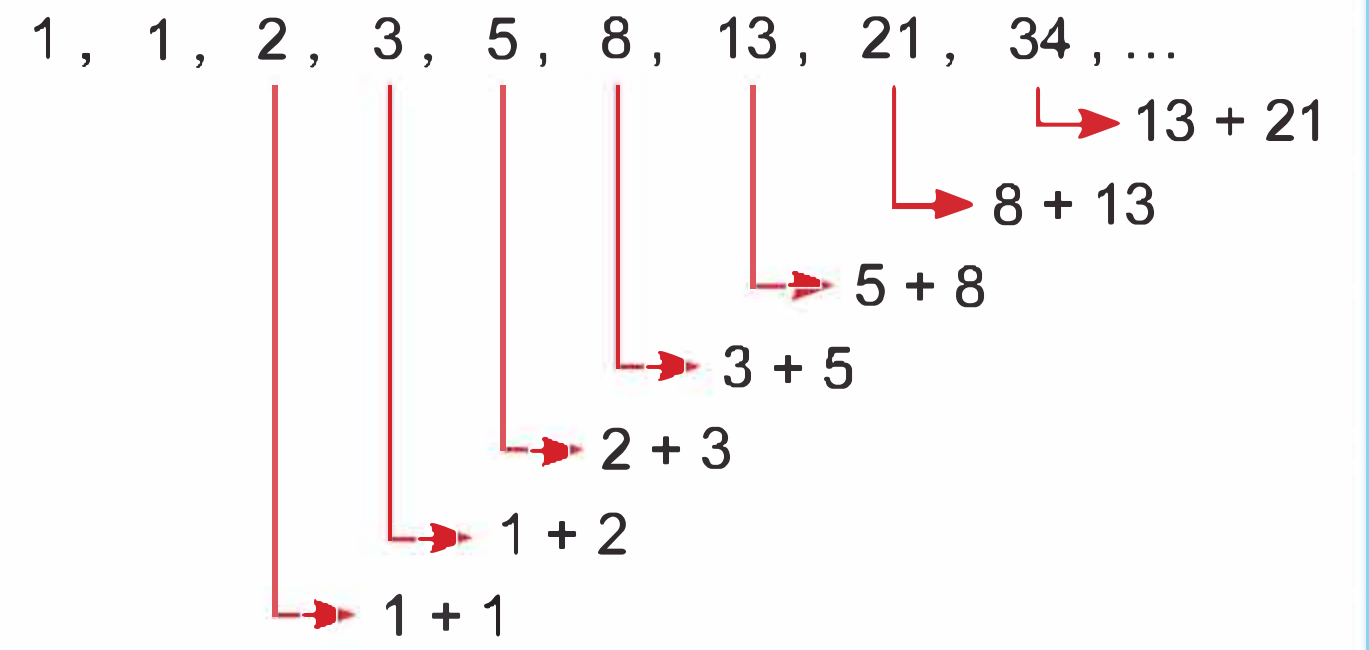
$(1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots, n^2, \dots)$

 $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7$

✓ Pascal üçgeni



✓ İlk iki terimi hariç her terimi; kendinden önceki iki terimin toplamından oluşan sayı dizisi- ne **Fibonacci sayı dizisi** denir.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. İki basamaklı en büyük karesel sayı ile üç basamaklı en küçük karesel sayıları bulunuz.

Çözüm:

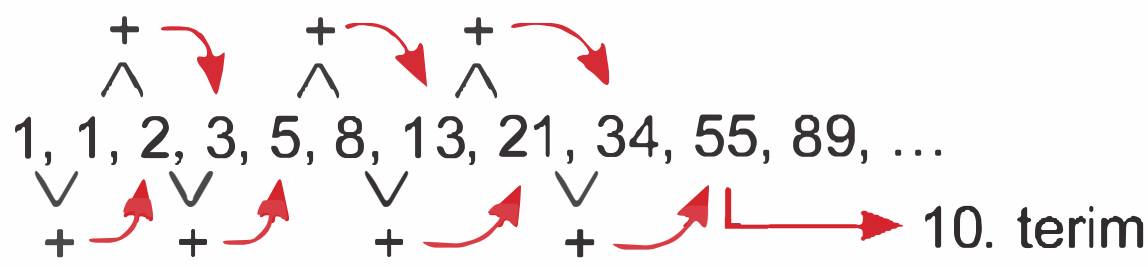
$n = 9$ için $\Rightarrow n^2 = 9^2 = 81 \Rightarrow$ iki basamaklı en büyük karesel sayı

$n = 10$ için $\Rightarrow n^2 = 10^2 = 100 \Rightarrow$ üç basamaklı en küçük karesel sayı

2. Fibonacci sayı dizisinin 10. terimini bulunuz.

Çözüm:

Sırasıyla terimleri yazmalısın.

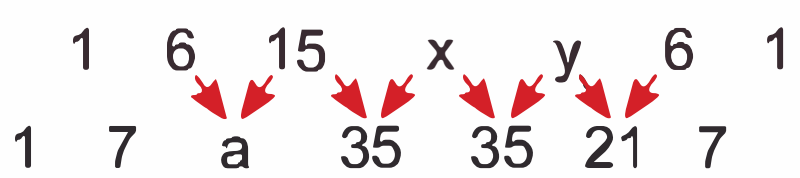


3. $1 \quad 6 \quad 15 \quad x \quad y \quad 6 \quad 1$
 $1 \quad 7 \quad a \quad 35 \quad 35 \quad 21 \quad 7 \quad 1$

Yukarıda Pascal üçgeninin ardışık iki satırı verilmiştir.

Buna göre, a , x ve y sayılarını bulunuz.

Çözüm:



$a = 6 + 15 = 21$
 $15 + x = 35 \Rightarrow x = 20$
 $y + 6 = 21 \Rightarrow y = 15$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Aşağıdakilerden hangisi 17. karesel sayıdır?

- A) 196 B) 225 C) 256 D) 289 E) 324

2. Dördüncü karesel sayı ile Fibonacci sayı dizisinin 8. teriminin toplamı kaçtır?

- A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

3. $1 \quad 7 \quad x \quad 35 \quad y \quad 21 \dots$

$1 \quad 8 \quad 28 \quad 56 \quad z \quad 56 \quad 28 \dots$

Yukarıda Pascal üçgenindeki ardışık iki satırın bir kısmı verilmiştir.

Buna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) 112 B) 124 C) 126 D) 132 E) 140

1-D

2-A

3-C



TEST 1

1. $(a_n) = (7, 21, 63, a, \dots)$
bir geometrik dizi olduğuna göre, a kaçtır?
- A) 189 B) 192 C) 194 D) 196 E) 204

2. $(a_n) = (4 \cdot 3^{n-2})$
dizisinin 5. terimi kaçtır?
- A) 96 B) 98 C) 102 D) 106 E) 108

3. $(b_n) = (3^{3n+2})$
geometrik dizisinin ortak çarpanı kaçtır?
- A) 6 B) 8 C) 9 D) 27 E) 81

4. (a_n) geometrik dizisinin ortak çarpanı $\frac{3}{5}$ tir.
Buna göre, $\frac{a_6}{a_7}$ oranı kaçtır?
- A) $\frac{7}{3}$ B) 2 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

5. Aşağıdakilerden hangisi geometrik dizidir?
- A) $(3n + 1)$ B) $\log(2n + 1)$ C) $\left(\frac{2n + 1}{n + 3}\right)$
D) (2^{n+3}) E) (n^3)

6. İlk terimi $a_1 = 6$ ve ortak çarpanı $r = -3$ olan geometrik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $6 \cdot (-3)^{n-2}$ B) $6 \cdot (-3)^{n+2}$ C) $6 \cdot (-3)^n$
D) $6 \cdot (-3)^{n+1}$ E) $6 \cdot (-3)^{n-1}$

7. İlk terimi $a_1 = 9$ ve ortak çarpanı $r = \frac{1}{3}$ olan geometrik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ B) $9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ C) $9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$
D) $3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{n-1}$ E) $3 \cdot 9^{n-1}$

8. İlk terimi $a_1 = 32$ ve ortak çarpanı $r = \frac{1}{4}$ olan geometrik dizinin 4. terimi kaçtır?
- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4



09A700F9

TEST 2

1. $4, x, 12$
terimleri bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x^2 kaçtır?

- A) 3 B) 9 C) 24 D) 48 E) 96

2. $x - 4, x, x + 5$
terimleri bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

3. (a_n) geometrik dizisinde
 $a_6 = 12$
olduğuna göre, $a_2 \cdot a_{10}$ çarpımı kaçtır?

- A) 12 B) 24 C) 72 D) 96 E) 144

4. $b, a, 7, \frac{28}{b}$
bir geometrik dizinin ardışık dört terimi olduğuna göre, kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 12 E) 14

5. Pozitif terimli (a_n) geometrik dizisinde,
 $a_7 = 48$
 $a_5 = 3$
olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) 4 D) 16 E) 32

6. $2a + 3, a + 9, b - 4$
terimleri hem aritmetik hem geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 25 E) 35

7. 7 ile 56 arasına bu terimlerle birlikte geometrik dizi oluşturacak şekilde 2 tane terim yerleştiriliyor.
Bu dizinin baştan 3. terimi kaçtır?

- A) 36 B) 34 C) 32 D) 28 E) 14

8. İlk terimi 3 ve ortak çarpanı -2 olan geometrik dizinin ilk 6 teriminin toplamı kaçtır?

- A) -21 B) -63 C) 21 D) 63 E) 126



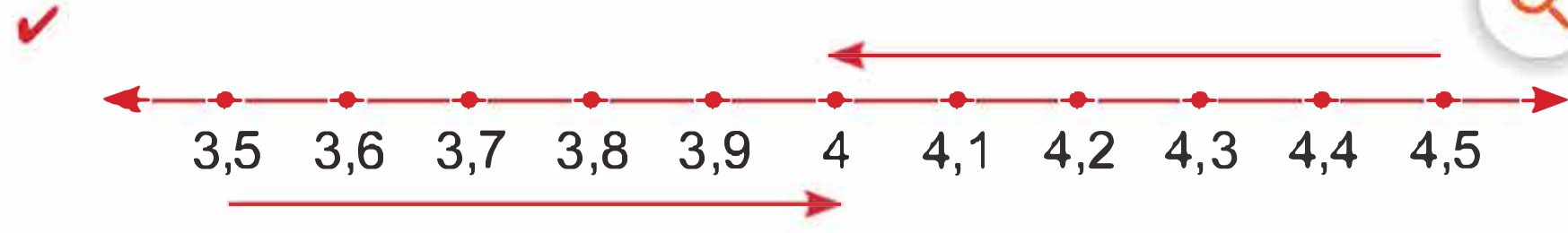
09B60AA3

1. Birinci terimi 27 ve ortak çarpanı $\frac{1}{3}$ olan geometrik dizini üçüncü terimi kaçtır?
A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) 9 E) 18
2. Birinci terimi 4 ve ikinci terimi 32 olan geometrik dizinin ortak çarpanı kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16
3. Altıncı terimi 1, üçüncü terimi $\frac{1}{27}$ olan geometrik dizinin ortak çarpanı kaçtır?
A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 3
4. Birinci terimi 4 ve ortak çarpanı $\frac{1}{4}$ olan geometrik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) 4^{2-n} B) 4^{1-n} C) 4^{n-2} D) 4^{n-1} E) 4^{n+1}
5. Bir geometrik dizinin ardışık altı terimi, $a, b, 6, \frac{1}{2}, c, d$ olduğuna göre, $a \cdot b \cdot c \cdot d$ çarpımı kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 9
6. $\frac{5}{2}$ ve $\frac{4}{25}$ arasına sonlu bir geometrik dizi oluşturacak şekilde iki terim yerleştiriliyor. Oluşan, 4 terimli bu dizinin baştan ikinci terimi kaçtır?
A) $\frac{5}{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{4}{25}$ E) $\frac{8}{125}$
7. Bir geometrik dizinin ilk üç terimi, $4a - 5, 2a - 1, a + 4$ olduğuna göre, a kaçtır?
A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{6}{7}$
8. Birinci terimi 3 olan pozitif terimli geometrik dizinin dördüncü teriminin, ikinci terimine oranı $\frac{1}{81}$ olduğuna göre, bu dizinin ikinci terimi kaçtır?
A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 3 E) 9
9. $\log x, 1, x^y$ hem aritmetik, hem geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, y kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
10. $(a_n) = (6, 18, 54, \dots)$ geometrik dizisinin ilk 10 teriminin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
A) $1-3^{10}$ B) $1-3^{11}$ C) $3-3^{11}$ D) $3-3^{12}$ E) $3^{11}-3$



BİLGİ

26.1 - Sağdan - Soldan Yaklaşma



Yukarıdaki sayı doğrusunda görüldüğü gibi ok, 4 sayısına soldan yaklaştığında üstünden geçtiği sayılar 4 ten daha küçüktür. Bu durumu matematikte,

$x \rightarrow 4^-$ sembolüyle gösteriyoruz.

($x \rightarrow 4^-$: "x sayıları, 4 e soldan yaklaşıyor." diye okunur.)

Yukarıdaki sayı doğrusunda görüldüğü gibi, ok, 4 sayısına sağdan yaklaştığında üstünden geçtiği sayılar 4 ten daha büyüktür. Bu durumu matematikte,

$x \rightarrow 4^+$ sembolüyle gösteriyoruz.

($x \rightarrow 4^+$: "x sayıları, 4 e sağdan yaklaşıyor." diye okunur.)

$f(x) = x + 3$ fonksiyonu için x değişkenlerinin, $x = 2$ noktasına soldan ve sağdan yaklaşımını bulalım.

✓ x değişkenleri $x = 2$ noktasına soldan yaklaşırken x yerine 2 den küçük değerler vermelisin $f(x) = x + 3$

$x = 1,5$ için $f(1,5) = 1,5 + 3 = 4,5$

$x = 1,7$ için $f(1,7) = 1,7 + 3 = 4,7$

$x = 1,9$ için $f(1,9) = 1,9 + 3 = 4,9$

✓ x değişkenleri $x = 2$ noktasına sağdan yaklaşırken x yerine 2 den büyük değerler vermelisin $f(x) = x + 3$

$x = 2,5$ için $f(2,5) = 2,5 + 3 = 5,5$

$x = 2,3$ için $f(2,3) = 2,3 + 3 = 5,3$

$x = 2,1$ için $f(2,1) = 2,1 + 3 = 5,1$

✓ x değişkeni $x = 2$ için, $f(x) = x + 3 \Rightarrow f(2) = 2 + 3 = 5$ tir.

	soldan yaklaşım →			← sağdan yaklaşım			
x	1,5	1,7	1,9	2	2,1	2,3	2,5
f(x)	4,5	4,7	4,9	5	5,1	5,3	5,5

x değerleri 2 ye soldan yaklaşırken f(x) değerleri de 5 e yaklaşıyor. Bu durum,

$x \rightarrow 2^-$ için $f(x) \rightarrow 5$ şeklinde gösterilir.

x değerleri 2 ye sağdan yaklaşırken f(x) değerleri de 5 e yaklaşıyor. Bu durum,

$x \rightarrow 2^+$ için $f(x) \rightarrow 5$ şeklinde gösterilir.

Bu durumda " $f(x) = x + 3$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki limiti 5 tir." denir ve $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ şeklinde gösterilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. Aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

I. $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ sayıları azalarak sıfıra yaklaşıyor.

II. $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \dots$ sayıları artarak sıfıra yaklaşıyor.

III. $x \rightarrow 8^+$ olduğuna göre, x değişkeni 8,5 değerini alabilir.

IV. $x \rightarrow 12^-$ olduğuna göre, x değişkeni 11,9 değerini alabilir.

Çözüm:

I. $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ sayılarında sürekli paydalar büyümüş.

Paydalar büyüdükçe kesirlerin değeri küçülür. O halde bu sayılar azalarak sıfıra yaklaşıyor. (I doğru)

II. $0 < \frac{1}{9} < \frac{2}{9} < \frac{4}{9} < \frac{7}{9} < 1$ olduğundan verilen sayılar artarak, 1 e yaklaşacaktır. O halde II yanlıştır. (II yanlış)

III. $x \rightarrow 8^+$ \rightarrow x yerine 8 den büyük sayılar yazılacak anlamına gelir. O halde x yerine 8,5 yazılabilir. (III doğru)

IV. $x \rightarrow 12^-$ \rightarrow x yerine 12 den küçük sayılar yazılacak anlamına gelir. O halde x yerine 11,9 yazılabilir. (IV doğru)

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x \rightarrow 5^+$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi x değişkeninin alacağı sayılardan biri olabilir?

- A) 4,9 B) 4,96 C) 4,999
D) 4,9999 E) 5,001

2. $x \rightarrow 10^-$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi x değişkeninin alacağı sayılardan biri olamaz?

- A) 9,009 B) 9,89 C) 9,901
D) 9,999 E) 10,0001

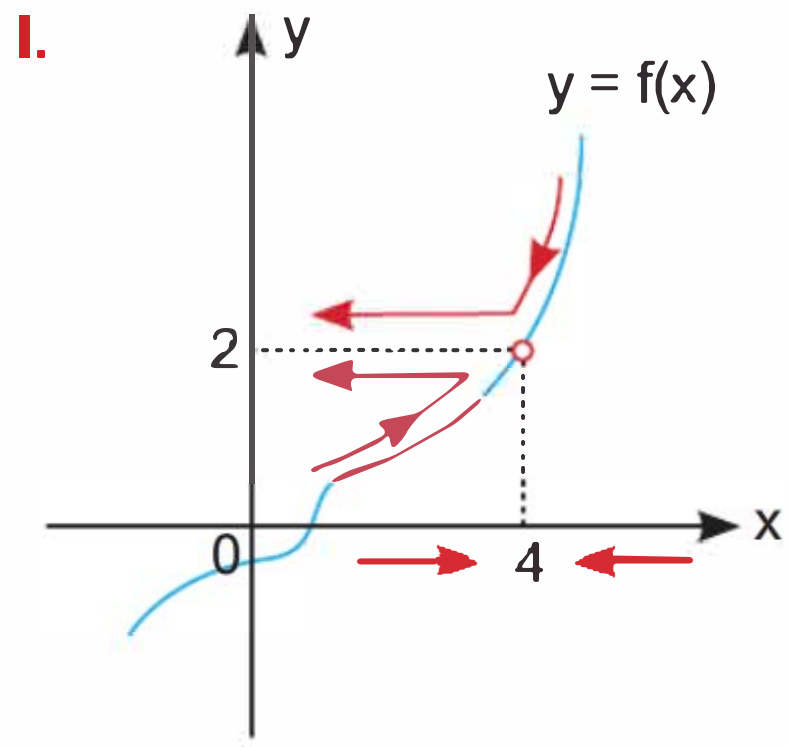
1-E

2-E



BİLGİ

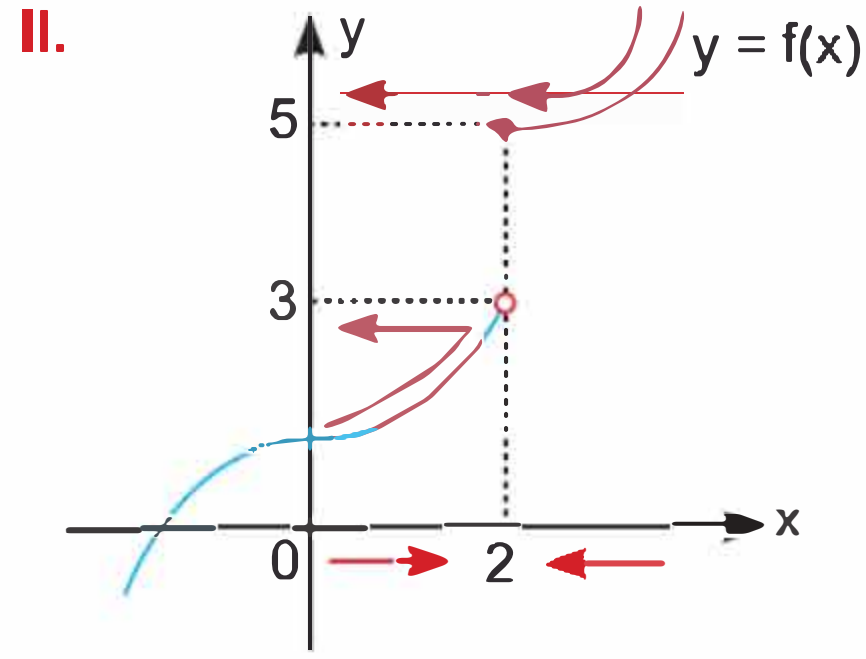
26.2 - Grafiklerde Sağdan - Soldan Yaklaşma



x değerleri 4 e soldan yaklaştıkça y değerleri de alttan 2 ye yaklaşır. O halde $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 2$ dir.

x değerleri 4 e sağdan yaklaştıkça y değerleri üstten 2 ye doğru yaklaşır. O halde,

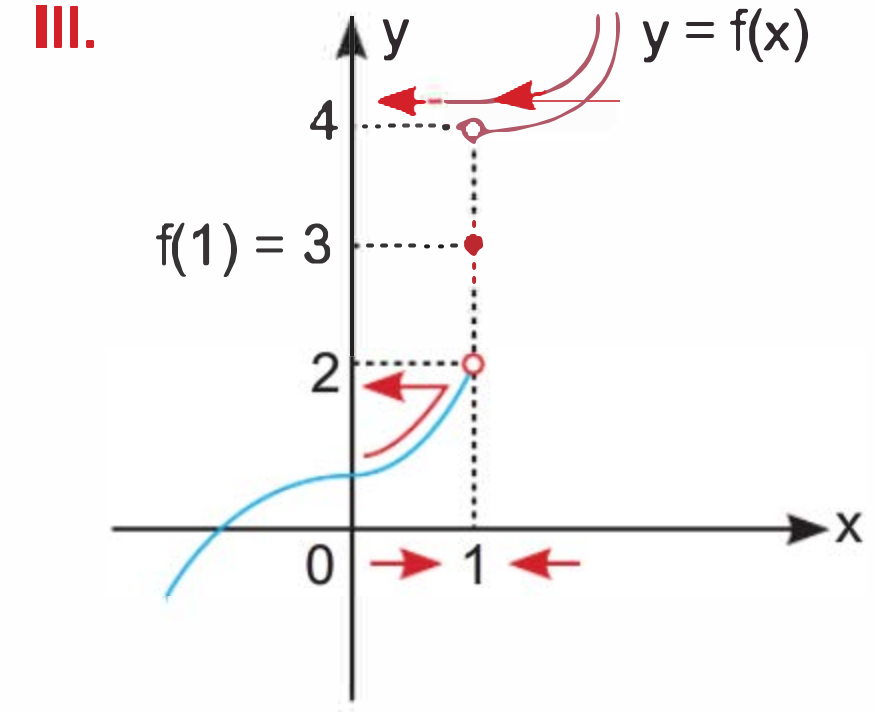
$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2$ dir.



x değerleri 2 ye soldan yaklaştıkça y değerleri de alttan 3 e yaklaşır. O halde $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ tür.

x değerleri 2 ye sağdan yaklaştıkça y değerleri de üstten 5 e doğru yaklaşır. O halde

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 5$ tir.



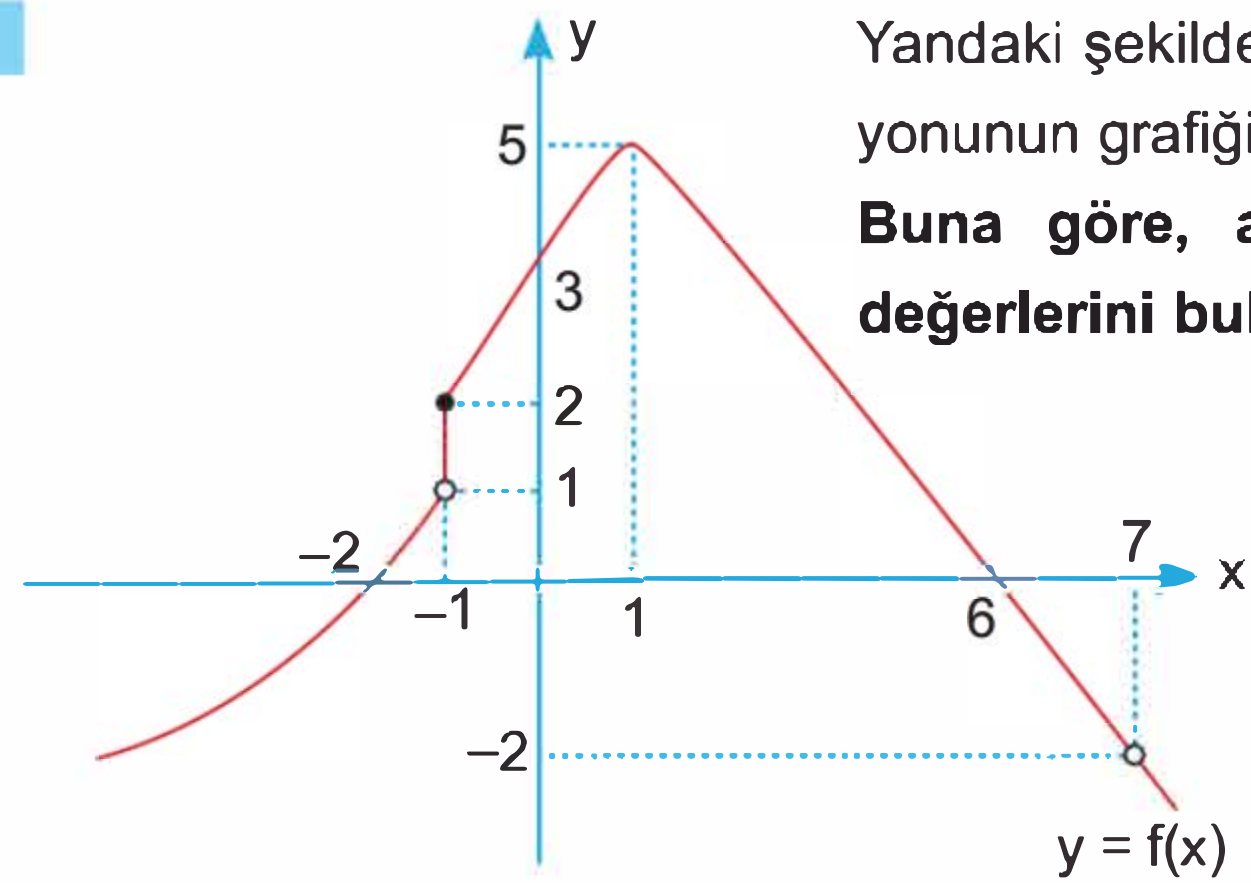
x değerleri 1 e soldan yaklaştıkça y değerleri de alttan 2 ye yaklaşır. O halde $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ dir.

x değerleri 1 e sağdan yaklaştıkça y değerleri de üstten 4 e doğru yaklaşır. O halde

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$ tür.

Ayrıca $x = 1$ için $f(1) = 3$ tür.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



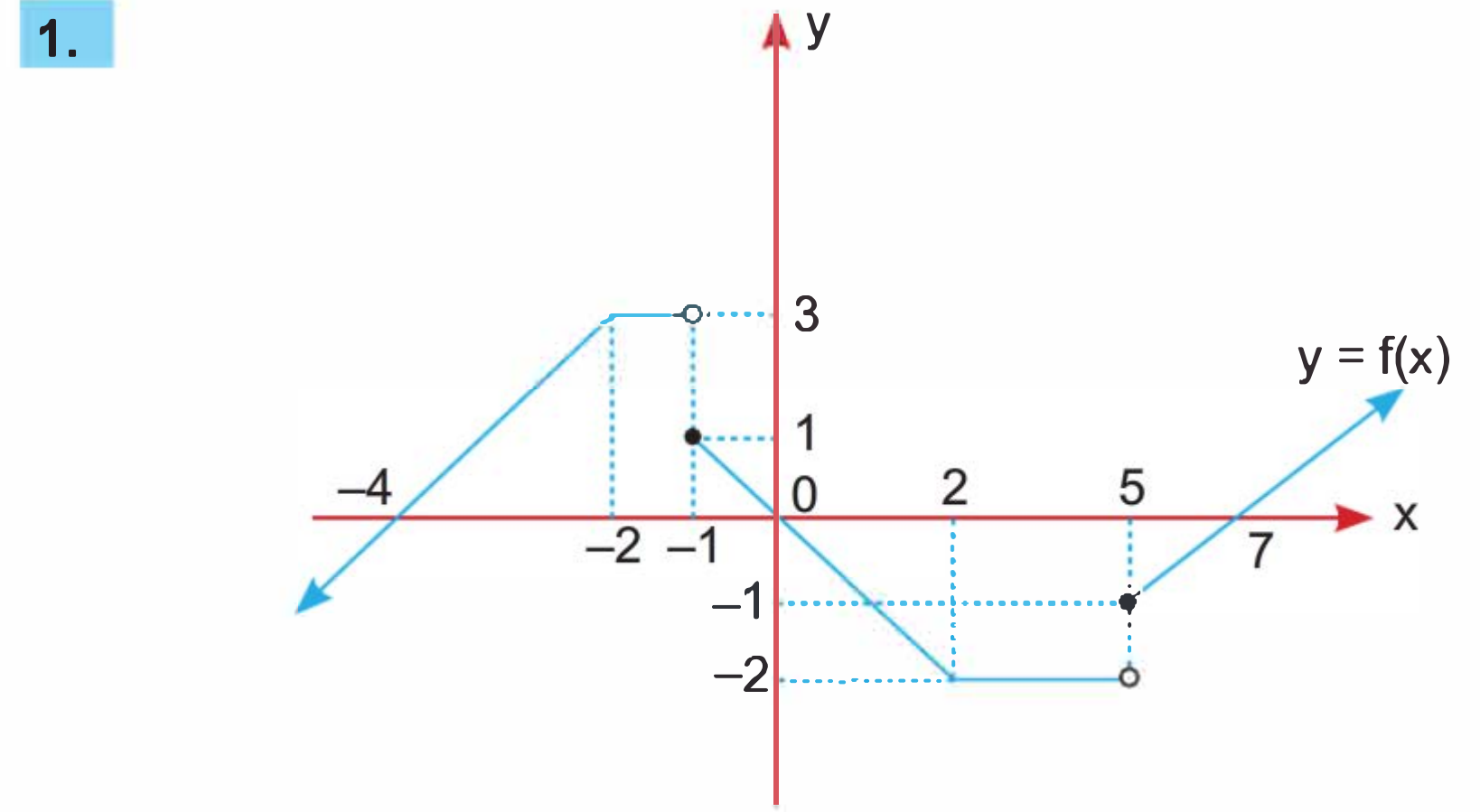
Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdaki limit değerlerini bulunuz.

- A) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ B) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ C) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
D) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ E) $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x)$

Çözüm:

- A) x değerleri (-1) e soldan yaklaşıırken y değerleri alttan 1 e doğru yaklaşır. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 1$ dir.
B) x değerleri (-1) e sağdan yaklaşıırken y değerleri üstten 2 ye yaklaşır. $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 2$ dir.
C) x değerleri 1 e soldan yaklaşıırken y değerleri alttan 5 e yaklaşır. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 5$ tir.
D) x değerleri 1 e sağdan yaklaşıırken y değerleri alttan 5 e yaklaşır. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 5$ tir.
E) x değerleri 7 ye soldan yaklaşıırken y değerleri üstten -2 ye yaklaşır. $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) = -2$ dir.

ÖĞRENCİ SORUSU



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 1$ B) $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = -2$ C) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -2$
D) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = 1$ E) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 3$

1-D

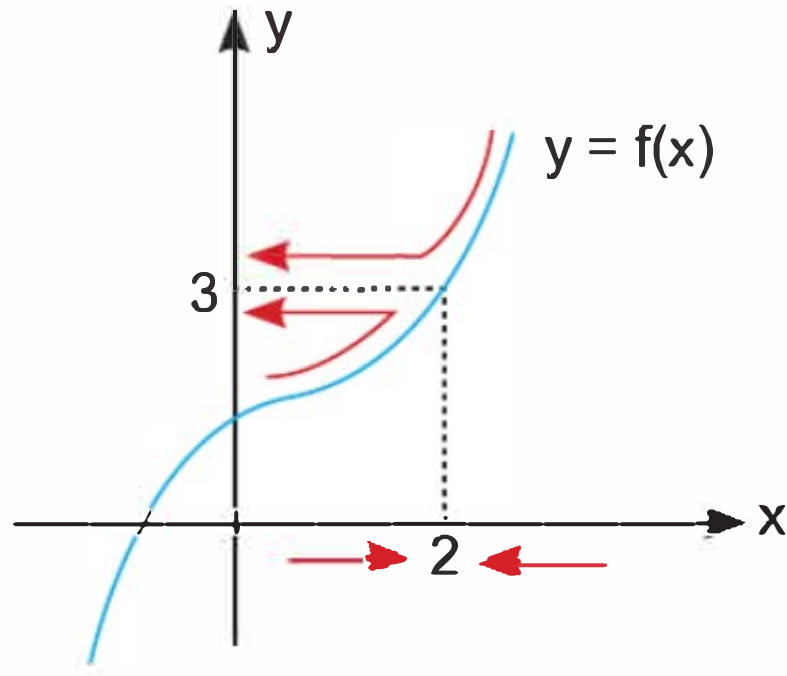


BİLGİ

26.3 - Grafiklerde Limit Bulma

✓ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$ ve $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ olursa, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ dir.

Bir fonksiyonun bir noktada limitinin olabilmesi için o noktada sağ ve sol limitlerinin birbirine eşit olması gerekir. "Eğer sağdan limit değeri, soldan limit değerine eşit değilse o noktada limit yoktur." anlamına gelir.

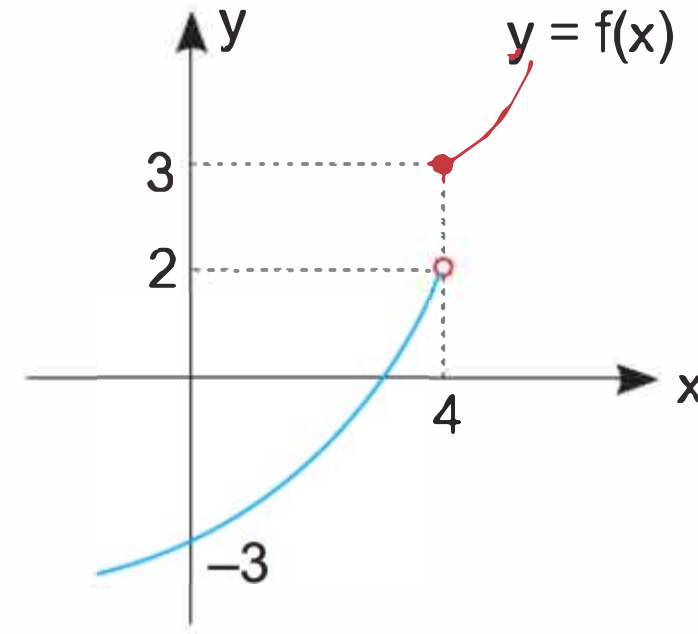


$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$

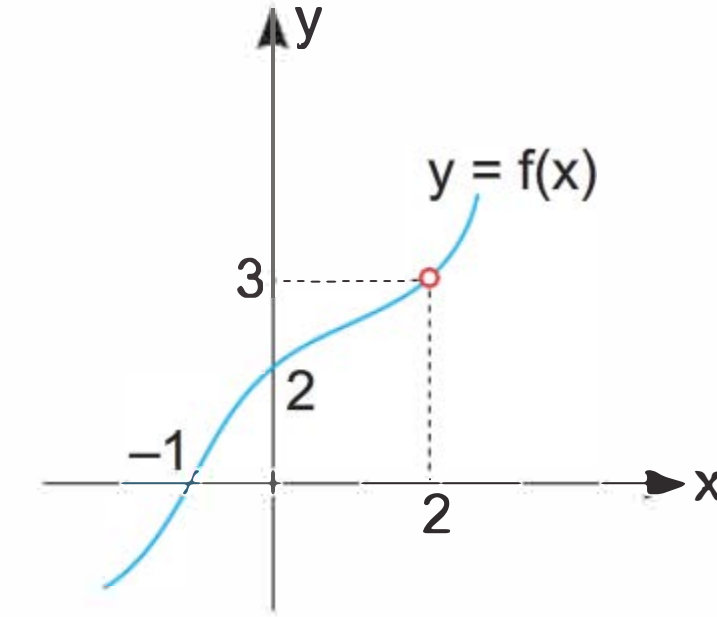
$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3 \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ olduğundan

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ yoktur. Aynı zamanda $f(2) = 3$ tür.

✓ $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 3$
 $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ olduğundan
 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ yoktur. Aynı zamanda $f(4) = 3$ tür.

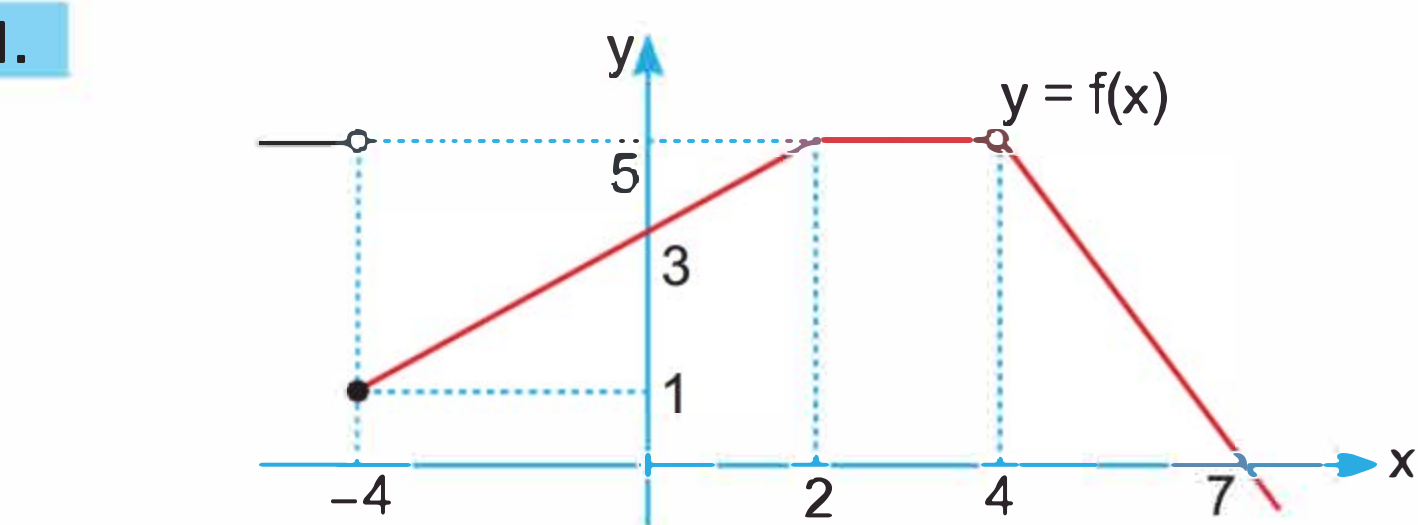


✓ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$ olduğundan,
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ tür.



Bir fonksiyonun herhangi bir noktada limitinin olması ya da olmaması için o noktada tanımlı olma zorunluluğu yoktur. Yukarıdaki şekilde $x = 2$ de limit varken fonksiyon $x = 2$ de tanımlı değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

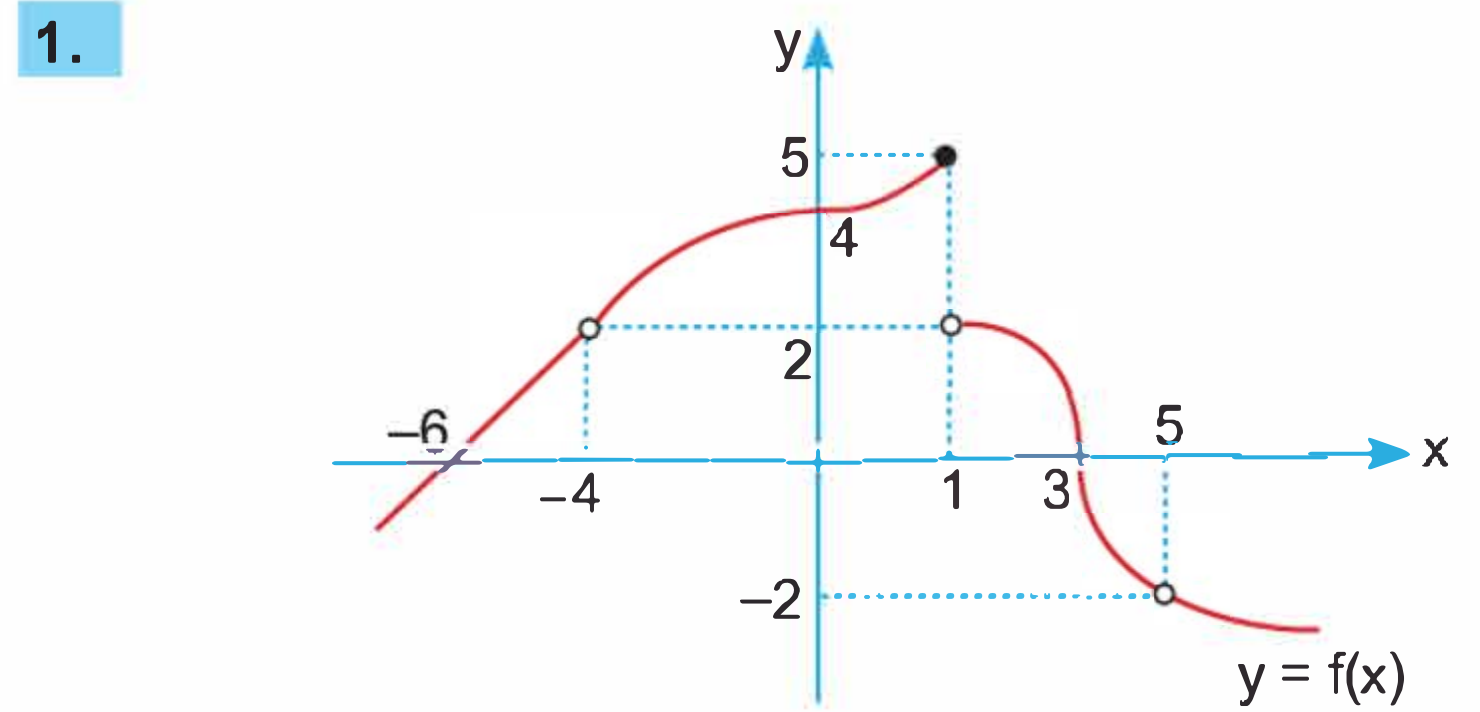
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$ yoktur. B) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$ C) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 5$

Çözüm:

- A) $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x) = 1$
 $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow (-4)} f(x)$ yoktur. (doğru)
- B) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
 olduğundan $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$ tür. (doğru)
- C) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 5$ tir. (doğru)

ÖĞRENCİ SORUSU



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 5$ B) $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x) = 2$ C) $f(5) = -2$
 D) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -2$ E) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yoktur.

1-C



BİLGİ

26.4 - Doğrudan Yerine Yazarak Limit Hesabı

✓ f polinom veya rasyonel fonksiyon ve a gerçektek sayı da f nin tanım kümesinin bir elemanı ise,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ anlamına gelir.}$$

$$\begin{aligned} \checkmark f(x) = x + 3 \text{ için } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= f(2) \\ &= 2 + 3 \\ &= 5 \text{ tir.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \checkmark g(x) = 2x + 4 \text{ için } \lim_{x \rightarrow 5} g(x) &= g(5) \\ &= 2 \cdot 5 + 4 \\ &= 14 \text{ tür.} \end{aligned}$$

$$\checkmark f(x) = \frac{2x + 1}{x + 5} \text{ için } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3 + 5} = \frac{7}{8}$$

$$\checkmark h(x) = 2x^2 + 3 \text{ için } \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = h(0) = 2 \cdot 0^2 + 3 = 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$\begin{aligned} \checkmark m(x) = 2^{x+4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} m(x) &= m(3) \\ &= 2^{3+4} \\ &= 2^7 \\ &= 128 \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = 2x + 7$
olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2 \cdot 3 + 7 = 6 + 7 = 13 \text{ tür.}$$

2. $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$
olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x)$ değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) &= f(-1) \\ &= 2 \cdot (-1)^2 + 3(-1) + 1 \\ &= 2 \cdot 1 - 3 + 1 \\ &= 2 - 3 + 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

3. $f(x) = 3x - k$
olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ olduğuna göre, k gerçektek sayısını bulunuz.

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Rightarrow f(2) = 4 \text{ tür.}$$

$$\begin{aligned} f(x) = 3x - k \Rightarrow f(2) &= 3 \cdot 2 - k \\ 4 &= 6 - k \\ k &= 6 - 4 = 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 4x + 5$
olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 25 B) 19 C) 17 D) 9 E) 8

2. $f(x) = 3x^2 + 2x - 4$
olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow (-2)} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

3. $f(x) = 4x + k$
fonksiyonu için, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 11$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2



BİLGİ

26.5 - Limitin Özellikleri - I

✓ Her c gerçekte sayı için,
 $\lim_{x \rightarrow a} c = c$ dir.

• $\lim_{x \rightarrow 2} 5 = 5$ • $\lim_{x \rightarrow 10} 7 = 7$

✓ $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

✓ $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 4x + 9$
 olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 5} 4 + \lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$\lim_{x \rightarrow 5} 4 = 4$ sabit sayı x e bağlı değil.

$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5) = 4 \cdot 5 + 9 = 29$

$\lim_{x \rightarrow 5} 4 + \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 4 + 29 = 33$ tür.

1. $f(x) = 3x - 2$
 olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} 6 + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. $f(x) = 2x + 1$ ve $g(x) = x^2 + 3$
 olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + g(x)]$ limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} g(x)$

$= f(3) + g(3)$

$= \underbrace{2 \cdot 3 + 1}_{f(3)} + \underbrace{3^2 + 3}_{g(3)} = 7 + 12 = 19$ dur.

2. $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = 2x^2 + 1$
 fonksiyonu için, $\lim_{x \rightarrow 4} [f(x) + g(x)]$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 38 B) 40 C) 44 D) 45 E) 48

3. $f(x) = 2x + 5$, $g(x) = 3x - 1$
 fonksiyonu için, $\lim_{x \rightarrow 1} [4 + f(x) - g(x)]$ limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$\lim_{x \rightarrow 1} [4 + f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} 4 + \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

$= 4 + \underbrace{2 \cdot 1 + 5}_{f(1)} - \underbrace{(3 \cdot 1 - 1)}_{g(1)}$

$= 4 + 7 - 2$

$= 9$ dur.

3. $f(x) = 4x - 1$
 $g(x) = 2x + 5$
 fonksiyonu için, $\lim_{x \rightarrow 1} [7 + f(x) - g(x)]$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 3 D) 7 E) 17

1-E

2-C

3-C



BİLGİ

26.6 - Limitin Özellikleri - II

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 3} g(x)$$

NOT: Sabit sayı limitin başına çarpım olarak gelir.

$$\lim_{x \rightarrow 3} [4 \cdot f(x)] = 4 \cdot \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \quad \dots (g(x) \neq 0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} g(x)}$$

✓ $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = [c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow 2} [(x^2 + 3x + 4) \cdot (2x + 3)]$$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} [(x^2 + 3x + 4) \cdot (2x + 3)] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3x + 4) \cdot \lim_{x \rightarrow 2} (2x + 3) \\ &= (2^2 + 3 \cdot 2 + 4) \cdot (2 \cdot 2 + 3) \\ &= 14 \cdot 7 = 98 \end{aligned}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x + 6}{2x + 3}$$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x + 6}{2x + 3} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 + 3x + 6)}{\lim_{x \rightarrow 0} (2x + 3)} \\ &= \frac{2 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 + 6}{2 \cdot 0 + 3} \\ &= \frac{6}{3} = 2 \end{aligned}$$



$$1. \quad \lim_{x \rightarrow 1} [(2x^2 + x + 1) \cdot (3x - 1)]$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10



$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - x + 5}{2x - 1}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



$$3. \quad f(x) = 2x + 6$$

$$g(x) = 3x - 4$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{3f(x)}{g(x)} \right]$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17



BİLGİ

26.7 - Limitin Özellikleri - III

✓ $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |\lim_{x \rightarrow a} f(x)|$ dir.

• $\lim_{x \rightarrow 3} |f(x)| = |\lim_{x \rightarrow 3} f(x)| = |f(3)|$

NOT: Limit mutlak değerın içine alınabilir.

✓ n tek doğal sayı ise

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$
 dir.

NOT: Limit kökün içine atılabilir.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[5]{f(x)} = \sqrt[5]{\lim_{x \rightarrow 3} f(x)} = \sqrt[5]{f(3)}$$

✓ n çift doğal sayı ve $f(x) \geq 0$ ise

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = \sqrt[n]{f(a)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{f(x)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} f(x)} = \sqrt{f(3)}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\lim_{x \rightarrow 2} |x + 3|$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} |x + 3| &= |\lim_{x \rightarrow 2} (x + 3)| \\ &= |2 + 3| = |5| = 5 \end{aligned}$$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x^2 - 2|}{x + 3}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x^2 - 2|}{x + 3} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 3} |x^2 - 2|}{\lim_{x \rightarrow 3} (x + 3)} = \frac{|3^2 - 2|}{3 + 3} \\ &= \frac{|9 - 2|}{6} = \frac{|7|}{6} = \frac{7}{6} \end{aligned}$$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{7x+2} + \sqrt[3]{13x+1})$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{7x+2} + \sqrt[3]{13x+1}) &= \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{7x+2} + \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{13x+1} \\ &= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (7x+2)} + \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 2} (13x+1)} \\ &= \sqrt{7 \cdot 2 + 2} + \sqrt[3]{13 \cdot 2 + 1} \\ &= \sqrt{16} + \sqrt[3]{27} \\ &= 4 + 3 \\ &= 7 \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|3x^2 + 4|}{x + 2}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{3}$ B) 2 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3}}{x + 2}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{9}{5}$ D) 2 E) $\frac{2}{5}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{8x+1} + \sqrt[3]{7x+1})$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1-A

2-A

3-D



BİLGİ

26.8 - Limitin Özellikleri - IV

✓ $c > 0$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} [c^{f(x)}] = c^{\left(\lim_{x \rightarrow a} f(x)\right)}$$

• $\lim_{x \rightarrow 5} (6^{f(x)}) = 6^{\left(\lim_{x \rightarrow 5} f(x)\right)}$

• $\lim_{x \rightarrow (-1)} \left[\left[\frac{3}{5} \right]^{f(x)} \right] = \left(\frac{3}{5} \right)^{\left(\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x)\right)}$



✓ $b \neq 1$ ve $b > 0$ ve $f(a) > 0$ ise,

$$\lim_{x \rightarrow a} [\log_b f(x)] = \log_b \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]$$

• $\lim_{x \rightarrow 3} [\log_5 f(x)] = \log_5 \left[\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \right]$

• $\lim_{x \rightarrow 1} \ln f(x) = \ln \left[\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \right]$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\lim_{x \rightarrow 2} [4^{(x+1)}]$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2} 4^{(x+1)} = 4^{\lim_{x \rightarrow 2} (x+1)} = 4^{(2+1)} = 4^3 = 64$$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} [\log_2(x+1)]$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} [\log_2(x+1)] &= \log_2 \left[\lim_{x \rightarrow 3} (x+1) \right] \\ &= \log_2(3+1) \\ &= \log_2 4 \\ &= \log_2(2^2) \\ &= 2 \cdot \log_2 2 = 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

3. $\lim_{x \rightarrow 5} [\log_3(4x+7)]$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} [\log_3(4x+7)] &= \log_3 \left[\lim_{x \rightarrow 5} (4x+7) \right] \\ &= \log_3(4 \cdot 5 + 7) \\ &= \log_3 27 \\ &= \log_3(3^3) \\ &= 3 \log_3 3 \\ &= 3 \cdot 1 = 3 \end{aligned}$$



1. $\lim_{x \rightarrow 0} [5^{(2x+3)}]$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 625 B) 125 C) 100 D) 25 E) 5



2. $\lim_{x \rightarrow 4} [\log_5(6x+1)]$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 25 E) 125



3. $\lim_{x \rightarrow 3} \log \left(\frac{7x-1}{x-1} \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 100 B) 20 C) 9 D) 3 E) 1

1-B

2-A

3-E

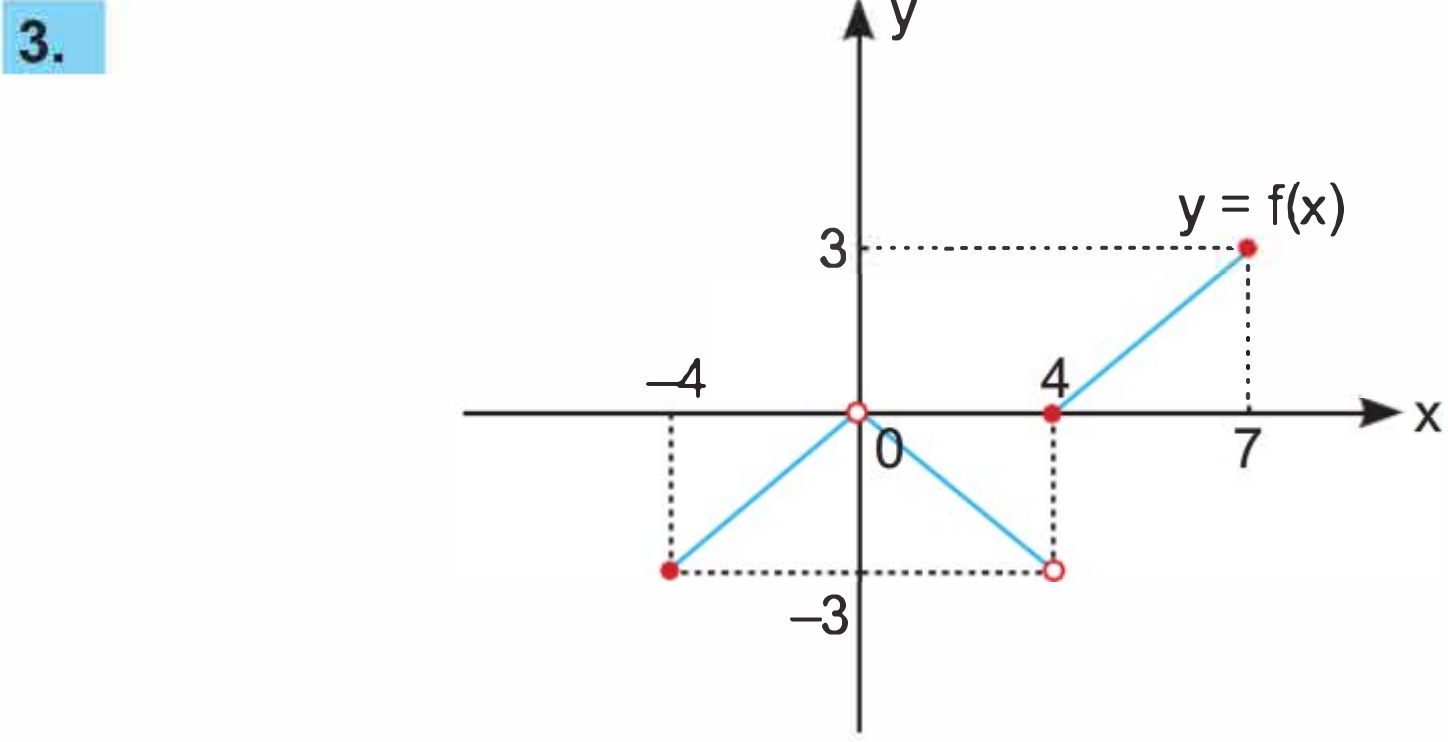


1. $x \rightarrow (-2)^+$ olduğuna göre, x değişkeninin aldığı değerlerden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -2,999 B) -2,009 C) -2,001
D) -2,0001 E) -1,999

2. $f(x) = 4x + 8$ fonksiyonunun $x = 5$ noktasındaki limiti kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 28 D) 30 E) 36



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -3$ B) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 0$ C) $f(7) = 3$
D) $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) = 3$ E) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ yoktur.

4. $\lim_{x \rightarrow 5} 4 + \lim_{x \rightarrow 2} 6$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 7 D) 9 E) 10

5. $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 + 5x + 12)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 19 B) 17 C) 15 D) 12 E) 10

6. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 7} f(x) = 6$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 7^+} f(x)$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 18

7. $f(x) = x + 7$
 $g(x) = 3x + 1$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 36 B) 32 C) 28 D) 24 E) 20

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 2}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{2}{3}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} (6^{2x} + 1)$

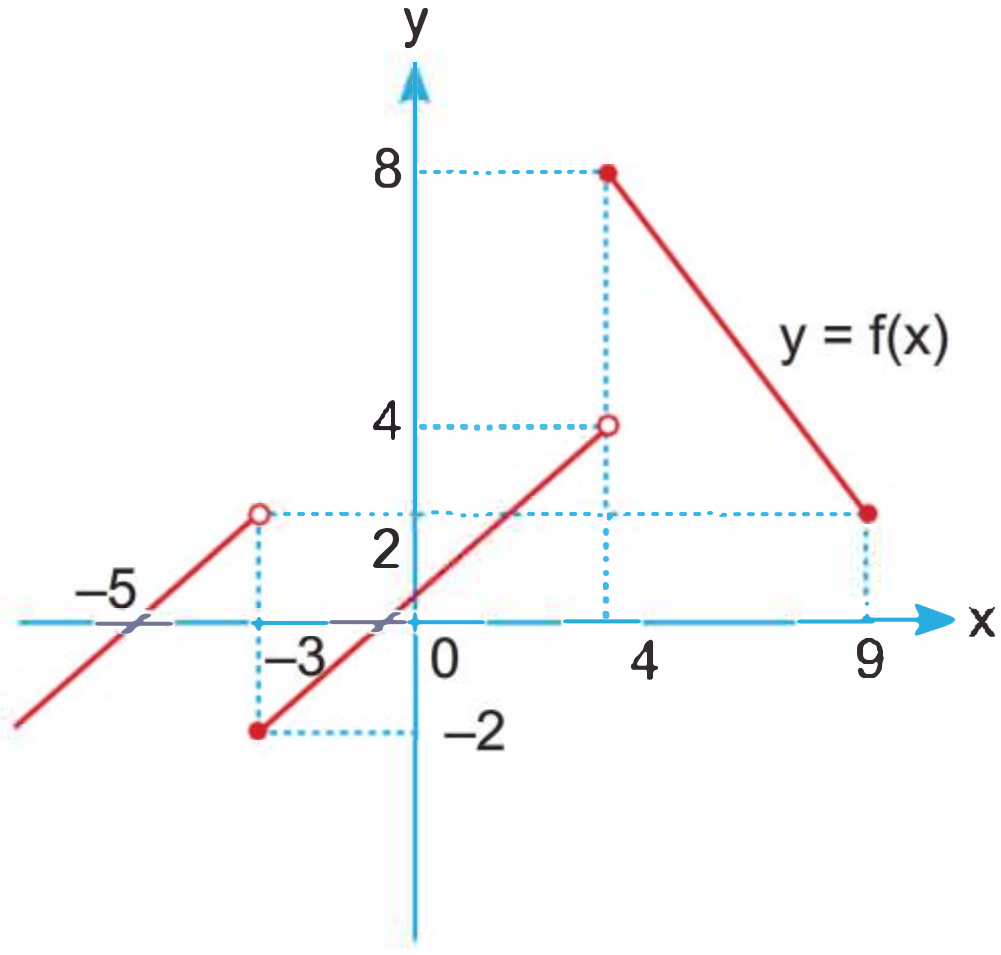
limitinin değeri kaçtır?

- A) 36 B) 18 C) 12 D) 6 E) 3

10. $\lim_{x \rightarrow 3} [\log_4 (5x + 1)]$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

1 ve 2. soruları bu grafiğe göre cevaplayınız.

1. $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 6

3. $f(x) = x^2 + 2x + k$

fonksiyonu için $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 8$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) 7 D) 6 E) 8

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x} = 2$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ kaçtır?

- A) 6 B) 3 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$



5. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 + 3x}{x + 2} + \frac{1}{2x + 1} \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2



6. $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^3 - 2x + 20}{x^2 - 3x + 4} \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{23}{8}$ B) $-\frac{17}{2}$ C) $-\frac{21}{2}$ D) $\frac{17}{8}$ E) $\frac{21}{8}$



7. $f(x) = (x^3 - 2x + 2)^2$

$g(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$\lim_{x \rightarrow (-1)} \left[\frac{3f(x) + g(x)}{g(x)} - \frac{f(x) \cdot g(x)}{3} \right]$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -29 B) -23 C) 23 D) 26 E) 29



8. $\lim_{x \rightarrow 5} [\ln(x-4) + 2x - 1]$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6



27. SEANS | TRİGONOMETRİK, PARÇALI VE MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN LİMİTİ

BİLGİ

27.1 - Trigonometrik Fonksiyonların Limiti

✓ $\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$ (sadece x yerine a yaz.)

• $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \sin x = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

✓ $\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$ (sadece x yerine a yaz.)

• $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cos x = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

✓ $\lim_{x \rightarrow a} \tan x = \tan a$ ($\cos a \neq 0$)

• $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan x = \tan \frac{\pi}{4} = 1$

✓ $\lim_{x \rightarrow a} \cot x = \cot a$ ($\sin a \neq 0$)

• $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \cot x = \cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$

2. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{\sin x + 1}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{\sin x + 1} = \frac{\cos \pi}{\sin \pi + 1} = \frac{-1}{0 + 1} = \frac{-1}{1} = -1$

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin x}{1 + \cot x}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin x}{1 + \cot x} = \frac{2 \cdot \sin \frac{\pi}{2}}{1 + \cot \frac{\pi}{2}} = \frac{2 \cdot 1}{1 + 0} = \frac{2}{1} = 2$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 - \sin^2 x)}{(1 - \cos x)}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{12}$

2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2 \sin x}{\cos x}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\sin x + \cos x}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

1-B

2-E

3-C



BİLGİ

27.2 - Parçalı Fonksiyonların Limiti

Parçalı fonksiyonların limitinin alınırken ilk önce limiti alınacak olan noktaya dikkat edeceksin. Limit alınacak nokta kuralların değiştiği kritik nokta da olabilir, ya da kritik noktanın dışında sıradan bir nokta da olabilir.

- ✓ Limiti alınacak nokta eğer kritik nokta ise o noktadaki sağ ve sol limitlere bakmalısın.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \geq 2 \text{ ise} \\ x - 1, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun kritik noktası (kuralların değiştiği nokta) $x = 2$ dir. Eğer $f(x)$ in $x = 2$ deki limiti isteniyorsa sağ ve sol limitler ayrı ayrı bulunmalıdır.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 1) \rightarrow (x \text{ değerleri soldan } 2 \text{ den küçük değerlerle} \\ &\text{yaklaştığından}) \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - 3) \rightarrow (x \text{ değerleri sağdan } 2 \text{ den büyük değer-} \\ &\text{lerle yaklaştığından}) \\ &= 2 \cdot 2 - 3 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1 \text{ dir.}$$

! Eğer $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ olsaydı $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ bulunamayacaktı.

- ✓ Limiti alınacak nokta kritik nokta değil sıradan nokta ise o noktanın ait olduğu parçadaki fonksiyonun limiti alınır.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \geq 2 \text{ ise} \\ x - 1, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

- $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} (2x - 3) \rightarrow (4 \geq 2 \text{ olduğundan üst parça seçildi.})$
 $= 2 \cdot 4 - 3 = 5$
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \rightarrow (1 < 2 \text{ olduğundan alt parça seçildi.})$
 $= 1 - 1 = 0$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x \geq 3 \text{ ise} \\ 2x + 4, & x < 3 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu için aşağıdaki limit değerlerini bulunuz.

a) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Çözüm:

- a) $x = 3$ kritik nokta olduğundan sağ ve sol limitlere bakılmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x + 4) = 2 \cdot 3 + 4 = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (3x - 2) = 3 \cdot 3 - 2 = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ yoktur.}$$

b) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} (3x - 2) = 3 \cdot 5 - 2 = 13$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (2x + 4) = 2 \cdot 0 + 4 = 4$

ÖĞRENCİ SORULARI

Aşağıdaki 1. ve 2. soruları

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 1, & x \geq 4 \text{ ise} \\ 3x + 3, & x < 4 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için cevaplayınız.

1. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) Yoktur.

2. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow 6} f(x) = B$

olduğuna göre, $A + B$ toplamı kaçtır?

- A) 36 B) 35 C) 34 D) 33 E) 32



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.
$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x, & x \geq 2 \text{ ise} \\ 5x + 5, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ limitini bulunuz.

Çözüm:

$x = 2$ kritik nokta olduğu için bu noktadaki sağ ve sol limitleri bulmalısın.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (5x + 5) = 5 \cdot 2 + 5 = 15$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x^2 + 3x) = 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14$$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ yoktur.

2.
$$f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x \leq 2 \text{ ise} \\ 3x - 1, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktada limiti olduğuna göre, a sayısını bulunuz.

Çözüm:

$x = 2$ apsisli (kritik) noktada limit olduğu için sağ ve sol limitleri eşit olmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + 3) = a \cdot 2 + 3$$

Bunlar birbirine eşit olmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x - 1) = 3 \cdot 2 - 1 = 5$$

$$2a + 3 = 5 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow \frac{2a}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow a = 1$$

3.
$$f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < 3 \text{ ise} \\ 9, & x = 3 \text{ ise} \\ x^2 - b, & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$ olduğuna göre, a ve b sayılarını bulunuz.

Çözüm:

$x = 3$ için $f(x) = 9$ olduğundan $f(3) = 9$ dur.

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = 9$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 9$ ve $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 9$ dur.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (ax + 3) = a \cdot 3 + 3 = 9 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2 \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - b) = 3^2 - b = 9 \Rightarrow 9 - b = 9 \Rightarrow b = 0 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.
$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x, & x \geq 3 \text{ ise} \\ 4x + 7, & x < 3 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 33 B) 27 C) 22
D) 19 E) Yoktur.

2.
$$f(x) = \begin{cases} ax + 5, & x \leq 1 \text{ ise} \\ 2x + 6, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktada limiti olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3.
$$f(x) = \begin{cases} 4x + 1, & x \geq 2 \text{ ise} \\ 5x + b, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktada limiti olduğuna göre, b kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4.
$$f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 1 \text{ ise} \\ 7, & x = 1 \text{ ise} \\ x^2 + b, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 11 E) 12

1-E

2-C

3-B

4-D



BİLGİ

27.3 - Mutlak Değer Fonksiyonlarının Limiti

Mutlak değer fonksiyonlarının limiti, aynı parçalı fonksiyonların limiti gibi alınır. O yüzden limiti alınacak noktanın kritik nokta olup olmadığına dikkat etmelisin.

✓ $f(x) = |x - 3| \rightarrow (x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ kritik noktadır.)

fonksiyonunun $x = 3$ noktasındaki limit alınırken kritik nokta olduğundan sağ ve sol limitlere bakılmalıdır.

$$f(x) = |x - 3| \begin{cases} f(x) = x - 3 \rightarrow x \geq 3 \\ f(x) = -(x - 3) \rightarrow x < 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} -(x - 3) = -(3 - 3) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x - 3) = 3 - 3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0 \text{ dir.}$$

✓ Limit noktası kritik nokta değilse nokta doğrudan yerine yazılır.

✓ $f(x) = |x - 3|$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki limiti alınacaksa $f(x)$ in kuralı $x = 1$ için bulunur.

$x = 1$ için $x - 3 < 0$ olduğundan $f(x) = -(x - 3)$ tür.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} -(x - 3) = -(1 - 3) = 2 \text{ dir.}$$

✓ $f(x) = |x - 3|$ fonksiyonunun $x = 5$ noktasındaki limiti alınacaksa $f(x)$ in kuralı $x = 5$ için tanımlanır.

$x = 5$ için $x - 3 > 0$ olduğundan $f(x) = x - 3$ tür.

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} (x - 3) = 5 - 3 = 2 \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 4|}{|3x + 1|}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$x = 1$ kritik nokta olmadığından doğrudan yerine yazılmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 4|}{|3x + 1|} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} |x - 4|}{\lim_{x \rightarrow 1} |3x + 1|} = \frac{|1 - 4|}{|3 \cdot 1 + 1|} = \frac{|-3|}{|4|} = \frac{3}{4}$$

2. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$x \rightarrow 3^-$ için $x - 3 < 0$ olacağından $|x - 3| = -(x - 3)$ tür.

Ayrıca $x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$ özdeşliğini hatırlamalıyız.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x - 3)(x + 3)}{-(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} -(x + 3) = -(3 + 3) = -6$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|2x + 5|}{|x - 5|}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -9 B) -3 C) 2 D) 3 E) 9

2. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{|x - 4|}{4 - x}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

3. $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2 - 25}{|x - 5|}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 5 C) 0 D) -5 E) -10



1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sqrt{3} \cdot \tan x)$
limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x} \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{4 \sin x}{2 \cos x + \cot x}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

4. $f(x) = \begin{cases} 5x - 3, & x \leq 2 \text{ ise} \\ 2x + 3, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu için $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) Yoktur. B) 10 C) 9 D) 8 E) 7



5. $f(x) = \begin{cases} 3x + a, & x \leq 3 \text{ ise} \\ 2x + 8, & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonunun $x = 3$ apsisi nokta limiti olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 24 B) 18 C) 12 D) 8 E) 5



6. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (4^{|x|} + 1)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 2 C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{1}{4}$



7. $\lim_{x \rightarrow 5^+} (2020 - |x - 5|)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 2030 B) 2025 C) 2020 D) 2015 E) 2010



8. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{|7 - x|}{49 - x^2}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) Yoktur. B) $-\frac{1}{7}$ C) $-\frac{1}{49}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $-\frac{1}{14}$



1. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{(2\sin x + \cos x)}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) e^2 B) e C) $\frac{1}{e}$ D) $\frac{1}{e^2}$ E) $-e$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8 - 2\sin^2 x}{4 + \tan x}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - 3\sin^2 x}{2 + \tan x}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (4^{|x-1|} + 2)$
limitinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 2 E) $\frac{9}{4}$



5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{|x|}{x} + 3x - 4 \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 4 C) -1 D) -3 E) -4



6. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{|x-3|}{x-3} + |3-x| \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) Yoktur.



7. $f(x) = \begin{cases} -3x + 4, & x < 0 \text{ ise} \\ 2x, & 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ x^2 + 1, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$ B) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10$
C) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ D) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yoktur.
E) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = 7$



8. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x < 3 \text{ ise} \\ |5x - 3x^2|, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) Yoktur. B) 12 C) 6 D) -6 E) -12

BİLGİ

28.1 - $\frac{0}{0}$ Belirsizliği

✓ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ limitini araştıralım.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{2^2 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

Bu tip belirsizliklerde genellikle pay ile payda çarpanlarına ayrılarak belirsizlik durumu ortadan kaldırılır. Daha sonra elde edilen ifadelerin limiti hesaplanır.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) \\ &= 2 + 2 \\ &= 4 \text{ tür.} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} = \frac{5^2 - 25}{5 - 5} = \frac{0}{0}$ belirsizliği

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x+5)}{x-5} \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} (x+5) \\ &= 5 + 5 = 10 \end{aligned}$$

2. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \frac{(-3)^2 - 9}{-3 + 3} = \frac{0}{0}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3} (x-3) \\ &= -3 - 3 = -6 \end{aligned}$$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 2}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 2} = \frac{2^2 - 7 \cdot 2 + 10}{2 - 2} = \frac{0}{0}$ belirsizliği

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-5)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x-5) \\ &= 2 - 5 = -3 \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 - 49}{x + 7}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -14 B) -7 C) 0 D) 7 E) 14

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 10x + 21}{x - 3}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -4 C) -3 D) 0 E) 4

3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 5}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) 5 D) 7 E) 12



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} = \frac{1^2 + 2 \cdot 1 - 3}{1^2 + 1 - 2} = \frac{0}{0}$ belirsizliği

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{x+2} = \frac{1+3}{1+2} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{x+1} - 4}{2^x - 2}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{x+1} - 4}{2^x - 2} = \frac{2^{1+1} - 4}{2^1 - 2} = \frac{0}{0}$ belirsizliği

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{x+1} - 4}{2^x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x \cdot 2^1 - 2 \cdot 2}{2^x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(2^x - 2)}{2^x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2 \end{aligned}$$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + mx - 12}{x - 3}$

limiti bir gerçək sayı olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + mx - 12}{x - 3} = \frac{3^2 + m \cdot 3 - 12}{3 - 3} = \frac{3m - 3}{0}$$
 ifadesi bir

gerçək sayıya eşit olacağından ve payda 0 olduğundan,

pay da sıfır olmalıdır.

O halde $3m - 3 = 0$ dir.

$3m - 3 = 0 \Rightarrow 3m = 3 \Rightarrow m = 1$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 2x}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) 0 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5^{x+1} - 25}{5^x - 5}$

limitinin değeri nedir?

- A) 1 B) 5 C) 10 D) 15 E) 25

4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + mx - 24}{x - 4}$

limiti bir gerçək sayı olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

1-E

2-E

3-B

4-D



BİLGİ

28.2 - Köklü İfadelerde $\frac{0}{0}$ Belirsizliği

- ✓ $\sqrt{x} - y$ nin eşleniği $\sqrt{x} + y$
- $\sqrt{x} + y$ nin eşleniği $\sqrt{x} - y$
- $x + \sqrt{y}$ nin eşleniği $x - \sqrt{y}$
- $x - \sqrt{y}$ nin eşleniği $x + \sqrt{y}$ dir.

- ✓ Kökü ifadelerde belirsizlik gördüğünde köklü ifadenin eşleniği ile pay ve paydayı genişletmelisin!

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{1-1}{\sqrt{1}-1} = \frac{0}{0}$ belirsizliği
- $\sqrt{x} - 1$ in eşleniği $\sqrt{x} + 1$ olduğu için $\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ kesrinin pay ve paydasını $\sqrt{x} + 1$ ile çarpmalısın.
- $$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x})^2 - 1^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(\sqrt{x}+1)}{\cancel{(x-1)}} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1) = (\sqrt{1}+1) = 2 \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} &= \frac{4-4}{\sqrt{4}-2} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği} \\ \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x})^2 - 2^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\cancel{(x-4)}(\sqrt{x}+2)}{\cancel{(x-4)}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x}+2) = \sqrt{4} + 2 = 2 + 2 = 4 \end{aligned}$$

2. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} &= \frac{\sqrt{9}-3}{9-9} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği} \\ \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} &= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(\sqrt{x})^2 - 3^2}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\cancel{(x-9)}}{\cancel{(x-9)}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{\sqrt{9}+3} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\lim_{x \rightarrow 36} \frac{\sqrt{x}-6}{x-36}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 6 C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{12}$

2. $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{x-25}{\sqrt{x}-5}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 30 B) 25 C) 15 D) 10 E) 5

3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

1-E

2-D

3-A



BİLGİ

28.3 - Mutlak Değerli İfadelerde $\frac{0}{0}$ Belirsizliği

✓ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|}$ limitinin değerini araştıralım.

Öncelikle mutlak değer parantezinden kurtulmalısın.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} 1 = 1$$

✓ Şimdi de $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|}$ limitinin değerini araştıralım.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{-x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-1) = -1$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2} = \frac{|2-2|}{2-2} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} 1 = 1$$

2. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-6}{|x-3|}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-6}{|x-3|} = \frac{2 \cdot 3 - 6}{|3-3|} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-6}{|x-3|} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2(x-3)}{-(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} (-2) = -2$$

3. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4}$

limitinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} = \frac{|2-2|}{2^2-4} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{|x-4|}{x-4}$

limitinin değeri nedir?

- A) $-\infty$ B) -4 C) -1 D) 1 E) $+\infty$

2. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x-8}{|x-2|}$

limitinin değeri nedir?

- A) $-\infty$ B) -4 C) 4 D) $+\infty$ E) Yoktur.

3. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-9}{|x-3|}$

limitinin değeri nedir?

- A) $-\infty$ B) -6 C) 1 D) 6 E) $+\infty$



1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 6x}{x^2 + 3x}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) 0

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{x^2 - 4}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{4}$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 + 2x - 15}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{9}{8}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - m}{2 - x} = -4$
olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

5. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - 16}{|x - 4|}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 8 D) 4 E) 2

6. $\lim_{x \rightarrow 100} \frac{x - 100}{\sqrt{x} - 10}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 15 C) 10 D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{20}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - 4)^2 - 16}{x}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 8 C) 4 D) 0 E) -8

8. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x - \frac{9}{x}}$
limitinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 3 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{6}$



038E0BCF

1. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 + 9x + 14}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{9}{7}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

2. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x^2 - 81}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{27}$ D) $\frac{1}{54}$ E) $\frac{1}{108}$

3. $\lim_{x \rightarrow 8^-} \frac{|x - 8|}{x^2 - 64}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -14 C) $-\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{16}$ E) Yoktur.

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 12}{x^2 + x + a} = \frac{12}{5}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6



5. $\lim_{b \rightarrow a} \frac{a^2 - b^2}{a^3 - b^3}$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir? ($a \neq 0$)

- A) $-\frac{2}{3a}$ B) $\frac{3a}{2}$ C) $\frac{2}{3a}$ D) $-\frac{3a}{2}$ E) $-\frac{2}{3}$



6. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2



7. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{9}{8}$ E) $\frac{5}{4}$



8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x+a}}{x-2} = A$

A bir gerçekte sayı olduğuna göre, A kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{8}$ E) -1



BİLGİ

29.1 - Süreklilik

✓ Bir $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasında sürekli olabilmesi için aşağıdaki üç koşulu sağlaması gerekir.

- I. f fonksiyonu $x = a$ noktasında tanımlı olmalıdır. Bir başka deyişle $f(a) \in \mathbb{R}$ olmalıdır.
- II. f fonksiyonunun $x = a$ noktasında limiti olmalıdır. Bir başka deyişle $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \in \mathbb{R}$ olmalıdır.
- III. Son olarak; fonksiyonun $x = a$ noktasındaki değeri, $x = a$ noktasındaki limit değerine eşit olmalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$



• $f(x) = 3x + 7$

fonksiyonunun $x = 4$ apsisli noktada sürekli olduğunu araştıralım.

- I. $x = 4$ için $f(4) = 3 \cdot 4 + 7 = 19 \in \mathbb{R}$ dir.
- II. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} (3x + 7) = 3 \cdot 4 + 7 = 19 \in \mathbb{R}$ dir.
- III. $f(4) = 19$
 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 19$ } $f(4) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ tir.

$f(x)$ fonksiyonu üç koşulu da sağladığından $x = 4$ apsisli noktada sürekli dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 2 \text{ ise} \\ 3x - 1, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$



fonksiyonunun $x = 2$ noktasında sürekli olup olmadığını araştıralım.

Çözüm:

I. $x = 2$ için $f(x) = 3x - 1$... ($x \geq 2$ olduğundan alt parça kullanıldı.)

$$= 3 \cdot 2 - 1$$

$$= 5$$

II. Şimdi de fonksiyonun $x = 2$ noktasındaki limitini bulmalıyız.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) \dots \text{(2 den küçük değerlerle yaklaşıldığından üst parça alındı.)}$$

$$= 2 + 2$$

$$= 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x - 1) \dots \text{(2 den büyük değerlerle yaklaşıldığından alt parça alındı.)}$$

$$= 3 \cdot 2 - 1$$

$$= 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ yoktur.}$$

$x = 2$ noktasında limiti olmadığından f fonksiyonu $x = 2$ noktasında tanımlı olduğu halde sürekli değildir.



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < 3 \text{ ise} \\ 2x - 1, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonunun $x = 3$ apsisli noktada sürekli olup olmadığını araştırınız.

2. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 4 \text{ ise} \\ x + 5, & x \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonunun $x = 4$ apsisli noktada sürekli olup olmadığını araştırınız.

1-Sürekli değildir.

2-Sürekli dir.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} 3x + a, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x + 5, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

Çözüm:

f fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli olduğuna göre,

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ eşitliği sağlanmalıdır.}$$

$$x = 2 \text{ için } f(x) = 2x + 5 \Rightarrow f(2) = 2 \cdot 2 + 5 = 9 \text{ dur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x + a) = 3 \cdot 2 + a = 6 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \text{ olacağından,}$$

$$6 + a = 9, a = 3 \text{ tür.}$$

$$2. \quad f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 3 \text{ ise} \\ 10, & x = 3 \text{ ise} \\ 3x - b, & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu tüm x reel sayıları için sürekli olduğuna göre, a ve b sayılarını bulunuz.

Çözüm:

f fonksiyonu tüm x reel sayıları için sürekli olduğuna göre,

$x = 3$ noktasında da sürekli dir.

$$x = 3 \text{ için } f(x) = 10 \text{ ise } f(3) = 10 \text{ dur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x + a) = 2 \cdot 3 + a = 6 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3)$$

$$9 - 6 = 10 \text{ dur.}$$

$$6 + a = 10 \Rightarrow a = 4 \text{ tür.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (3x - b) = 3 \cdot 3 - b = 9 - b$$

$$9 - b = 10 \Rightarrow -b = 1 \Rightarrow b = -1 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 4 \text{ ise} \\ 3x + 4, & x \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 4$ noktasında sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 16

$$2. \quad f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x + 1, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$3. \quad f(x) = \begin{cases} 3x + a, & x < 2 \text{ ise} \\ 8, & x = 2 \text{ ise} \\ 2x + b, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$4. \quad f(x) = \begin{cases} ax - 4, & x < 4 \text{ ise} \\ 16, & x = 4 \text{ ise} \\ 3x + b, & x > 4 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu tüm x reel sayıları için sürekli olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

1-C

2-A

3-E

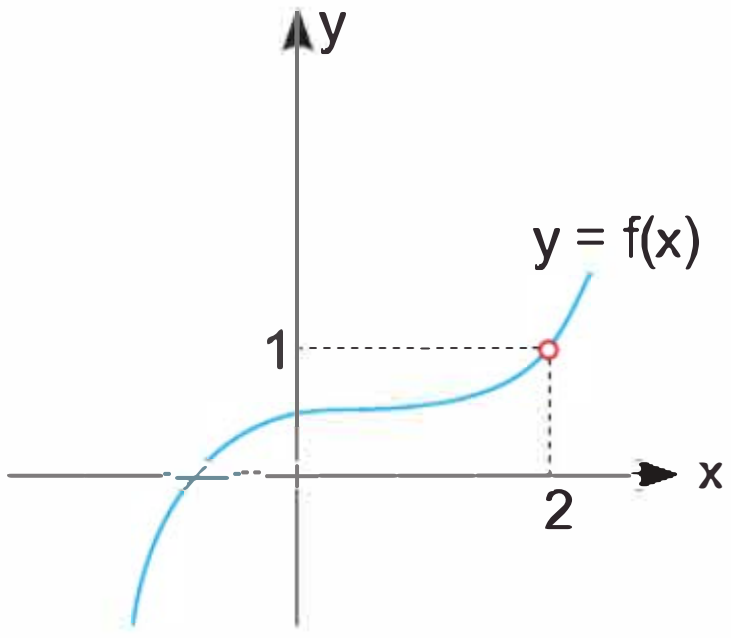
4-D



BİLGİ

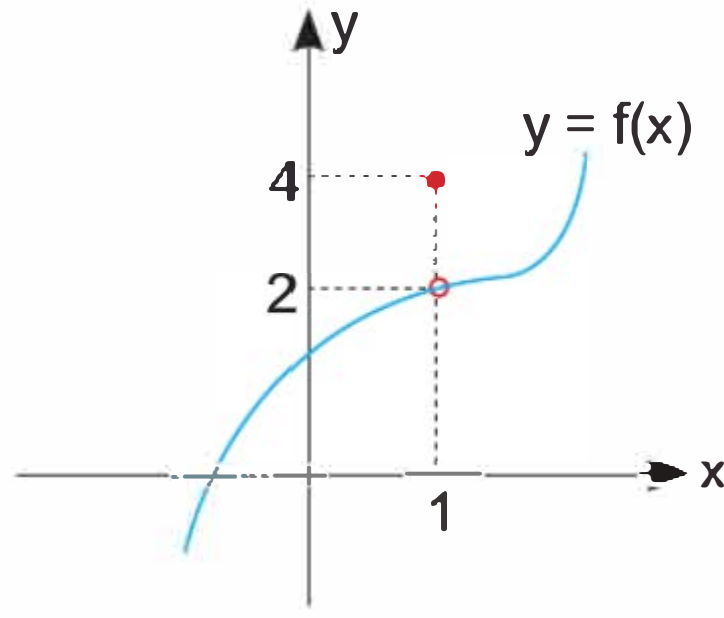
29.2 - Sürekli Olmayan Fonksiyonların Grafikleri

✓



fonksiyon $x = 2$ de tanımlı olmadığından ($f(2)$ yok) $x = 2$ noktasında sürekli değildir.

✓

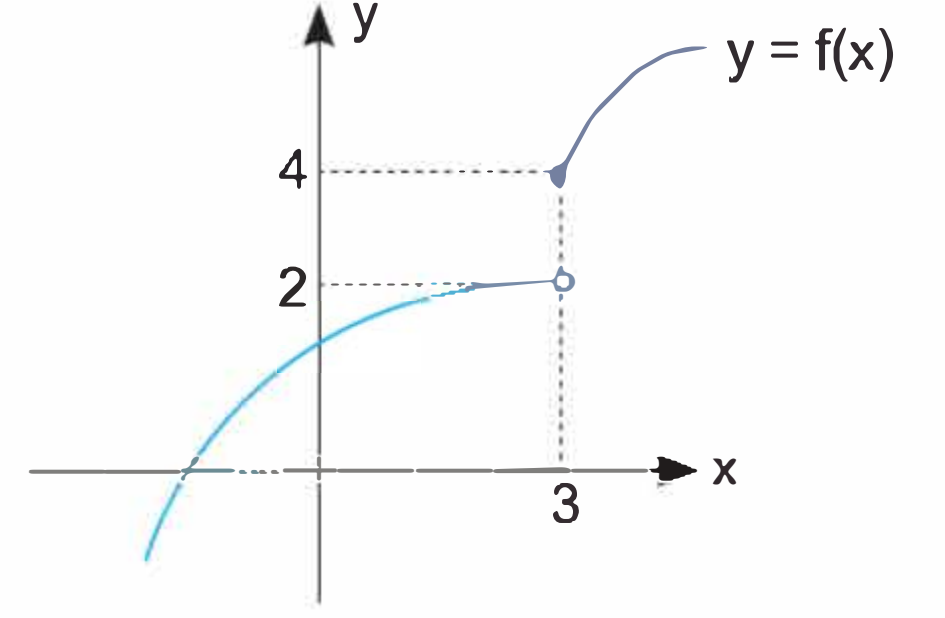


fonksiyon $x = 1$ de tanımlıdır.

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \end{array} \right\} f(1) \neq \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

olduğundan f fonksiyonu $x = 1$ de sürekli değildir.

✓



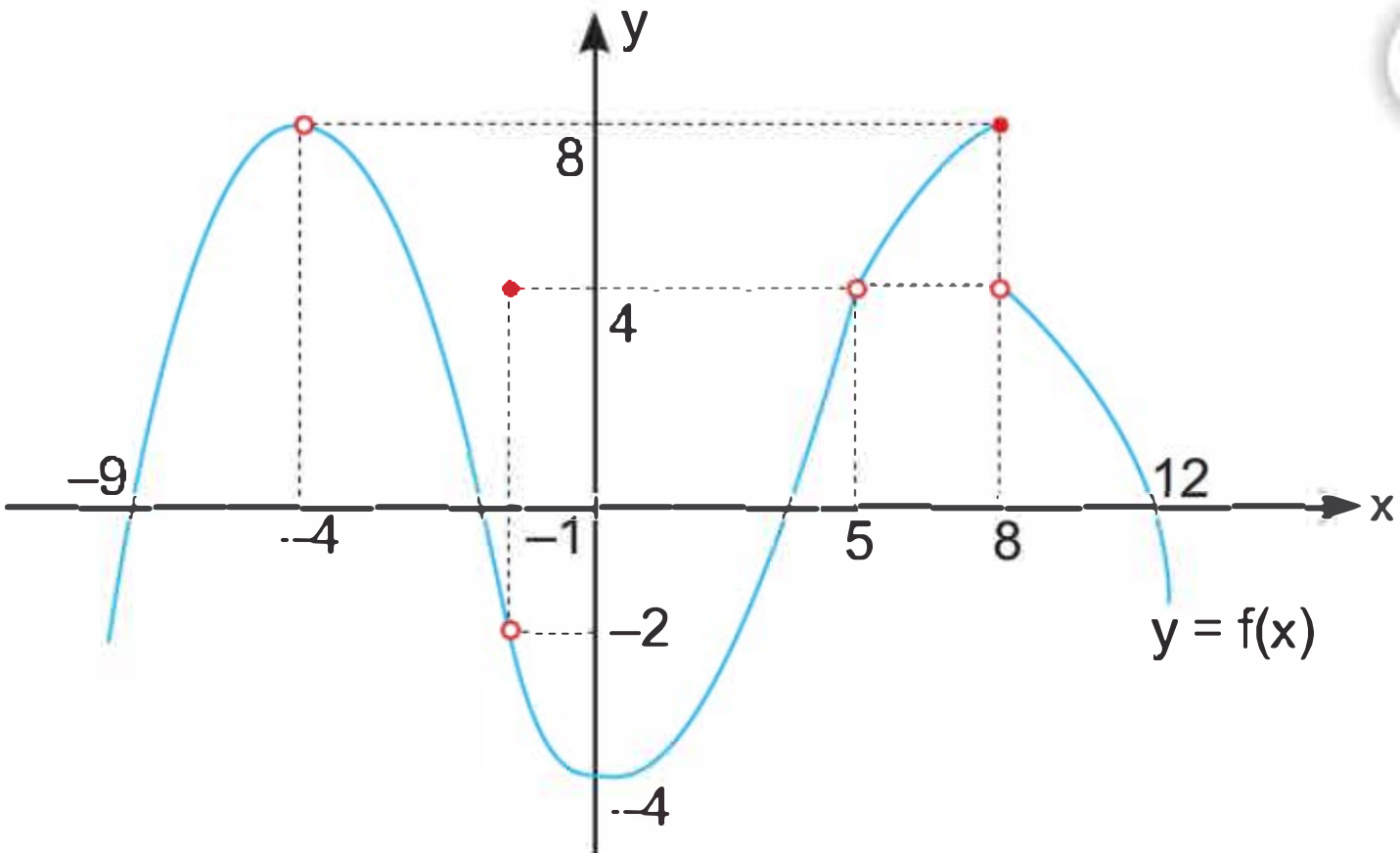
fonksiyon $x = 3$ de tanımlıdır. $f(3) = 4$ tür.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 4 \end{array} \right\} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

fonksiyonun $x = 3$ noktasında limiti olmadığından, $x = 3$ noktasında sürekli değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun $[-9, 12]$ aralığında sürekli olmadığı noktaların kümesini bulunuz.

Çözüm:

$y = f(x)$ fonksiyonu $x = -4$ ve $x = 5$ te tanımlı olmadığından bu noktalarda sürekli değildir. Ayrıca $x = -1$ noktasında tanımlıdır.

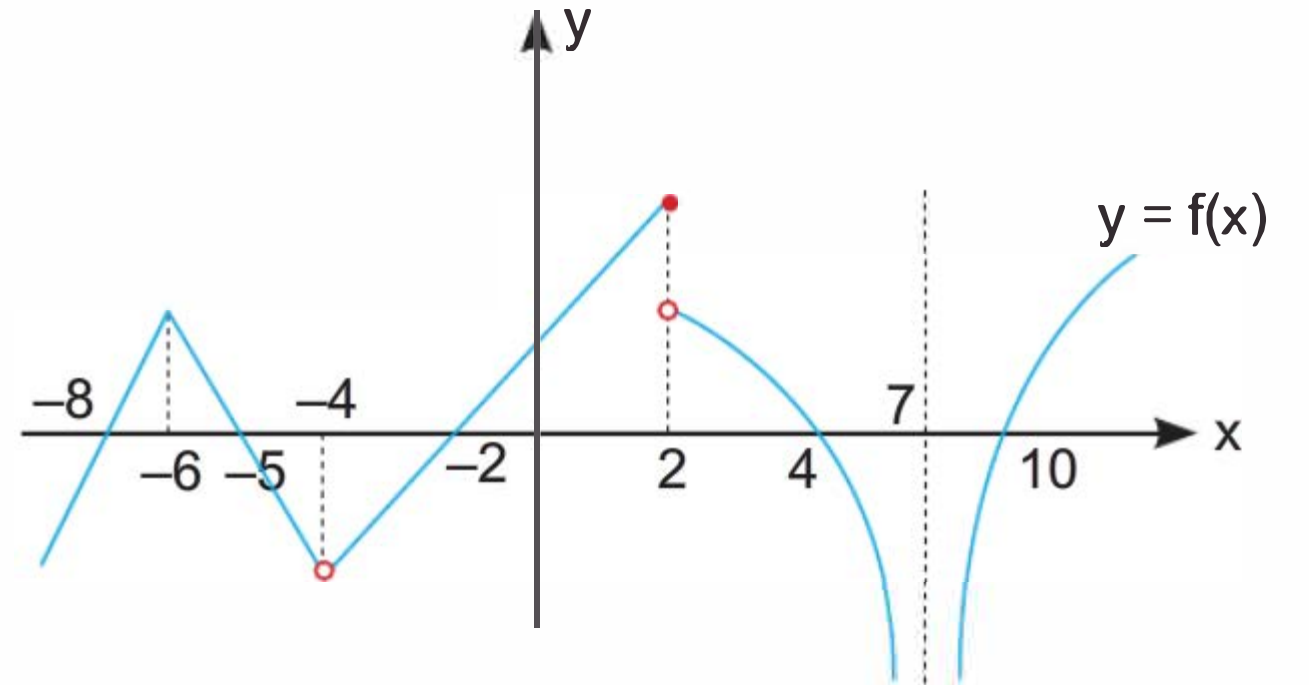
Ancak $f(-1) \neq \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ olduğundan $x = -1$ noktasında sürekli değildir. $x = 8$ noktasında $y = f(x)$ tanımlı. Ancak

$$\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = 8, \quad \lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) = 4 \text{ olup } \lim_{x \rightarrow 8} f(x) \text{ yoktur.}$$

O halde $x = 8$ noktasında da sürekli değildir. $y = f(x)$ in sürekli olmadığı noktaların kümesi $\{-4, -1, 5, 8\}$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

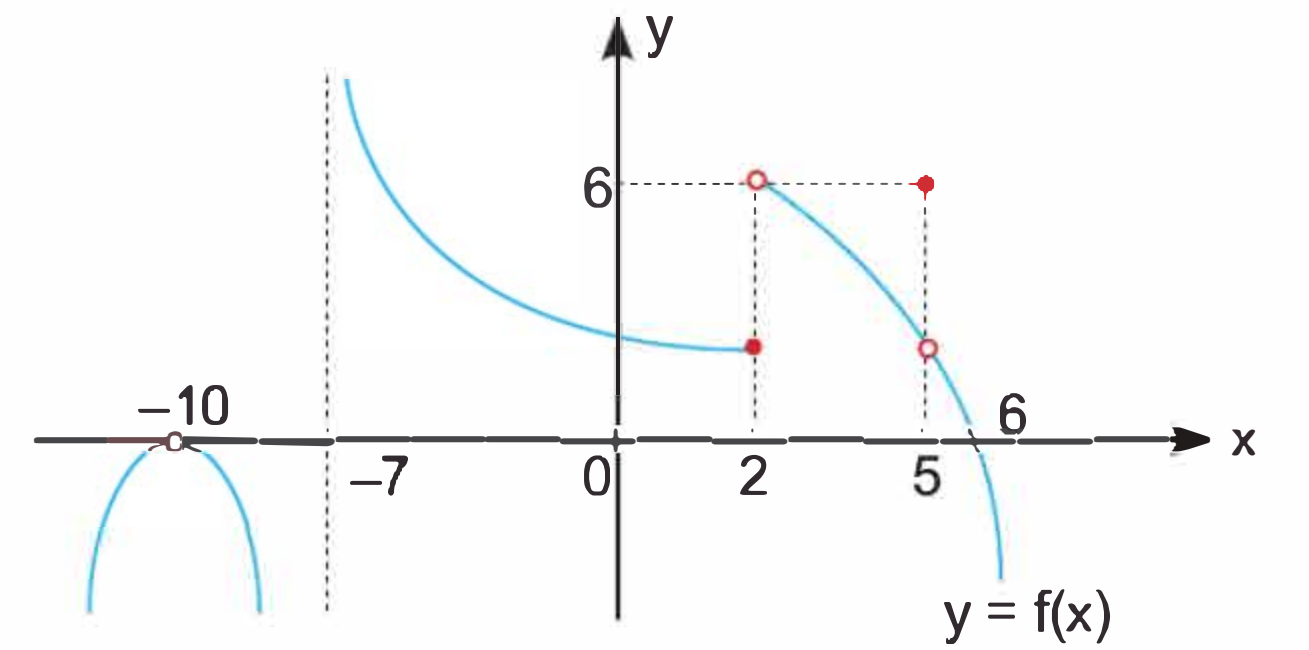
1.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun $[-8, 10]$ aralığında sürekli olmadığı noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 7 C) 6 D) 5 E) 3

2.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun sürekli olmadığı noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -5 C) -10 D) -12 E) -17

1-D

2-C



BİLGİ

29.3 - Fonksiyonların Sürekli Olduğu Aralıklar

- ✓ $y = f(x)$ fonksiyonu tanım kümesinin her noktasında sürekli ise f fonksiyonuna **sürekli fonksiyon** denir.
- ✓ Polinom fonksiyonların sürekli olmadığı nokta yoktur. Bir başka deyişle her x gerçek sayısı için polinom fonksiyonlar sürekli fonksiyondur.
- ✓ $f(x) = \frac{4x + 2}{x - 3}$ fonksiyonu $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ te tanımsız olacağından $x = 3$ apsisli noktada sürekli değildir.

NOT: Rasyonel fonksiyonlar paydasını sıfır yapan x değerleri için sürekli değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6}$

fonksiyonunun sürekli olmadığı noktaların apsislerini bulunuz.

Çözüm:

Rasyonel fonksiyonlar paydanın sıfır olduğu (tanımsız) noktalarda süreksizdir.

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \underbrace{(x - 3)}_0 \underbrace{(x - 2)}_0 = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{array}$$

2. $f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 2x + k}$

fonksiyonu her x gerçek sayısı için sürekli olduğuna göre, k nin alabileceği değerlerin kümesini bulunuz.

Çözüm:

$y = f(x)$ fonksiyonu her x gerçek sayısı için sürekli olacağından payda hiçbir zaman sıfır olmamalıdır. $x^2 + 2x + k \neq 0$ olması için bu ifadenin Δ sı negatif olmalıdır.

$$x^2 + 2x + k = 0 \Rightarrow a = 1, b = 2, c = k \text{ dir.}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot k < 0 \Rightarrow 4 - 4k < 0$$

$$\frac{4}{4} < \frac{4k}{4} \Rightarrow k > 1 \text{ dir.}$$

3. $f(x) = \sqrt[4]{x - 2} + \frac{7}{x^2 - 9}$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

Çözüm:

Kökün derecesi çift (4) olduğu için $x - 2 \geq 0$ ve $x^2 - 9 \neq 0$ koşulları birlikte sağlanmalıdır.

$$x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \rightarrow (1)$$

$$x^2 - 9 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 9 \Rightarrow x \neq \pm 3 \text{ tür.} \rightarrow (2)$$

(1) ve (2) nin birlikte sağlandığı aralık $[2, +\infty) - \{3\}$ tür.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = \frac{4x + 1}{x^2 - 7x + 10}$

fonksiyonunun sürekli olmadığı noktaların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2, 7\}$ B) $\{-7, -2\}$ C) $\{2, 5\}$
D) $\{-5, -2\}$ E) $\{1, 10\}$

2. $f(x) = \frac{x + 3}{x^2 + 8x + k}$

fonksiyonu her x gerçek sayısı için sürekli olduğuna göre, k nin alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(16, +\infty)$ B) $(0, 16)$ C) $(4, 16)$
D) $(-\infty, 16)$ E) $(-16, 16)$

3. $f(x) = \log(x - 2) + \sqrt{5 - x}$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, 5)$ B) $[2, 5]$ C) $(2, 5]$
D) $\mathbb{R} - (2, 5)$ E) $(2, +\infty) - \{5\}$



1. $f(x) = \begin{cases} x + 14, & x \geq 2 \text{ ise} \\ 2x + k, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

2. $f(x) = \begin{cases} ax + 5, & x \geq 3 \text{ ise} \\ 4x - 1, & x < 3 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu $x = 3$ noktasında sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 8x + 7}$

fonksiyonunun sürekli olmadığı noktaların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, 7\}$ B) $\{-1, -7\}$ C) $\{7, 8\}$
D) $\{1, 3\}$ E) $\{-1, -3\}$

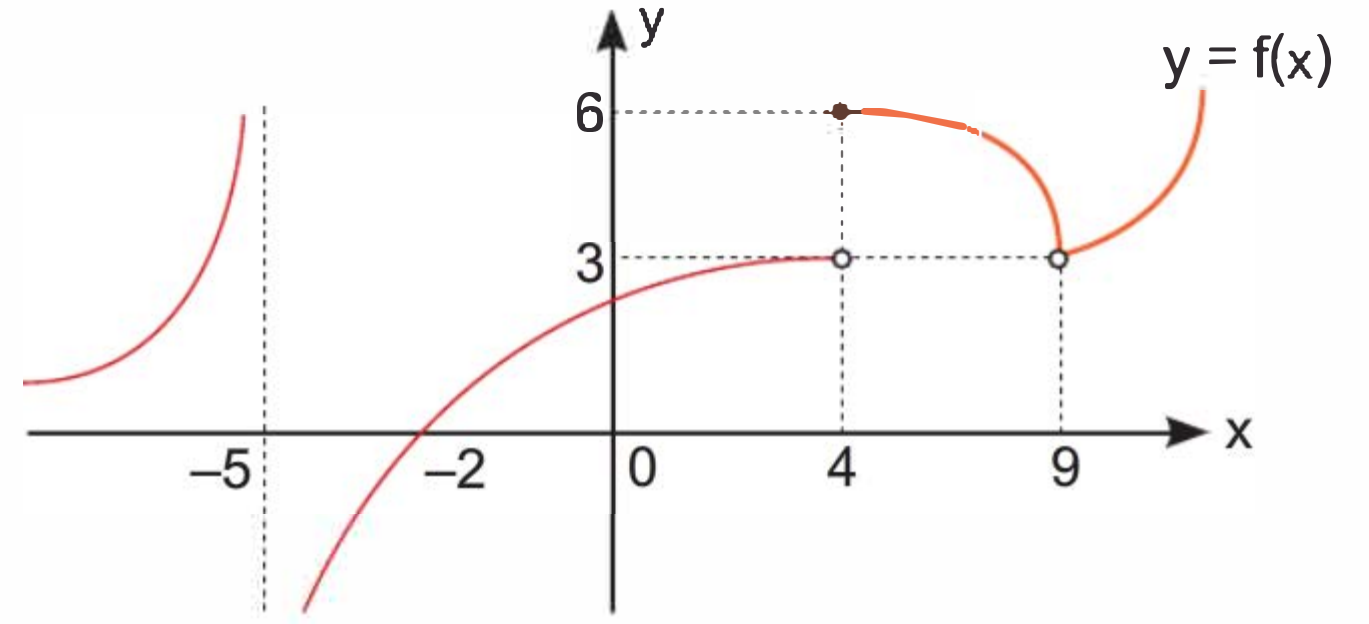
4. $f(x) = \frac{\sqrt{x - 1}}{x - 7}$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, 7\}$ B) $[1, 7)$ C) $(-7, 1)$
D) $\mathbb{R} - \{1, 7\}$ E) $[1, +\infty) - \{7\}$



5.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun sürekli olmadığı noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -1 C) 4 D) 8 E) 13



6.

$$f(x) = \sqrt{x + 3} + \frac{1}{x^2 - 1}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-3, +\infty) - \{-1, 1\}$ B) $\{-1, 3, 1\}$ C) $[-3, 1]$
D) $[-3, +\infty)$ E) $[-3, -1)$



7.

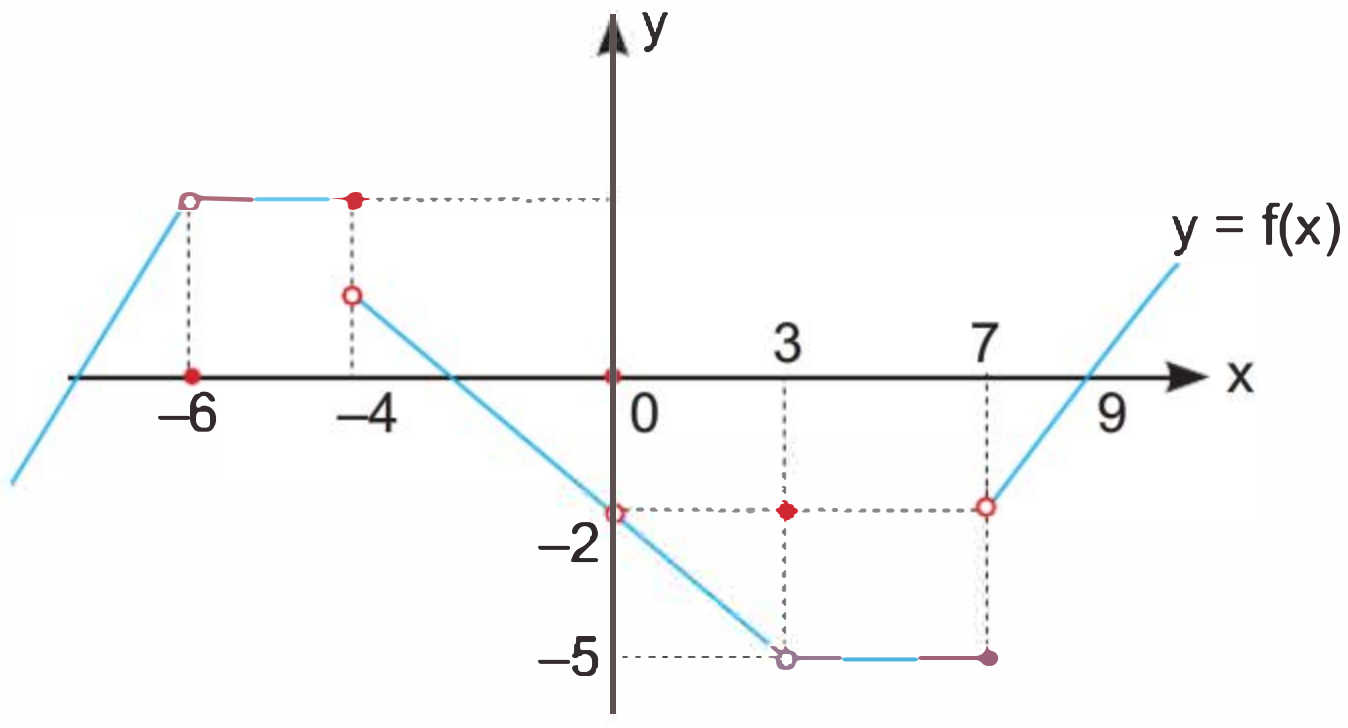
$$f(x) = \sqrt[6]{x - 4} + \frac{6}{x^2 - 25}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[4, +\infty) - \{5\}$ B) $\{-5, 4, 5\}$ C) $\mathbb{R} - \{-5, 5\}$
D) $\mathbb{R} - [-5, 5]$ E) $(-5, 4]$



1.



Şekildeki grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun sürekli olmadığı noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -3 C) 0 D) 7 E) 10

2.

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+3x+k}$$

fonksiyonu her x gerçel sayısı için sürekli olduğuna göre, k nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a, & x > 5 \text{ ise} \\ b - 3, & x = 5 \text{ ise} \\ 7 - x, & x < 5 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu tüm x reel sayıları için sürekli olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) 23 B) 22 C) 18 D) 15 E) 13

4.

$$f(x) = \sqrt{\log_2(17 - x^2)}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-4, 4]$ B) $(-\infty, -4)$ C) $[-4, +\infty)$
D) $[4, +\infty)$ E) $(-\sqrt{17}, \sqrt{17})$

5.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|3x|}{x}, & x \neq 0 \text{ ise} \\ 5, & x = 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = m$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = n$$

olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

- A) $-\infty$ B) -9 C) $-\frac{1}{9}$ D) 9 E) 15

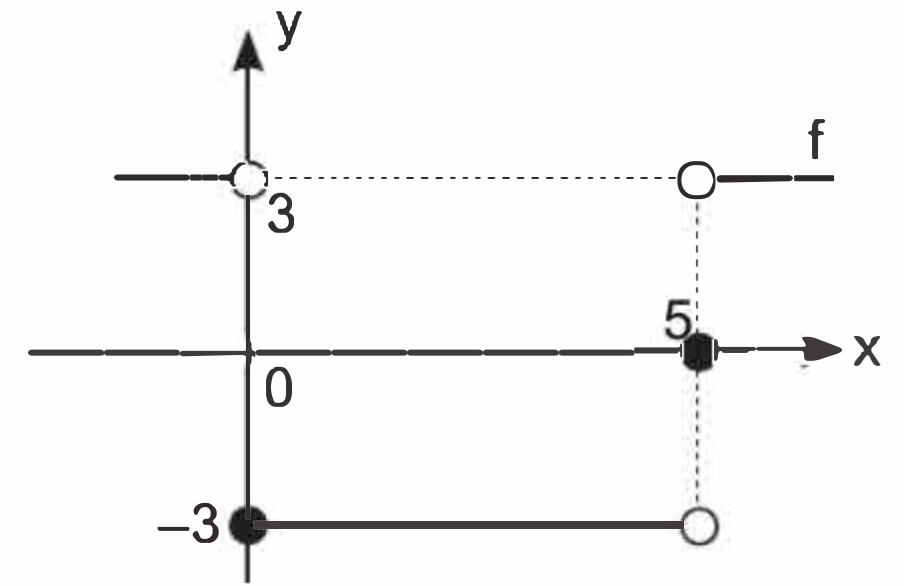
6.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{mx}{2x+3n} \cdot \cot x, & x \neq 0 \text{ ise} \\ 3, & x = 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 0$ için sürekli olduğuna göre, $\frac{m}{n}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 3 E) 9

7.



Şekilde f fonksiyonunun grafiği yardımıyla g fonksiyonu her X_0 gerçel sayısı için,

$$g(X_0) = f(X_0) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $(g \circ f)(5)$ kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

BİLGİ

30.1 - Türev Kavramı

- ✓ Bir f fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki türevi $f'(a)$ sembolü ile gösterilecek olursa

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

limiti ile hesaplanır.

- ✓ Bir hareketlinin anlık hızının genel adı türevdir.
- ✓ Ayrıca bir fonksiyonun bir $x = a$ noktasındaki değişim hızı, $x = a$ noktasındaki türevidir.
- ✓ $y = f(x)$ fonksiyonunun x değişkenine bağlı türevi,

$$f'(x), y', \frac{dy}{dx}, \frac{df}{dx}, \frac{df(x)}{dx}$$

sembollerinden herhangi biri ile gösterilir.

- $f(x) = x^2 + 1$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki türevi

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

şeklinde gösterilir.

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\overbrace{x^2 + 1}^{f(x)} - \overbrace{(2^2 + 1)}^{f(2)}}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{2^2 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 2 + 2 = 4 \text{ tür.} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = 3x^2 + 4$

fonksiyonunun $x = 3$ noktasındaki türevini bulunuz.

Çözüm:

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \text{ limitiyle gösterilir.}$$

$$\begin{aligned} f'(3) &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 + 4 - (3 \cdot 3^2 + 4)}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 27}{x - 3} = \frac{3 \cdot 3^2 - 27}{3 - 3} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(x^2 - 9)}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(x-3)(x+3)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} 3(x + 3) = 3(3 + 3) = 18 \text{ dir.} \end{aligned}$$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3f(x) - 3f(3)}{4x - 12}$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3f(x) - 3f(3)}{4x - 12} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3f(x) - 3f(3)}{4x - 4 \cdot 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3[f(x) - f(3)]}{4(x - 3)} \\ &= \frac{3}{4} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \\ &= \frac{3}{4} \cdot f'(3) \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 2x^2 + 5$

fonksiyonunun $x = 3$ noktasındaki türevi kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 18

2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{f(7) - f(x)}{x - 7} = 5$

olduğuna göre, $f'(7)$ kaçtır?

- A) -5 B) $-\frac{1}{5}$ C) 0 D) $\frac{1}{5}$ E) 5

3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4f(x) - 4f(5)}{30 - 6x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f'(5)$ B) $\frac{-2f'(5)}{3}$ C) $\frac{f'(5)}{3}$
D) $\frac{2f'(5)}{3}$ E) $\frac{3f'(5)}{4}$



BİLGİ

30.2 - Türev Alma Kuralları

✓ $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^n \text{ ise } f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = nx^{n-1} \text{ dir.}$$

Kuvvet başa çarpım olarak gelirken kuvvet 1 sayı eksilir.

$$f(x) = x^7 \Rightarrow f'(x) = 7 \cdot x^{7-1} = 7x^6 \text{ dir.}$$

$$g(x) = 2x^5 \Rightarrow g'(x) = 2 \cdot 5x^{5-1} = 10 \cdot x^4 \text{ tür.}$$

$$h(x) = 4x \Rightarrow h'(x) = 4 \cdot 1x^{1-1} = 4 \cdot x^0 = 4 \text{ tür.}$$

✓ $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0 \text{ dir.}$$

Sabit sayıların türevi sıfırdır.

$$f(x) = 5 \Rightarrow f'(x) = 0 \text{ dir.}$$

$$g(x) = -10 \Rightarrow g'(x) = 0 \text{ dir.}$$

✓ $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(x) = x^{\frac{1}{2}}$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

✓ $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \Rightarrow f(x) = x^{\frac{2}{3}}$

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{2}{3}-1}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot x^{-\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} \text{ tir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. Aşağıdaki fonksiyonların türevini bulunuz.

a) $f(x) = 4x^2$ b) $f(x) = 7x^3$ c) $f(x) = -2x^3$

d) $f(x) = \frac{4}{x^3}$ e) $f(x) = \sqrt{x^3}$ f) $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$

Çözüm:

a) $f(x) = 4x^2 \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot 2 \cdot x^{2-1} = 8x$

b) $f(x) = 7x^3 \Rightarrow f'(x) = 7 \cdot 3x^{3-1} = 21x^2$

c) $f(x) = -2x^3 \Rightarrow f'(x) = -2 \cdot 3x^{3-1} = -6x^2$

d) $f(x) = \frac{4}{x^3} = 4 \cdot x^{-3} \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot (-3)x^{-3-1} = -12 \cdot x^{-4} = -\frac{12}{x^4}$

e) $f(x) = \sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{3}{2}-1} = \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$

f) $f(x) = \sqrt[4]{x^3} = x^{\frac{3}{4}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{4} \cdot x^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4} \cdot x^{-\frac{1}{4}} = \frac{3}{4 \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 12x^5$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $60x^5$ B) $60x^6$ C) $30x^5$ D) $\frac{12x^4}{5}$ E) $60x^4$

2. $f(x) = -4x^6$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $24x^6$ B) $24x^5$ C) $-24x^5$ D) $-21x^5$ E) $-24x^7$

3. $f(x) = \sqrt[3]{x^4}$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\sqrt[3]{x}}{4}$ B) $\frac{4\sqrt[3]{x}}{3}$ C) $\frac{3\sqrt[4]{x}}{4}$ D) $\frac{3\sqrt[4]{x}}{5}$ E) $\frac{3\sqrt[7]{x^3}}{7}$

1-E

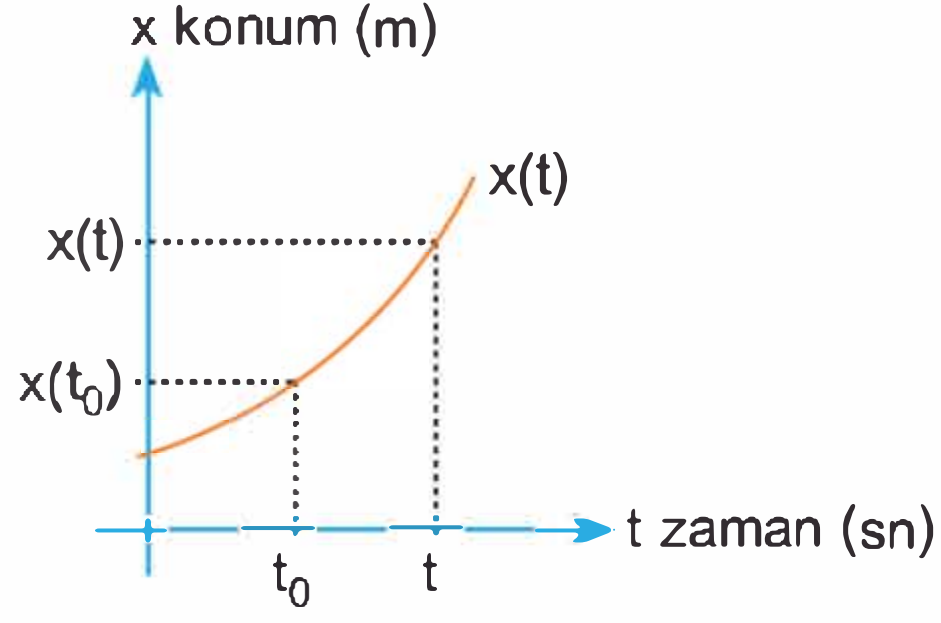
2-C

3-B



BİLGİ

30.3 - Değişim Oranı

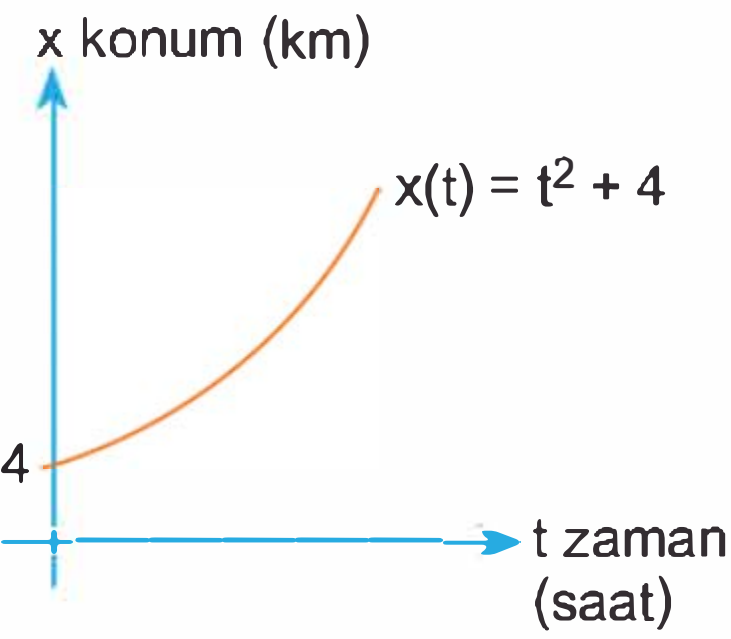


Yandaki şekilde bir hareketin konum - zaman grafiği verilmiştir. Bu hareketlinin t_0 . ve t . saniyeler arasındaki ortalama hızını bulmak için bu zaman aralığındaki konumlar farkını, zamanlar farkına bölmek gerekir.

$$\left. \begin{array}{l} V_{\text{ort}} \longleftrightarrow t_0 \text{ ve } t \text{ saniyeler arasındaki ortalama hız} \\ \Delta x \longleftrightarrow \text{konum değişiminin değeri} \\ \Delta t \longleftrightarrow \text{zamanlar arasındaki farkın değeri} \end{array} \right\} V_{\text{ort}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}$$

Değişim oranı

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



Yukarıdaki şekilde doğrusal hareket eden bir hareketlinin t zamanına bağlı konum fonksiyonu $x(t) = t^2 + 4$ kuralı ile veriliyor.

- Bu hareketlinin ilk 3 saatteki ortalama hızını bulunuz.
- Bu hareketlinin 2. ve 5. saatler arasındaki ortalama hızını bulunuz.

Çözüm:

- Bu hareketlinin ilk hızı $t_0 = 0$ ve son hızı $t = 3$ olarak alınmalıdır. Bu durumda $\Delta t = t - t_0 = 3 - 0 = 3$ saat. Şimdi de bu zaman aralığındaki konumlar farkını bulmalıyız.

$$\left. \begin{array}{l} x(t) = t^2 + 4 \\ t = 3 \Rightarrow x(3) = 3^2 + 4 = 13 \\ t = 0 \Rightarrow x(0) = 0^2 + 4 = 4 \end{array} \right\} \Delta x = 13 - 4 = 9$$

$$V_{\text{ort}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{9}{3} = 3 \text{ km/sa dir.}$$

- $t_0 = 2$ saat ve $t = 5$ saat olduğundan $\Delta t = 5 - 2 = 3$ tür.

$$\left. \begin{array}{l} x(t) = t^2 + 4 \\ t = 5 \Rightarrow x(5) = 5^2 + 4 = 29 \\ t = 2 \Rightarrow x(2) = 2^2 + 4 = 8 \end{array} \right\} \Delta x = 29 - 8 = 21$$

$$V_{\text{ort}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{21}{3} = 7 \text{ km/sa tir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

- Doğrusal hareket eden bir hareketlinin zamana (sn) bağlı konumu (m) olmak üzere, konum denklemi $x(t) = 2t^2 + 3t + 1$ fonksiyonu ile veriliyor. Bu hareketlinin ilk 4 saniyedeki ortalama hızı kaç m/sn dir?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 15 E) 18

- Doğrusal hareket eden bir hareketlinin zamana (saat) bağlı konumu (km) olmak üzere, konum denklemi $x(t) = t^2 + 4t - 1$ fonksiyonu ile veriliyor. Bu hareketlinin 2. ve 4. saatler arasındaki ortalama hızı kaç km/sa tir?
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

- Yandaki şekilde bir hareketlinin t zamanına bağlı konum fonksiyonu $x(t) = 2t^2 + 5$ tir. Bu hareketlinin 1. ve 4. saatler arasındaki ortalama hızı kaç km/sa tir?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

1-B

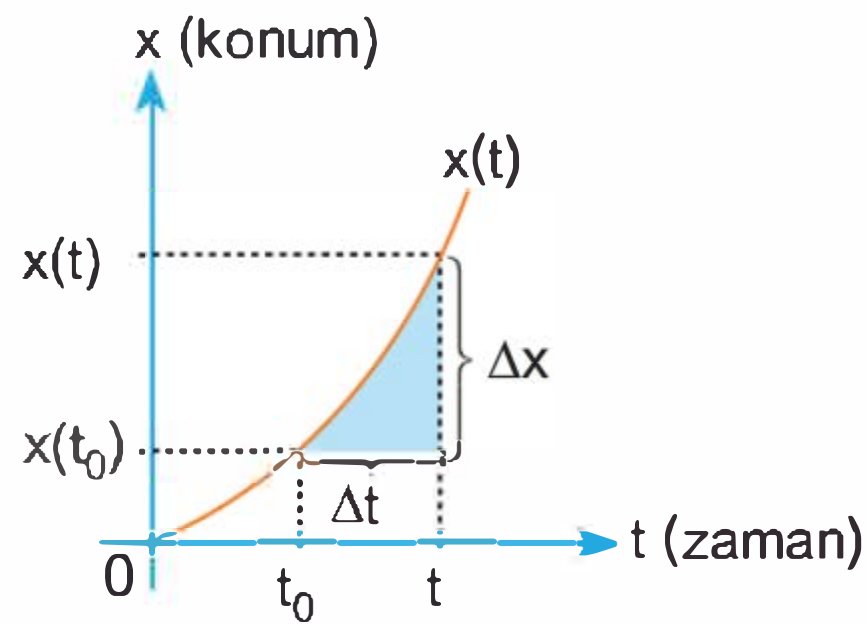
2-C

3-E



BİLGİ

30.4 - Anlık Değişim Oranı ve Türev



Yandaki şekilde doğrusal hareket eden bir hareketlinin konum - zaman grafiği verilmiştir.

Bu hareketlinin t . ve t_0 . zamanlar arasındaki ortalama hızının

$$V_{\text{ort}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}$$

olduğunu 30 – 3 başlığında öğrendin.

Şimdi de bu hareketlinin t_0 anındaki anlık hızını bulmayı öğreneceksin.

t_0 anındaki anlık hızını $x'(t_0)$ ile gösterecek olursak,

$$x'(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. Doğrusal hareket eden bir hareketlinin t (saat), x (km) olmak üzere konum - zaman denklemi

$$x(t) = t^2 - 20$$

fonksiyonu ile veriliyor.

Bu hareketlinin 5 ve 8. saatlerdeki anlık hızını bulunuz.

Çözüm:

I. Yol

$$x'(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}$$

$$t_0 = 5 \rightarrow x(t_0) = x(5) = 5^2 - 20 = 5$$

$$x'(5) = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{\overbrace{t^2 - 20}^{x(t)} - \overbrace{5}^{x(t_0)}}{t - 5}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 5} \frac{t^2 - 25}{t - 5}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 5} \frac{(t-5)(t+5)}{t-5}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 5} (t+5) = 5+5 = 10$$

Çözüm:

II. Yol

$$x(t) = t^2 - 20 \Rightarrow x'(t) = 2t$$

$$t = 5 \Rightarrow x'(5) = 2 \cdot 5 = 10 \text{ dur. (5. saatteki anlık hız)}$$

$$x(t) = t^2 - 20 \Rightarrow x'(t) = 2t$$

$$t = 8 \Rightarrow x'(8) = 2 \cdot 8$$

$$= 16 \text{ (8. saatteki anlık hız)}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Doğrusal hareket eden bir hareketlinin t (saat), x (km) olmak üzere konum - zaman denklemi,

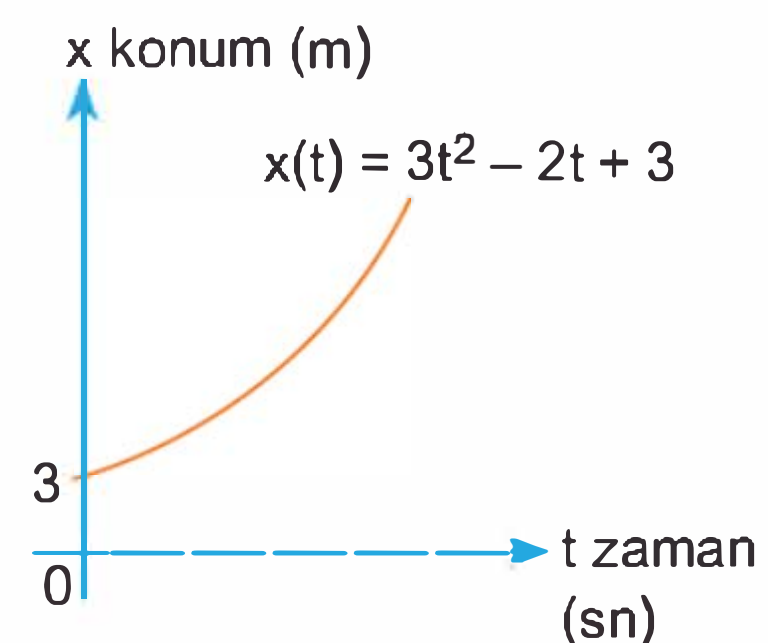
$$x(t) = t^2 - 7$$

fonksiyonu ile veriliyor.

Bu hareketlinin 3. saatteki anlık hızı kaç km/sa tir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2.



Yukarıdaki şekilde x (metre), t (sn) olmak üzere bir hareketlinin konum - zaman fonksiyonuna ait grafik verilmiştir.

Bu hareketlinin 5. saniyedeki anlık hızı kaç m/sn dir?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 35 E) 38



BİLGİ

30.5 - Toplamın - Farkın Türevi

$f(x)$ ve $g(x)$ türevlenebilen iki fonksiyon olsun.

$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$ dir.

$$\begin{aligned} (2x^3 + 5x^2 + 3x)' &= (2x^3)' + (5x^2)' + (3x)' \\ &= 2.3x^{3-1} + 5.2x^{2-1} + 3.1x^{1-1} \\ &= 6x^2 + 10x^1 + 3x^0 \rightarrow 1 \\ &= 6x^2 + 10x + 3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \checkmark [f(x) - g(x)]' &= f'(x) - g'(x) \\ (4x^3 - 2x^2 - 5x)' &= (4x^3)' - (2x^2)' - (5x)' \\ &= 4.3x^{3-1} - 2.2x^{2-1} - 5.1x^{1-1} \\ &= 12x^2 - 4x^1 - 5x^0 \rightarrow 1 \\ &= 12x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = 4x^2 + 4x$
 $g(x) = 3x^5 + 4$

olduğuna göre, $(f+g)'(x)$ in eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (f+g)'(x) &= [f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x) \\ &= (4x^2 + 4x)' + (3x^5 + 4)' \\ &= \underbrace{4.2x^{2-1} + 4.1x^{1-1}}_{f'(x)} + \underbrace{3.5x^{5-1} + 0}_{g'(x)} \\ &= 8x + 4.x^0 + 15x^4 \\ &= 8x + 4 + 15x^4 \end{aligned}$$

2. $f(x) = 5x^4 + 2$
 $g(x) = 2x^6 - 4$

olduğuna göre, $(f-g)'(x)$ in eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (f-g)'(x) &= [f(x) - g(x)]' = f'(x) - g'(x) \\ &= (5x^4 + 2)' - (2x^6 - 4)' \\ &= 5.4x^{4-1} + 0 - (2.6.x^{6-1} - 0) \\ &= 20x^3 - 12x^5 \end{aligned}$$

3. $f(x) = 5x^2 + 3x$
 $g(x) = 3x^2 - 4$

olduğuna göre, $(f + g)'(3)$ kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} (f+g)'(x) &= (f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x) = 10x + 3 + 6x \\ (f+g)'(3) &= 16.3 + 3 = 51 \end{aligned}$$



1. $f(x) = 7x^3 + 4x$
 $g(x) = 5x^4 - 2x$

olduğuna göre, $(f-g)'(x)$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-20x^3 + 21x^2 + 6$
B) $20x^4 + 21x^3 + 2$
C) $21x^2 + 20x^3 + 2$
D) $-20x^4 + 21x^3 + 6$
E) $20x^3 + 21x^2 + 6$



2. $f(x) = 6x^2 + 4x$
 $g(x) = 3x^2 - 2x$

olduğuna göre, $(f+g)'(2)$ kaçtır?

- A) 44 B) 42 C) 40 D) 38 E) 36



3. $f(x) = 3x^2 - 2x$
 $g(x) = 4x^3 + 7$

olduğuna göre, $(f-g)'(3)$ kaçtır?

- A) -92 B) -96 C) -98 D) -108 E) -112

1-A

2-D

3-A



BİLGİ

30.6 - Çarpımın - Bölümün Türevi

$f(x)$ ve $g(x)$ türevlenebilir iki fonksiyon olmak üzere,

$$[f(x).g(x)]' = f'(x).g(x) + g'(x).f(x)$$

1. 2.

$$\begin{aligned} \bullet [(2x + 1).(3x^2)]' &= (2x + 1)'.(3x^2) + (3x^2)'.(2x + 1) \\ &= (1.\text{nin türevi}) . (\text{ikinci}) + (2.\text{nin türevi}) . (\text{birinci}) \\ &= 2.(3x^2) + 6x.(2x + 1) \\ &= 6x^2 + 12x^2 + 6x \\ &= 18x^2 + 6x \end{aligned}$$



✓ $f(x)$ ve $g(x)$ türevlenebilir iki fonksiyon olmak üzere,

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x).g(x) - g'(x).f(x)}{g^2(x)}$$

$$\begin{aligned} \bullet \left[\frac{2x + 3}{4x + 1} \right]' &= \frac{(2x + 3)'(4x + 1) - (4x + 1)'(2x + 3)}{(4x + 1)^2} \\ &= \frac{2.(4x + 1) - 4(2x + 3)}{(4x + 1)^2} = \frac{8x + 2 - 8x - 12}{(4x + 1)^2} = \frac{-10}{(4x + 1)^2} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = 4x^2 + 3$
 $g(x) = 2x^2 + 5x$

olduğuna göre, $(f.g)'(2)$ nin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = 4x^2 + 3 \Rightarrow f'(x) = 8x \Rightarrow f'(2) = 8.2 = 16$$

$$f(2) = 4.2^2 + 3 = 19$$

$$g(x) = 2x^2 + 5x \Rightarrow g'(x) = 4x + 5 \Rightarrow g'(2) = 4.2 + 5 = 13$$

$$g(2) = 2.2^2 + 5.2$$

$$= 8 + 10$$

$$= 18$$

$$(f.g)'(2) = f'(2).g(2) + g'(2).f(2)$$

$$= 16.18 + 13.19$$

$$= 288 + 247$$

$$= 535$$



1. $f(x) = 3x^2 + 1$
 $g(x) = 2x + 3$

olduğuna göre, $(f.g)'(1)$ in değeri kaçtır?

- A) 36 B) 38 C) 42 D) 46 E) 54



2. $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 2}$

olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

- A) -15 B) -10 C) -5 D) 10 E) 15



3. $f(x) = \frac{4x - 1}{x + 3}$

olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- A) $\frac{8}{9}$ B) $\frac{10}{9}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{11}{9}$ E) $\frac{13}{9}$

2. $f(x) = \frac{x + 1}{x + 2}$

olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f'(x) = \frac{(x + 1)'.(x + 2) - (x + 2)'.(x + 1)}{(x + 2)^2}$$

$$= \frac{1(x + 2) - 1.(x + 1)}{(x + 2)^2}$$

$$f'(0) = \frac{(0 + 2) - (0 + 1)}{(0 + 2)^2} = \frac{2 - 1}{4} = \frac{1}{4}$$

1-B

2-C

3-E



1. Doğrusal hareket eden bir hareketlinin zamana (saat) bağlı konum (kilometre) denklemi,
 $x(t) = 4t^2 + 2t + 5$
fonksiyonu ile veriliyor.

Bu hareketlinin 3. saatteki anlık hızı kaç km/sa tir?

- A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

2. $f(x) = 2x(x^2 + 1)$
olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6x + 2$ B) $6x^2 + 2$ C) $12x + 2$
D) $6x^2 + 2x$ E) $6x^2 + x$

3. $f(x) = \frac{4x^2}{x+2}$
olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) 5 C) $\frac{20}{3}$ D) $\frac{10}{3}$ E) $\frac{20}{9}$

4. $f(x) = 8\sqrt[4]{x^3}$
olduğuna göre, $f'(16)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

5. $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2}}$
olduğuna göre, $f'(64)$ kaçtır?

- A) 48 B) 36 C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{32}$ E) $\frac{1}{48}$

6. $f(x) = 5x^3 - 2x^2$
 $g(x) = 6x^2 - 3x + 5$
olduğuna göre, $(f-g)'(-1)$ kaçtır?

- A) 34 B) 26 C) 18 D) 16 E) 4

7. $f(x) = (x-a)(3x-1)$
fonksiyonu için, $f'(0) = -7$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{3x + \sqrt{x-1}}{x-1}$$

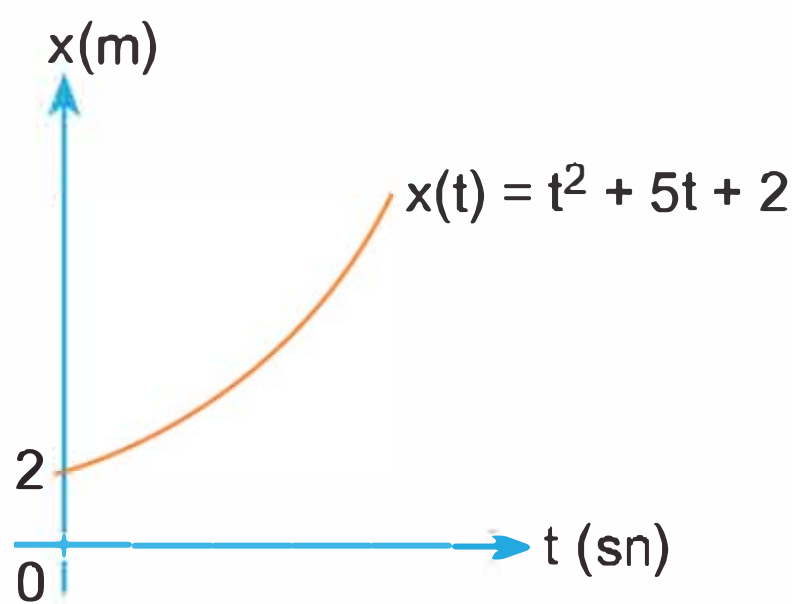
olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{15}{8}$



TEST 2

1.



Yukarıdaki şekilde x (metre), t (saniye) olmak üzere bir hareketlinin konum - zaman fonksiyonuna ait grafik verilmiştir.

Buna göre, bu hareketlinin 3. saniyedeki anlık hızı kaç m/sn dir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2.

$$f(x) = 3x^2(2x - 2)$$

olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

- A) -18 B) -6 C) 6 D) 18 E) 30

3.

$$f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

4.

$$g(x) = 3x^2 - 5x + 3$$

olduğuna göre, $g'(x)$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6x-5$ B) $6x$ C) 6
D) $3x^2 - 5x + 3$ E) $x^3 - 5x^2$

5.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(-1) = 10$$

$$f'(1) = 4$$

olduğuna göre, $3a + c$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 14

6.

$$f(3) = 1, \quad f'(3) = 2$$

$$g(3) = -1, \quad g'(3) = 6$$

olduğuna göre, $\left[\left(\frac{f}{g}\right)'(3)\right] : \left[\left(\frac{g}{f}\right)'(3)\right]$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{8}$ B) -1 C) 1 D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

7.

a ile b , 1 den büyük ve birbirinden farklı birer rasyonel sayı olmak üzere,

$$f(x) = \frac{17 + x^a}{2 - x^b}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $7a + 18b$ B) $a + 17b$ C) $a + 18b$
D) $17a + b$ E) $18a + b$

8.

$$f(x) = x + x^3 + x^5 + \dots + x^{17} + x^{19}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 99 B) 100 C) 112 D) 121 E) 136

BİLGİ

31.1 - Fonksiyonların Türevlenebilir Olması - I

- ✓ $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0^+)}{x - x_0}$ limiti bir gerçekte sayı ise bu sayıya $f(x)$ in x_0 noktasındaki sağdan türevi denir ve $f'(x_0^+)$ sembolüyle gösterilir.
- ✓ $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0^-)}{x - x_0}$ limiti bir gerçekte sayı ise bu sayıya $f(x)$ in x_0 noktasındaki soldan türevi denir ve $f'(x_0^-)$ sembolüyle gösterilir.
- ✓ Eğer $f'(x_0^+) = f'(x_0^-)$ ise $f(x)$ in x_0 noktasında türevi vardır.
 $f'(x_0^+) \neq f'(x_0^-)$ ise $f(x)$ in x_0 noktasında türevi yoktur.
- ✓ Bir fonksiyon (a, b) aralığındaki her nokta için türevlenebilir ise o fonksiyon " (a, b) aralığında türevlidir." denir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = |x - 2|$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasındaki türevinin varlığını araştıralım.

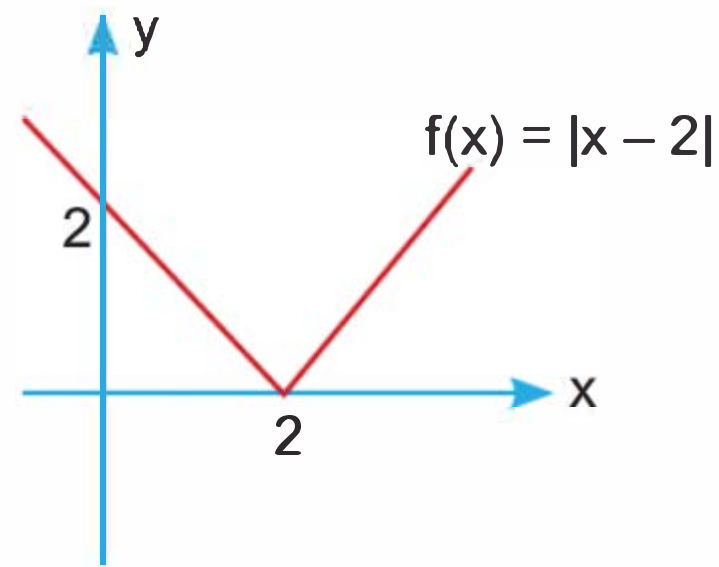
Çözüm:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x - 2| - |2 - 2|}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{x - 2} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x - 2| - |2 - 2|}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1 \end{aligned}$$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ olduğundan $f(x)$ in $x = 2$ de türevi yoktur.

NOT: Yandaki grafikte görüldüğü gibi türevin olmadığı noktada grafik sivri uçludur. Bir başka deyişle, grafiğin sivri uçlu olduğu noktalarda türev yoktur. O da fonksiyonun kritik noktasıdır.

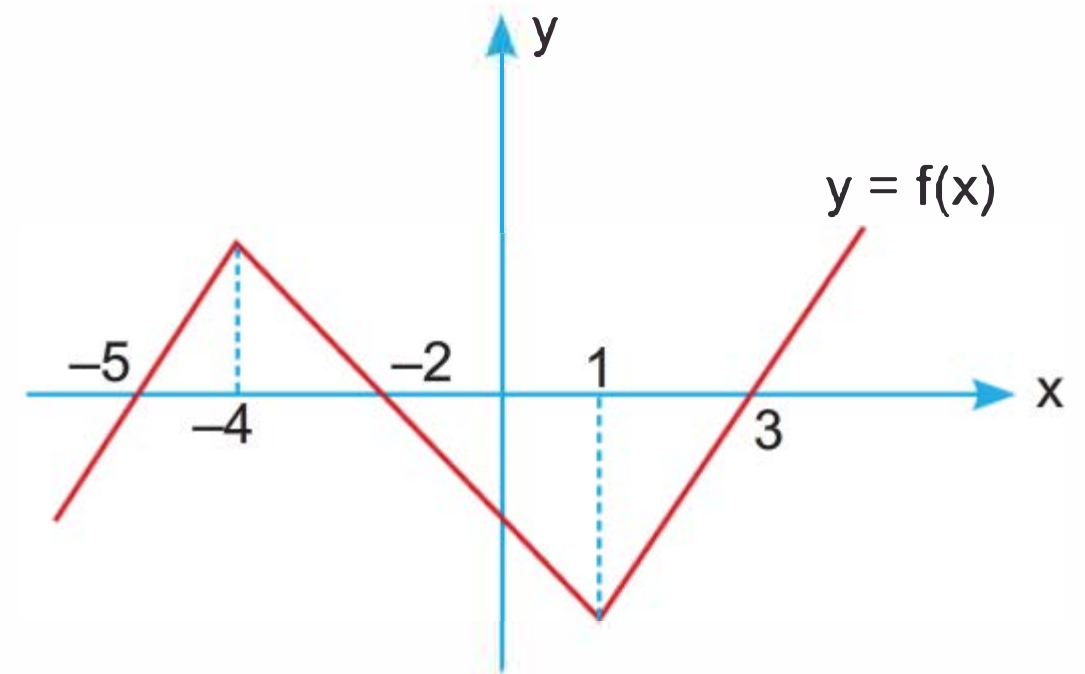


ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = |x - 3|$ fonksiyonunun aşağıdaki noktaların hangisinde türevi yoktur?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

2.



Şekildeki grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin olmadığı noktaların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-5, -4\}$ B) $\{-5, -2\}$ C) $\{-4, 3\}$
 D) $\{-4, 1\}$ E) $\{-5, -2, 3\}$

2. $f(x) = |x + 3|$ fonksiyonunun $x = 4$ ve $x = -5$ için türevini bulunuz.

Çözüm:

$x = 4$ için $x + 3 > 0$ olduğundan

$f(x) = |x + 3| = x + 3$ olur.

$f'(x) = (x + 3)' = 1$ dir.

$x = -5$ için $x + 3 < 0$ olduğundan

$f(x) = |x + 3| = -(x + 3) = -x - 3$ olur.

$f'(x) = (-x - 3)' = -1$ dir.

3. $f(x) = |x + 7|$ fonksiyonunun $x = 10$ için türevi kaçtır?

- A) -7 B) -1 C) 0 D) 1 E) 7

1-E

2-D

3-D



BİLGİ

31.2 - Fonksiyonların Türevlenebilir Olması - II

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3, & x < 1 \text{ ise} \\ x^4 + 4, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 1$ noktasında türevli olup-olmama durumunu araştıralım.

$x = 1$ kritik nokta olduğu için sağ ve sol türevlere ayrı ayrı bakalım.

✓ $f(1^-)$ için $f(x) = 2x^2 + 3$ fonksiyonu kullanılmalıdır. (1^- ; 1 den küçük değerler anlamına gelir.)

$$f'(x) = (2x^2 + 3)' = 4x \Rightarrow f'(1^-) = 4.1 = 4$$

✓ $f(1^+)$ için $f(x) = x^4 + 4$ fonksiyonu kullanılmalıdır. (1^+ ; 1den büyük değerler anlamına gelir.)

$$f'(x) = (x^4 + 4)' = 4x^3 \Rightarrow f'(1^+) = 4.1^3 = 4$$

$$f(1^-) = f(1^+) \text{ olduğundan}$$

$$f'(1) \text{ vardır ve } f'(1) = 4 \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 20, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x^3 - 12x, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 1$, $x = 2$ ve $x = 3$ noktalarındaki türevini bulunuz.

✓ $x = 1 < 2$ olduğundan $f(x)$ in üst parçası kullanılmalıdır.

$$f'(x) = (3x^2 - 20)' = 6x \Rightarrow f'(1) = 6.1 = 6$$

✓ $x = 2$ kritik nokta olduğundan sağ ve sol türevlere bakılmalıdır.

$$f'(2^+) \Rightarrow f'(x) = (2x^3 - 12x)' \dots (2^+ \geq 2 \text{ dir.})$$

$$f'(x) = 6x^2 - 12 \Rightarrow f'(2^+) = 6.2^2 - 12 = 12$$

$$f'(2^-) \Rightarrow f'(x) = (3x^2 - 20)' \dots (2^- < 2 \text{ dir.})$$

$$f'(x) = 6x \Rightarrow f'(2^-) = 6.2 = 12$$

$$f'(2^+) = f'(2^-) = 12 \text{ olduğundan } f'(2) = 12 \text{ dir.}$$

✓ $x = 3 \geq 2$ olduğundan $f(x)$ in alt parçası kullanılmalıdır.

$$f'(x) = (2x^3 - 12x)' = 6x^2 - 12 \Rightarrow f'(3) = 6.3^2 - 12 \\ = 6.9 - 12 \\ = 42$$

$$2. \quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 24, & x < 5 \text{ ise} \\ 3x^2 - 1, & x \geq 5 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için $f'(7)$ kaçtır?

Çözüm:

$x = 7 \geq 5$ olduğundan $f(x)$ in alt parçası kullanılmalıdır.

$$f'(x) = (3x^2 - 1)' = 6x \Rightarrow f'(7) = 6.7 = 42 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 2, & x < 1 \text{ ise} \\ 2x^4 + 4, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevi kaçtır?

- A) Yoktur. B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$2. \quad f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 5, & x < 4 \text{ ise} \\ 2x^3 + 6, & x \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için $f'(2)$ kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 20 D) 22 E) 24

$$3. \quad f(x) = \begin{cases} 6x - 27, & x < 3 \text{ ise} \\ 3x^2 - ax, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 3$ noktasında türevlenebilir olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

1-D

2-A

3-D



BİLGİ

31.3 - Türev - Süreklilik İlişkisi - I

- ✓ $f(x)$ fonksiyonu $x = a$ noktasında türevli ise o noktada kesinlikle **süreklidir**.
- ✓ $f(x)$ fonksiyonu $x = a$ noktasında sürekli ise o noktada **türevli olmayabilir**. (sürekli olduktan sonra, sağ ve sol türevler de eşit ise türevlidir.)
- ✓ $f(x)$ fonksiyonu $x = a$ noktasında sürekli değilse kesinlikle **türevsizdir**.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 6x, & x \geq 2 \text{ ise} \\ ax - 8, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 2$ noktasında türevli olduğuna göre, a sayısını bulunuz.

Çözüm:

$f(x)$ fonksiyonu $x = 2$ noktasında türevli ise $x = 2$ noktasında sürekli olmak zorundadır. O halde,

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \text{ eşitliği sağlanmalıdır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax - 8) = a \cdot 2 - 8 = 2a - 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x^2 + 6x) = 2 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 = 8 + 12 = 20$$

$$2a - 8 = 20 \Rightarrow 2a = 28 \Rightarrow a = 14$$

$$2. \quad f(x) = \begin{cases} ax^2 + 4, & x < 1 \text{ ise} \\ 6x^2 + bx, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu her x gerçək sayısı için türevlenebilir olduğuna göre, a ve b sayılarını bulunuz.

Çözüm:

$f(x)$, her x gerçək sayısı için türevlenebilir ise $x = 1$ için de türevlenebilir olmalıdır. Bu durumda $f(x)$, $x = 1$ için süreklidir.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax^2 + 4) = a \cdot 1^2 + 4 = a + 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (6x^2 + bx) = 6 \cdot 1^2 + b \cdot 1 = 6 + b$$

$$a + 4 = 6 + b \Rightarrow a - b = 2 \dots\dots (1)$$

Şimdi de $x = 1$ için sol ve sağ türevleri bulalım.

$$1^- < 1 \Rightarrow f'(x) = (ax^2 + 4)' = 2ax$$

$$f'(1^-) = 2 \cdot a \cdot 1 = 2a \text{ (soldan türev)}$$

$$1^+ \geq 1 \Rightarrow f'(x) = (6x^2 + bx)' = 12x + b \text{ (sağdan türev)}$$

$$f'(1^+) = 12 \cdot 1 + b = 12 + b \text{ (sağdan türev)}$$

sol türev = sağ türev

$$2a = 12 + b \Rightarrow 2a - b = 12 \dots\dots(2)$$

(1) ve (2) birlikte çözümlenerek $a = 10$ ve $b = 8$ bulunur.

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x, & x \geq 1 \text{ ise} \\ ax - 3, & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 1$ için türevli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$$2. \quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax, & x \geq 1 \text{ ise} \\ 3x + b, & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 1$ için türevli olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

$$3. \quad f(x) = \begin{cases} 2x^3 + b, & x \geq 2 \text{ ise} \\ ax^2 + 4, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu her x gerçək sayısı için türevli olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 18

1-B

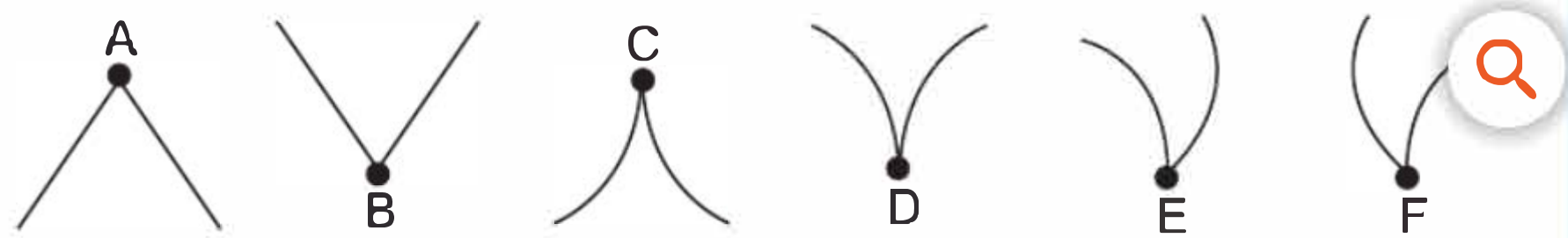
2-A

3-E

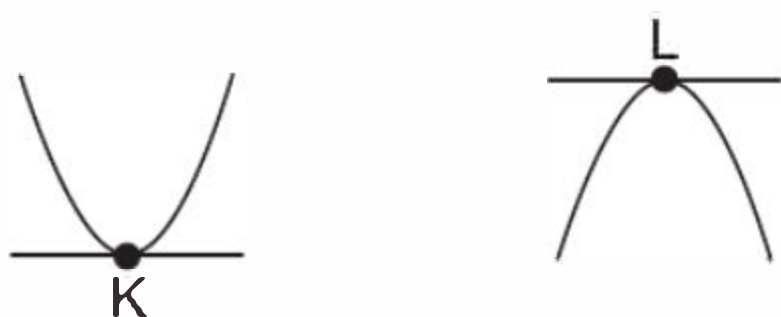


BİLGİ

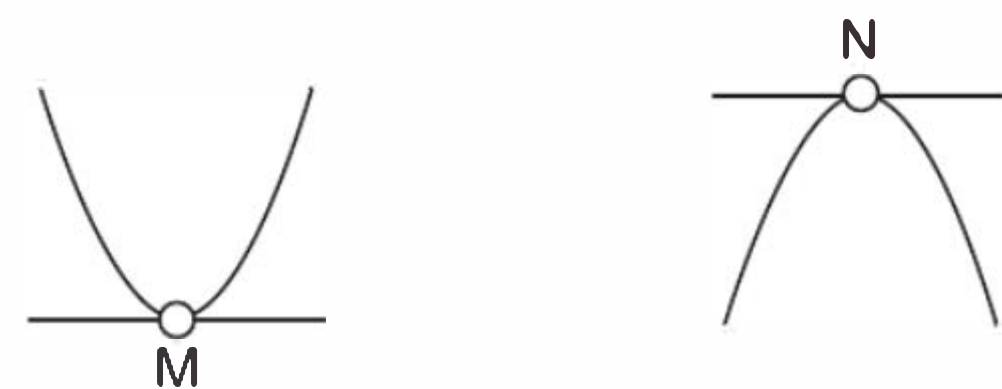
31.4 - Türevle - Süreklilik İlişkisi - II



Yukarıdaki fonksiyon grafiklerinde A, B, C, D, E, F noktalarında fonksiyon süreklidir. Ancak bu noktalarda grafiğin köşeleri sivri olduğundan, o noktalarda fonksiyon türevsizdir.



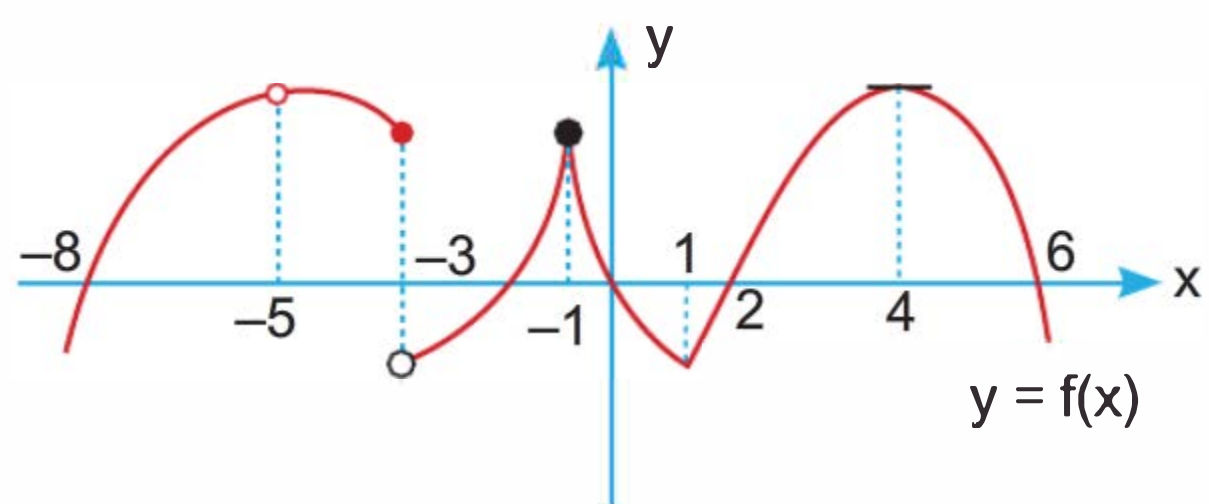
Yukarıdaki fonksiyon grafiklerinde K ve L noktalarında fonksiyon süreklidir. Aynı zamanda K ve L noktalarında grafiğin köşeleri yuvarlak olduğundan K ve L noktalarında fonksiyonun türevi vardır.



Yukarıdaki fonksiyon grafiklerinde M ve N noktalarında fonksiyon tanımsız olup sürekli değildir. Fonksiyon bu noktalarda sürekli olmadığından türevsizdir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun $(-8,6)$ aralığında türevli ve türevsiz olduğu tam sayıları bulunuz.

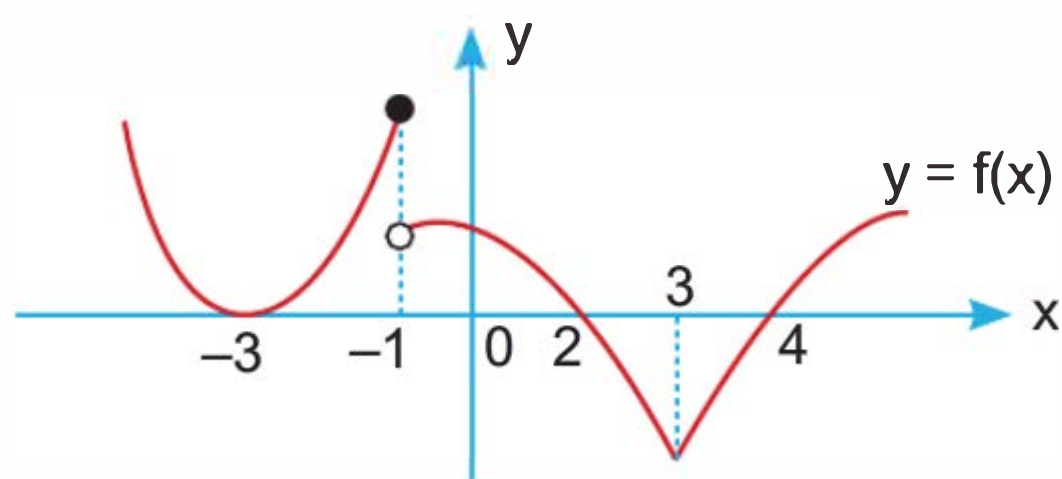
Çözüm:

$x = -5$, $x = -3$ noktalarında fonksiyon sürekli olmadığından türevsizdir. $x = -1$, $x = 1$ noktalarında fonksiyon sürekli ancak grafiğin köşeleri sivri olduğundan türevsizdir.

Bu aralıktaki diğer

$x = -7$, $x = -6$, $x = -4$, $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$, $x = 5$ noktalarında grafik hem sürekli hem de yuvarlak uçlu olduğundan türevlidir.

2.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaların apsisi toplamı kaçtır?

Çözüm:

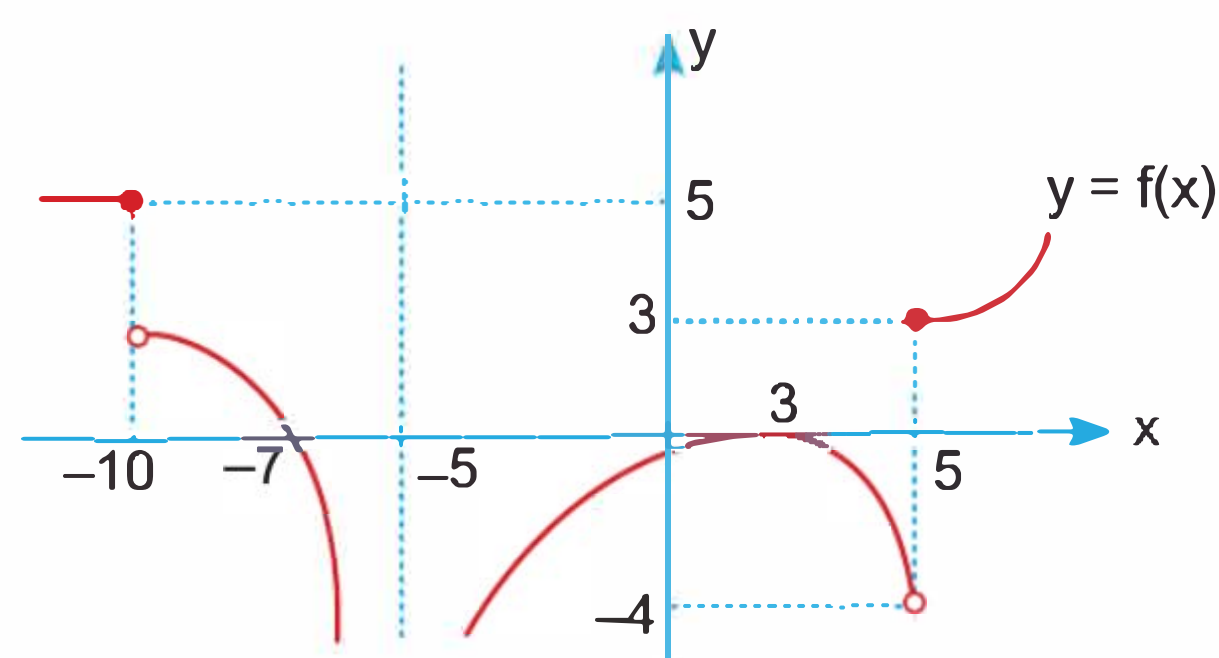
$x = -1$ de fonksiyon sürekli olmadığından türevsizdir.

$x = 3$ te fonksiyon sürekli olmasına rağmen sivri uçlu olduğundan türevsizdir.

$-1 + 3 = 2$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

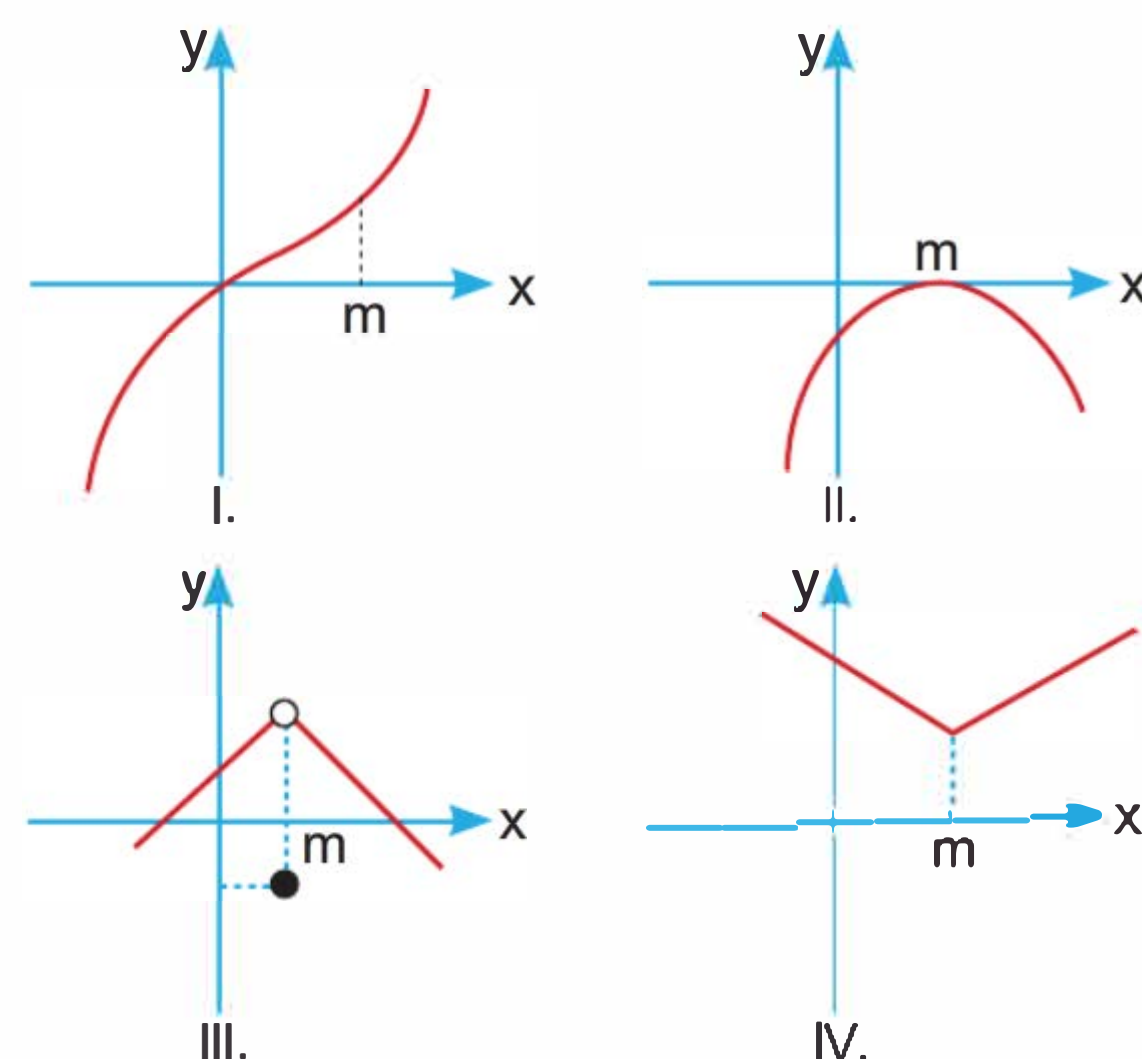
1.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun kaç farklı noktada türevi yoktur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.



Yukarıdaki grafiği verilen fonksiyonlardan hangilerinin $x = m$ noktasında türevi vardır?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) III ve IV E) I, III ve IV

1-C

2-B



BİLGİ

31.5 - Bileşke Fonksiyonunun Türevi - I

✓ f ve g fonksiyonlarının bileşkesinin türevi
 $[(f \circ g)(x)]' = (f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ kuralıyla alınır.

✓ $f(x) = 3x^2 + 2x$
 $g(x) = x^2 + 3$ fonksiyonları için
 $(f \circ g)(x)$ fonksiyonunun türevi yandaki gibidir.

$$f(x) = 3x^2 + 2x \Rightarrow f'(x) = 6x + 2$$

$$g(x) = x^2 + 3 \Rightarrow g'(x) = 2x$$

$$\begin{aligned} [(f \circ g)(x)]' &= f'(g(x)) \cdot g'(x) \\ &= f'(x^2 + 3) \cdot 2x \\ &= \underbrace{f'(x^2 + 3)}_{g(x)} \cdot \underbrace{2x}_{g'(x)} \end{aligned}$$

$$= [6(x^2 + 3) + 2] \cdot 2x$$

f' fonksiyonunda x yerine $g(x)$ yazıldı.

$$= (6x^2 + 18 + 2) \cdot 2x$$

$$= (6x^2 + 20) \cdot 2x$$

$$= 12x^3 + 40x$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = 4x^2 + 5$
 $g(x) = 3x + 4$
fonksiyonları için, $(f \circ g)'(x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

I. yol:

$$f(x) = 4x^2 + 5 \Rightarrow f'(x) = 8x$$

$$g(x) = 3x + 4 \Rightarrow g'(x) = 3$$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$= f'(3x + 4) \cdot 3$$

$$= 8(3x + 4) \cdot 3$$

$$= 24(3x + 4)$$

$$= 72x + 96$$

II. yol:

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)]$$

$$= 4(3x+4)^2 + 5$$

$$= 4(9x^2 + 24x + 16) + 5$$

$$= 36x^2 + 96x + 69$$

$$(f \circ g)'(x) = 72x + 96$$

2. $f(x) = x^2 + 2x$
 $g(x) = 3x^2 + 5$
olduğuna göre, $(f \circ g)'(1)$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$(f \circ g)'(1)$ de 2. yazılan fonksiyon g olduğu için

1 sayısı g ve g' fonksiyonlarında yazılacaktır.

$$f(x) = x^2 + 2x \Rightarrow f'(x) = 2x + 2$$

$$g(x) = 3x^2 + 5 \Rightarrow g'(x) = 6x$$

$$x = 1 \Rightarrow g(1) = 3 \cdot 1^2 + 5 = 8, \quad g'(1) = 6 \cdot 1 = 6$$

$$(f \circ g)'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1)$$

$$= f'(8) \cdot 6$$

$$= (2 \cdot 8 + 2) \cdot 6 = 108$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 3x^2 + 5x$
 $g(x) = 5x^3$
olduğuna göre, $(f \circ g)'(x)$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $15x^2(30x^3 + 5)$

B) $15x(30x^3 + 5)$

C) $15x^2(15x^3 + 3)$

D) $15x(30x^2 + 5)$

E) $15x^2(30x^2 + 5)$

2. $f(x) = 3x^2 + 2x$
 $g(x) = 2x^2 + 4$
olduğuna göre, $(f \circ g)'(2)$ kaçtır?

A) 564

B) 568

C) 574

D) 582

E) 592

3. f ve g gerçekte sayılarda türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere,
 $f(1) = 5, \quad f'(1) = 7, \quad g(5) = 4$
olduğuna göre, $(g \circ f)'(1)$ kaçtır?

A) 20

B) 24

C) 28

D) 30

E) 32

1-A

2-E

3-C



BİLGİ

31.6 - Bileşke Fonksiyonunun Türevi - II

✓ u, x e bağlı bir ifade olsun.

$$[f(u)]' = u' \cdot f'(u) \text{ dur.}$$

• $f(2x + 1) = 4x^2 - 2x + 5$ ise $f'(5)$ kaçtır?

$$[f(2x + 1)]' = (4x^2 - 2x + 5)' \text{ (her iki tarafın türevi alındı.)}$$

$$\underbrace{f(2x + 1)}_u = (4x^2 - 2x + 5)$$

$$f'(2x + 1) \cdot \underbrace{(2x + 1)'}_{u'} = 8x - 2$$

→ için türevi

→ fonksiyona göre türev

$$f'(2x + 1) \cdot 2 = 8x - 2$$

5 olması için $x = 2$ yazmalısın.

$$x = 2 \Rightarrow f'(2 \cdot 2 + 1) \cdot 2 = 8 \cdot 2 - 2$$

$$f'(5) \cdot 2 = 14 \Rightarrow \frac{f'(5) \cdot 2}{2} = \frac{14}{2} \Rightarrow f'(5) = 7 \text{ dir.}$$

✓ $(f^n(x))' = n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$

• $f(x) = (2x + 1)^3 \Rightarrow f'(x) = ?$

$$f'(x) = 3(2x + 1)^2 \cdot (2x + 1)'$$

→ için türevi

→ üsse göre türev

$$= 3(2x + 1)^2 \cdot 2 \text{ dir.}$$

$f(x) = (3x^2 + 2x)^5 \Rightarrow f'(x) = ?$

• $f'(x) = 5(3x^2 + 2x)^4 \cdot (3x^2 + 2x)' = 5(3x^2 + 2x)^4 \cdot (6x + 2)$

→ için türevi

→ üsse göre türev

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(3x + 2) = x^2 + 3x + 1$

olduğuna göre, $f'(5)$ in değerini bulunuz.

Çözüm:

$$[f(3x + 2)]' = (x^2 + 3x + 1)'$$

$$f'(3x + 2) \cdot (3x + 2)' = 2x + 3$$

$$f'(3x + 2) \cdot 3 = 2x + 3$$

5 olması için $x = 1$ yazmalısın.

$$x = 1 \Rightarrow f'(3 \cdot 1 + 2) \cdot 3 = 2 \cdot 1 + 3$$

$$f'(5) \cdot 3 = 5 \Rightarrow \frac{f'(5) \cdot 3}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow f'(5) = \frac{5}{3}$$

2. $f(x) = (3x - 1)^3$

olduğuna göre, $f'(1)$ in değerini bulunuz.

Çözüm:

Öncelikle $f'(x)$ i bulup, sonra $x = 1$ yazmalısın.

$$f'(x) = 3(3x - 1)^2 \cdot (3x - 1)'$$

$$= 3(3x - 1)^2 \cdot 3$$

$$x = 1 \Rightarrow f'(1) = 3(3 \cdot 1 - 1)^2 \cdot 3$$

$$= 3 \cdot 2^2 \cdot 3$$

$$= 3 \cdot 4 \cdot 3$$

$$= 36$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(4x + 1) = x^2 + 2x + 4$

olduğuna göre, $f'(9)$ kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{4}{3}$

C) 1

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{3}{4}$

2. $f(2x + 3) = 5x^2 + 2x - 4$

olduğuna göre, $f'(7)$ kaçtır?

A) 13

B) 12

C) 11

D) 10

E) 9

3. $f(x) = (2x + 3)^3$

olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

A) 25

B) 27

C) 36

D) 48

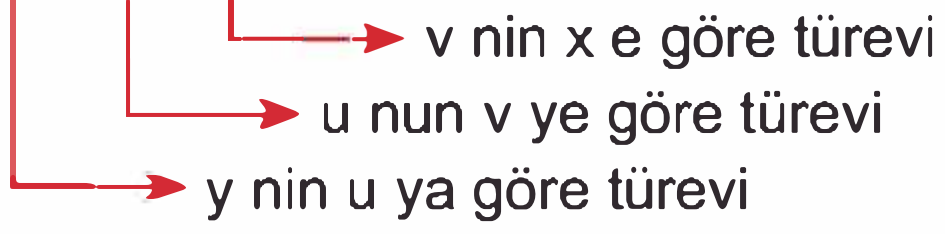
E) 54



BİLGİ

31.7 - Bileşke Fonksiyonunun Türevi - III

✓ Zincir Kuralı

 $y = f(u) \rightarrow y$; u ya bağlı $u = g(v) \rightarrow u$; v ye bağlı $v = h(x) \rightarrow v$; x e bağlı ve türevlenebilen fonksiyonlar olmak üzere, **y , u üzerinde v ve y , v üzerinde x e zincirleme bağlanmıştır.** $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$ olarak yazılır.

Buna zincir kuralı denir.



✓ $y = 3u^2 + 2u + 5 \rightarrow \frac{dy}{du} = 6u + 2$

$u = 2v + 3 \rightarrow \frac{du}{dv} = 2$

$v = 3x^2 + 1 \rightarrow \frac{dv}{dx} = 6x$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx} = (6u + 2) \cdot 2 \cdot 6x$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $y = 3u^2 + 2$

$u = t^2 + 3$ olduğuna göre,

a) $\frac{dy}{dt}$ ifadesinin değerini bulunuz.b) $\frac{dy}{dt}$ nin $t = 1$ için değerini bulunuz.

Çözüm:

a) $y = 3u^2 + 2 \Rightarrow \frac{dy}{du} = 6u$ (y nin u ya göre türevi)

$u = t^2 + 3 \Rightarrow \frac{du}{dt} = 2t$ (u nun t ye göre türevi)

$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} = 6u \cdot 2t = 12u \cdot t$

b) $t = 1 \Rightarrow u = t^2 + 3 = 1^2 + 3 \Rightarrow u = 4$

Bulunan bu u ve t değerleri $\frac{dy}{dt}$ te yerine yazılır.

$\frac{dy}{dt} = 12u \cdot t = 12 \cdot 4 \cdot 1 = 48$ dir.

2. $y = 4u^2 - 1$

$u = 5t + 2$

$t = x^2 + 3x$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ i bulunuz.

Çözüm:

$y = 4u^2 - 1 \Rightarrow \frac{dy}{du} = 8u$

$u = 5t + 2 \Rightarrow \frac{du}{dt} = 5$

$t = x^2 + 3x \Rightarrow \frac{dt}{dx} = 2x + 3$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = 8u \cdot 5 \cdot (2x + 3)$

$= 40u(2x + 3)$

$= 40(5t + 2)(2x + 3)$

$= (200t + 80)(2x + 3)$

$= [200(x^2 + 3x) + 80](2x + 3)$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $y = 4u^2 + u$

$u = t^2 + 5$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ nin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $16t^3 + 80t^2$

B) $16t^2 + 80t$

C) $8t^2 + 16t$

D) $16t^3 + 82t$

E) $16t^3 + 80t$

2. $y = u^2 + 4$

$u = 2t^2 - 7$

olduğuna göre, $t = 2$ için $\frac{dy}{dt}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 8

B) 12

C) 16

D) 18

E) 20

3. $y = u + 3$

$u = t^2 - 1$

$t = x^2 + x$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ nin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2(x^2 + x)(2x + 1)$

B) $2(x^2 - x)(2x + 1)$

C) $2(x^2 + x)$

D) $2(x^2 + x)(2x - 1)$

E) $(x^2 + x)(2x + 1)$

1-D

2-C

3-A



00380E05

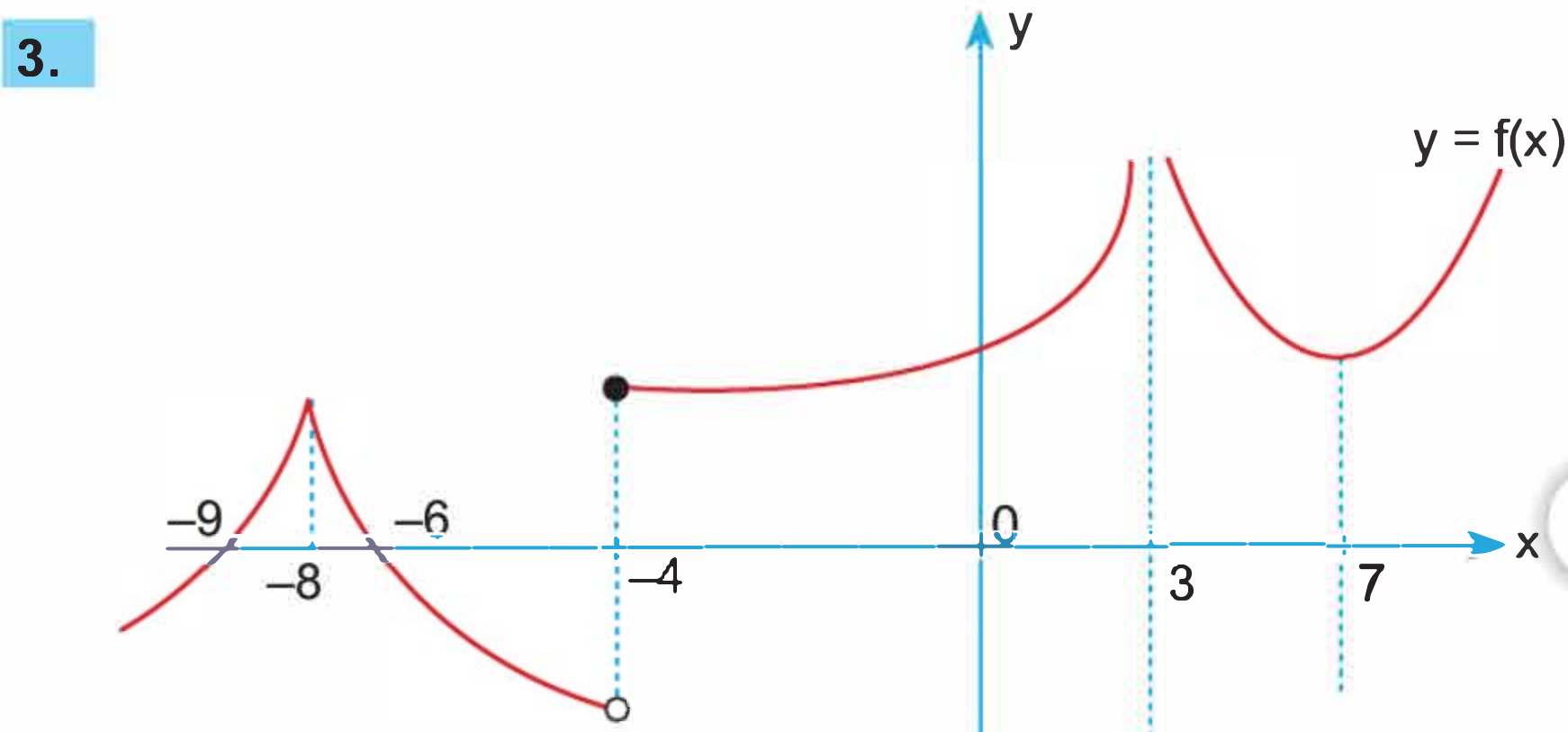
TEST 1

1. $f(x) = |2x - 7|$
fonksiyonu için $f'(2)$ kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) -2 D) 2 E) 7

2. $f(x) = \begin{cases} 5x^2 + 49, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x^5 + 5, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$
olduğuna göre, $f'(4)$ kaçtır?

- A) 2^{10} B) $3 \cdot 2^9$ C) $3 \cdot 2^8$ D) $5 \cdot 2^8$ E) $5 \cdot 2^9$



Şekildeki grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun; türevi olmadığı noktaların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-8, -4, 7\}$ B) $\{-4, 3\}$ C) $\{-8, -4, 3, 7\}$
D) $\{-8\}$ E) $\{-8, -4, 3\}$

4. $f(x) = x^2 + 2x$
 $g(x) = 2x + 1$
olduğuna göre, $(f \circ g)'(x)$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x + 4$ B) $8x + 8$ C) $2x + 2$
D) $8x + 4$ E) $2x + 4$

5. $f(x) = x^2 + 4x$
 $g(x) = x^2 + 2x$
olduğuna göre, $(f \circ g)'(1)$ kaçtır?

- A) 32 B) 36 C) 40 D) 42 E) 46

6. $f(2x) = 3x^2 - 2x + 5$
olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

7. $f(x) = (2x + 3)^4$
olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- A) 36 B) 42 C) 60 D) 72 E) 216

8. $y = 5u - 3$
 $u = 5t^3 + 3t$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $75t^2 - 15$ B) $75t^2 + 15$ C) $25t^2 + 15$
D) $50t^2 + 15$ E) $75t^2 + 15t$



1. $f(x) = |3x - 12| + |x + 7|$
olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

2. $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$
 $g(x) = 2x + 3$
olduğuna göre, $(g \circ f)'(1)$ kaçtır?

- A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

3. f ve g gerçekte sayılarda türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere
 $g(2) = 3$, $g'(2) = 5$, $f'(3) = 4$
olduğuna göre, $(f \circ g)'(2)$ kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

4. $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2, & x \leq 2 \text{ ise} \\ x^2 + b, & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$
fonksiyonu daima türevli olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 3 C) 2 D) -1 E) -2



5. $f(3x) = 3x^2 - 4x + 12$
olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

- A) 14 B) 6 C) 2 D) $\frac{14}{3}$ E) $\frac{2}{3}$



6. $f(4x - 2) = 2x^2 + 4x - 2$
olduğuna göre, $f(2) + f'(2)$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10



7. $f(x) = (3x^2 - 2x + 1)^4$
olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 2^6 B) 2^7 C) 2^8 D) 2^9 E) 2^{10}



8. $y = 3u^2 + 2u$
 $u = t^2 - 3$
 $t = 3x + 1$
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $x = 0$ için değeri kaçtır?

- A) -64 B) -60 C) -18 D) -14 E) -12



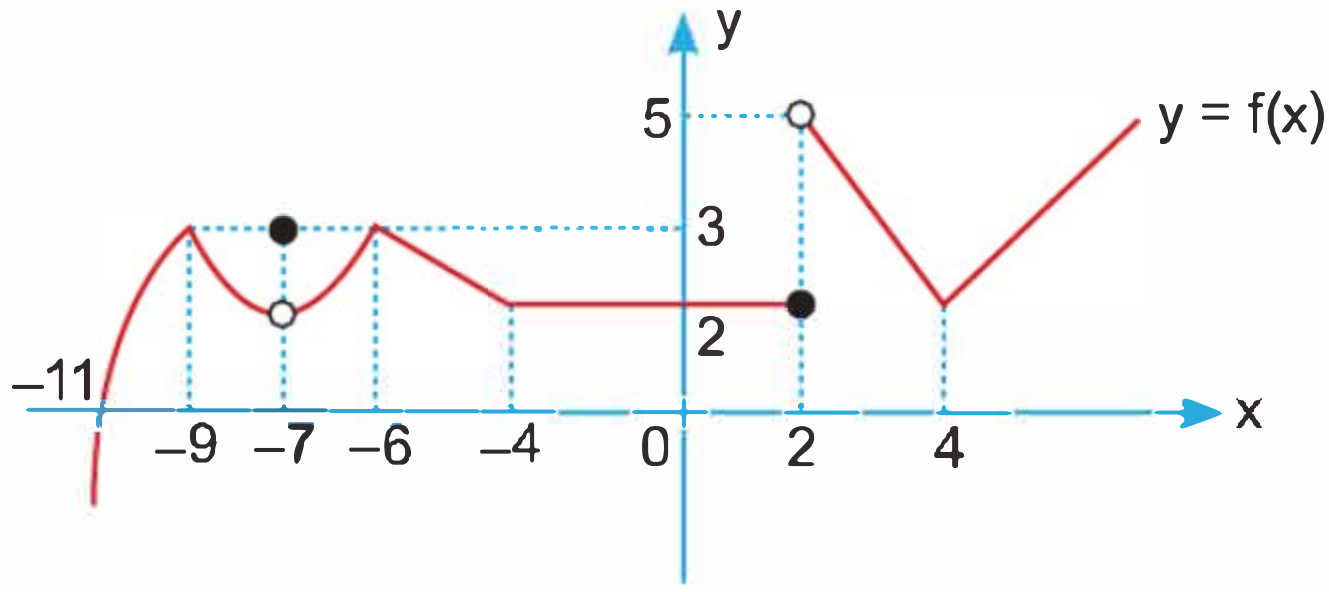
00760E81

1. $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 4, & x < 2 \text{ ise} \\ 3x^2 + bx, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu her x gerçak sayısı için türevlenebilir olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 22

2.



Şekilde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f nin sürekli olduğu halde türevsiz olduğu kaç nokta vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. f ve g gerçak sayılarda türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere,
 $f(5) = 2$, $f'(5) = 3$, $g'(2) = 4$
 olduğuna göre, $(g \circ f)'(5)$ kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 15 E) 18

4. $y = u^3 + u^2$
 $u = 3t - 2$
 $t = 2x + 1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ nin $x = 0$ için değeri kaçtır?

- A) 30 B) 28 C) 24 D) 22 E) 18



5. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin $x = 2$ noktasında türevi vardır?

A) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

B) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

C) $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 12, & x \geq 2 \text{ ise} \\ 12x, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$

D) $f(x) = \sqrt{x - 4}$

E) $\frac{1}{x - 2}$



6. Gerçak sayılarda tanımlı ve türevli f fonksiyonu için,
 $f(x + 1) = (2x + 1) \cdot f(3x - 1)$
 eşitliği veriliyor.

$f(-4) = 1$, $f'(-4) = -2$

olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) -2 E) -4



7. Pozitif gerçak sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları için,
 $f(x^2) = g(3x^2 + 1) - 2x^3 + 5x$
 eşitliği sağlanmaktadır.

$g'(28) = 1$ olduğuna göre, $f'(9)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{29}{2}$ B) $\frac{19}{2}$ C) -5 D) $-\frac{31}{6}$ E) $-\frac{16}{3}$



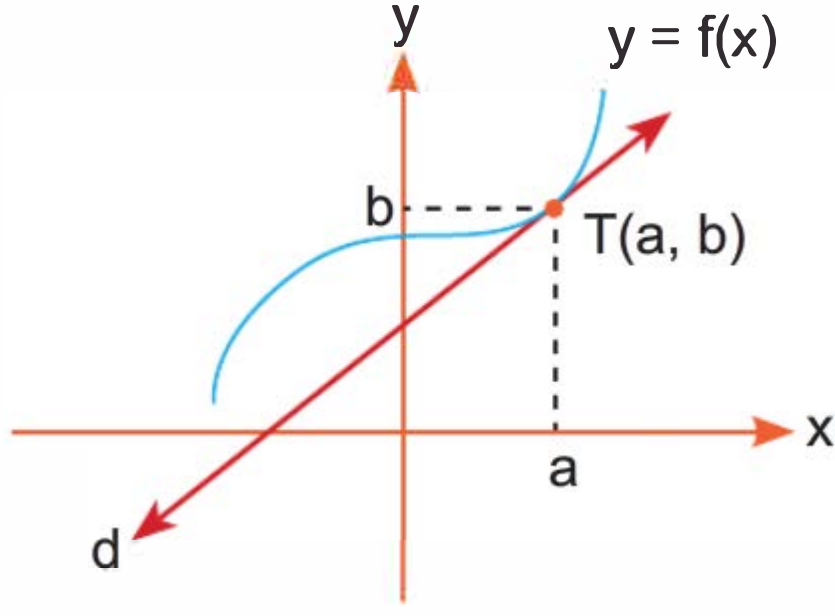
01220C8B

32. SEANS | TEĞET-NORMAL DENKLEMLERİ VE ARTAN-AZALAN FONKSİYONLAR



BİLGİ

32.1 - Teğetin Eğimi



$y = f(x)$ fonksiyonunun eğrisine üzerindeki $T(a, b)$ noktasından çizilen teğetin (d doğrusunun) eğimi $m_t = f'(a)$ işlemiyle bulunur.



- Örneğin:

$$f(x) = 2x^2 + 5x + 1$$

fonksiyonuna üzerindeki $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğetin eğimini bulmak için önce $f'(x)$ i, sonra da $f'(1)$ i bulmalısın.

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x^2 + 5x + 1)' \\ &= 4x + 5 \end{aligned}$$

$$f'(1) = 4 \cdot 1 + 5 = 9 \text{ dur.}$$

O halde $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ fonksiyonuna $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi $m_t = f'(1) = 9$ dur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5$ fonksiyonuna $A(2, 21)$ noktasından çizilen teğetin eğimini bulunuz.

Çözüm:

Teğetin eğimi m_t olsun.

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + 2x^2 + 5 &\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 4x \\ &\Rightarrow f'(2) = m_t = 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 \\ &= 12 + 8 \\ &= 20 \end{aligned}$$

2. $f(x) = 2x^2 + ax + 1$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi -3 olduğuna göre, teğet noktasının ordinatı kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} f(x) = 2x^2 + ax + 1 &\Rightarrow f'(x) = 4x + a \\ m_t = f'(-1) &= 4 \cdot (-1) + a = -3 \\ -4 + a &= -3 \\ a &= -3 + 4 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a = 1 &\Rightarrow f(x) = 2x^2 + x + 1 \\ x = -1 &\Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 + (-1) + 1 \\ &= 2 - 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$ fonksiyonuna üzerindeki $A(1, 4)$ noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $f(x) = x^2 + ax - 5$ fonksiyonuna üzerindeki $x = 3$ apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi -2 olduğuna göre, a kaçtır?

A) -4 B) -5 C) -6 D) -7 E) -8

3. $f(x) = 2ax^2 + 3x - 2$ fonksiyonuna üzerindeki $x = 2$ apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi -5 olduğuna göre, a kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

1-C

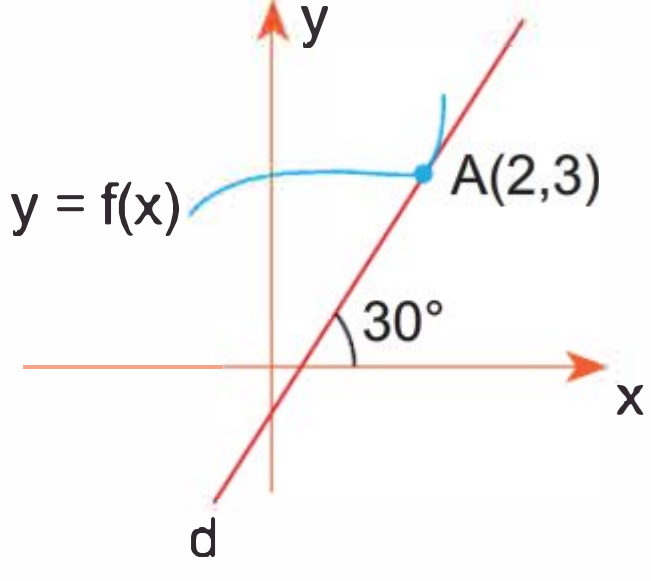
2-E

3-B



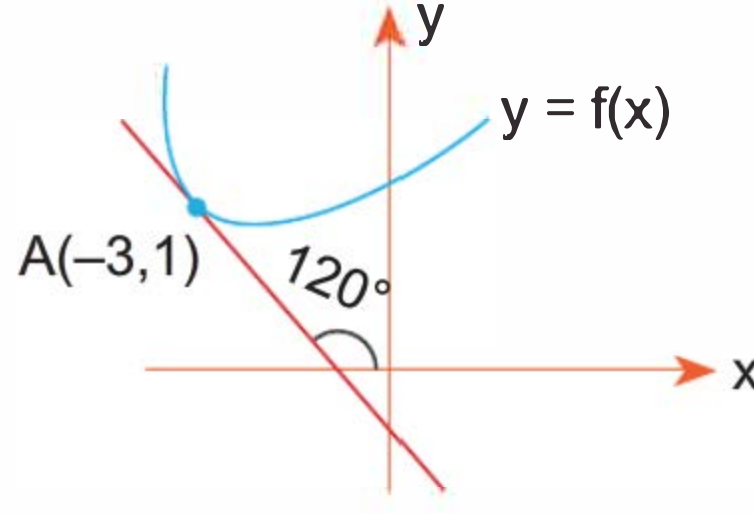
BİLGİ

32.2 - Teğetin Eğimini Bulma (Şekilli Sorularda)



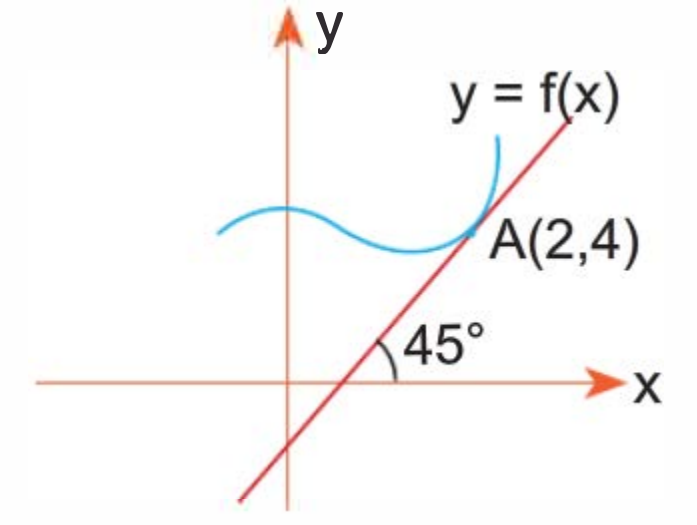
A(2, 3) noktası f(x) i sağladığından f(2) = 3 tür.

Teğetin eğimi, $m = f'(2) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$



A(-3,1) noktası f(x) i sağladığından f(-3) = 1 dir.

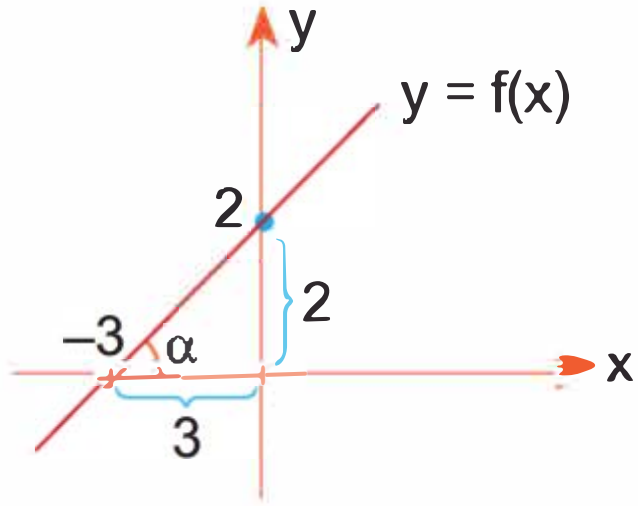
Teğetin eğimi, $m = f'(-3) = \tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$ tür.



A(2,4) noktası f(x) i sağladığından f(2) = 4 tür.

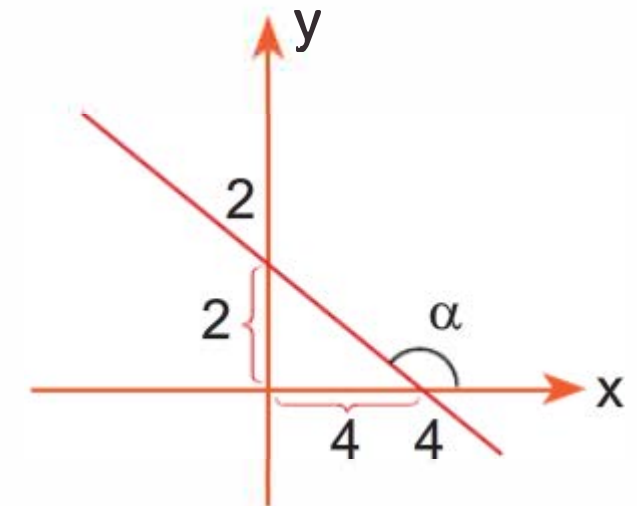
Teğetin eğimi, $m = f'(2) = \tan 45^\circ = 1$ dir.

NOT:



$m = \tan \alpha = \frac{2}{3} \rightarrow (\alpha \text{ dar açı olduğundan eğim pozitiftir.})$

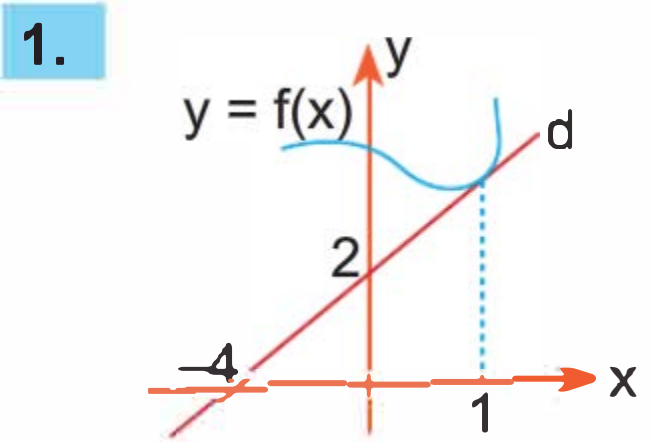
NOT:



$m = \tan \alpha = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \rightarrow (\alpha \text{ geniş açı olduğu için eğim negatiftir.})$

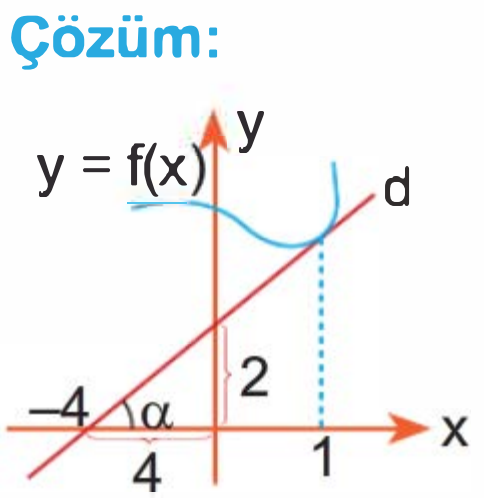
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

ÖĞRENCİ SORULARI



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasındaki teğeti verilmiştir.

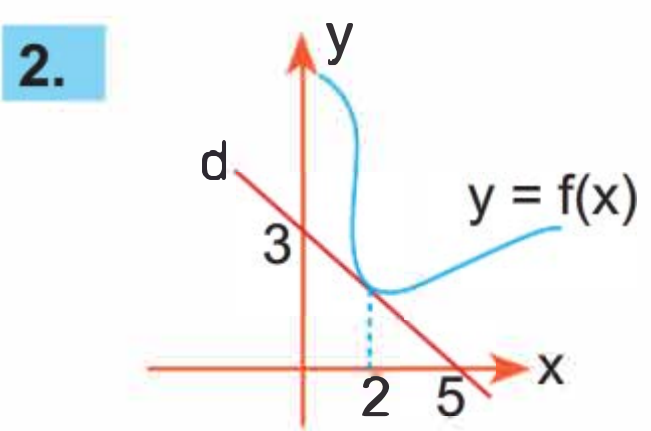
Buna göre, $f'(1)$ i bulunuz.



Çözüm:

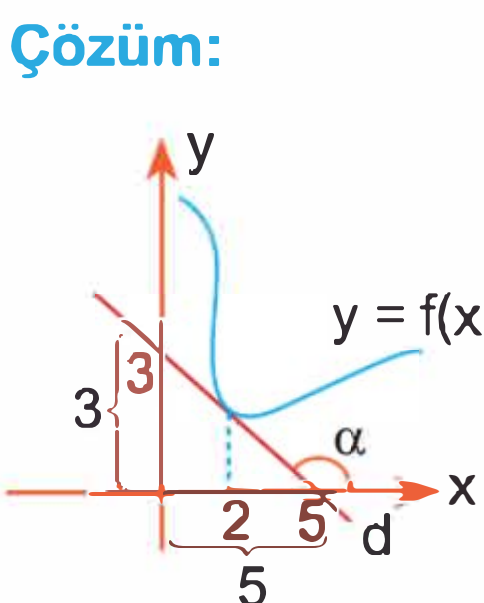
$f'(1)$ in değeri d doğrusunun eğimine eşittir.

$f'(1) = m = \tan \alpha = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$



Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktasındaki teğeti verilmiştir.

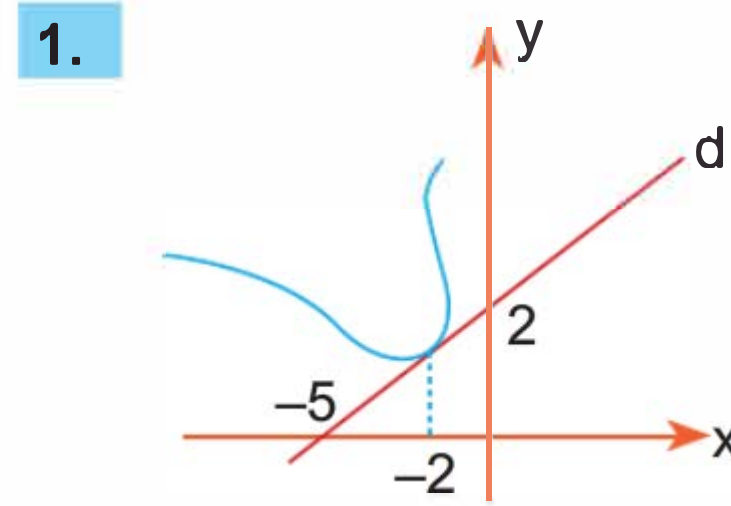
Buna göre, $f'(2)$ kaçtır?



Çözüm:

$f'(2)$ nin değeri d doğrusunun eğimine eşittir.

$f'(2) = m = \tan \alpha = -\frac{3}{5}$ (α geniş açı olduğundan eğim negatif)

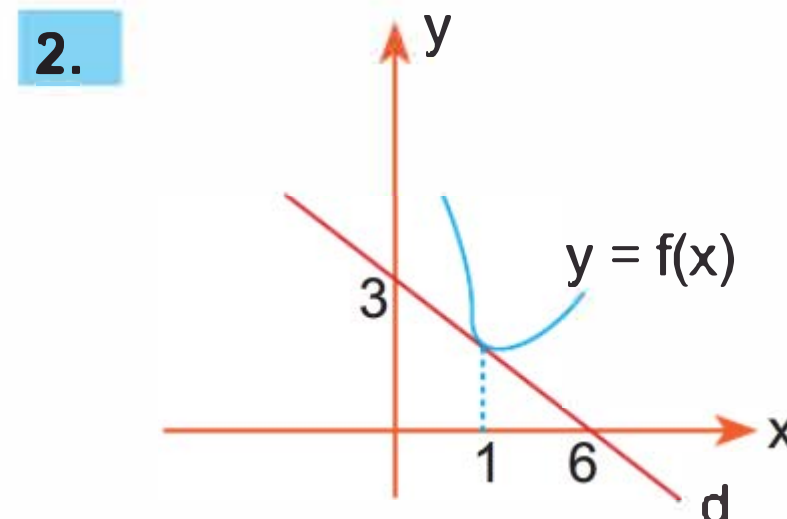


1.

Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = -2$ apsisli noktasındaki teğeti verilmiştir.

Buna göre, $f'(-2)$ kaçtır?

- A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$



2.

Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasındaki teğeti verilmiştir.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

1-C

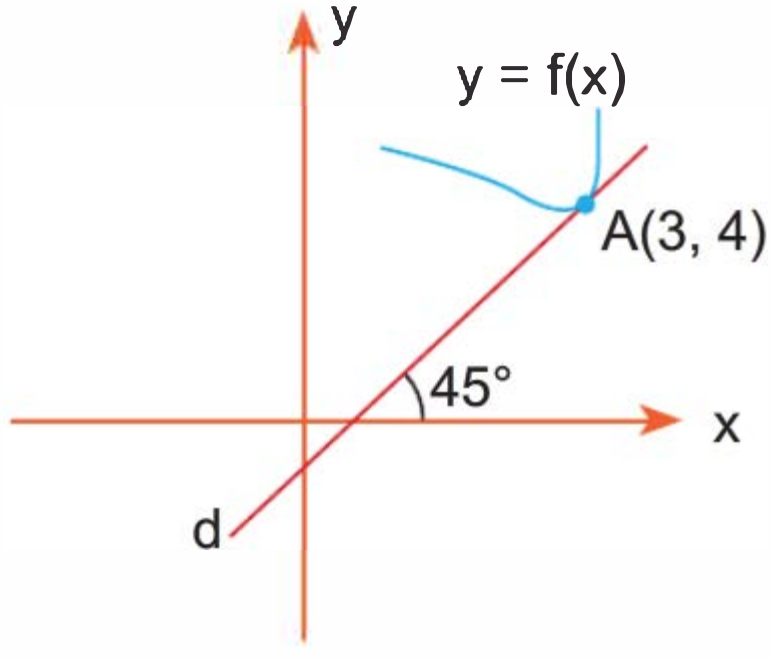
2-B



01270F10

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun A noktasındaki teğeti verilmiştir.

$g(x) = x^2 + f(x)$
olduğuna göre, $g'(3)$ ü bulunuz.

Çözüm:

d teğetinin eğimi $m = \tan 45^\circ = 1$ dir.

O halde $f'(3) = m = 1$ olacaktır.

Ayrıca A noktası fonksiyona da ait olduğu için $f(3) = 4$ tür.

Şimdi de $g(x)$ in türevini alalım.

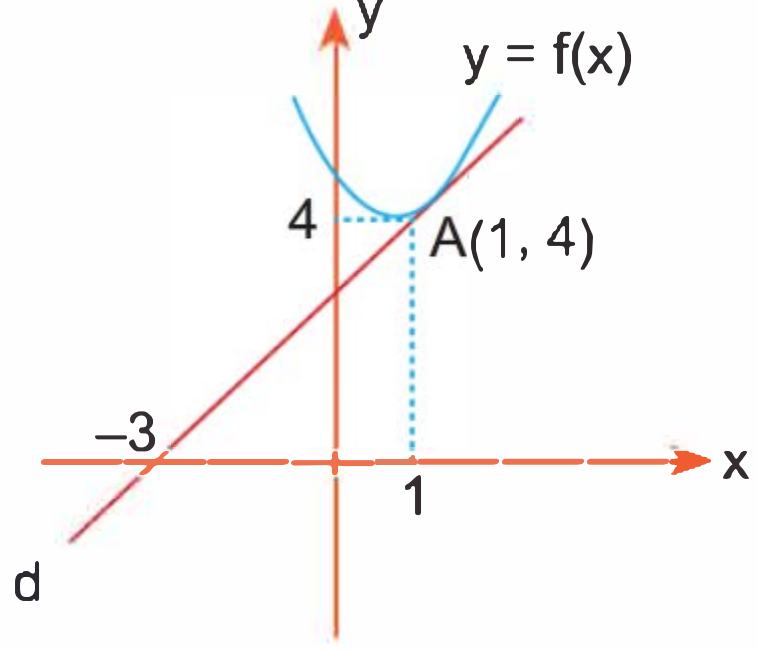
$g(x) = x^2 + f(x) \Rightarrow g'(x) = 2x + f'(x)$ dir.

$g'(3)$ ü elde etmek için $g'(x)$ de $x = 3$ yazmalıyız.

$x = 3 \Rightarrow g'(x) = 2x + f'(x)$

$g'(3) = 2 \cdot 3 + f'(3) = 6 + 1 = 7$ dir.

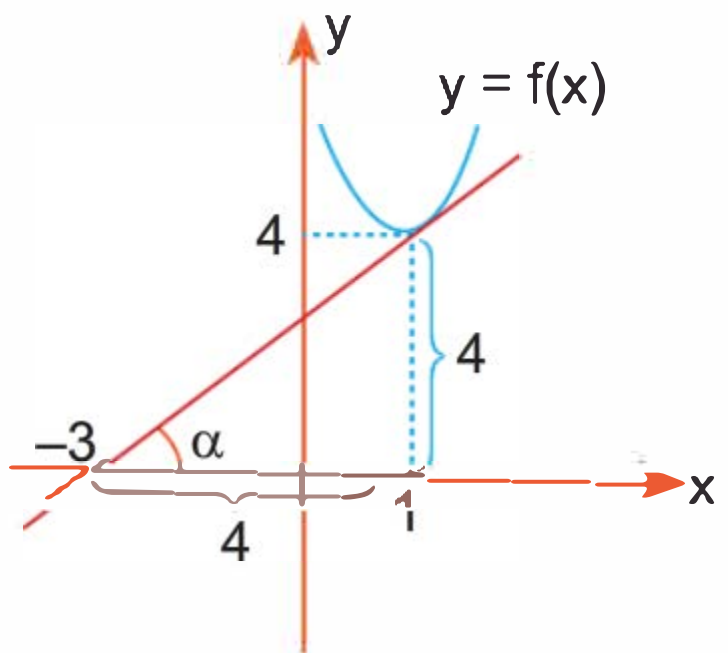
2.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun A(1,4) noktasındaki teğeti verilmiştir.

$g(x) = x^2 \cdot f(x)$
olduğuna göre, $g'(1)$ kaçtır?

Çözüm:



d teğetinin eğimi

$$m = \tan \alpha = \frac{4}{4} = 1 \text{ dir.}$$

O halde $f'(1) = 1$ dir.

Ayrıca A noktası fonksiyona da ait olduğu için $f(1) = 4$ tür.

Şimdi de $g(x)$ in türevini alalım.

$g'(x) = (x^2)' \cdot f(x) + x^2 \cdot f'(x)$ (çarpımın türevi)

$g'(x) = 2x \cdot f(x) + x^2 \cdot f'(x)$

$x = 1 \Rightarrow g'(1) = 2 \cdot 1 \cdot f(1) + 1^2 \cdot f'(1)$

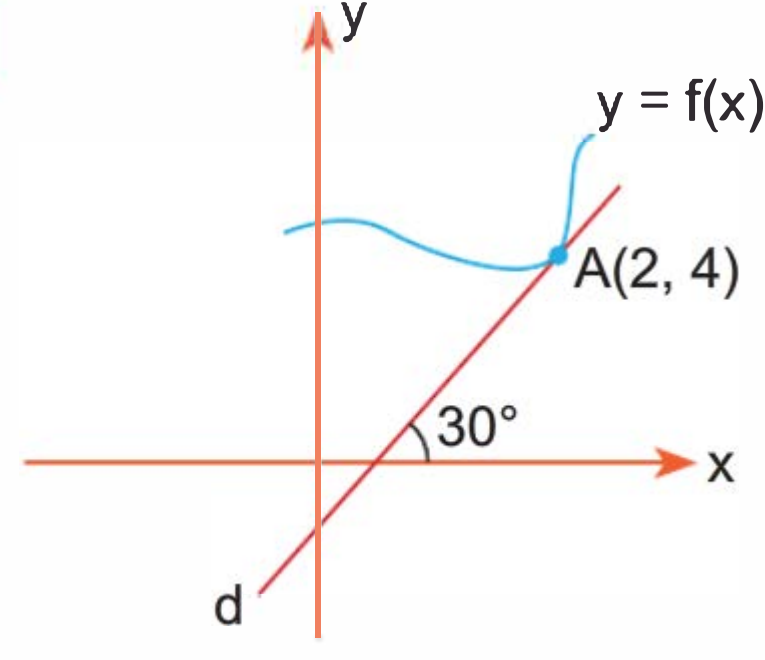
$$= 2 \cdot 4 + 1 \cdot 1$$

$$= 8 + 1$$

$$= 9$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun A(2, 4) noktasındaki teğeti verilmiştir.

$g(x) = 3x^2 - f(x)$
olduğuna göre, $g'(2)$ kaçtır?

A) $\frac{12\sqrt{3}-1}{3}$

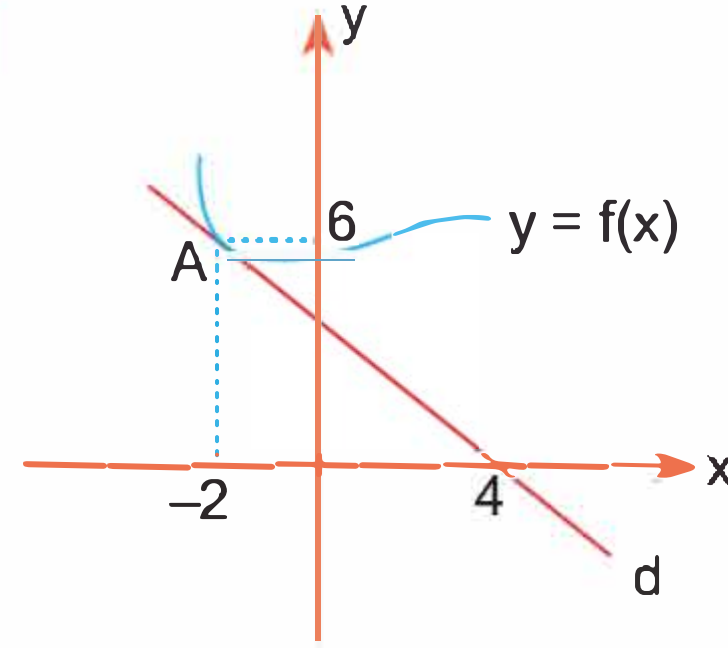
B) $\frac{12\sqrt{3}+1}{3}$

C) $\frac{12-\sqrt{3}}{3}$

D) $\frac{12+\sqrt{3}}{3}$

E) $\frac{12\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$

2.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun A noktasındaki teğeti verilmiştir.

$g(x) = x \cdot f(x)$
olduğuna göre, $g'(-2)$ kaçtır?

A) 4

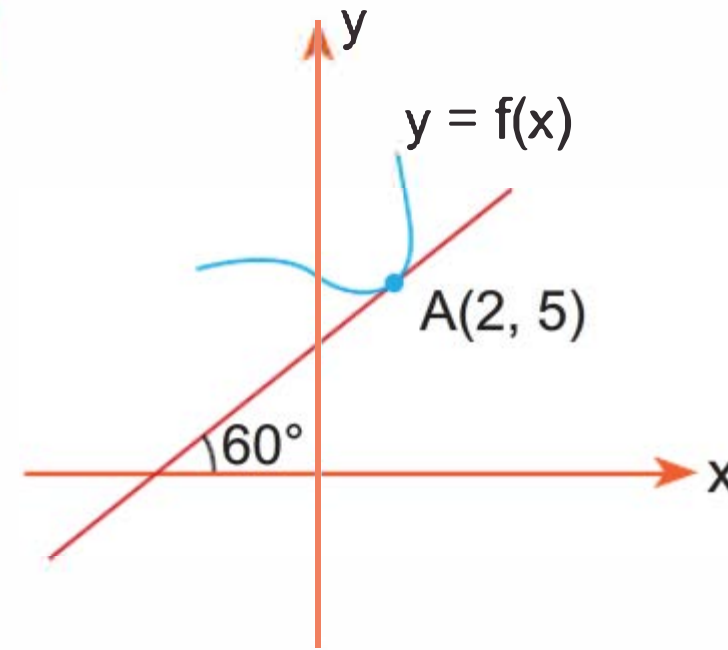
B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

3.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun A(2, 5) noktasındaki teğeti verilmiştir.

$g(x) = \frac{x}{f(x)}$
olduğuna göre, $g'(2)$ kaçtır?

A) $\frac{5-\sqrt{3}}{5}$

B) $\frac{5+2\sqrt{3}}{25}$

C) $\frac{5-2\sqrt{3}}{25}$

D) $\frac{5-2\sqrt{5}}{25}$

E) $\frac{5-\sqrt{5}}{25}$

1-E

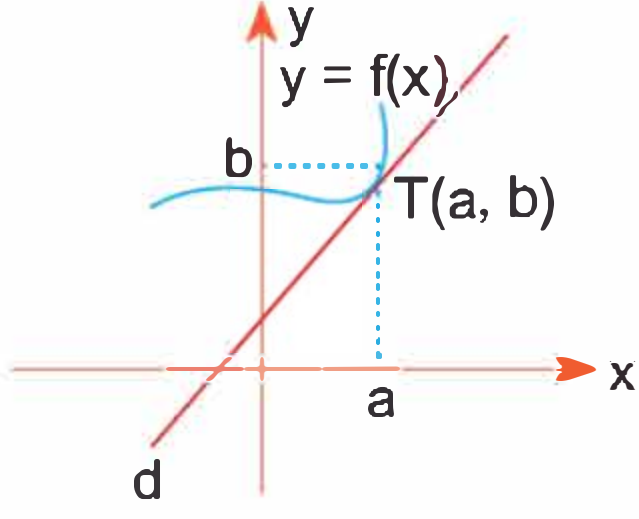
2-E

3-C



BİLGİ

32.3 - Teğet Denklemi Yazma



Şekildeki d doğrusu $y = f(x)$ eğrisine $T(a, b)$ noktasında teğettir. O halde d doğrusuna teğet doğrusu diyeceğiz. Teğetin denklemini yazmak d doğrusunun denklemini yazmakla aynı şey. O halde 10. sınıfa dönüp, eğimi ve bir noktası belli olan doğru denklemini nasıl yazılıyor hatırlamalısın.



NOT: Eğimi m olan ve $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen doğrunun denklemini $y - y_1 = m(x - x_1)$ dir.

O halde öncelikle, I. türevden yardım alarak teğetin eğimini bulmalısın. $m_t = f'(a)$ dir. Zaten teğetin değme noktası olan $T(a, b)$ noktası da elinde.

Tek yapacağın eğim ile $T(a, b)$ noktasını

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

denkleminde yerine yazmaktır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = 3x^2$
fonksiyonunun grafiğine üzerindeki $A(1, 3)$ noktasından çizilen teğetin denklemini yazınız.

Çözüm:

Önce teğetin eğimini bulmalısın.

$$f(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 6x$$

$$m_t = f'(1) = 6 \cdot 1 = 6$$

Şimdi de bulunan bu eğimi ve $A(1, 3)$ noktasını doğru denkleminde yerine yazmalısın.

$$A(1, 3) \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad \downarrow \\ x_1 \quad y_1 \end{array} \quad y - 3 = 6(x - 1)$$

$$y - 3 = 6x - 6$$

$$y = 6x - 6 + 3 \Rightarrow y = 6x - 3$$

2. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$
fonksiyonunun eğrisine üzerindeki $x = 2$ apsisli noktadan çizilen teğetin denklemini yazınız.

Çözüm:

Teğetin değme noktasının x bileşeni 2 olarak verilmiş ama y bileşeni yok. O halde ilk olarak değme noktasının y bileşenini bulmalı sonra da teğetin eğimini bulmalısın. $f(x)$ de $x = 2$ yazarak y yi bulacaksın. (Değme noktası grafiğin üzerinde olduğundan $f(x)$ in denklemini sağlar.)

$$x = 2 \Rightarrow y = f(2) = 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 5 = 12 + 4 - 5 = 11$$

Değme noktası $A(2, 11)$ dir.

$$\begin{array}{l} \rightarrow y_1 \\ \rightarrow x_1 \end{array}$$

$$f'(x) = 6x + 2 \Rightarrow m = f'(2) = 6 \cdot 2 + 2 = 14$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 11 = 14(x - 2) \Rightarrow y - 11 = 14x - 28$$

$$y = 14x - 28 + 11 = 14x - 17$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$
fonksiyonunun grafiğine üzerindeki $A(1, 2)$ noktasından çizilen teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 4x - 2$

B) $y = 4x + 2$

C) $y = 4x - 6$

D) $y = 4x - 7$

E) $y = 4x + 7$

2. $f(x) = x^3 - 4x + 2$
fonksiyonuna üzerindeki $x = 2$ apsisli noktadan çizilen teğetin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 8x - 14$

B) $y = 4x - 6$

C) $y = 8x - 18$

D) $y = 8x - 16$

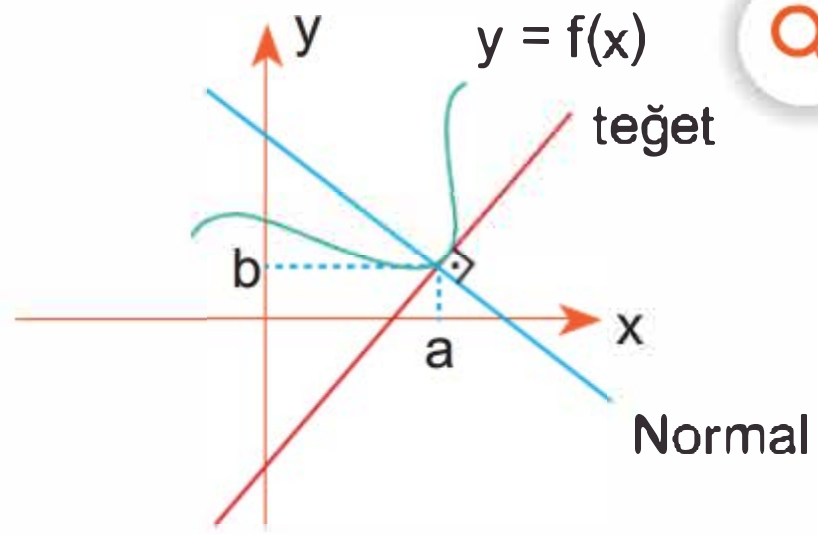
E) $y = 4x - 8$



BİLGİ

32.4 - Normalin Eğimi ve Denklemi

Teğete değme noktasında dik olan doğruya **normal doğrusu** (kısaca normal) denir.



Teğet ile normal birbirine dik olduğundan eğimleri çarpımı -1 dir. Eğer sen teğetin eğimini biliyorsan ($m_t = f'(a)$ olduğunu unutma) normalin eğimini de bulabilirsin.

$$m_t \cdot m_N = -1$$

$$f'(a) \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_N = -\frac{1}{f'(a)} \text{ dir.}$$

Kısacası teğetin eğiminin işaretini ters çevirdikten sonra çarpmaya göre tersini alabilirsin. Şöyle ki

$$\begin{array}{l} m_t = -2 \xrightarrow{\text{işaretini değiştir}} 2 \xrightarrow{\text{çarpmaya göre tersini al}} m_N = \frac{1}{2} \\ m_t = 3 \xrightarrow{\text{işaretini değiştir}} -3 \xrightarrow{\text{çarpmaya göre tersini al}} m_N = -\frac{1}{3} \\ m_t = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{işaretini değiştir}} -\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{çarpmaya göre tersini al}} m_N = -\frac{3}{2} \end{array}$$

O halde normalin denklemini

$$y - y_1 = m_N \cdot (x - x_1) \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^2$ fonksiyonuna üzerindeki $A(2,4)$ noktasından çizilen normalin denklemini yazınız.

Çözüm:

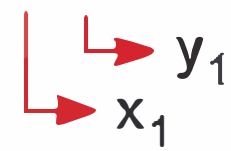
Önce teğetin eğimini, onun yardımıyla da normalin eğimini bulmalısın.

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$x = 2 \Rightarrow m_t = f'(2) = 2 \cdot 2 = 4$$

$$m_N = (4 \text{ ün işaretini değiştir ve ters çevir}) = -\frac{1}{4}$$

O halde eğimi $-\frac{1}{4}$ olan ve $A(2, 4)$ noktasından geçen normalin denklemini



$$y - y_1 = m_N(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = -\frac{1}{4}(x - 2)$$

$$4(y - 4) = 4 \cdot -\frac{1}{4}(x - 2) \Rightarrow 4y - 16 = -x + 2$$

$$4y + x - 18 = 0$$

2. $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ fonksiyonuna $x = 1$ apsisli noktasından çizilen normalin denklemini yazınız.

Çözüm:

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5 \Rightarrow f'(x) = 6x - 2 \Rightarrow m_t = f'(1) = 6 \cdot 1 - 2 = 4$$

$$m_t = 4 \Rightarrow m_N = -\frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Ancak değme noktasının y bileşeni belli değil. Şimdi de onu bulmalısın.

$$x = 1 \Rightarrow y = f(1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 5 = 3 - 2 + 5 = 6$$

Değme noktası $A(1, 6)$ dir.

$$y - y_1 = m_N(x - x_1) \Rightarrow y - 6 = -\frac{1}{4}(x - 1) = 4(y - 6) = 4 \cdot -\frac{1}{4}(x - 1)$$

$$4y - 24 = -x + 1$$

$$4y + x - 25 = 0 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$ fonksiyonunun grafiğine $A(-1, 12)$ noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

- A) -10 B) -1 C) $-\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{10}$ E) 10

2. $f(x) = x^3$ fonksiyonunun grafiğine $A(1, 1)$ noktasından çizilen normalin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y - 3x + 2 = 0$ B) $3y + x - 4 = 0$
C) $y - 3x - 4 = 0$ D) $3y + x - 2 = 0$
E) $3y - x - 4 = 0$

3. $f(x) = 2x^3 - 4x + 1$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisli noktasından çizilen normalin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2y + x - 5 = 0$ B) $2y - x + 1 = 0$
C) $2y + x + 3 = 0$ D) $2y + x - 2 = 0$
E) $2y + x - 1 = 0$

1-D

2-B

3-A



BİLGİ

32.5 - Bir Fonksiyonun Artan-Azalan Olduğu Aralıklar

- ✓ Bir fonksiyonun artan-azalan olduğu aralıkları bulmak için fonksiyonun I.türevinin işaretine bakacaksınız.
- ✓ (a, b) aralığında $f'(x) > 0$ ise [a, b] aralığında $f(x)$ artandır.
- ✓ (a, b) aralığında $f'(x) < 0$ ise [a, b] aralığında $f(x)$ azalandır.
- ✓ (a, b) aralığında $f'(x) = 0$ ise [a, b] aralığında $f(x)$ sabittir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^2 - 6x + 8$
fonksiyonunun artan ya da azalan olduğu aralıkları bulunuz.

Çözüm:

$f'(x)$ in işaretini incelemenin en kolay yolu $f'(x)$ in işaret tablosunu yapmaktır. Bunun için öncelikle $f'(x) = 0$ denkleminin köklerini bulmalısınız.

$$f(x) = x^2 - 6x + 8 \Rightarrow f'(x) = 2x - 6 = 0$$

$$2x = 6 \Rightarrow x = 3 \text{ tür.}$$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	o	+
f(x)	azalan		artan

Her $x \in (-\infty, 3]$ için,
 $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ azalandır.
Her $x \in [3, +\infty)$ için,
 $f'(x) > 0$ olduğundan $f(x)$ artandır.

2. $f(x) = x^3 - 27x$
fonksiyonunun artan ya da azalan olduğu aralıkları bulunuz.

Çözüm:

$$f(x) = x^3 - 27x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 27 = 0$$

$$3x^2 = 27$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -3 \text{ tür.}$$

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	o	-	o	+
f(x)	artan	azalan	artan		

Her $x \in (-\infty, -3]$ için,
 $f'(x) > 0$ olduğu için $f(x)$ artandır.
Her $x \in [-3, 3]$ için,
 $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ azalandır.
Her $x \in [3, +\infty)$ için,
 $f'(x) > 0$ olduğundan $f(x)$ artandır.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = x^2 - 4x + 1$
fonksiyonunun artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2]$ B) $(-\infty, 2]$ C) $[0, 2]$
D) $[-2, 2]$ E) $[2, +\infty)$

2. $f(x) = x^3 - 3x$
fonksiyonunun azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-3, -1]$ B) $(-\infty, -1]$ C) $[-1, 1]$
D) $[1, 2]$ E) $[1, +\infty)$

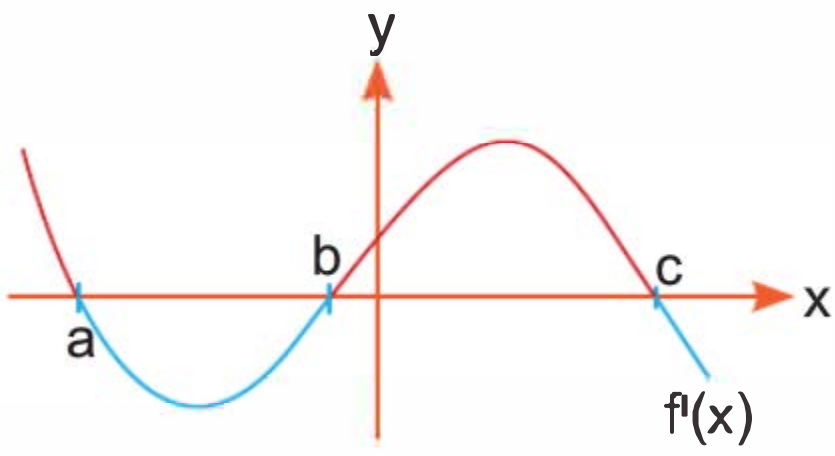
3. $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x$
fonksiyonunun artan olduğu aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[1, 2]$ B) $[2, 3]$ C) $[1, 3]$
D) $[2, 4]$ E) $[4, +\infty)$



BİLGİ

32.6 - $f'(x)$ in Grafiğine Bakarak $f(x)$ i Yorumlama



Türevin grafiği verilmişse grafiğin x ekseninin üstünde kalan kısımları ile altında kalan kısımları birbirinden ayıracaksın. Kırmızı parçalar x ekseninin üstünde, mavi parçalar x ekseninin altında kalan yerlerdir.

✓ Grafiğin x ekseninin üstünde kalan kısımlarında (**kırmızı parçalar**)
 $f'(x) > 0$ olduğundan $f(x)$ artandır.

$x \in (-\infty, a]$ için $f(x)$ artandır.

$x \in [b, c]$ için $f(x)$ artandır.

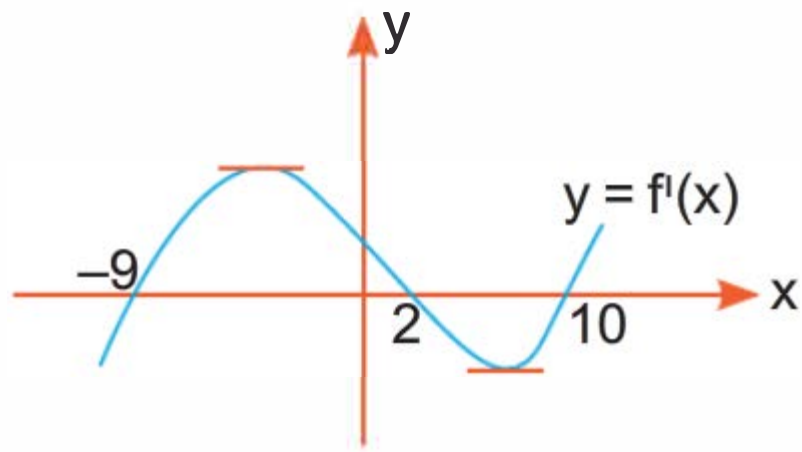
✓ Grafiğin x ekseninin altında kalan kısımlarında (**mavi parçalar**)
 $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ azalandır.

$x \in [a, b]$ için $f(x)$ azalandır.

$x \in [c, +\infty)$ için $f(x)$ azalandır.

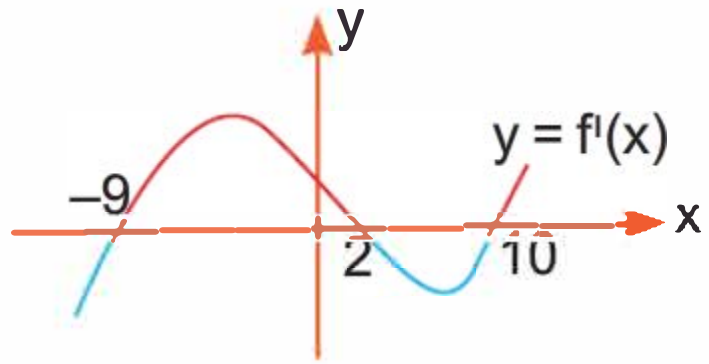
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.



Şekilde verilen $f'(x)$ in grafiğine göre, $f(x)$ in artan - azalan olduğu aralıkları saptayınız.

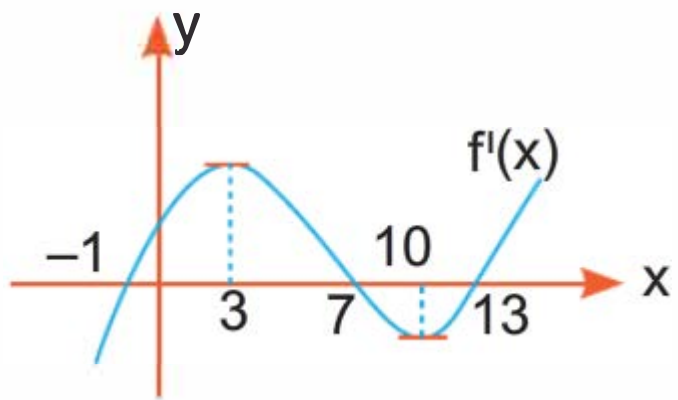
Çözüm:



Grafiğin x ekseninin üstünde kalan kısımları kırmızı ile belirlenmiştir. Bu bölgelerde $f'(x) > 0$ olduğundan $x \in [-9, 2]$ ve $x \in [10, \infty)$ için $f(x)$ artandır.

Grafiğin x ekseninin altında kalan kısımları mavi ile belirlenmiştir. Bu bölgelerde $f'(x) < 0$ olduğundan $x \in (-\infty, -9]$ ve $x \in [2, 10]$ için $f(x)$ azalandır.

2.



Yandaki şekilde $f'(x)$ in grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) $f(1) < f(6)$ b) $f(8) < f(12)$

Çözüm:

a) $x \in (-1, 7)$ için $f'(x) > 0$ olduğundan bu aralıkta $f(x)$ artandır. Bir fonksiyonun artan olduğu aralıkta x ler arasındaki sıralamanın aynısı görüntüler arasında da vardır.

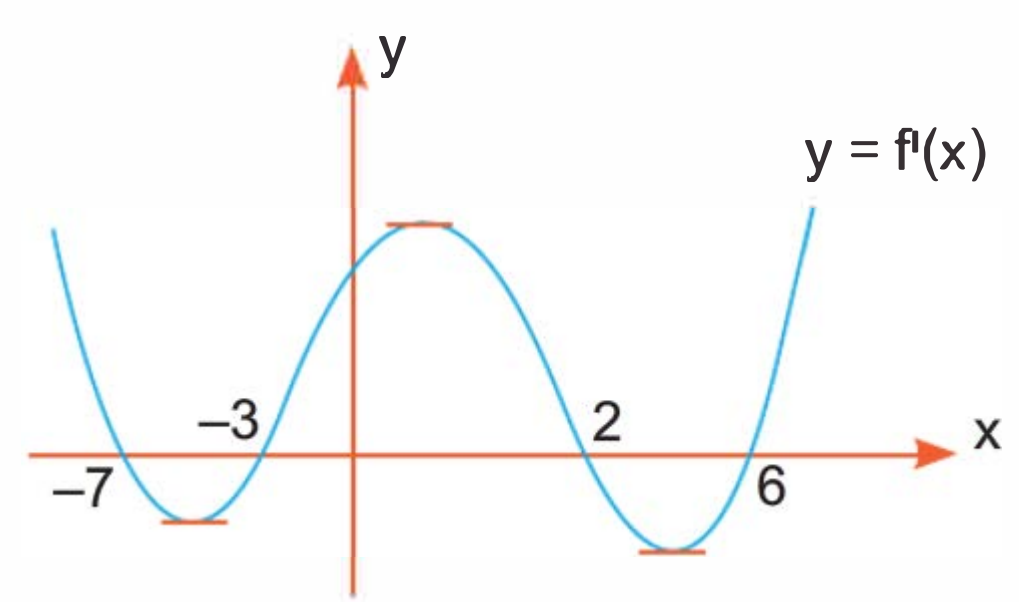
$1 < 6$ olduğundan $f(1) < f(6)$ dir. (doğru)

b) $x \in (7, 13)$ için $f'(x) < 0$ olduğundan $f(x)$ bu aralıkta azalandır. Bir fonksiyonun azalan olduğu aralıkta x ler arasındaki sıralamanın tam tersi görüntüler arasında vardır.

$8 < 12$ olduğundan $f(8) > f(12)$ dir. Yani $f(8) < f(12)$ yanlış yazılmıştır.

ÖĞRENCİ SORULARI

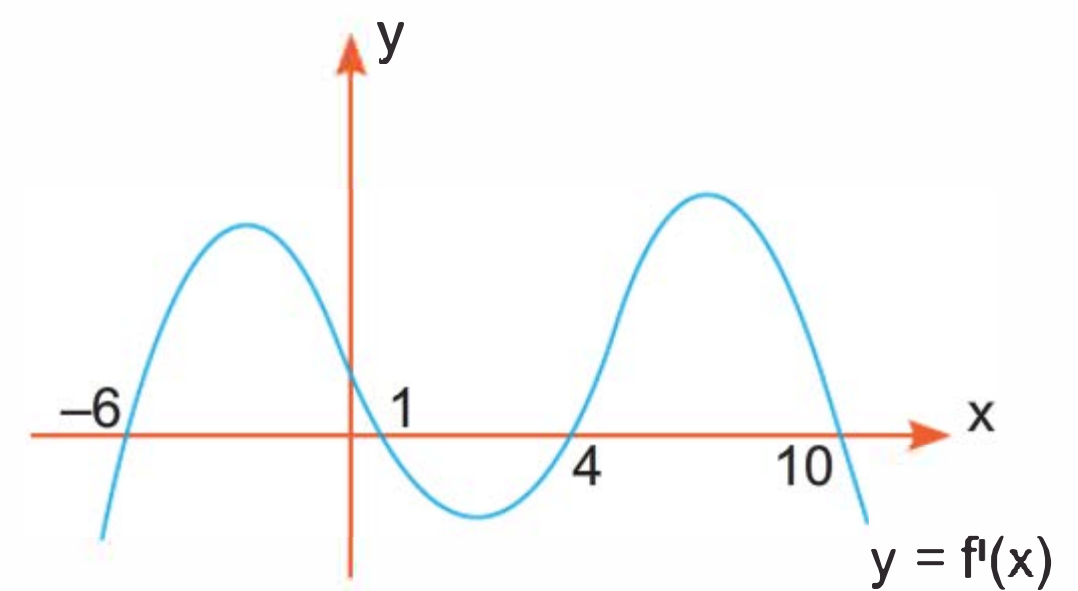
1.



Şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x \in (-\infty, -7]$ için $f(x)$ artandır.
 B) $x \in [-7, -3]$ için $f(x)$ azalandır.
 C) $x \in [0, 2]$ için $f(x)$ azalandır.
 D) $x \in [2, 6]$ için $f(x)$ azalandır.
 E) $x \in [6, 10]$ için $f(x)$ artandır.

2.



Şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x \in [1, 4]$ için $f(x)$ azalandır.
 B) $x \in [4, 10]$ için $f(x)$ artandır.
 C) $f(6) < f(9)$ dur.
 D) $f(2) > f(3)$ tür.
 E) $x \in (-\infty, -6]$ için $f(x)$ artandır.

1-C

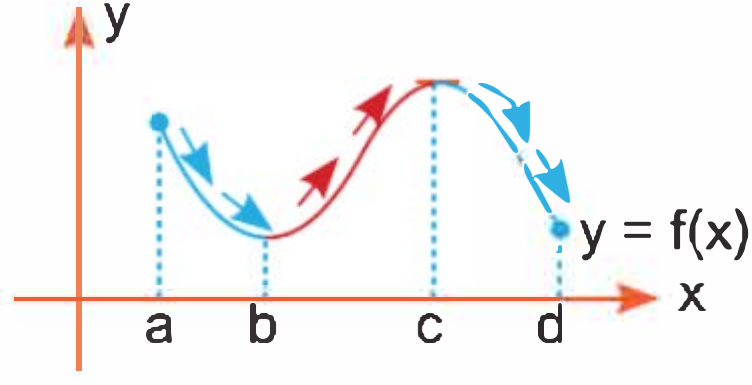
2-E



BİLGİ

32.7 - $f(x)$ in Grafiğine Bakarak $f'(x)$ i Yorumlama

✓



Grafiğin aşağıya doğru yöneldiği kısımlar ile (mavi çizilen kısımlar), yukarı doğru yöneldiği kısımları (kırmızı çizilen kısımlar) birbirinden ayırt edeceksin.

✓ Grafiğin yönünün yukarı doğru olduğu kısımlarda (kırmızı olan yerler)

$f(x)$ artan olduğu için $f'(x) > 0$ dir.

O halde $x \in (b, c)$ için $f'(x) > 0$ dir.

✓ Grafiğin yönünün aşağı doğru olduğu kısımlarda (mavi olan kısımlar)

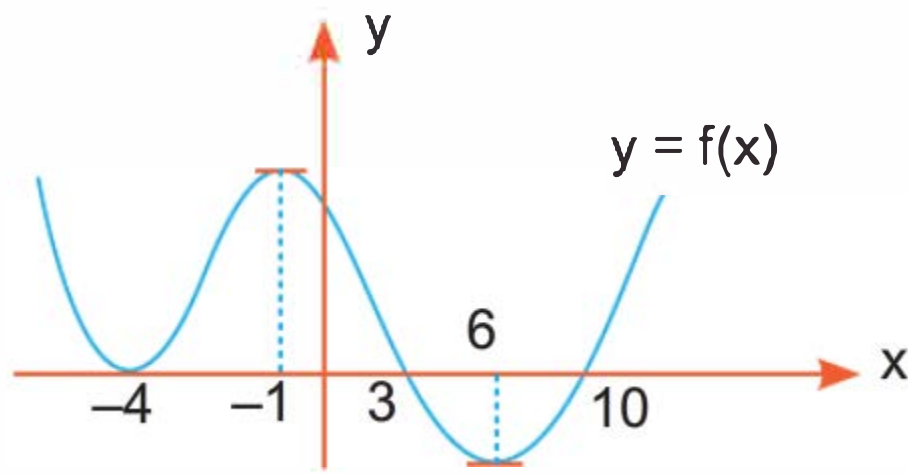
$f(x)$ azalan olduğu için $f'(x) < 0$ dir.

O halde $x \in (a, b)$ için ve $x \in (c, d)$ için $f'(x) < 0$ dir.

$x = b$ ve $x = c$ noktalarında $f'(b) = 0$ ve $f'(c) = 0$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

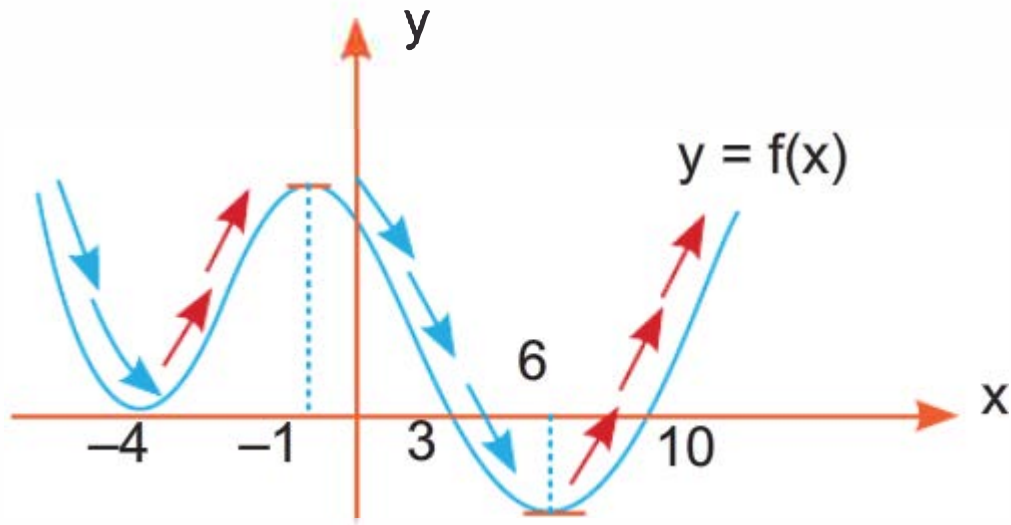
1.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ in artan - azalan olduğu yerlerle, $f'(x)$ in işaretini saptayınız.

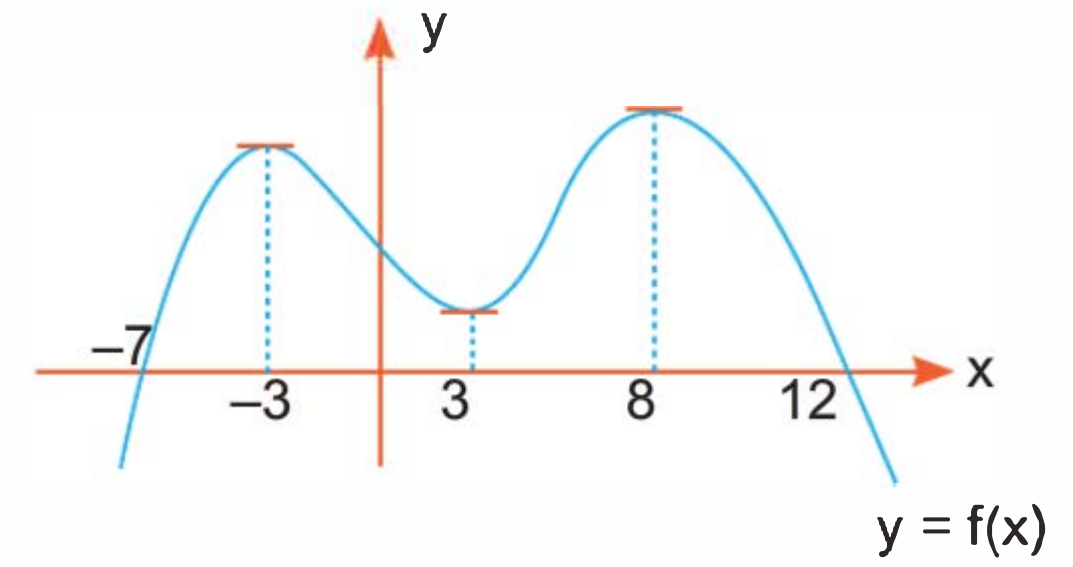
Çözüm:



- $x \in (-\infty, -4]$ için $f(x)$ azalandır. O halde bu aralıkta $f'(x) < 0$ dir.
- $x \in [-1, 6]$ için $f(x)$ azalandır. O halde bu aralıkta $f'(x) < 0$ dir. Ayrıca $[-1, 6]$ aralığındaki x değerleri için $1 < 2 \rightarrow f(1) > f(2)$ (azalan olduğu için sıralama terstir) yazılabilir. Yine $[-1, 6]$ aralığındaki tüm x değerleri için $f'(0) < 0, f'(2) < 0, f'(5) < 0 \dots$ yazılabilir.
- $x \in [-4, -1[$ için $f(x)$ artandır. O halde bu aralıkta $f'(x) > 0$ dir.
- $x \in [6, +\infty)$ için $f(x)$ artandır. O halde bu aralıkta $f'(x) > 0$ dir. Ayrıca $[6, +\infty)$ aralığındaki x değerleri için $7 < 10 \rightarrow f(7) < f(10)$ (Artan olduğu için sıralama aynıdır.) $8 < 15 \rightarrow f(8) < f(15)$
:
 $10 < 32 \rightarrow f(10) < f(32)$ yazılabilir. Yine $[6, +\infty)$ aralığındaki tüm x değerleri için $f'(7) > 0, f'(12) > 0, \dots, f'(24) > 0$ yazılabilir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1.

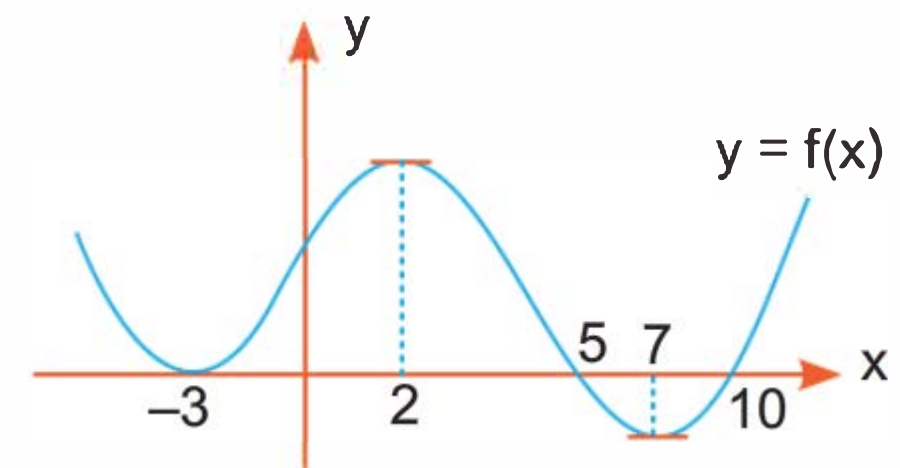


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x \in [-3, 3]$ için $f(x)$ azalandır.
- B) $x \in [3, 8]$ için $f(x)$ artandır.
- C) $f'(5) > 0$ dir.
- D) $f'(10) > 0$ dir.
- E) $f'(8) = 0$ dir.

2.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $f'(1) < 0$
- B) $f'(2) < 0$
- C) $f'(-1) < 0$
- D) $f'(3) > 0$
- E) $f'(8) > 0$

1-D

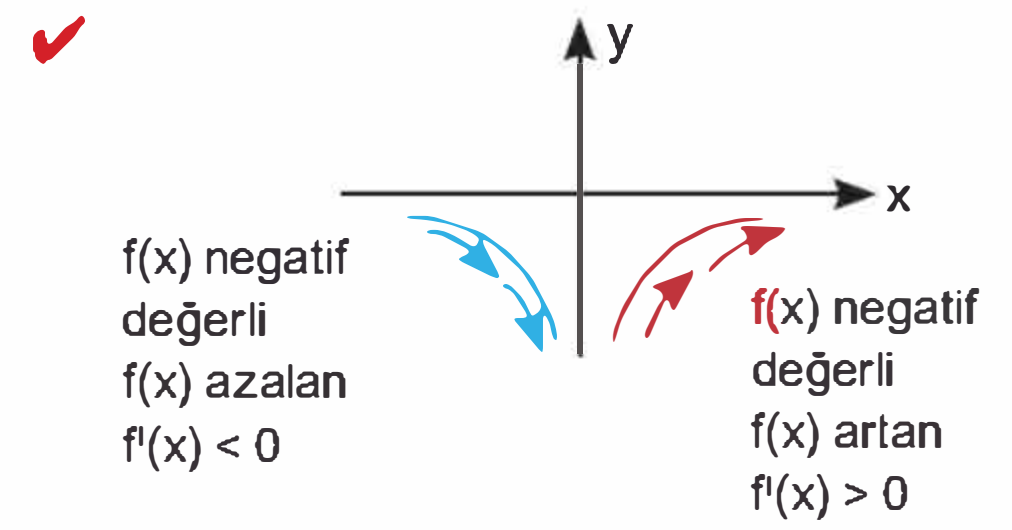
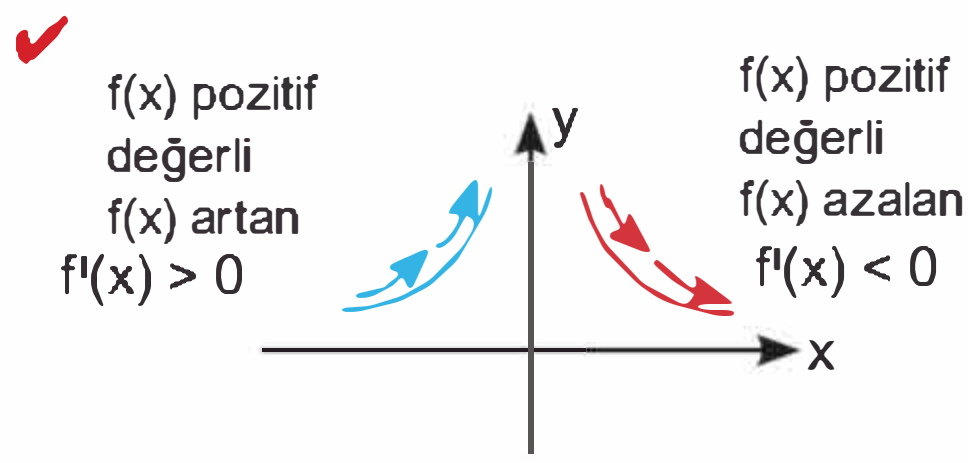
2-E



BİLGİ

32.8 - Bir Fonksiyonun Artan - Azalan Olduğunu Saptama

- ✓ $f(x) < 0$ deniyorsa $f(x)$ negatif değerlidir.
- ✓ $f(x) > 0$ deniyorsa $f(x)$ pozitif değerlidir.
- ✓ $f'(x) < 0$ deniyorsa $f(x)$ azalandır.
- ✓ $f'(x) > 0$ deniyorsa $f(x)$ artandır.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^-$ olmak üzere, $f(x)$ azalan fonksiyon olduğuna göre, $x \cdot f(x)$ fonksiyonunun azalan-artan olma durumunu araştırınız.

Çözüm:

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^-$$

$x \in (0, +\infty)$ $f(x) < 0$ anlamına gelir.

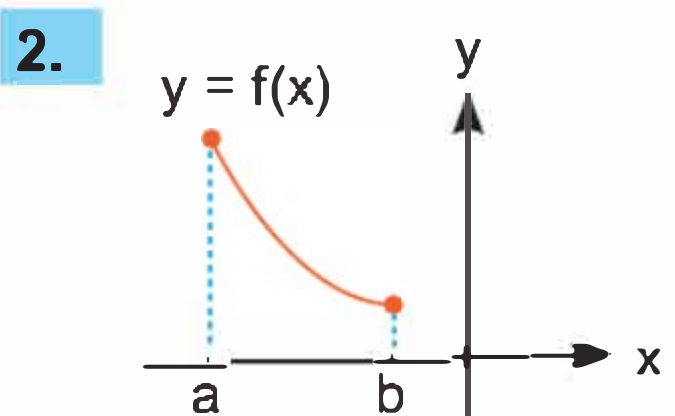
Ayrıca $f(x)$ azalan fonksiyon olduğundan $f'(x) < 0$ dir.

$$\begin{aligned} [x \cdot f(x)]' &= x' \cdot f(x) + f'(x) \cdot x \\ &= 1 \cdot f(x) + f'(x) \cdot x \\ &\quad + \quad - \quad - \quad + \\ &= (+) \cdot (-) + (-) \cdot (+) \\ &= (-) + (-) = - \text{ olduğundan } x \cdot f(x) \text{ azalan fonksiyondur.} \end{aligned}$$

1. $f(x)$ fonksiyonu $(-10, 0)$ aralığında pozitif değerli ve $f(x)$ azalan fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta artan fonksiyondur?

- A) $x \cdot f(x)$
- B) $x^2 + f(x)$
- C) $f^3(x)$
- D) $f^2(x)$
- E) $f(x) + 100$



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin $[a, b]$ aralığındaki parçası verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki fonksiyonların aynı aralıkta artan-azalan olma durumunu araştırınız.

- a) $x^2 + f(x)$
- b) $f^2(x) + 4$

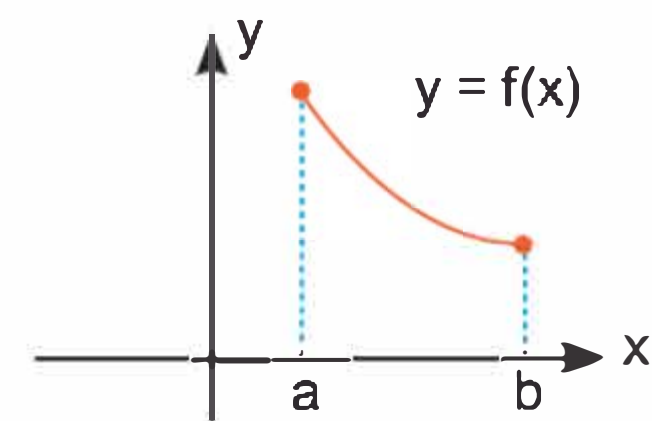
Çözüm:

Grafik y ekseninin sol tarafında olduğundan $x < 0$, x ekseninin üstünde olduğundan $f(x) > 0$ dir. Ayrıca grafik aşağıya doğru yöneldiğinden azalan olup $f'(x) < 0$ dir.

a) $[x^2 + f(x)]' = 2x + f'(x) = (+) \cdot (-) + (-) = -$
 $\quad \quad \quad + \quad - \quad -$
 $\quad \quad \quad = (-) + (-) = -$
 olduğundan $x^2 + f(x)$ azalan fonksiyondur.

b) $[f^2(x) + 4]' = 2f(x) \cdot f'(x) = (+) \cdot (+) \cdot (-) = -$
 $\quad \quad \quad + \quad + \quad -$
 olduğundan $f^2(x) + 4$ azalan fonksiyondur.

2.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonuna ait grafiğin $[a, b]$ aralığındaki kısmı verilmiştir.

Buna göre,

- I. $f^2(x)$
- II. $f^3(x)$
- III. $x \cdot f(x)$

fonksiyonlarından hangisi aynı aralıkta kesinlikle azalan fonksiyondur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) I ve II
- D) II ve III
- E) I, II ve III



BİLGİ

32.9 - Fonksiyonların Daima Artan – Azalan Olması

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

fonksiyonu için $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ şeklinde II. dereceden bir fonksiyon olur. Bu fonksiyonun her şeyden önce diskriminantının negatif olması gerekir.

- I. $\Delta < 0$ ve x^2 nin katsayısı ($3a$) negatif ise $f(x)$ daima azalan.
- II. $\Delta < 0$ ve x^2 nin katsayısı ($3a$) pozitif ise $f(x)$ daima artandır.

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

fonksiyonunda,

- I. $a.d - bc < 0$ ise $f(x)$ daima azalandır.
- II. $a.d - bc > 0$ ise $f(x)$ daima artandır.
- III. $a.d - bc = 0$ ise $f(x)$ sabittir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \quad f(x) = x^3 + x^2 + mx - 1$$

fonksiyonu daima artan olduğuna göre, m nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = 3x^2 + 2x + m \rightarrow a = 3, b = 2, c = m, a = 3 > 0 \text{ dir.}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot m = 4 - 12m < 0 \text{ dir.}$$

$$4 - 12m < 0 \Rightarrow 4 < 12m \Rightarrow \frac{4}{12} < \frac{12m}{12}$$

$$m > \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow m > \frac{1}{3} \text{ olmalıdır.}$$

$\frac{1}{3}$ ten büyük en küçük tam sayı 1 dir.

$$2. \quad f(x) = \frac{2x + 3}{4x - 1}$$

fonksiyonunun tanımlı olduğu aralıkta artan – azalan olma durumunu araştırınız.

Çözüm:

$$f(x) = \frac{2x + 3}{4x - 1} \rightarrow a = 2, b = 3, c = 4, d = -1 \text{ dir.}$$

$$a.d - b.c = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 4 = -14 < 0$$

olduğundan $f(x)$ daima azalandır.

$$3. \quad f(x) = \frac{9x + m}{mx + 4}$$

fonksiyonu tanım aralığında daima artandır.

Buna göre, m nin alabileceği değerlerin kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$f(x) = \frac{9x + m}{mx + 4} \rightarrow a = 9, b = m, c = m, d = 4$$

$$a.d - b.c = 9 \cdot 4 - m \cdot m > 0 \text{ olmalı ki } f(x) \text{ daima artan olsun.}$$

$$36 - m^2 > 0 \Rightarrow 36 - m^2 = 0 \Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow m = \mp 6$$

m	$-\infty$	-6	6	$+\infty$	
$36 - m^2$	$-$	0	$+$	0	$-$

Tabloya göre, $m \in (-6, 6)$ için $36 - m^2 > 0$ olur.)

$$1. \quad f(x) = x^3 + 2x^2 + mx - 10$$

fonksiyonu daima artan olduğuna göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$2. \quad \text{I. } f(x) = \frac{3x + 1}{5x - 3}$$

$$\text{II. } f(x) = \frac{2x - 1}{4x - 2}$$

$$\text{III. } f(x) = \frac{2x + 1}{3x + 3}$$

Yukarıda verilen fonksiyonlardan hangileri tanımlı olduğu aralıkta daima azalandır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

3. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{8x + m}{mx + 2}$$

fonksiyonu daima artan olduğuna göre, m nin alabileceği pozitif tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 6 E) 4



1. $f(x) = ax^2 - x + 1$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktasından çizilen teğetinin eğimi -9 olduğuna göre, a kaçtır?

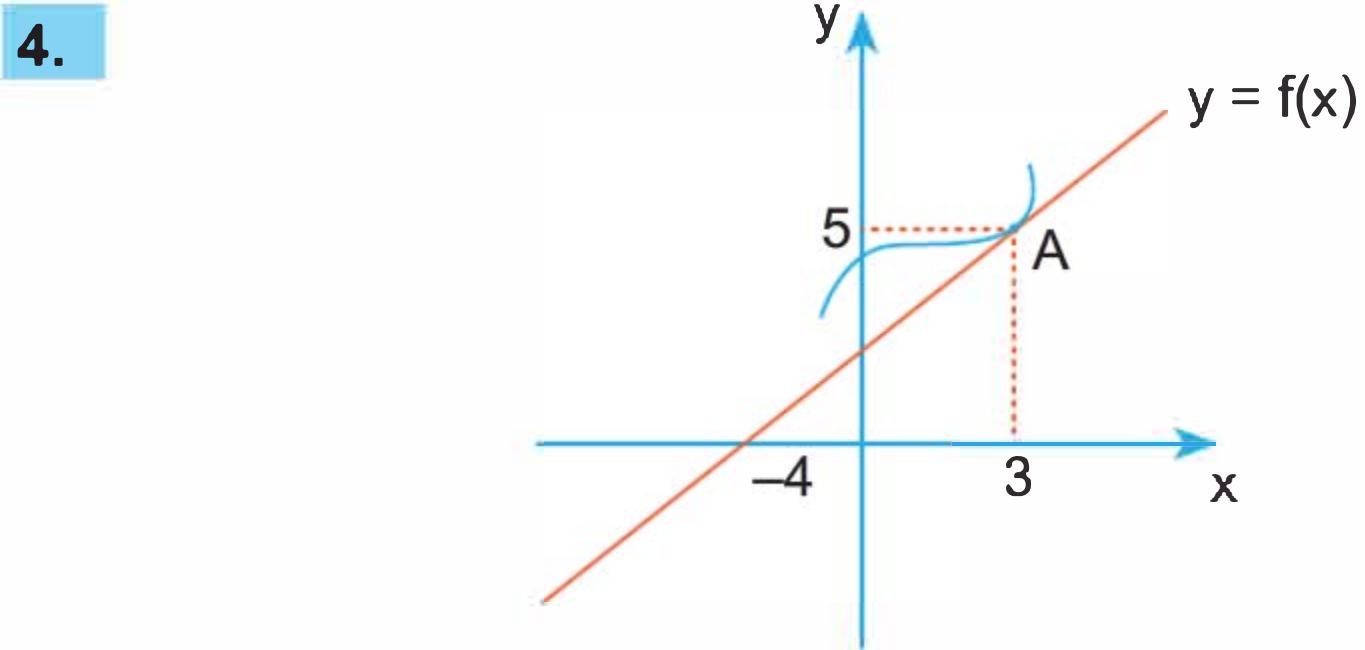
- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

2. $f(x) = x^3 + 1$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 3x - 5$ B) $y = 3x - 1$ C) $y = 3x - 2$
D) $y = -\frac{x}{3} - 2$ E) $y = 3x + 1$

3. $f(x) = x^2 + x$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktasından çizilen normalinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5y + x - 28 = 0$ B) $y - 5x + 4 = 0$ C) $y - 5x - 16 = 0$
D) $y - 5x - 32 = 0$ E) $5y + x - 32 = 0$

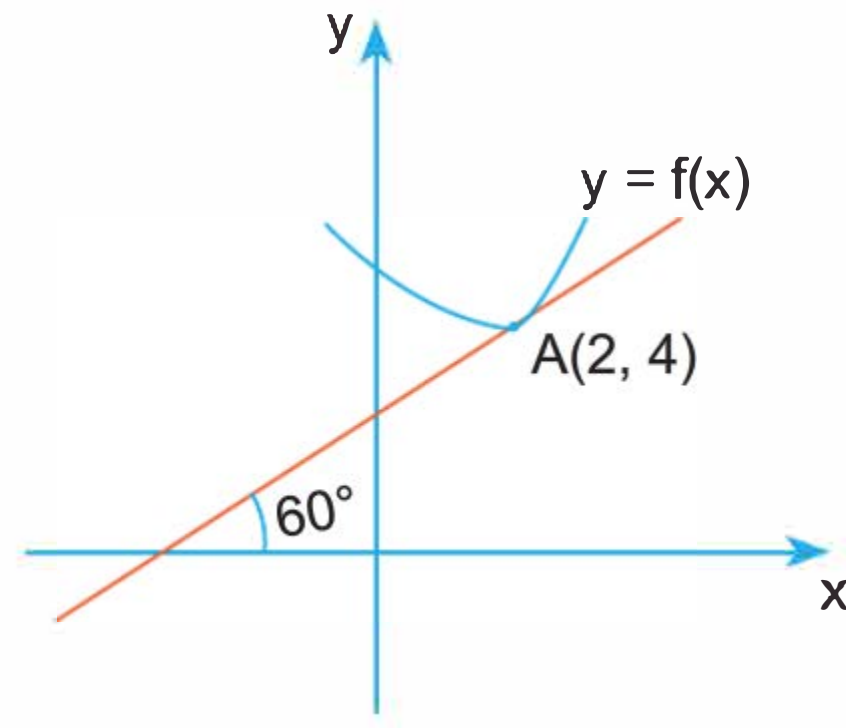


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonuna ait eğrinin $A(3, 5)$ noktasındaki teğeti verilmiştir.

Buna göre, $f'(3)$ kaçtır?

- A) $-\frac{7}{3}$ B) $-\frac{5}{7}$ C) $-\frac{3}{7}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

5. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun $A(2, 4)$ noktasındaki teğeti verilmiştir.



$$g(x) = x + f(x)$$

olduğuna göre, $g'(2)$ kaçtır?

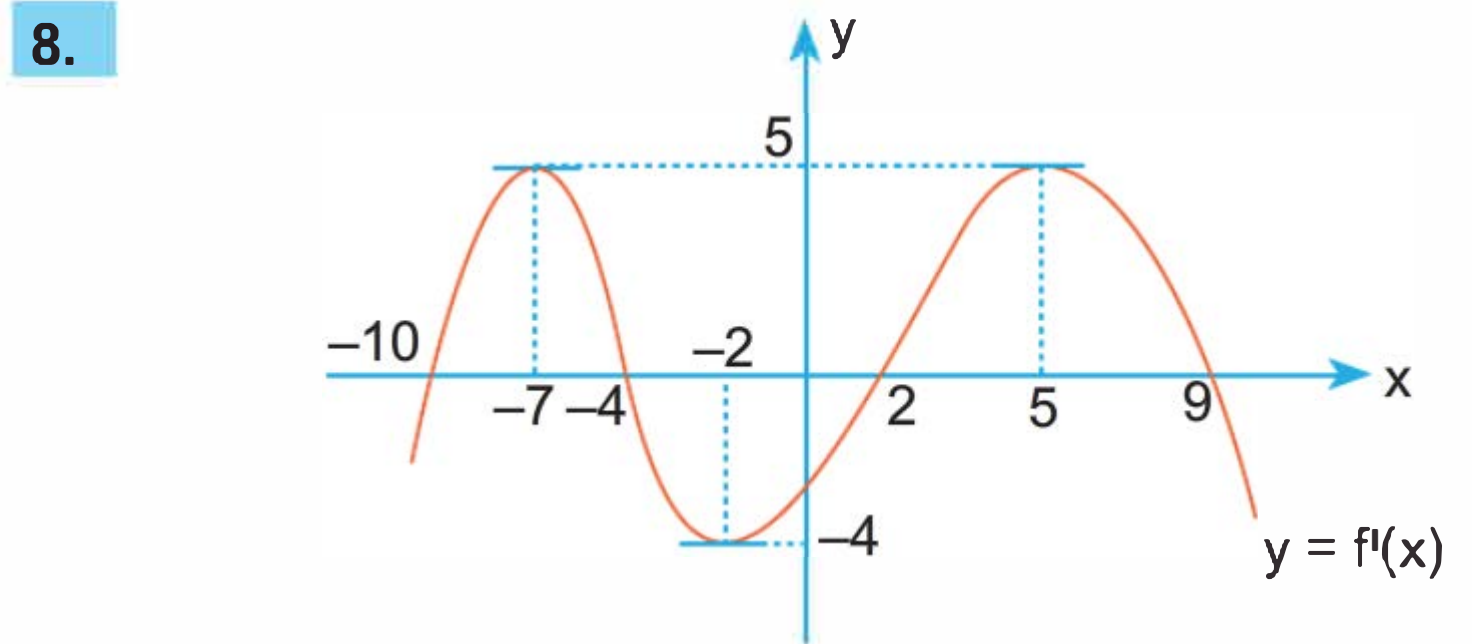
- A) $\frac{3}{2}$ B) $1 - \sqrt{3}$ C) $1 + \sqrt{3}$ D) $1 + \sqrt{2}$ E) $1 - \sqrt{2}$

6. $f(x) = x^2 - 8x + 3$ fonksiyonunun artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -4)$ B) $(-\infty, 4)$ C) $(0, 4)$
D) $(-4, 0)$ E) $(4, +\infty)$

7. $f(x) = -x^2 + 14x + 2$ fonksiyonunun azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(0, 7)$ B) $(7, +\infty)$ C) $(-7, 0)$
D) $(-\infty, -7)$ E) $(-1, 7)$



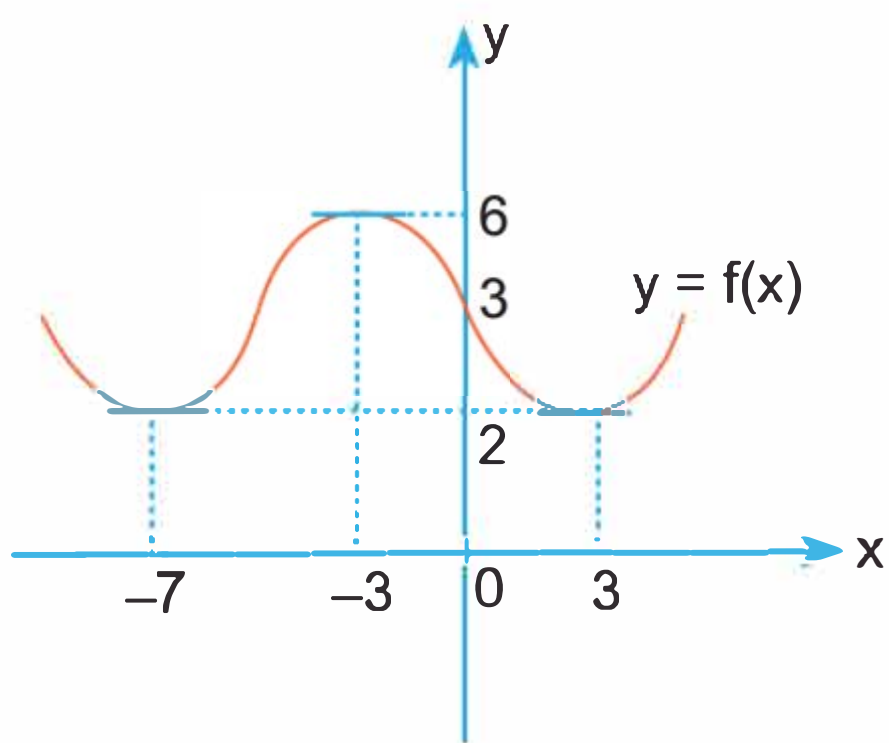
Şekilde verilen $y = f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x \in (-10, -4)$ için $f(x)$ artandır.
B) $x \in (-4, -2)$ için $f(x)$ azalandır.
C) $f(3) > f(6)$ dir.
D) $x \in (2, 9)$ için $f(x)$ artandır.
E) $x \in (9, +\infty)$ için $f(x)$ azalandır.



04550F29

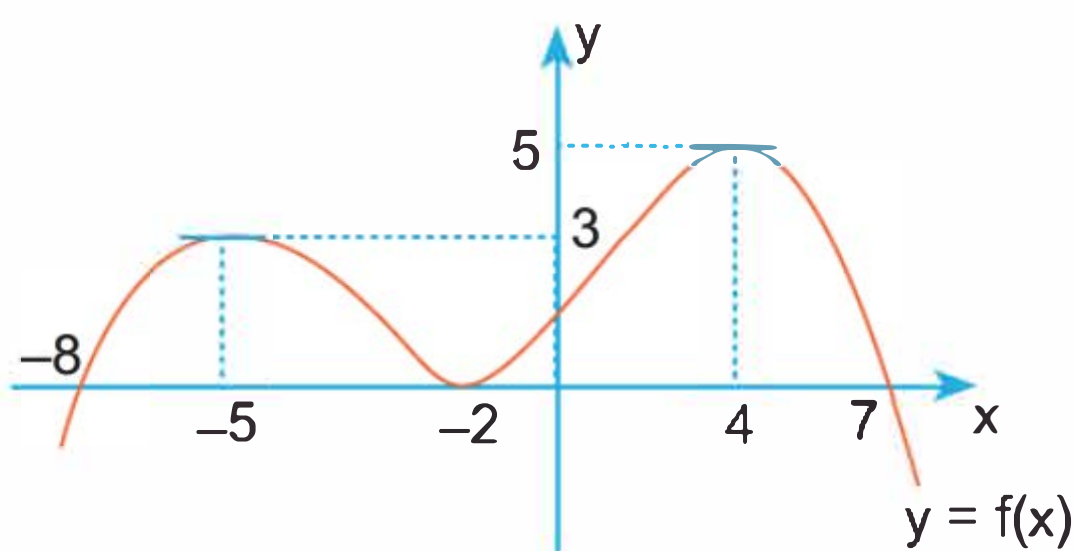
1.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x \in (-\infty, -7)$ için $f'(x) < 0$ dir.
 B) $x \in (3, +\infty)$ için $f'(x) > 0$ dir.
 C) $x \in (-3, 3)$ için $f(x)$ azalandır.
 D) $x \in (-3, 0)$ için $f'(x) > 0$ dir.
 E) $x \in (-7, -3)$ için $f'(x) > 0$ dir.

2.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(1) > 0$ B) $f(5) < 0$ C) $f'(-6) > 0$
 D) $f(-7) > 0$ E) $f(1) < f(5)$

3. $f(x)$ fonksiyonu, $(0, +\infty)$ aralığında pozitif değerli ve azalan bir fonksiyondur.

Buna göre,

- I. $f^2(x)$
 II. $x + f(x)$
 III. $x \cdot f(x)$

fonksiyonlarından hangileri kesinlikle azalan fonksiyondur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) II ve III E) I, II ve III



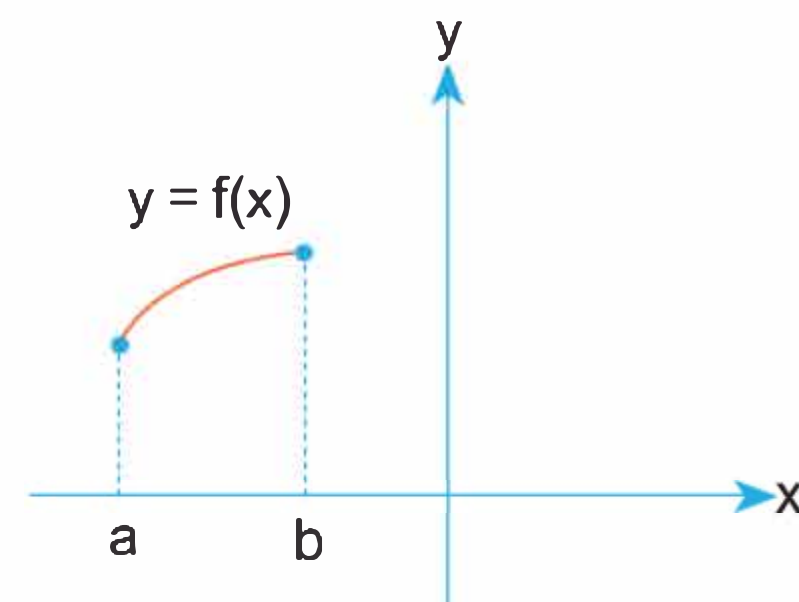
4. $f: \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}^+$, olmak üzere, $y = f(x)$ fonksiyonu artan bir fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi kesinlikle azalan fonksiyondur?

- A) $f^2(x)$ B) $f^3(x)$ C) $5 + f(x)$ D) $xf(x)$ E) $x^2 - f(x)$



5.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

- I. $x^2 + f(x)$
 II. $x + f(x)$
 III. $\frac{x}{f(x)}$

fonksiyonlarından hangileri kesinlikle artandır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III



6. $f(x) = 2x^3 - x^2 + mx + 7$

fonksiyonu daima artan olduğuna göre, m nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



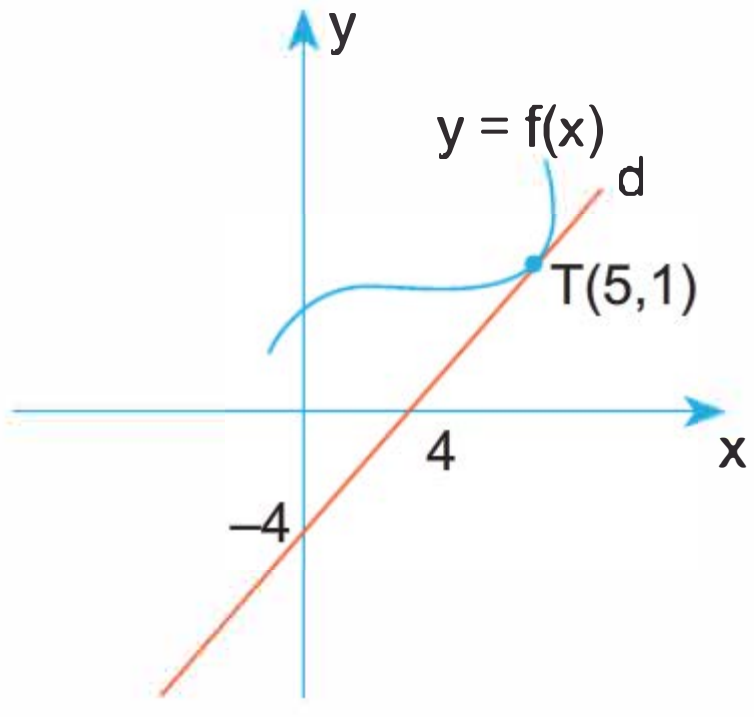
7. $f(x) = \frac{2x + m}{3x + 6}$

fonksiyonu tanım aralığında daima azalan olduğuna göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



1.

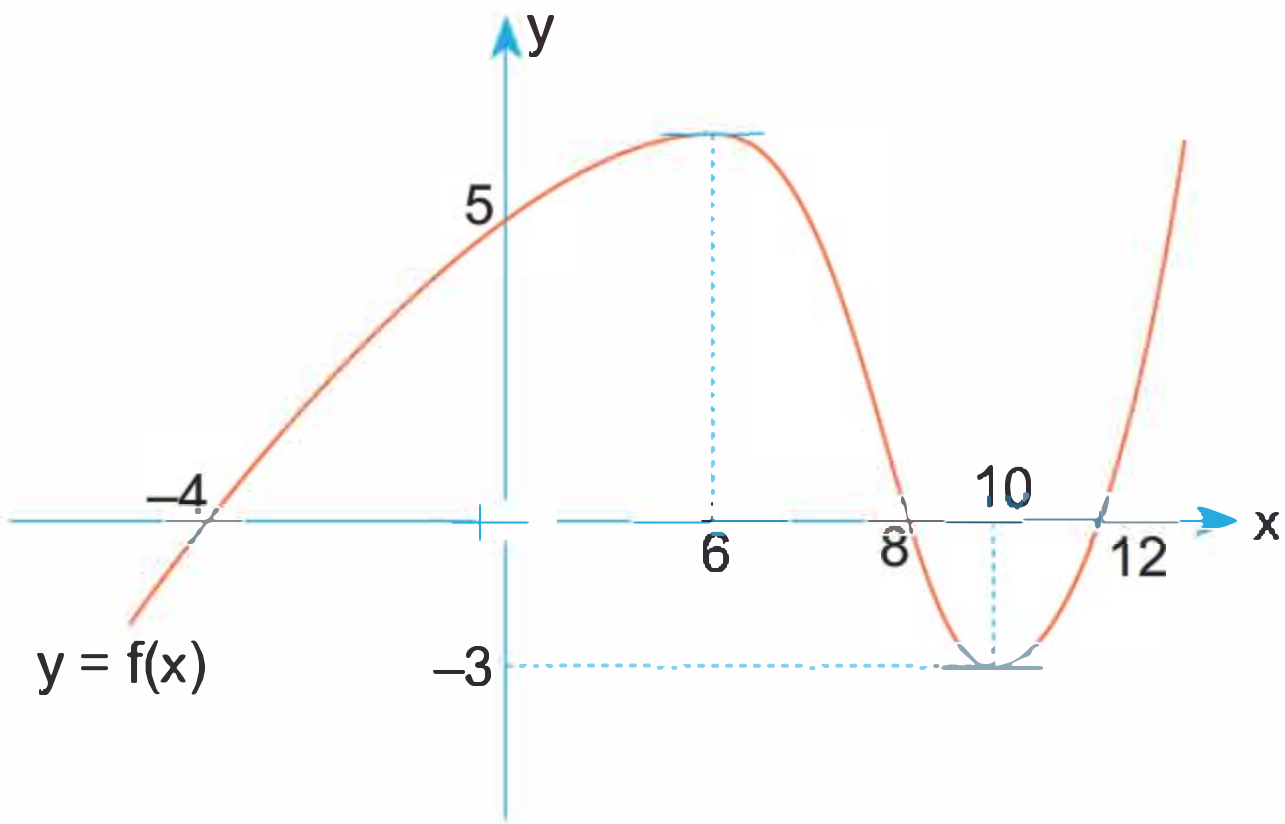


Şekildeki $y = f(x)$ fonksiyonuna ait grafiğin $T(5,1)$ noktasındaki teğeti d doğrusudur.

Buna göre, $f(5) + f'(5)$ toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

2.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

- I. $f'(6) = 0$
- II. $f'(-4) > 0$
- III. $f'(8) < 0$
- IV. $f'(11) < 0$
- V. $f'(-2) < 0$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3.

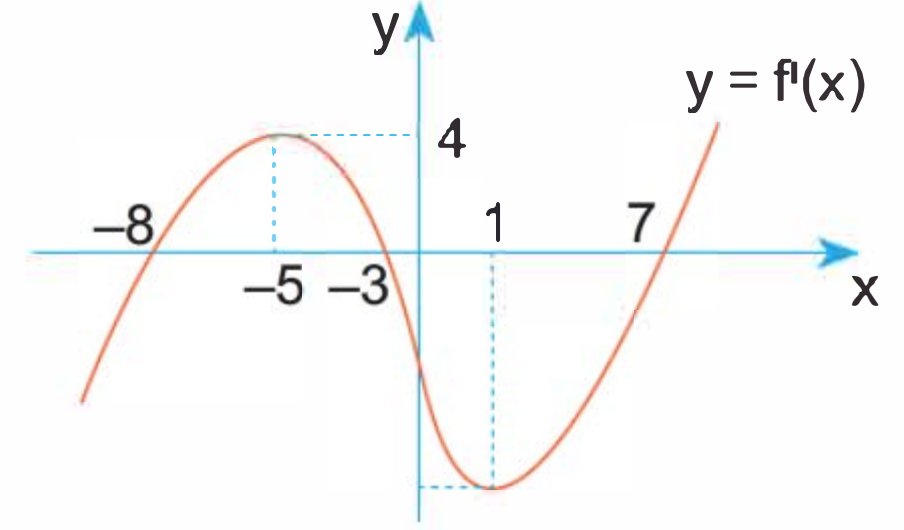
$$f(x) = ax^2 + 3x - 1$$

fonksiyonunun $A(1, b)$ noktasındaki teğeti Ox eksenini ile pozitif yönde 45° lik bir açı yaptığına göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4



4.



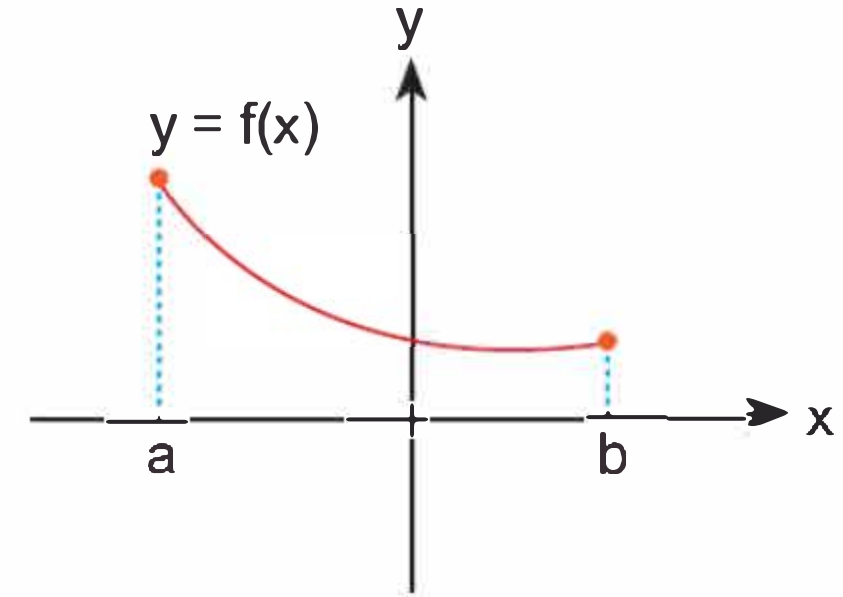
Şekilde $y = f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ in daima azalan olduğu aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-5, -3)$ B) $(-8, -5)$ C) $(7, 10)$
D) $(-8, -3)$ E) $(1, 7)$



5. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. $f(x)$, $[a, b]$ aralığında pozitif değerlidir.
- II. $f(x)$, (a, b) aralığında artandır.
- III. (a, b) aralığında $f'(x) < 0$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III



6.

$$f(x) = ax^3 + 6x^2 + x + 7$$

fonksiyonu daima artan olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a > 12$ B) $a > 6$ C) $a < 6$
D) $a < 12$ E) $6 < a < 12$



05200D98

1. Türevi $f'(x) = 2x^2$ olan fonksiyonun $x = a$ ($a > 0$) noktasındaki teğeti $y - 18x + 10 = 0$ doğrusu olduğuna göre, teğetin değme noktasının ordinatı kaçtır?

A) 18 B) 24 C) 28 D) 34 E) 44

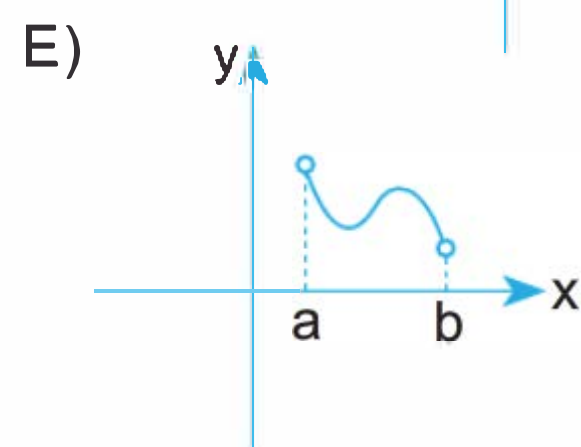
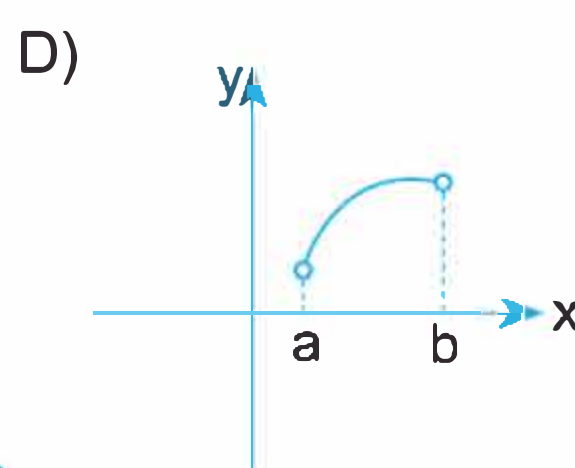
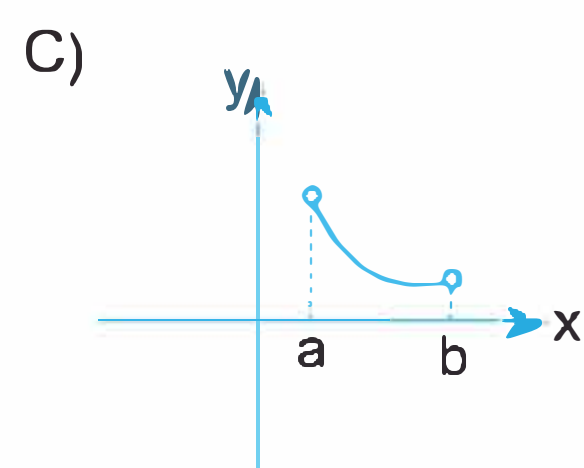
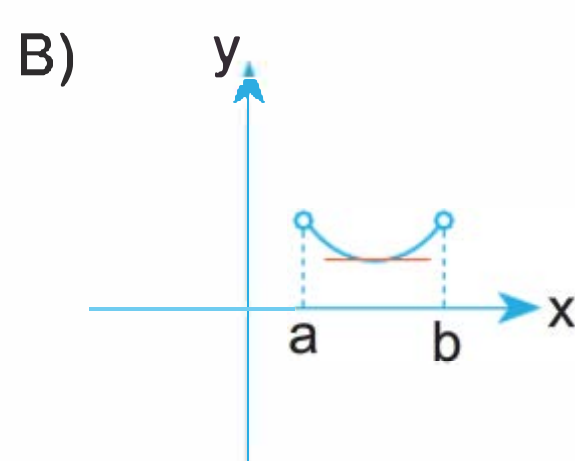
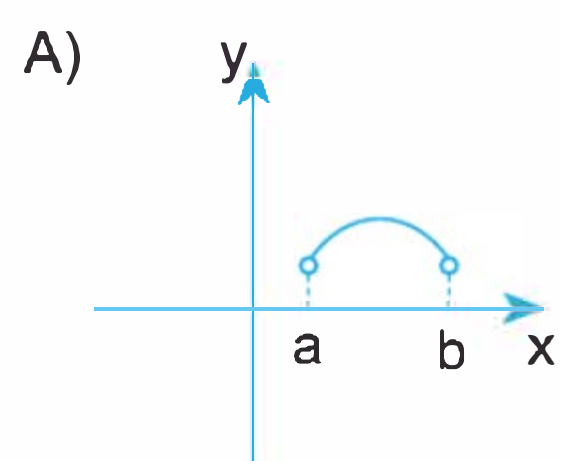
2. $y = 9x - a$ doğrusu $f(x) = \frac{x^4}{4} + x + 3$ fonksiyonunun grafiğine teğet olduğuna göre, a kaçtır?

A) 27 B) 22 C) 18 D) 12 E) 9

3. $f(x) = x^2 + 2ax + 7$ fonksiyonuna ait eğrinin $x = -3$ apsisi noktasındaki teğet doğrusunun denklemi $y = -2$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. (a, b) aralığındaki her x değeri için türevi negatif olan bir fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = x^2 - mx + 9$

fonksiyonu en geniş $[4, +\infty)$ aralığında daima artan olduğuna göre, m kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 8

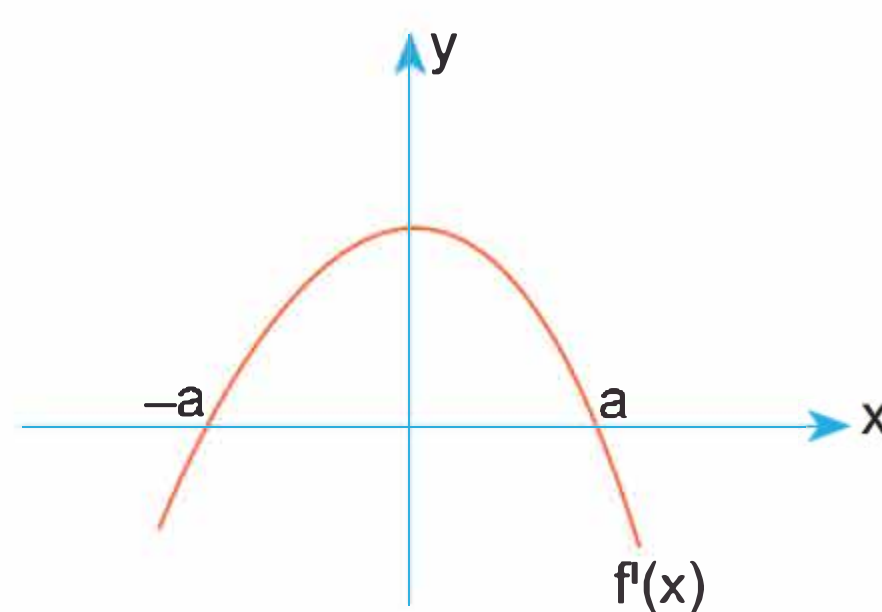


6. f ve g bir (a, b) aralığında türevli olan fonksiyonlardır. Bu fonksiyonlar için aşağıdaki bağıntılardan hangisi sağlanırsa $f(x) \cdot g(x)$ fonksiyonu azalan olur?

- A) $f(x) \cdot g(x) < -f'(x) \cdot g'(x)$
B) $f(x) \cdot g'(x) < f'(x) \cdot g(x)$
C) $f'(x) < g(x)$
D) $f(x) \cdot g(x) < f'(x) \cdot g'(x)$
E) $f'(x) \cdot g(x) < -f(x) \cdot g'(x)$



- 7.



Yandaki şekilde $f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f fonksiyonu ile ilgili,

- I. $f(0) > 0$ dir.
II. $[-a, a]$ aralığında artandır.
III. $[a, +\infty)$ aralığında azalandır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

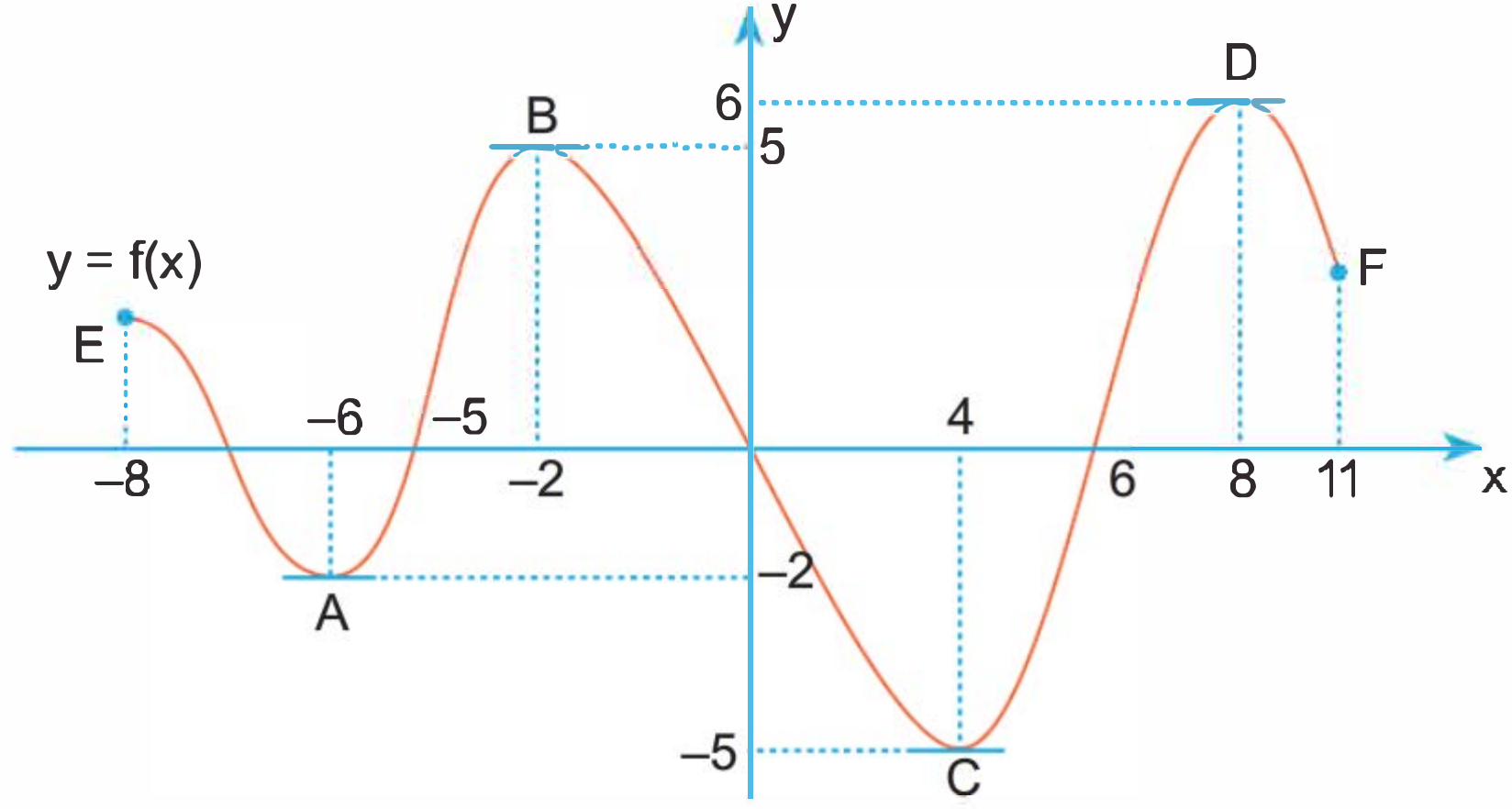


33. SEANS | EKSTREMUM NOKTALARI, MİNİMUM - MAKSİMUM PROBLEMLERİ

BİLGİ

33.1 - Yerel Ekstremum Noktalarının Grafikte Saptanması

✓ B(-2, 5) ve D(8, 6) noktalarında grafik tümsektir. (∩) Grafiğin tümsek olduğu noktalara $f(x)$ in **maksimum noktaları** denir. Bu noktalarda $f(x)$ in aldığı değerlerde [$f(-2) = 5$ ve $f(8) = 6$ değerlerine] $f(x)$ in **yerel maksimum değeri** denir. Maksimum noktalarından en büyüğüne (en üstteki) **mutlak maksimum noktası** denir. O halde D noktası (B den daha yukarıda) $f(x)$ in mutlak maksimum noktasıdır.



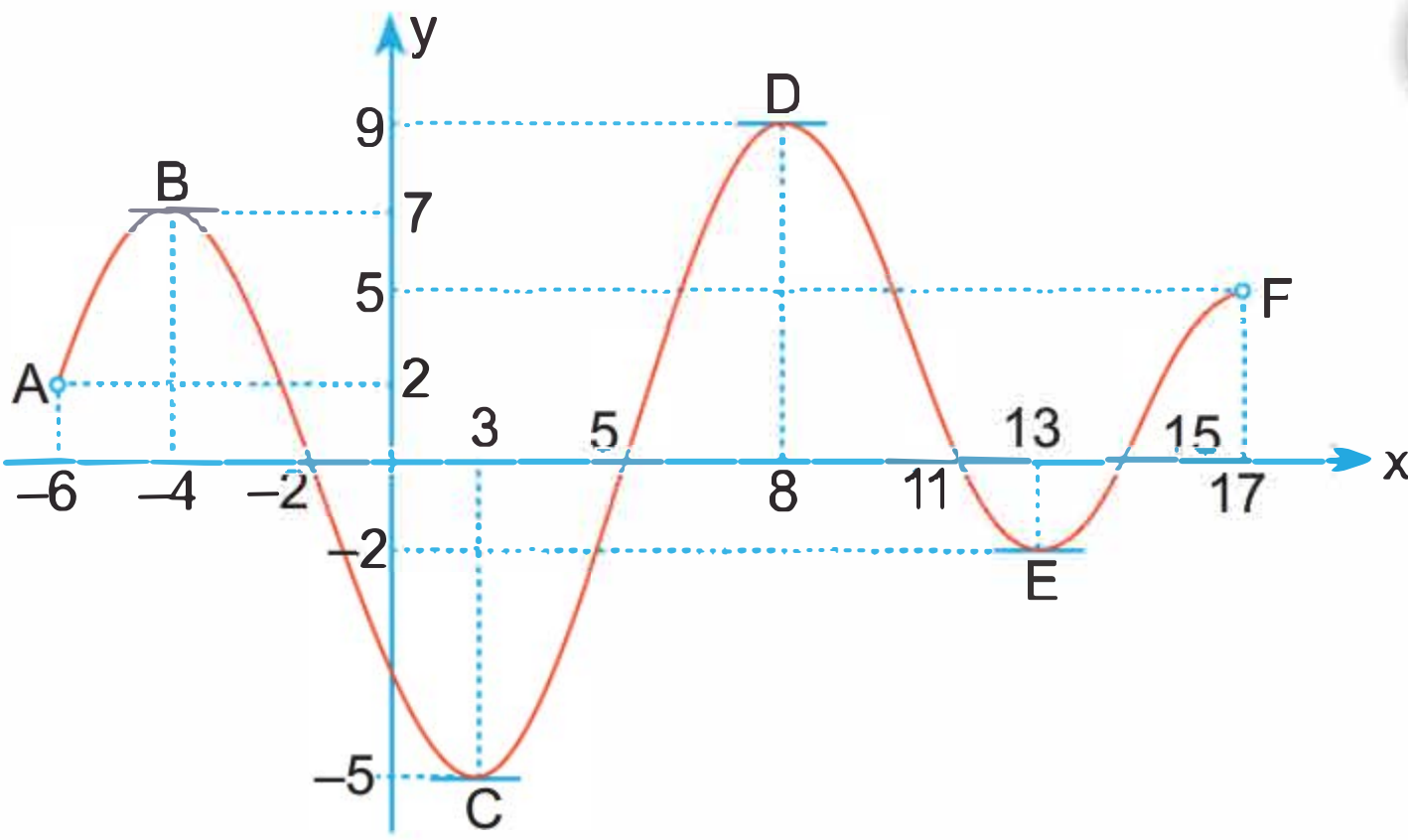
✓ A(-6, -2) ve C(4, -5) noktalarında grafik çukurdur. (∪) Grafiğin çukur olduğu noktalara $f(x)$ in **minimum noktaları** denir.

Bu noktalarda $f(x)$ in aldığı değerlere de [$f(-6) = -2$ ve $f(4) = -5$ değerlerine] $f(x)$ in **minimum değerleri** denir.

Minimum noktalarından en küçüğüne (en alttakine) de **mutlak minimum noktası** denir. O halde C noktası (A dan daha aşağıda) mutlak minimum noktasıdır.

✓ Yerel minimum ve yerel maksimum noktalarının hepsine birden **ekstremum noktaları** denir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



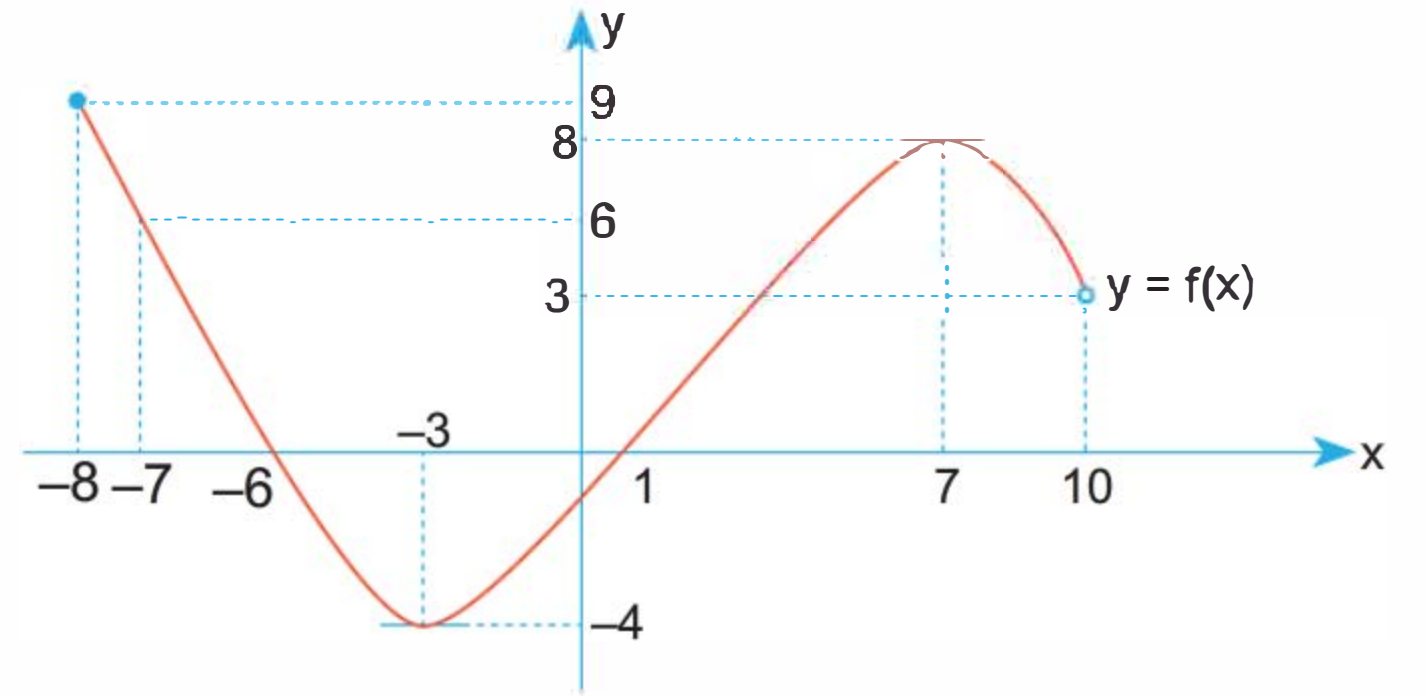
Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- Yerel minimum noktalarını bulunuz.
- Yerel minimum değerlerini bulunuz.
- Yerel maksimum noktalarını bulunuz.
- Yerel maksimum değerlerini bulunuz.
- Mutlak maksimum noktasını bulunuz.
- Mutlak minimum noktasını bulunuz.

Çözüm:

- C ve E noktaları yerel minimum noktalarıdır. (çukurlar)
- C ve E noktalarının y bileşenleri yerel minimum değerleridir.
 $x = 3 \Rightarrow f(3) = -5 \rightarrow$ yerel minimum değeri
 $x = 13 \Rightarrow f(13) = -2 \rightarrow$ yerel minimum değeri
- B ve D yerel maksimum noktalarıdır. (Tümsekler)
- B ve D noktalarının y bileşenleri yerel maksimum değerleridir.
 $x = -4 \Rightarrow f(-4) = 7 \rightarrow$ yerel maksimum değeri
 $x = 8 \Rightarrow f(8) = 9 \rightarrow$ yerel maksimum değeri
- Maksimum noktalarından en üstte olan D olduğundan D noktası mutlak maksimum noktası, mutlak maksimum değeri de 9 dur.
- Minimum noktalarından en altta olan C olduğu için mutlak minimum noktası C dir. Mutlak minimum değeri de -5 tir.

ÖĞRENCİ SORULARI



Şekilde $[-8, 10)$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- $f(x)$ in mutlak maksimum değeri kaçtır?

- A) -4 B) 3 C) 6 D) 9 E) 10

- $f(x)$ in mutlak minimum değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -6 D) -3 E) 3

- Yerel maksimum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

- Yerel ekstremum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 1 C) -2 D) -3 E) -4

1-D

2-B

3-C

4-E



BİLGİ

33.2 - I. Türev Yardımıyla Ekstremum Noktalarının Bulunuşu

I. türev yardımıyla ekstremum noktaları bulunurken aşağıdaki işlemler sırasıyla uygulanır.

I. $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri bulunur. Tek katlı kökler ekstremum noktalarının apsisleridir.

II. $f'(x)$ in işaret tablosu yapılarak $f'(x)$ in işareti incelenir. İşaret + ise $f(x)$ artan, - ise $f(x)$ azalandır.

III. Tabloda ekstremum noktalarının apsisleri saptanır. Bu apsisler $f(x)$ de yerine yazılırsa ekstremum değerleri hesaplanmış olur.

✓ Eğer $f'(x)$ in tek katlı kökleri -2 ve 3 ise tablo aşağıdaki gibi oluşturulur.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗ artan		↘ azalan		↗ artan
	yemel maksimum noktası		yemel minimum noktası		

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = x^2 - 6x + 10$
fonksiyonunun yerel minimum değerini bulunuz.

Çözüm:

$$f'(x) = 2x - 6 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \text{ tür.}$$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘ azalan		↗ artan
	yemel minimum noktası		

Yukarıdaki tabloya göre, $f(x)$ in yerel minimum noktasının apsi si $x = 3$ tür. Yerel minimum değerini bulmak için $f(x)$ te x yerine 3 yazılır.

$$\text{Yerel minimum değeri} \rightarrow f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 10 = 9 - 18 + 10 = 1 \text{ dir.}$$

2. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 8$
fonksiyonunun yerel maksimum ve yerel minimum değerle-
rini bulunuz.

Çözüm:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 8 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x - 24$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 24 = 0 \Rightarrow 3(x^2 + 2x - 8) = 0$$

$$3(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ -4 & 2 \end{matrix}$$

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗ artan		↘ azalan		↗ artan
	yemel maksimum noktası		yemel minimum noktası		

Yerel maksimum noktasının apsi si $x = -4$ olup yerel maksim-
um değeri $f(-4) = (-4)^3 + 3(-4)^2 - 24(-4) + 8 = 88$ dir.

Yerel minimum noktasının apsi si $x = 2$ olup yerel minimum de-
ğeri $f(2) = 2^3 + 3 \cdot 2^2 - 24 \cdot 2 + 8 = -20$ dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = x^2 - 8x + 2$
fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

- A) -16 B) -14 C) 0 D) 8 E) 32

2. $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 6$
fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

- A) -3 B) 0 C) 3 D) 6 E) 8

3. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$
fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsi si kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

1-B

2-D

3-E



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



1. $f(x) = x^3 + ax^2 - 12x + 2$
fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktada yerel ekstremumu olduğuna göre, a kaçtır?

Çözüm:

$x = 1$ apsisli nokta yerel ekstremum noktasının apsisi olduğuna göre, $x = 1$ değeri $f'(x) = 0$ denkleminin köküdür.

$$f(x) = x^3 + ax^2 - 12x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax - 12$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 2a \cdot 1 - 12 = 0$$

$$3 + 2a - 12 = 0$$

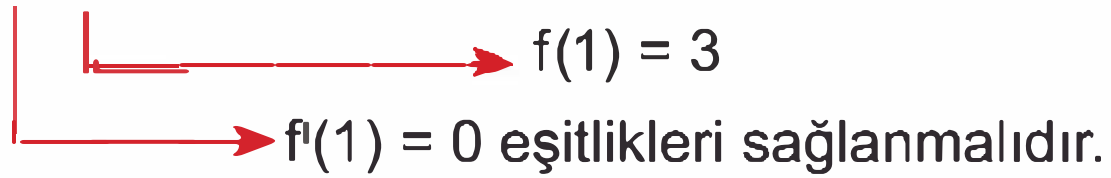
$$2a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{2} \text{ dir.}$$



2. $f(x) = 2x^3 + mx + n$
fonksiyonunun yerel minimum noktası $A(1, 3)$ olduğuna göre, m ve n sayılarını bulunuz.

Çözüm:

$A(1, 3)$



$$f(x) = 2x^3 + mx + n \Rightarrow f'(x) = 6x^2 + m$$

$$f'(1) = 6 \cdot 1^2 + m = 0$$

$$6 + m = 0 \Rightarrow m = -6 \text{ dir.}$$

$$f(1) = 3 \Rightarrow f(1) = 2 \cdot 1^3 + m \cdot 1 + n = 3$$

$$m + n = 1 \text{ ve } m = -6 \text{ ise } n = 7 \text{ dir.}$$



3. $f(x) = -x^3 + 12x + m$
fonksiyonunun yerel minimum değeri 6 olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm:

Önce yerel minimum noktasının apsisi bulunmalıdır.

$$f'(x) = -3x^2 + 12 \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$-3x^2 + 12 = 0$$

$$-3x^2 = -12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \text{ dir.}$$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		Min.	Maks.		

Tabloya göre, yerel minimum noktasının apsisi $x = -2$ dir. O halde $f(-2) = 6$ olmalıdır.

$$f(-2) = -(-2)^3 + 12 \cdot (-2) + m = 6$$

$$8 - 24 + m = 6 \Rightarrow m = 22 \text{ dir.}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 8x + 1$
fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktada yerel ekstremumu olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 8

2. $f(x) = x^3 + mx + n$
fonksiyonunun yerel minimum noktası $A(1, 2)$ olduğuna göre, $n - m$ farkı kaçtır?

- A) 7 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

3. $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$
fonksiyonunun yerel maksimum noktası $A(-1, 0)$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $f(x) = -x^3 + 27x + m$
fonksiyonunun yerel maksimum değeri 60 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1-A

2-A

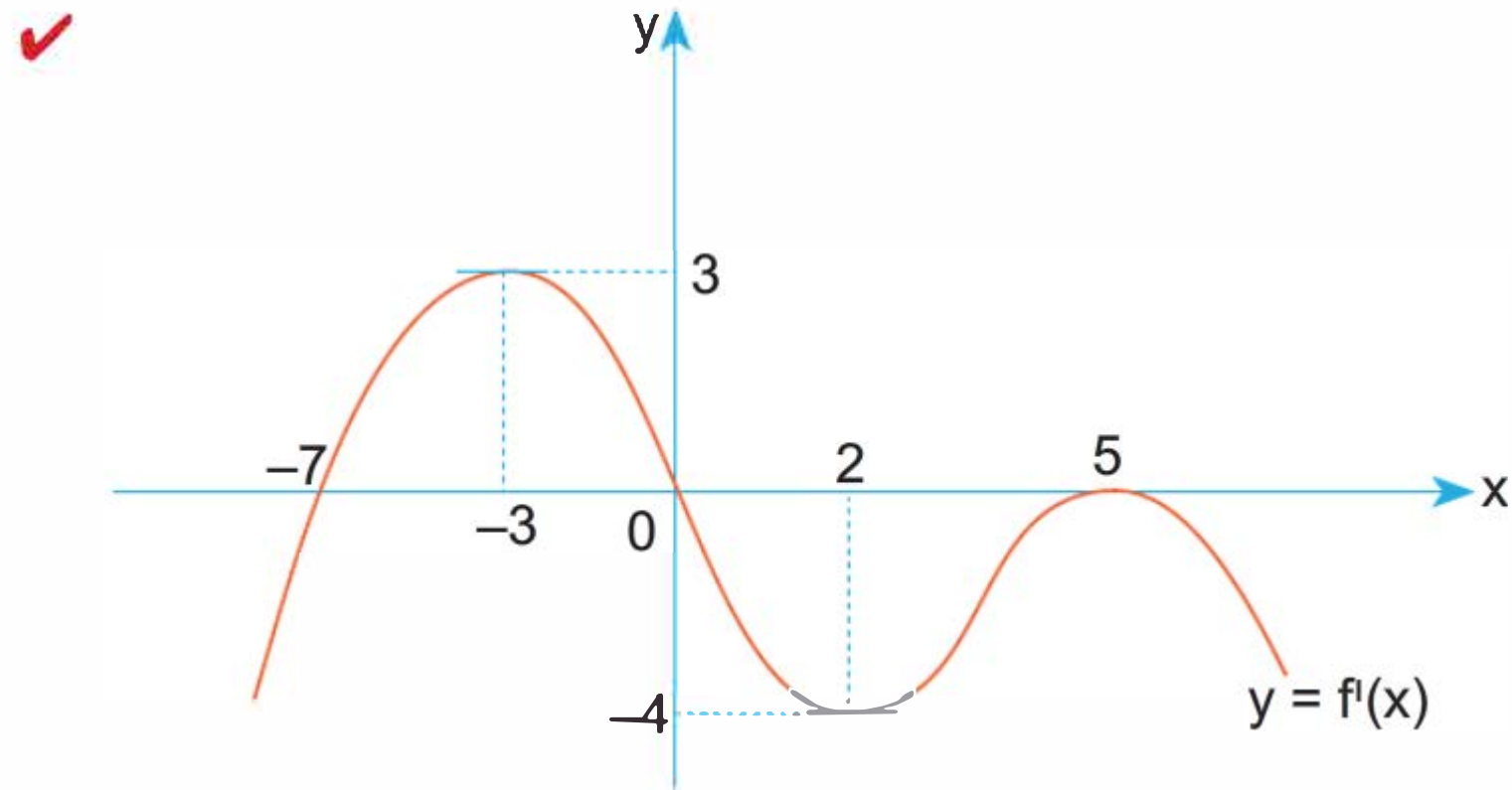
3-D

4-C



BİLGİ

33.3 - $f'(x)$ Türev Grafiğinden Ekstremum Noktalarının Bulunuşu



- $f'(x) = 0$ denkleminin tek katlı kökleri $f(x)$ in ekstremum noktalarının apsisleridir. Grafik $x = -7$ de, $x = 0$ da ve $x = 5$ te x eksenini kestiği için $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri,
 - $x = -7$ (tek katlı, ekstremum noktası)
 - $x = 0$ (tek katlı ekstremum noktası)
 - $x = 5$ (çift katlı – ekstremum noktası değil)

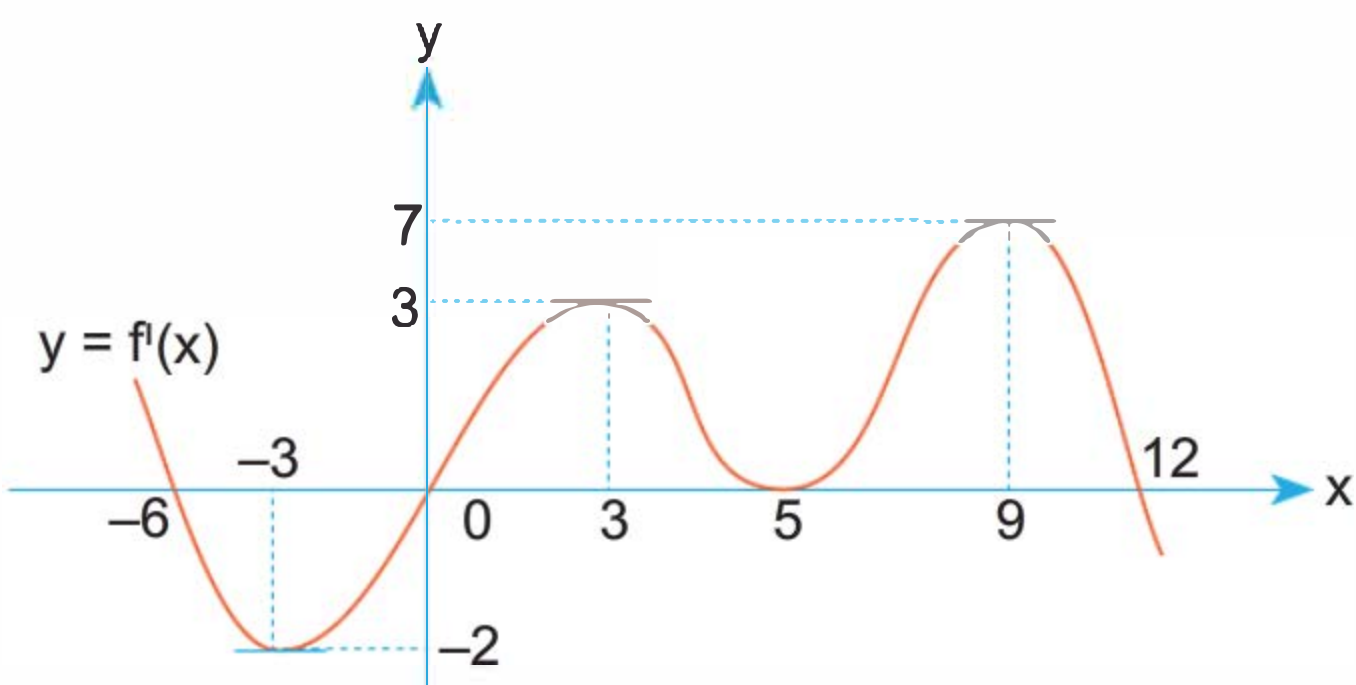
Şimdi bu kökleri kullanarak $f'(x)$ in işaret tablosunu yapalım.

x	$-\infty$	-7	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		↘	↗	↘	
		Min.	Maks.		

- $x = -7$ apsisli nokta $f(x)$ in yerel minimum noktası, $x = 0$ apsisli nokta da $f(x)$ in yerel maksimum noktasıdır. $x = -7$ de minimum değer, $x = 0$ da maksimum değer vardır.
- $x = 5$ te ekstremum yoktur. $x = 5$ çift katlı kök (x eksenine teğet olan kökler çift katlı köktür.) olduğundan $f'(x)$ in işareti değişmemiştir.

NOT: Grafiğin x ekseninin üstünde kalan kısımlarında, $f'(x) > 0$ dir. $[(-7, 0)$ aralığı]
 Grafiğin x ekseninin altında kalan kısımlarda $f'(x) < 0$ dir. $[(-\infty, -7), (0, 5)$ ve $(5, +\infty)$ aralıkları]

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



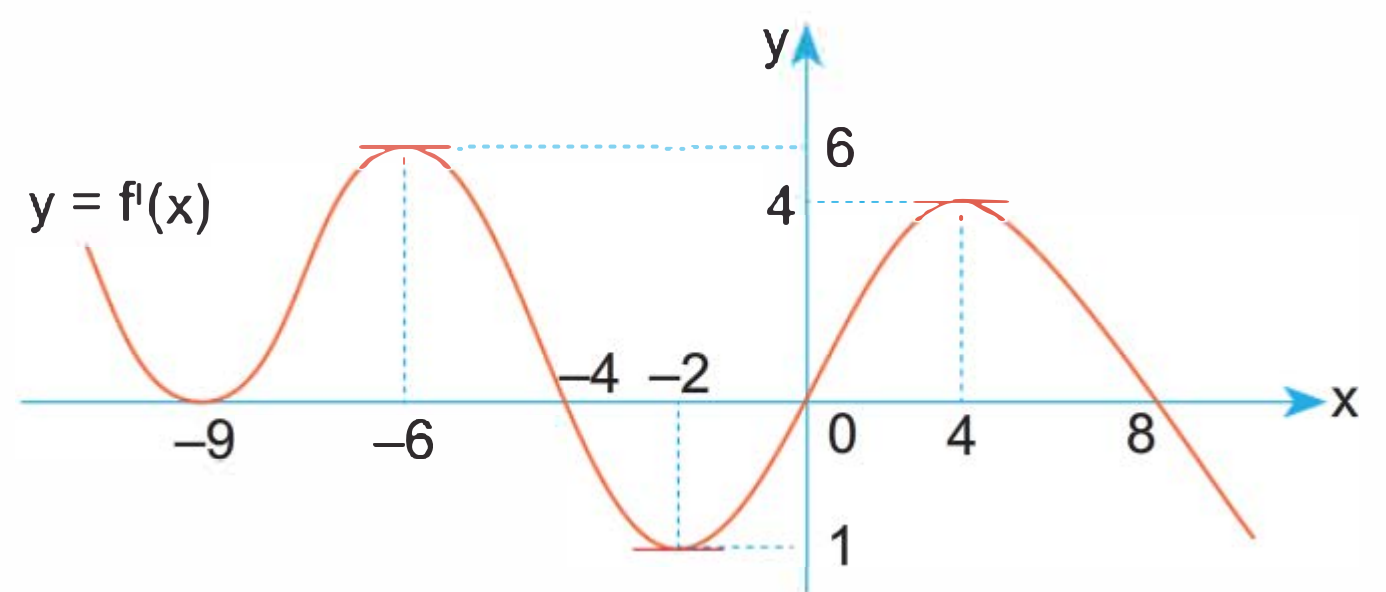
Şekilde $y = f'(x)$ in grafiği verilmiştir. Buna göre, $f(x)$ in ekstremum noktalarını bulunuz.

Çözüm: Öncelikle $f'(x) = 0$ denkleminin tek katlı kökleri bulunmalıdır. Bunlar grafiğin x eksenini kestiği ama teğet olmadığı noktalar-dır. O halde $x = -6$, $x = 0$ ve $x = 12$ değerleri $f'(x) = 0$ in tek katlı kökleridir. Bu köklerden yardım alarak $f'(x)$ in işaret tablosunu yapalım.

x	$-\infty$	-6	0	12	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		↗	↘	↗	↘		
		artan	azalan	artan	azalan		
		Maks.	Min.	Maks.			

$f'(x)$ in $+$ dan $-$ ye geçtiği $x = -6$ ve $x = 12$ apsisli noktalar yerel maksimum noktalarıdır. $f'(x)$ in $-$ den $+$ ya geçtiği $x = 0$ apsisli noktası da yerel minimum noktasıdır.

ÖĞRENCİ SORULARI



Şekilde $y = f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir. 1. ve 2. soruları yukarıdaki grafiğe göre cevaplayınız.

- $f(x)$ in yerel maksimum noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?
 A) 12 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2
- $f(x)$ in yerel minimum noktasının apsis kaçtır?
 A) -9 B) -6 C) -4 D) 0 E) 8

1-D

2-D



BİLGİ

33.4 - $f(x)$ in $[a, b]$ Aralığında En Büyük - En Küçük Değerini Bulma

✓ Bir fonksiyonun bir $[a, b]$ aralığındaki ekstremum değerlerini bulmak için,

1. $f'(x) = 0$ denkleminin köklerini bulacaksınız.
2. Bu kökleri $f(x)$ te yerine yazarak ekstremum değerlerini bulacaksınız. **(köklerin $[a,b]$ aralığında olanları alınır.)**
3. Sonra da aralığın uç noktaları için $f(a)$ ve $f(b)$ değerlerini bulacaksınız.
4. Ekstremum değerler ile $f(a)$ ve $f(b)$ değerlerinin içinden aradığınızı seçeceksiniz.

✓ $f(x) = x^2 - 6x + 1$

fonksiyonunun $[0, 4]$ aralığındaki en büyük ve en küçük değerlerini bulmak için aşağıdaki işlemleri yapmalısınız.

$f'(x) = 2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$ tür. ($3 \in [0,4]$)

Şimdi bu değeri $f(x)$ te yerine yazarak ekstremum değerlerini bulalım.

$x = 3 \Rightarrow f(3) = 3^2 - 6.3 + 1 = -8 \Rightarrow f(3) = -8$

Sıra geldi $[0, 4]$ aralığındaki uç değerleri denemeye.

$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6.0 + 1 = 1 \Rightarrow f(0) = 1$

$x = 4 \Rightarrow f(4) = 4^2 - 6.4 + 1 = -7 \Rightarrow f(4) = -7$

$-8, 1$ ve -7 den en büyük değer 1 ve en küçük değer -8 olduğu için $f(x)$ in $[0, 4]$ aralığındaki en büyük değeri 1 , en küçük değeri de -8 dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $f(x) = x^3 - 3x^2$ fonksiyonunun $[-2, 2]$ aralığında alabileceği en büyük ve en küçük değeri bulunuz.

Çözüm:

Önce $f'(x) = 0$ denkleminin köklerini bulalım.

$f(x) = x^3 - 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$

$3x(x - 2) = 0$

$\downarrow \downarrow$
 $0 \quad 2$

Şimdi bu kökleri $f(x)$ te x yerine yazarak ekstremum değerlerini bulalım.

$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0^3 - 3.0^2 = 0 \Rightarrow f(0) = 0$ (yerel maksimum)

$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2^3 - 3.2^2 = -4 \Rightarrow f(2) = -4$ (yerel minimum)

Sıra geldi $[-2, 2]$ aralığındaki uç noktaları denemeye

$x = -2 \Rightarrow f(-2) = (-2)^3 - 3.(-2)^2 = -20 \Rightarrow f(-2) = -20$

$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2^3 - 3.2^2 = -4 \Rightarrow f(2) = -4$

$0, -4, -20$ ve -4 değerlerinden en büyüğü 0 , en küçüğü -20 olduğundan $f(x)$ in $[-2, 2]$ aralığındaki en büyük değeri 0 , küçük değeri de -20 dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = x^2 + 4x + 1$ fonksiyonunun $[-3, 1]$ aralığındaki en küçük değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 6

2. $f(x) = x^2 - 4x + 2$ fonksiyonunun $[-3, 1]$ aralığındaki en küçük değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 4 D) 14 E) 16

3. $f(x) = x^3 + 3x^2$ fonksiyonunun $[-3, 3]$ aralığındaki en büyük değeri kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 27 D) 54 E) 108

1-B

2-B

3-D



BİLGİ

33.5 - Minimum - Maksimum Problemleri - I

Minimum - Maksimum problemlerinde;

"İki sayının toplamı 8 ise çarpımı en çok kaçtır?" gibi

- İki değişken (bilinmeyen) arasındaki bağıntı yazılır.
 $x + y = 8 \Rightarrow x \cdot y = ?$
- Bu bağıntıda değişkenlerden biri yalnız bırakılır.
 $x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - x$ (y yalnız bırakıldı)
- Değişkenler kullanılarak en çok (ya da en az) yapılacak olan ifadenin x ve y ye bağlı fonksiyonu yazılır.
Çarpım en çok kaçtır? $\Rightarrow A(x) = x \cdot y = ?$

- Daha sonra A(x) fonksiyonunda 2. adımda elde edilen $y = 8 - x$ değeri yerine yazılarak A(x) tek değişkene dönüştürülür.
 $A(x) = x \cdot y = x \cdot (8 - x)$

- $A'(x) = 0$ denkleminin kökleri bulunur.

$$A(x) = x(8 - x) = 8x - x^2 \Rightarrow A'(x) = 8 - 2x$$

$$8 - 2x = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ tür.}$$

- Bulunan x değeri A(x) de yerine yazıldığında istenene ulaşılmış olur.

$$x = 4 \Rightarrow A(x) = x(8 - x)$$

$$A(4) = 4(8 - 4) = 4 \cdot 4 = 16$$

Toplamı 8 olan iki sayının çarpımı en çok 16 dır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

- İki sayının toplamı 12 olduğuna göre, çarpımı en çok kaçtır?

Çözüm:

Sayılar x ile y olsun. Bu sayıların toplamı 12 ise $x + y = 12$ şeklinde yazılır.

$$x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x \rightarrow (y \text{ yalnız bırakıldı.})$$

İstenen ifade x.y dir.

$$A(x) = x \cdot y = x(12 - x)$$

$$= 12x - x^2$$

$$A'(x) = 12 - 2x = 0 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6 \text{ dir.}$$

O halde A(6) doğru cevap olacaktır.

$$x = 6 \Rightarrow A(x) = x(12 - x)$$

$$A(6) = 6(12 - 6) = 6 \cdot 6 = 36 \text{ dir.}$$

- İki pozitif reel sayının çarpımı 12 olduğuna göre, toplamı en az kaçtır?

Çözüm:

İki sayı x ve y olsun. Çarpımları 12 ise $x \cdot y = 12$ şeklinde bağıntı yazılır.

$$\frac{x \cdot y}{x} = \frac{12}{x} \Rightarrow y = \frac{12}{x} \text{ tir. Şimdi de istenen fonksiyonu yazalım.$$

$$A(x) = x + y = x + \frac{12}{x} \text{ dir.}$$

$$A'(x) = \frac{1}{1} - \frac{12}{x^2} = \frac{x^2 - 12}{x^2} = 0$$

$$x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3} \text{ tür.}$$

$$x = 2\sqrt{3} \Rightarrow A(x) = x + \frac{12}{x}$$

$$A(2\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} + \frac{12}{2\sqrt{3}} = \frac{24}{2\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

- İki sayının toplamı 16 olduğuna göre, çarpımı en çok kaçtır?

A) 16 B) 48 C) 60 D) 64 E) 72

- İki pozitif reel sayının çarpımı 2 olduğuna göre, toplamı en az kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $3\sqrt{2}$

- Toplamı 15 olan pozitif iki sayıdan birinin karesi ile diğerinin çarpımı en çok kaç olabilir?

A) 75 B) 125 C) 250 D) 500 E) 650

1-D

2-C

3-D



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



1. İki reel sayının farkı 6 olduğuna göre, çarpımı en az kaçtır?

Çözüm:

Sayılar x ve y olsun

$$x - y = 6 \Rightarrow x - 6 = y$$

Bu sayıların çarpım fonksiyonu

$$A(x) = x \cdot y = x(x - 6) = x^2 - 6x \text{ dir.}$$

$$A(x) = x^2 - 6x \Rightarrow A'(x) = 2x - 6$$

$$2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \text{ tür.}$$

İstenen $A(3)$ olacaktır.

$$\begin{aligned} x = 3 \Rightarrow A(x) &= x(x - 6) \\ &= 3(3 - 6) = 3 \cdot (-3) = -9 \end{aligned}$$

2. $x^2 - 5x + 4$

ifadesini en küçük yapan x değerini bulunuz.

Çözüm:

Bir ifadeyi en küçük (ya da en büyük) yapan x değeri 1. türevin kökleridir. O halde verilen ifadenin 1. türevini hemen alalım.

$$f(x) = x^2 - 5x + 4 \Rightarrow f'(x) = 2x - 5$$

$$2x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ dir.}$$

İşte $x = \frac{5}{2}$ değeri $x^2 - 5x + 4$ ifadesini en küçük yapan x değeridir.



3. $x + y = 6$

olduğuna göre, $x^2 \cdot y$ ifadesinin en büyük değerini bulunuz.

Çözüm:

$$x + y = 6 \Rightarrow y = 6 - x$$

$$A(x) = x^2 \cdot y = x^2 \cdot (6 - x) = 6x^2 - x^3$$

$$A'(x) = 12x - 3x^2 = 0$$

$$3x(4 - x) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 4 \end{array}$$

$$x = 0 \Rightarrow A(x) = 6x^2 - x^3$$

$$A(0) = 6 \cdot 0^2 - 0^3 = 0 \text{ (en küçük değeri)}$$

$$x = 4 \Rightarrow A(4) = 6 \cdot 4^2 - 4^3 = 32 \text{ (en büyük değeri)}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1. İki reel sayının farkı 4 olduğuna göre, çarpımı en az kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) -2 D) -4 E) -6

2. $x^2 - 9x + 5$ ifadesini en küçük yapan x değeri kaçtır?

- A) 9 B) $\frac{11}{2}$ C) $\frac{9}{2}$ D) 4 E) $\frac{5}{2}$

3. $2x + y = 8$ olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. $x + y = 9$ olduğuna göre, $x^2 \cdot y$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 124 B) 108 C) 54 D) 27 E) 0

1-D

2-C

3-C

4-B



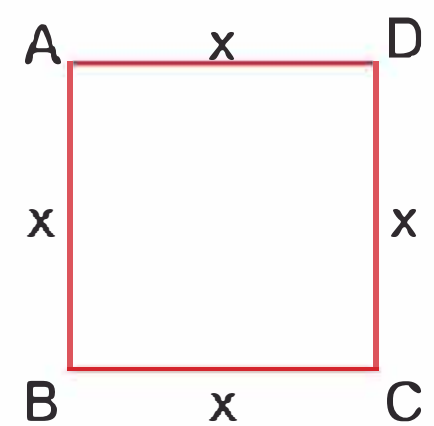
BİLGİ

33.6 - Minimum - Maksimum Problemleri - II

✓ Çevreleri eşit olan dikdörtgenler içinde alanı en fazla olan karedir. (Karenin de bir dikdörtgen olduğunu unutma)

✓ Alanları eşit olan dikdörtgenler içinde çevresi en küçük olan yine karedir.

• Çevresi 40 cm olan dikdörtgenin alanı en fazla kaç cm^2 dir?



Şekli kare seçelim.

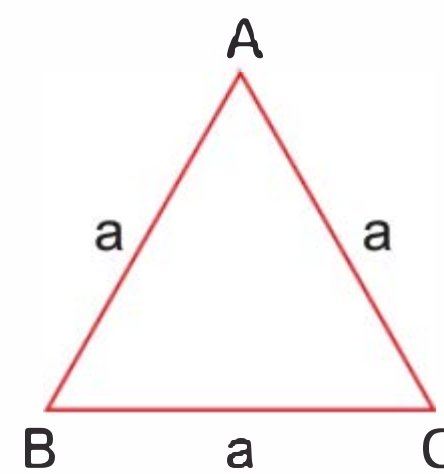
$$4x = 40$$

$$x = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Alan}(ABCD) = x \cdot x = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

✓ Çevreleri eşit olan üçgenler içinde alanı en büyük olan eşkenar üçgendir.

• Çevresi 18 cm olan üçgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?



Üçgeni eşkenar üçgen seçelim.

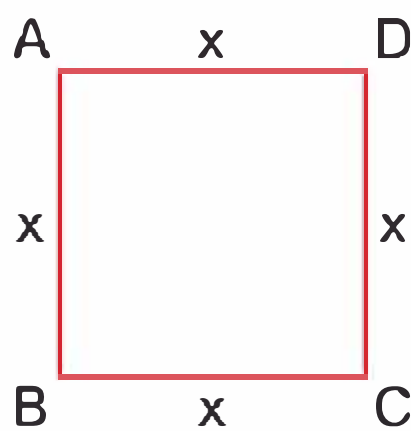
$$\text{Çevre} = 18 \text{ cm}$$

$$3a = 18$$

$$a = 6 \text{ dir.}$$

$$\text{Alan}(\widehat{ABC}) = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

• Alanı 9 cm^2 olan dikdörtgenin çevresi en az kaç cm dir?



Şekli kare seçelim.

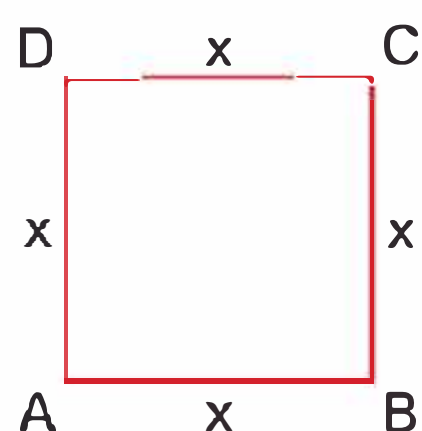
$$\text{Alan}(ABCD) = x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ tür.}$$

$$\text{Çevre}(ABCD) = 4x = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Alanı 25 cm^2 olan dikdörtgenin çevresi en az kaç cm dir?

Çözüm:



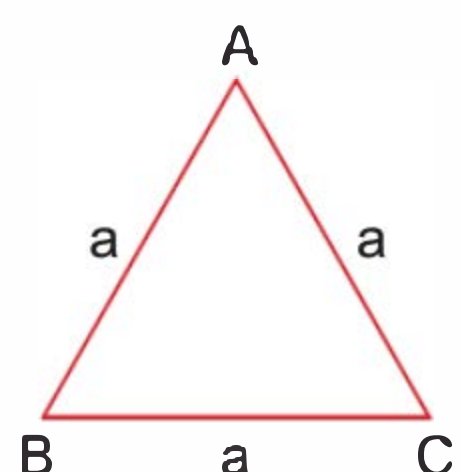
Şekli kare alalım.

$$\text{Alan}(ABCD) = x^2 = 25 \Rightarrow x = 5 \text{ cm dir.}$$

$$\text{Çevre}(ABCD) = 4x = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm dir.}$$

2. Çevresi 12 cm olan bir üçgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

Çözüm:



Şekli eşkenar üçgen seçelim.

$$\text{Çevre}(\widehat{ABC}) = 3a = 12 \Rightarrow a = 4 \text{ cm dir.}$$

$$\text{Alan}(\widehat{ABC}) = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Çevresi 24 cm olan dikdörtgenin alanı en fazla kaç cm^2 dir?

- A) 16 B) 20 C) 24 D) 36 E) 72

2. Alanı 121 cm^2 olan dikdörtgenin çevresi en az kaç cm dir?

- A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 64

3. Çevresi 27 cm olan bir üçgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

- A) $10\sqrt{3}$ B) $16\sqrt{3}$ C) $19\sqrt{3}$ D) $20\sqrt{3}$ E) $\frac{81 \cdot \sqrt{3}}{4}$

1-D

2-C

3-E



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $x^2 - (k^2 - 2k + 3)x + 4 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
Buna göre, $x_1 + x_2$ nin en küçük değerini bulunuz.

Çözüm:

NOT: $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde
 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ve $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ dir.

1. $x^2 - (k^2 - 2k + 3)x + 4 = 0$ denkleminde
a b c

$a = 1, b = -(k^2 - 2k + 3), c = 4$ tür.

$A(k) = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{k^2 - 2k + 3}{1} = k^2 - 2k + 3$

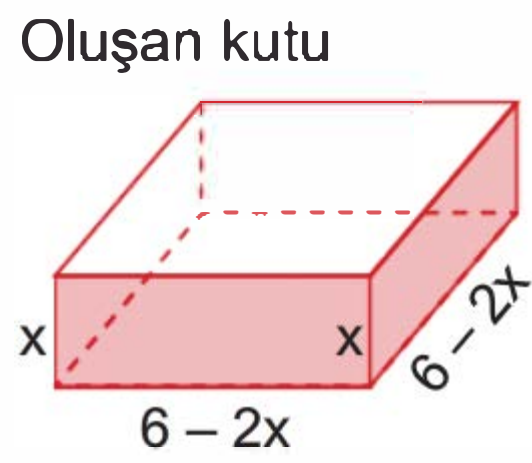
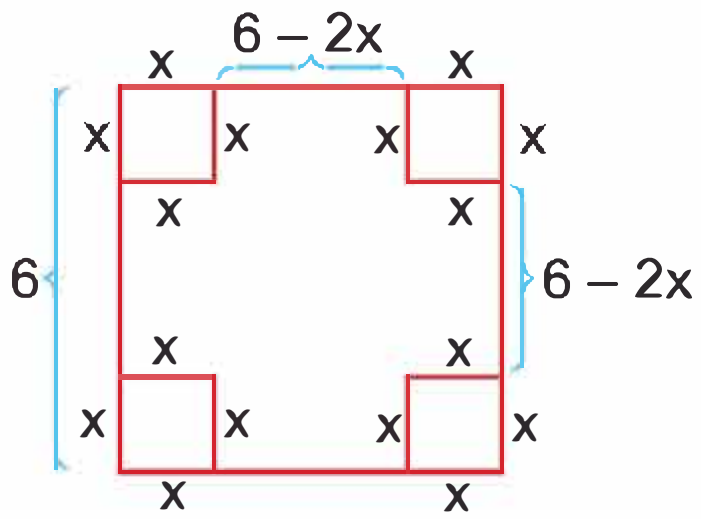
$A'(k) = 2k - 2 = 0 \Rightarrow 2k = 2 \Rightarrow k = 1$ dir.

$x_1 + x_2$ nin en küçük değeri $A(1)$ dir.

$A(k) = k^2 - 2k + 3 \Rightarrow A(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 + 3 = 2$ dir.

2. Bir kenarının uzunluğu 6 cm olan kare şeklindeki bir kartonun köşelerinden eş kareler kesilip atılıyor. Geriye kalan kartonun kenarları katlanarak en büyük hacimli, üstü açık, dikdörtgenler prizması şeklinde bir kutu yapılıyor.
Oluşan bu kutunun hacmini bulunuz.

Çözüm:



Kutunun Hacmi = Taban Alanı x Yükseklik

$$\begin{aligned} V(x) &= (6 - 2x) \cdot (6 - 2x) \cdot x \\ &= (6 - 2x)^2 \cdot x \\ &= (36 - 24x + 4x^2) \cdot x \\ &= 36x - 24x^2 + 4x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V'(x) &= 36 - 48x + 12x^2 \\ &= 12(3 - 4x + x^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V'(x) &= 12(3 - 4x + x^2) = 0 \\ &= 12(x - 1) \cdot (x - 3) = 0 \end{aligned}$$

$x = 3$ seçilirse $6 - 2x = 6 - 2 \cdot 3 = 0$ olur ki kutu oluşmaz. (yerel min.)

O halde $x = 1$ dir.

$$V(x) = (6 - 2x)^2 \cdot x \Rightarrow V(1) = (6 - 2 \cdot 1)^2 \cdot 1 = 16 \text{ cm}^3 \text{ tür.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $x^2 - (k^2 - 6k + 5)x + 2 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
Buna göre, $x_1 + x_2$ nin en küçük değeri kaçtır?

A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

2. $x^2 - (k^2 + 8k)x + 3 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
Buna göre, $x_1 + x_2$ nin en küçük değeri kaçtır?

A) -4 B) -6 C) -12 D) -16 E) -18

3. $x^2 + 3x + k^2 + 4k = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
Buna göre, $x_1 \cdot x_2$ nin en küçük değeri kaçtır?

A) -8 B) -6 C) -4 D) -2 E) -1

4. Bir kenar uzunluğu 18 cm olan kare şeklindeki bir kartonun köşelerinden eş kareler kesilip atılıyor. Geriye kalan kartonun kenarları katlanarak üstü açık, en büyük hacimli, dikdörtgenler prizması şeklinde bir kutu yapılıyor.
Bu kutunun yüksekliği kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

1-B

2-D

3-C

4-A



TEST 1

1. $f(x) = x^2 + mx + 6$
fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktada yerel minimumu olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) -2 E) -4

2. $f(x) = -x^2 + 4x + 1$
fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

3. $f(x) = -x^2 + 8x + 1$
fonksiyonunun yerel maksimum noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 17) B) (2, 13) C) (4, 17)
D) (4, 12) E) (4, 33)

4. $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2$
fonksiyonunun $[-2, 2]$ aralığındaki en büyük değeri kaçtır?

- A) $-\frac{8}{3}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) 0 E) $\frac{2}{3}$

5. Çevresi 36 cm olan bir üçgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

- A) $48\sqrt{3}$ B) $36\sqrt{3}$ C) $30\sqrt{3}$ D) $24\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

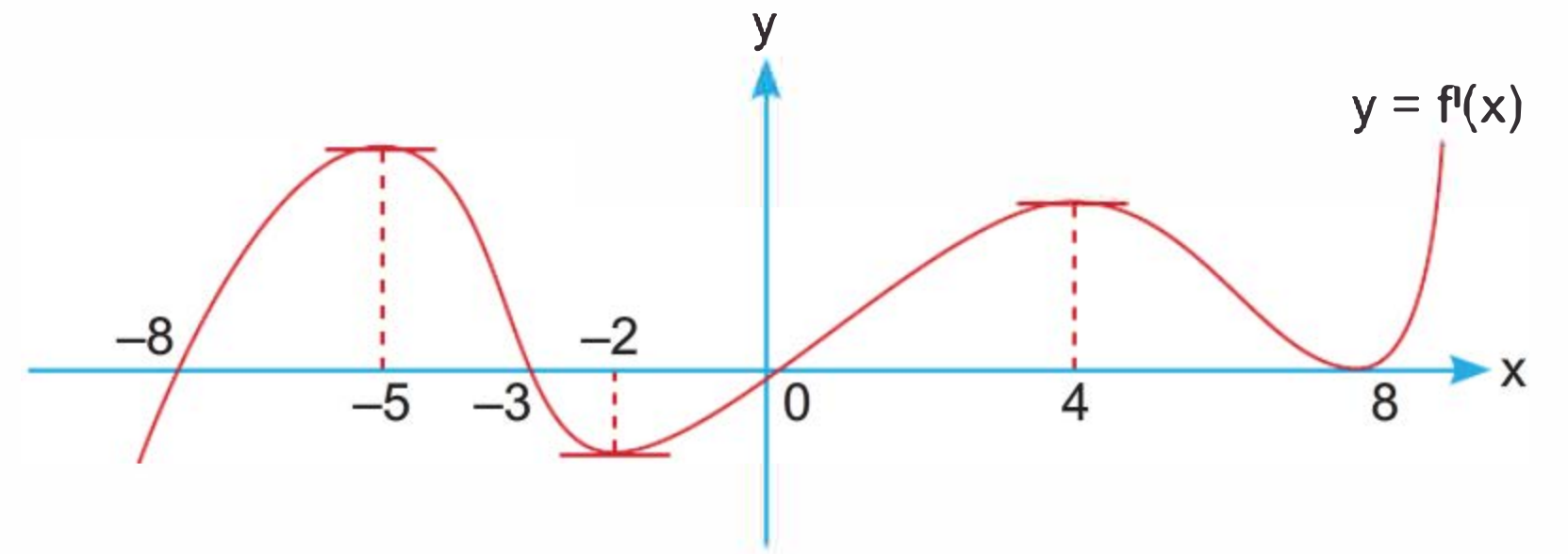
6. İki sayının farkı 5 olduğuna göre, çarpımı en az kaçtır?

- A) $-\frac{13}{2}$ B) $-\frac{15}{2}$ C) $-\frac{25}{2}$ D) $-\frac{25}{4}$ E) $-\frac{25}{8}$

7. $x^2 - 7x + 5$
ifadesini en küçük yapan x değeri kaçtır?

- A) 7 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $-\frac{7}{2}$ E) -7

8.



Şekilde $y = f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = -8$ apsisli nokta $f(x)$ in yerel minimum noktasıdır.
B) $x = 8$ apsisli nokta $f(x)$ in yerel ekstremum noktalarından biridir.
C) $x = -3$ apsisli nokta $f(x)$ in yerel ekstremum noktasıdır.
D) $(-3, 0)$ aralığında $f(x)$ azalır.
E) $x = -3$ apsisli nokta $f(x)$ in yerel maksimum noktasıdır.



1. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$ fonksiyonunun $[-1, 3]$ aralığındaki mutlak maksimum değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

2. 

Şekildeki dikdörtgen şeklindeki bahçenin bir kenarı duvardır.

Bu bahçenin üç kenarına bir sıra tel çekilecektir.

Kullanılan telin uzunluğu 40 m olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç m^2 olabilir?

- A) 175 B) 180 C) 200 D) 220 E) 240

3. x tane ürünün maliyet fiyatı,
 $M(x) = (x^2 + 8x + 200)$ TL
ve birim başına satış fiyatı $(200 - x)$ TL dir.
Bu satışta maksimum kârın elde edilebilmesi için bir birim ürün kaç TL ye satılmalıdır?

- A) 148 B) 150 C) 152 D) 154 E) 156



4. $y = 3x + 5$ doğrusunun orijine en yakın noktasının apsisi kaçtır?

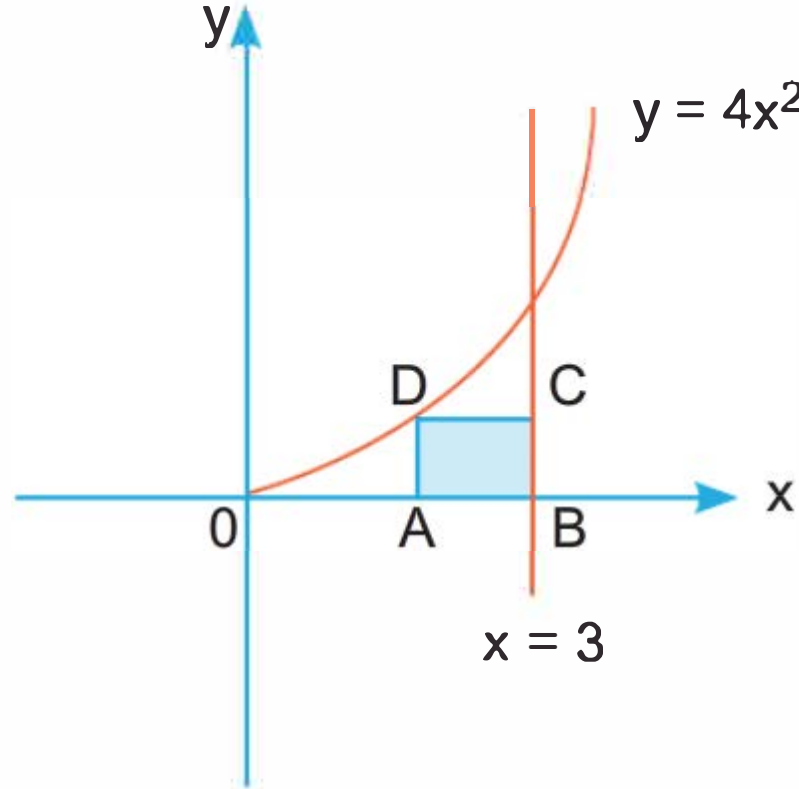
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) $-\frac{3}{2}$



5. Yarıçapı 4 cm olan çember içine çizilebilecek olan ABCD dikdörtgeninin alanı en çok kaç cm^2 dir?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48



6.  Yandaki şekilde $y = 4x^2$ parabolünün I. bölgesindeki kısmı ile $x = 3$ doğrusu verilmiştir.

Şekilde verilenlere göre, ABCD dikdörtgeninin alanı en çok kaç br^2 dir?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

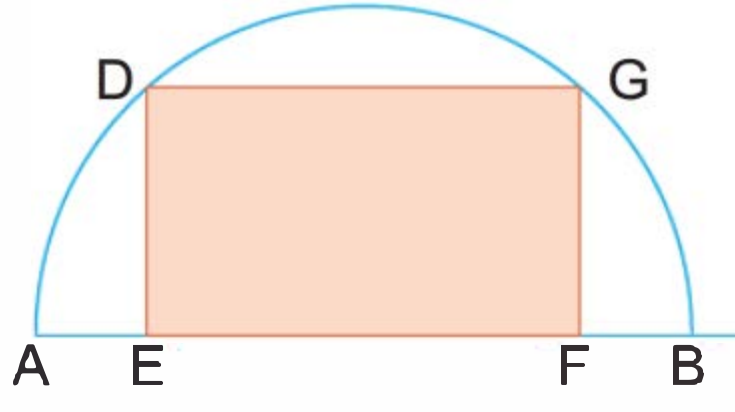


7. $f(x) = x^2 - 5x + 8$ parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3



1.

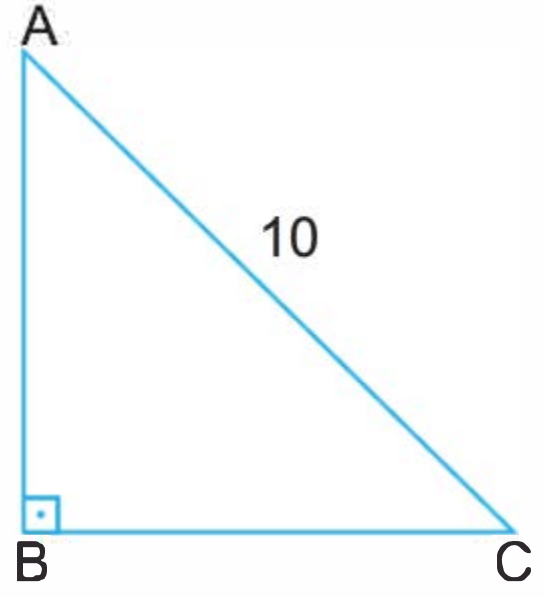


AB çaplı yarım çember içine şekildeki gibi DEFG dikdörtgeni çiziliyor.

$|AB| = 6$ cm olduğuna göre, DEFG dikdörtgeninin alanı en çok kaç br^2 dir?

- A) 5 B) 9 C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

2.



ABC dik üçgen

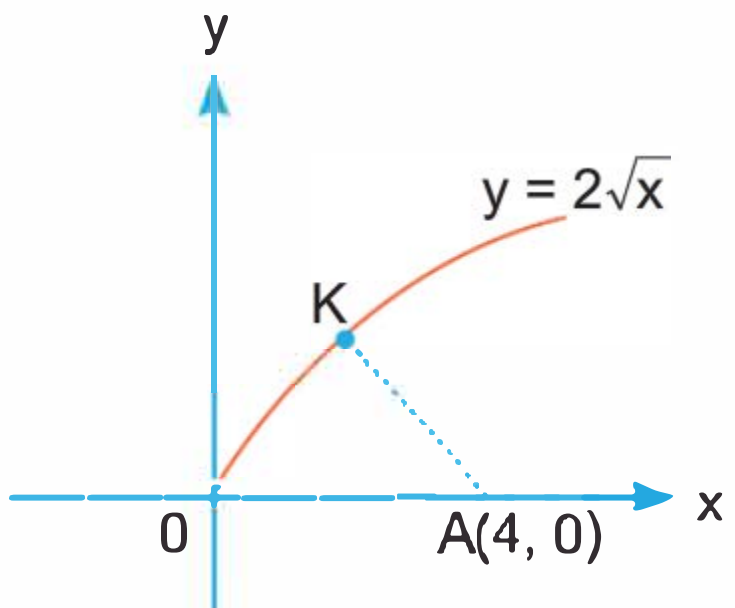
$AB \perp BC$

$|AC| = 10$ br

Buna göre, ABC üçgensel bölgesinin alanı en çok kaç br^2 dir?

- A) 5 B) 18 C) 20 D) 24 E) 25

3.

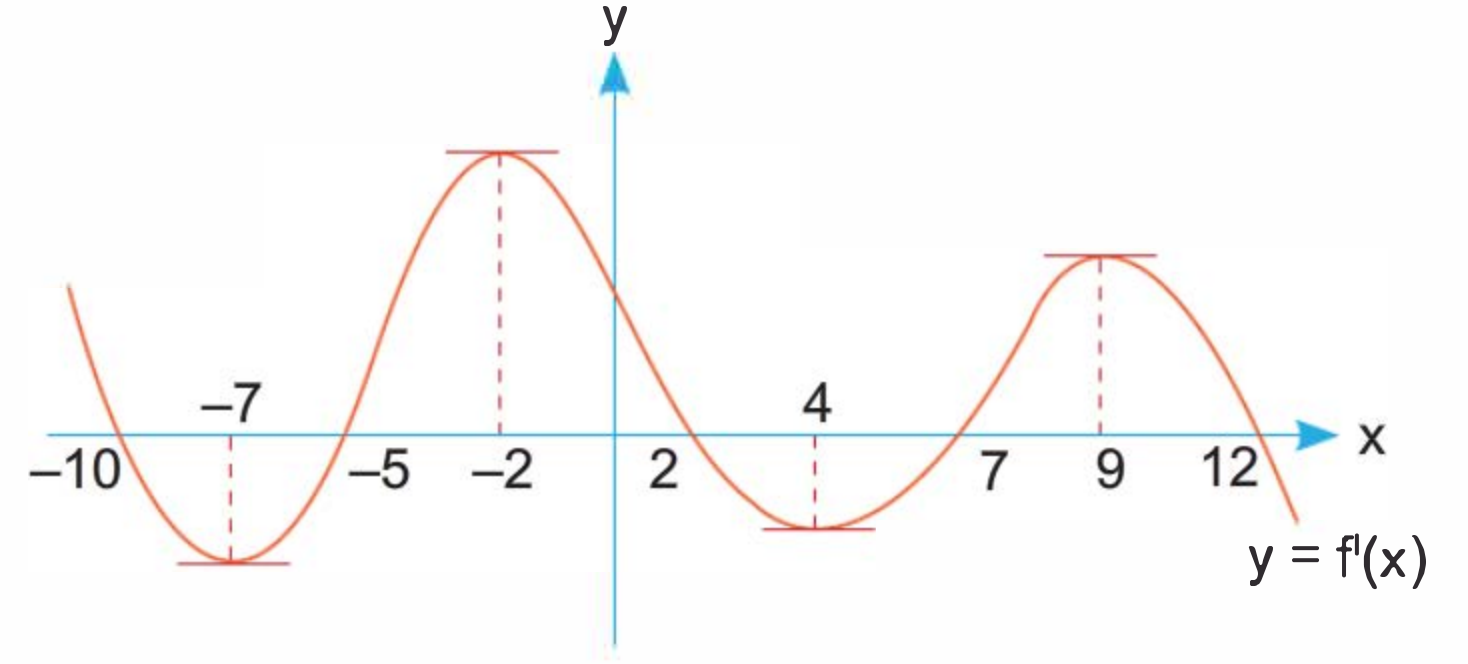


Yandaki şekilde $y = 2\sqrt{x}$ parabolü ve üzerindeki K noktası verilmiştir.

Buna göre, $A(4, 0)$ noktasının K noktasına olan uzaklığı en az kaç br dir?

- A) $2\sqrt{3}$ B) 5 C) $2\sqrt{7}$ D) $\sqrt{30}$ E) $4\sqrt{2}$

4.



Şekilde türevinin grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 0 D) 4 E) 6

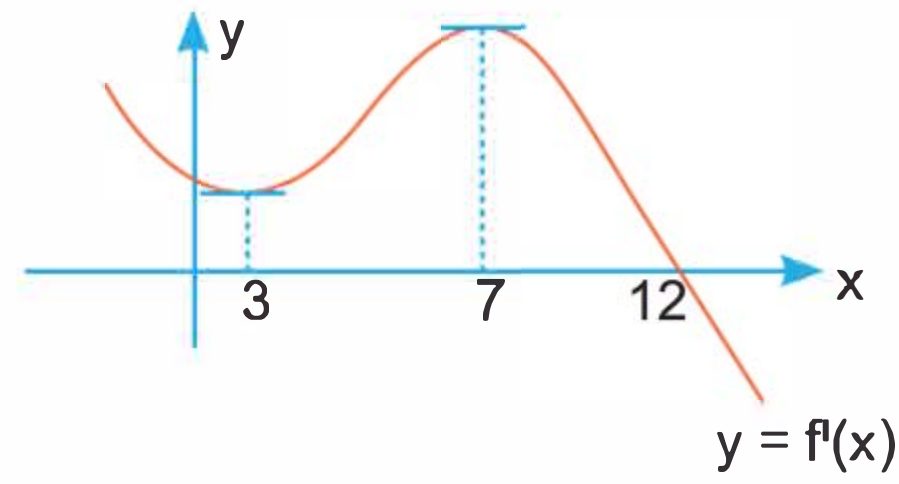
5.

$$f(x) = ax^3 - 2x^2 + 3x + 5$$

eğrisinin yerel ekstremum noktalarının apsisi toplamı $\frac{4}{9}$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

6.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun I. türevinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

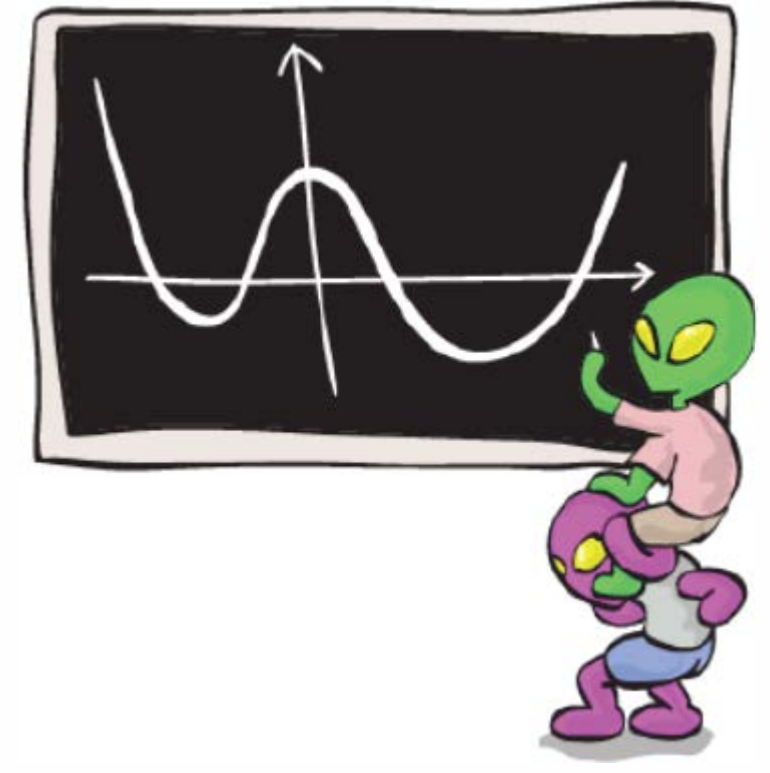
- A) $x = 12$ apsisli nokta $f(x)$ in yerel maksimum noktasıdır.
 B) $[7, 12]$ aralığında $f(x)$ artandır.
 C) $[8, 10]$ aralığında $f(x)$ azalandır.
 D) $f'(3) = 0$ dir.
 E) $f(x)$, $[3, 7]$ aralığında artandır.

BİLGİ

34.1 - Polinom Fonksiyonların Grafikleri - I

Bir fonksiyonun grafiği çizilirken aşağıdaki işlemleri sırasıyla yapmalısın.

1. Fonksiyonun tanım kümesi bulunur.
2. Eksenleri kestiği noktalar (varsa) bulunur.
3. Birinci türev yardımıyla fonksiyonun (varsa) artan–azalan aralıkları ile ekstremum noktaları (varsa) bulunur.
4. Bu verilerle değişim tablosu oluşturulur.
5. Değişim tablosuna göre grafik çizilir.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1 $f(x) = x^2 + 2x - 3$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm:

1) $f(x)$ polinom fonksiyon olduğu için tanım kümesi tüm reel sayılar kümesidir. $T = \mathbb{R}$

2) $f(x)$ de $x = 0$ yazarak grafiğin y eksenini kestiği noktayı bulabilirsin.

$$x = 0 \rightarrow f(x) = x^2 + 2x - 3 \rightarrow f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = -3$$

Grafik y eksenini $(0, -3)$ noktasında keser.

$y = 0$ yazılarak fonksiyonun x eksenini kestiği noktalar bulunur.

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow x = -3 \\ \rightarrow x = 1 \end{array}$$

Grafik x eksenini $(1, 0)$ ve $(-3, 0)$ noktalarında keser.

3) $f(x) = x^2 + 2x - 3 \rightarrow f'(x) = 2x + 2 = 0 \rightarrow x = -1$

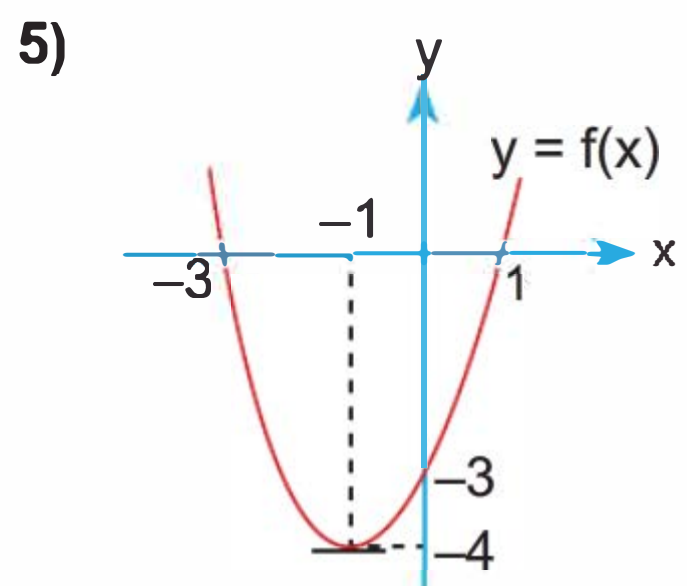
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	azalan	yerel min. noktası	artan

$x = -1$ için
 $f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 3 = -4$ olur.
 $(-1, -4)$ yerel min. noktasıdır.

4)

x	$-\infty$	-3	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+	+	+
$f''(x)$	+	+	+	+	+	+
$f(x)$			-4			

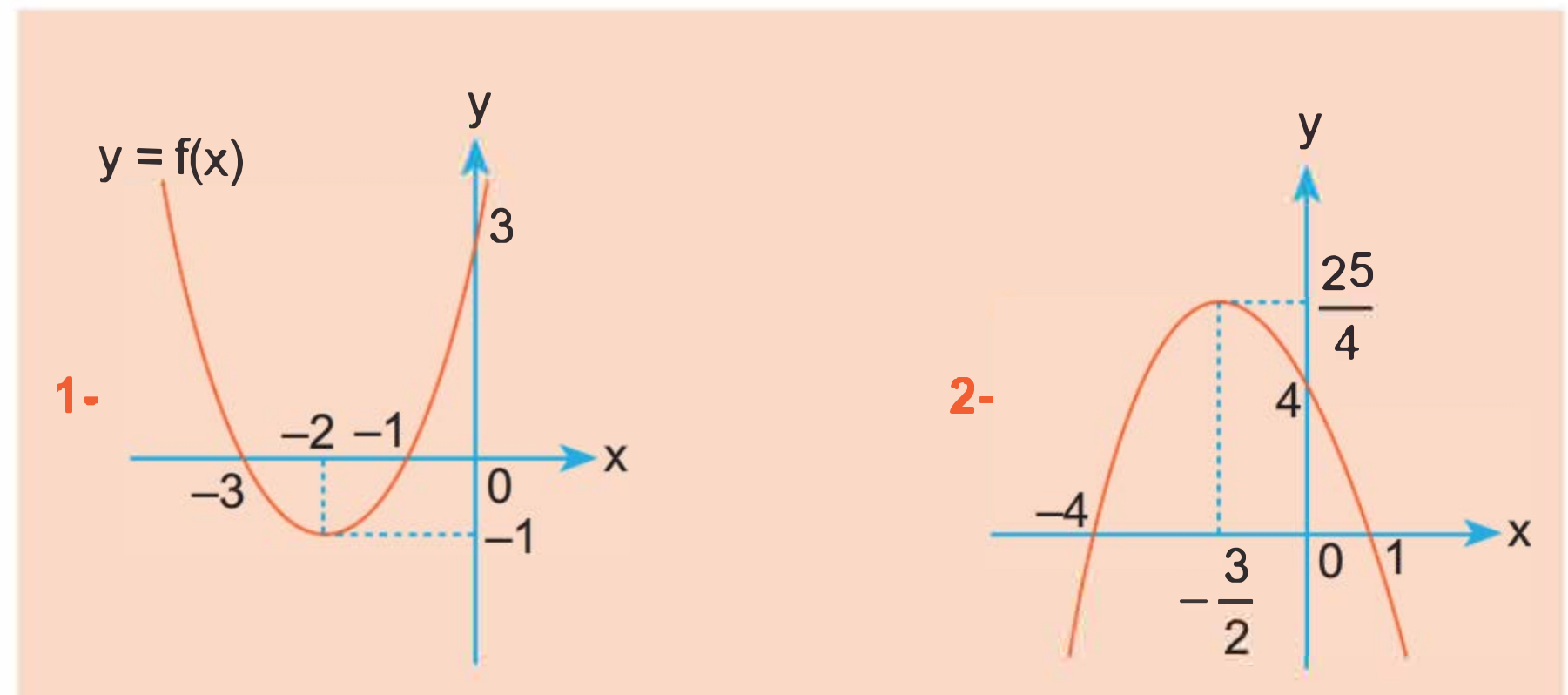
Kökü olmadığından hep +
 yerel min. noktası



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = x^2 + 4x + 3$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

2. $f(x) = -x^2 - 3x + 4$
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.





BİLGİ

34.2 - Polinom Fonksiyonların Grafikleri - II

✓ Baş katsayısı a ve kökleri $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ olan bir polinom, $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_n)$ biçiminde yazılır.

- Baş katsayısı 2 ve kökleri $x_1 = 3, x_2 = 5$ olan polinom, $P(x) = 2(x - 3)(x - 5)$ dir.
- Baş katsayısı -3 ve kökleri $x_1 = 2, x_2 = -3, x_3 = 4$ olan polinom, $P(x) = -3(x - 2)(x + 3)(x - 4)$ tür.

✓ $\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x)$ değeri grafiğin başladığı bölgeyi,
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$ değeri grafiğin bittiği bölgeyi gösterir.

- $P(x) = x^3 + 2x^2 - 1$ polinomunun grafiği

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x) = (-\infty)^3 = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = (+\infty)^3 = +\infty$$

$(-, -)$ Grafik III. bölgede başlar
 $(+, +)$ Grafik I. bölgede biter

✓ $P(x) = 3(x - 1)(x - 2)^{2n+1} \cdot (x - 5)^{2n}$ polinomunun grafiği:

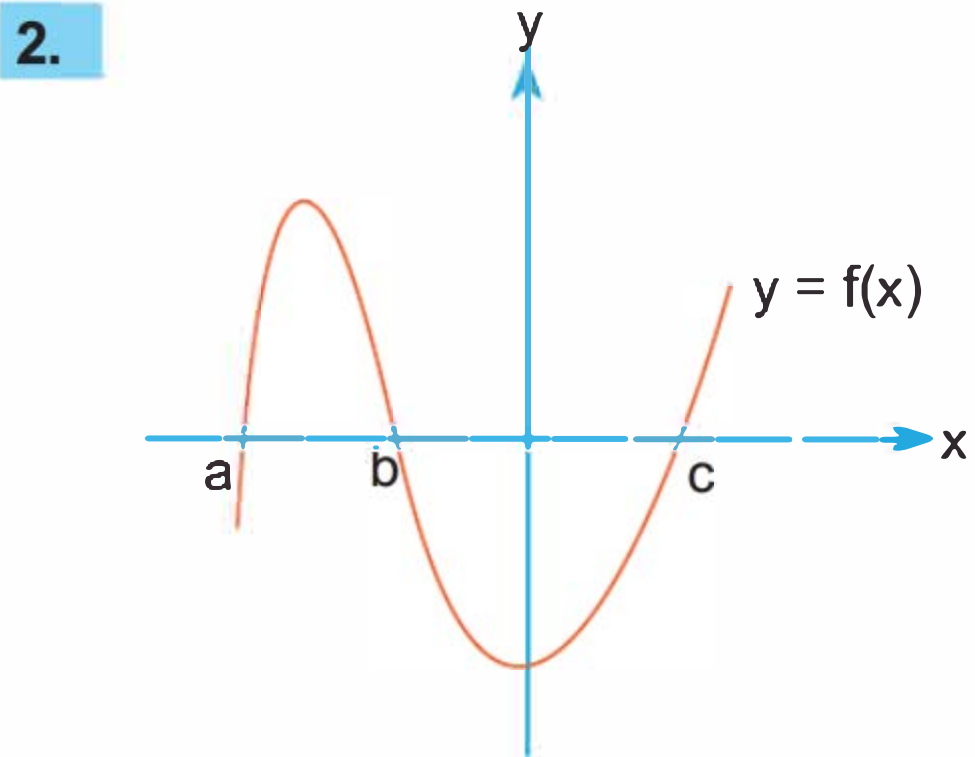
- $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ de x eksenini büküm yapmadan keser.
- $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$ ($2n + 1$, 1 den büyük tek sayı) Grafik x eksenini $x = 2$ de büküm yaparak keser
- $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$ de ($2n$, çift sayı) Grafik $x = 5$ te x eksenine teğettir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Baş katsayısı 3, kökleri $-2, -4, 3$ ve 5 olan 4. dereceden polinomu yazınız.

Çözüm:

$$\begin{aligned} P(x) &= a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) \\ &= 3(x - (-2))(x - (-4))(x - 3)(x - 5) \\ &= 3(x + 2)(x + 4)(x - 3)(x - 5) \end{aligned}$$



Çözüm:

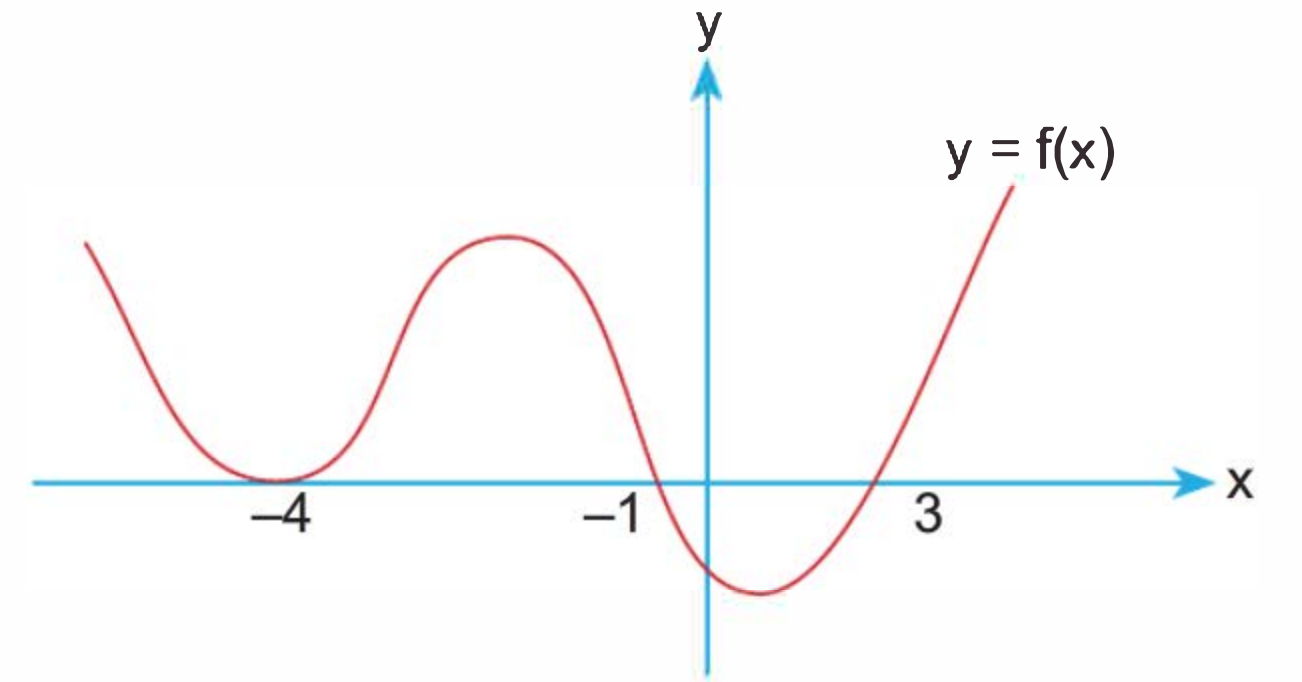
$$\left. \begin{aligned} f(x) &= (x + 2)(x + 6)(x - 3) \\ &= (x - (-2))(x - (-6))(x - 3) \end{aligned} \right\} a = -6, b = -2, c = 3 \text{ tür.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Baş katsayısı 4, kökleri $2, -4$ ve 6 olan 3. dereceden polinom fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = 4(x + 2)(x - 4)(x - 6)$
- B) $f(x) = 4(x + 2)(x + 4)(x + 6)$
- C) $f(x) = (x - 2)(x + 4)(x - 6)$
- D) $f(x) = 4(x - 2)(x - 4)(x - 6)$
- E) $f(x) = 4(x - 2)(x + 4)(x - 6)$

2.



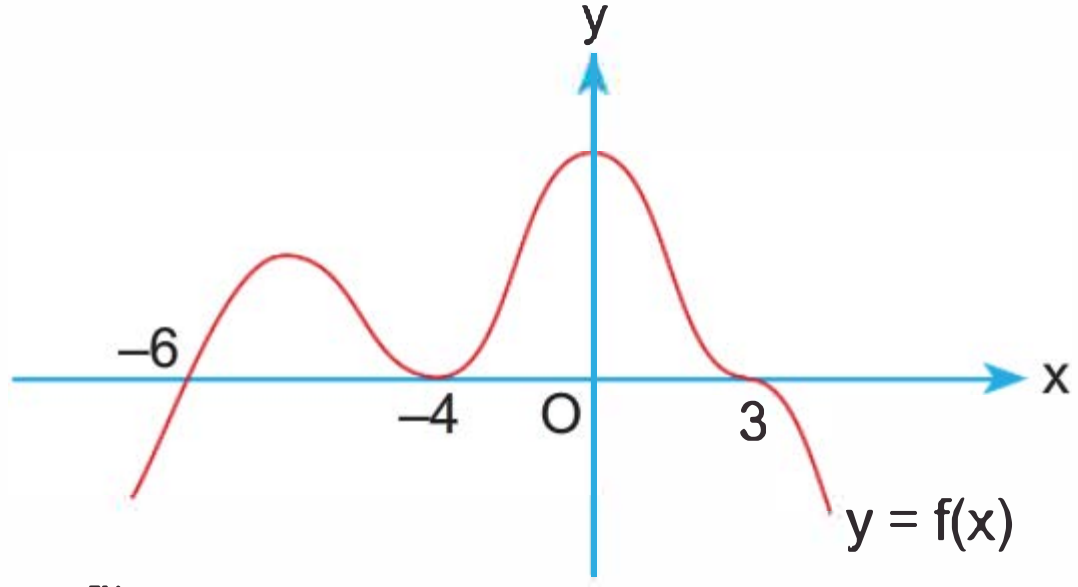
Şekilde grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $f(x) = (x + 1)^2(x - 3)(x + 4)$
- B) $f(x) = (x + 4)^2(x + 1)(x - 3)$
- C) $f(x) = (x - 4)^2(x - 1)(x + 3)$
- D) $f(x) = (x + 4)^2(x + 1)(x + 3)$
- E) $f(x) = (x - 3)^2(x + 1)(x + 4)$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1



Şekildeki grafik,

$$y = f(x) = -(x + a)(x + b)^3(x + c)^2$$

fonksiyonuna ait olduğuna göre, a, b ve c sayılarını bulunuz.

Çözüm:

Grafik $x = -4$ te x eksenine teğet olduğundan $(x + c)^2$ çarpanının köküdür.

$$x + c = 0 \rightarrow -4 + c = 0 \rightarrow c = 4 \text{ tür.}$$

Grafik $x = -6$ da x eksenini kıvrım yapmadan kesip geçtiği için, $x = -6$ kökü $x + a$ çarpanının köküdür.

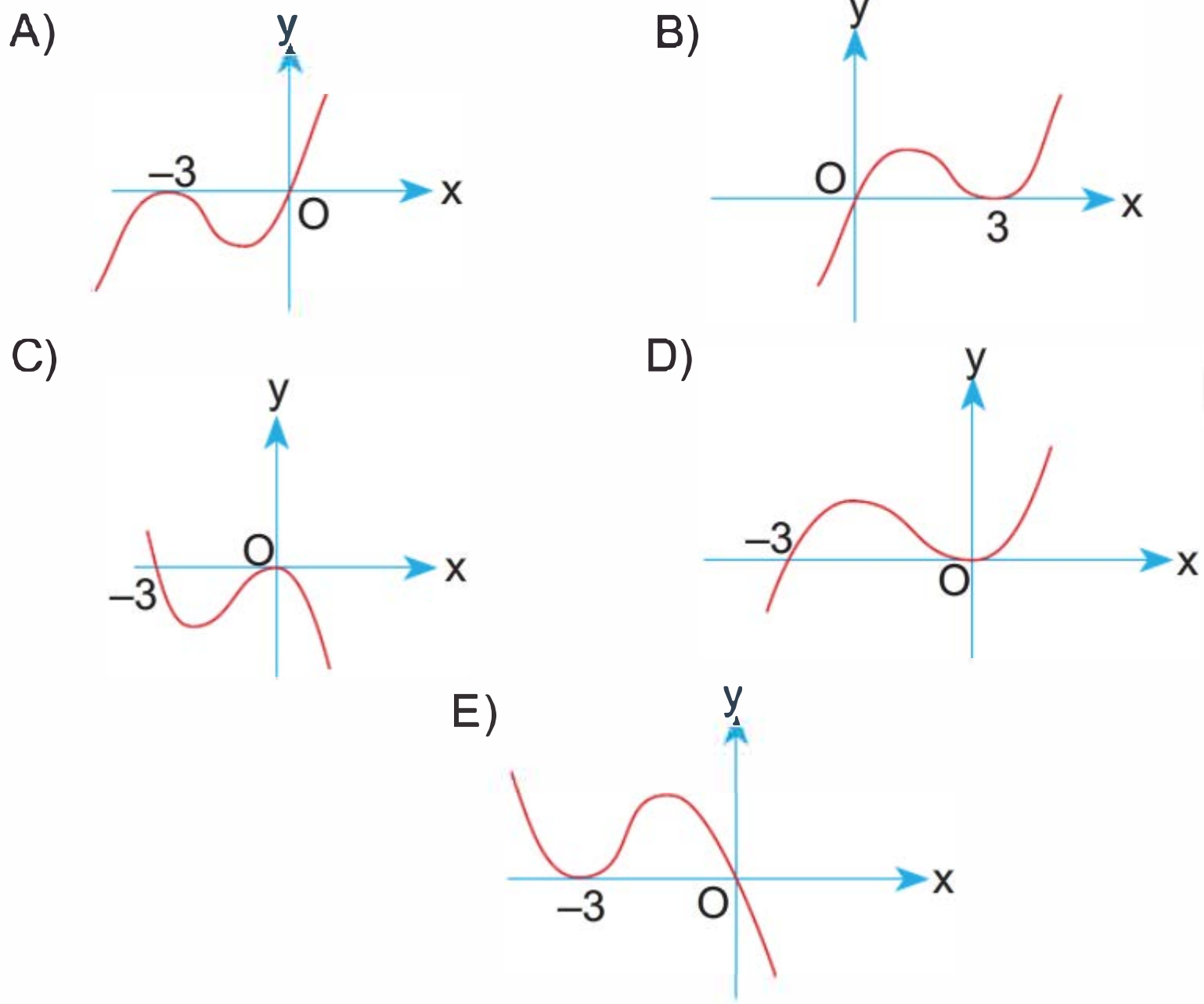
$$x + a = 0 \rightarrow -6 + a = 0 \rightarrow a = 6 \text{ dır.}$$

Grafik $x = 3$ te x eksenini büküm yaparak kestiği için $x = 3$ kökü $x + b$ nin köküdür. $x + b = 0 \rightarrow 3 + b = 0 \Rightarrow b = -3$

2

$$f(x) = x(x + 3)^2$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



Çözüm:

 $f(x)$ de bulunan $(x + 3)^2$ çarpanının üssü iki (çift) olduğundan bu çarpanın kökünde grafik x eksenine teğet olmalıdır.

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

O halde grafik $x = -3$ de x eksenine teğet olmalıdır. Bu durumda B, C ve D doğru cevap olamaz. A ve E den hangisinin doğru cevap olduğunu anlamak için grafiklerin başladığı bölgelere dikkat edelim.

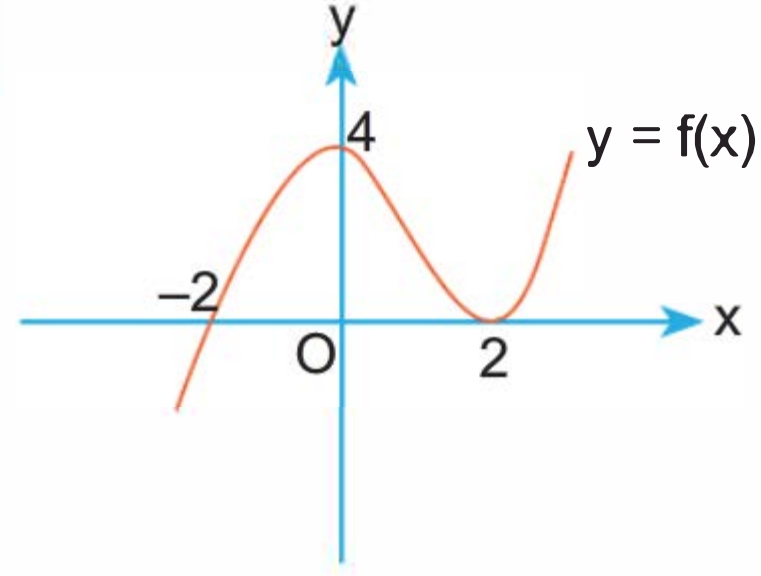
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(x + 3)^2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\infty (-\infty + 3)^2 = (-\infty)(+\infty) = -\infty$$

 $(x, y) \rightarrow (-, -) \rightarrow$ III. bölgenin işareti o halde grafik III. bölgede başlamalıdır. Bu durumda E de doğru cevap değildir.

Bu durumda doğru cevap A dır.

ÖĞRENCİ SORULARI

1.

Şekilde grafiği verilen 3. dereceden $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2(x + 2)(x - 2)^2$

B) $\frac{1}{2}(x + 2)(x - 2)^2$

C) $-\frac{1}{2}(x - 2)(x + 2)^2$

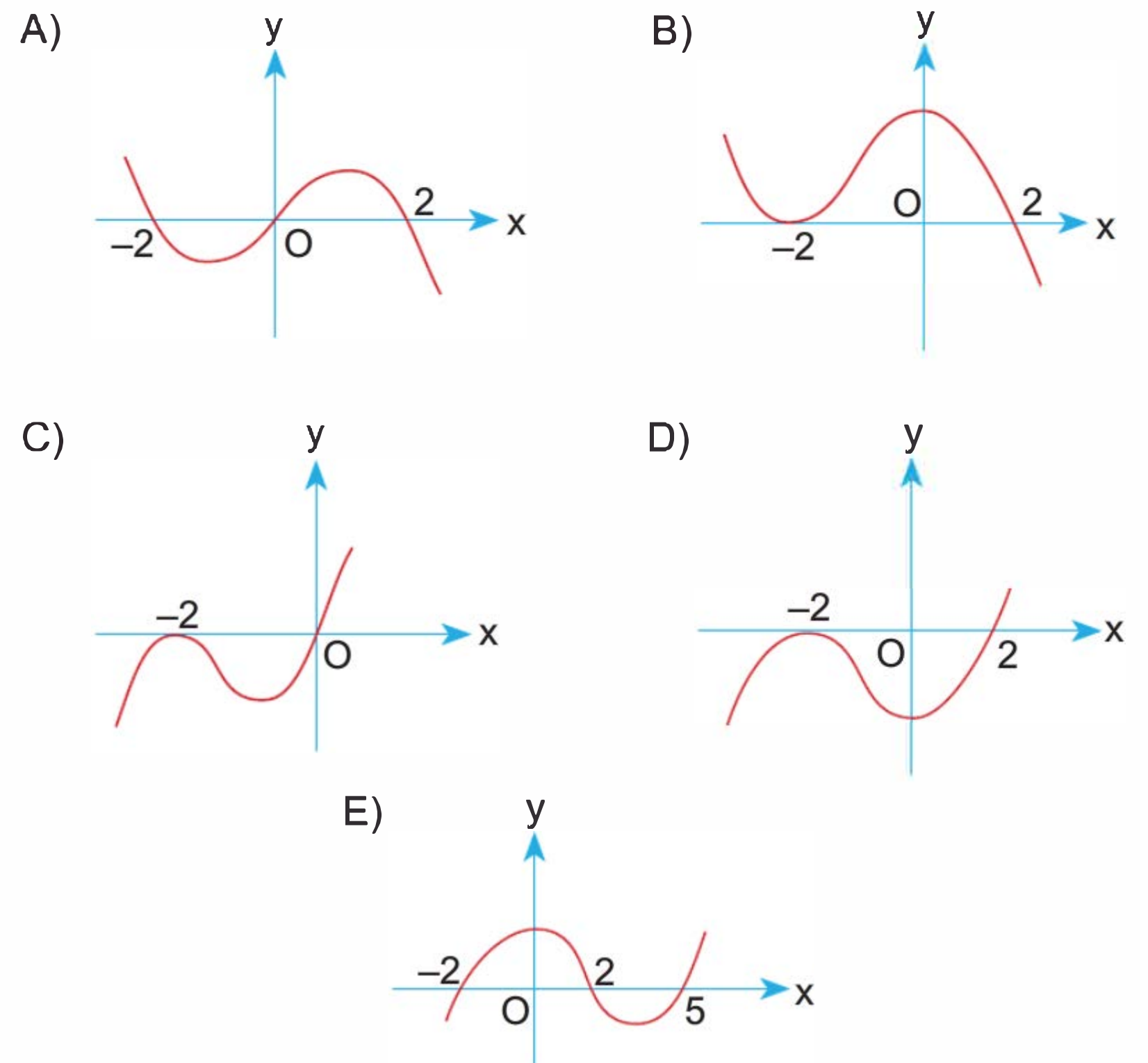
D) $-\frac{1}{2}(x + 2)(x - 2)^2$

E) $\frac{1}{2}(x - 2)(x + 2)^2$

2.

$$f(x) = (x - 2)(x + 2)^2$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



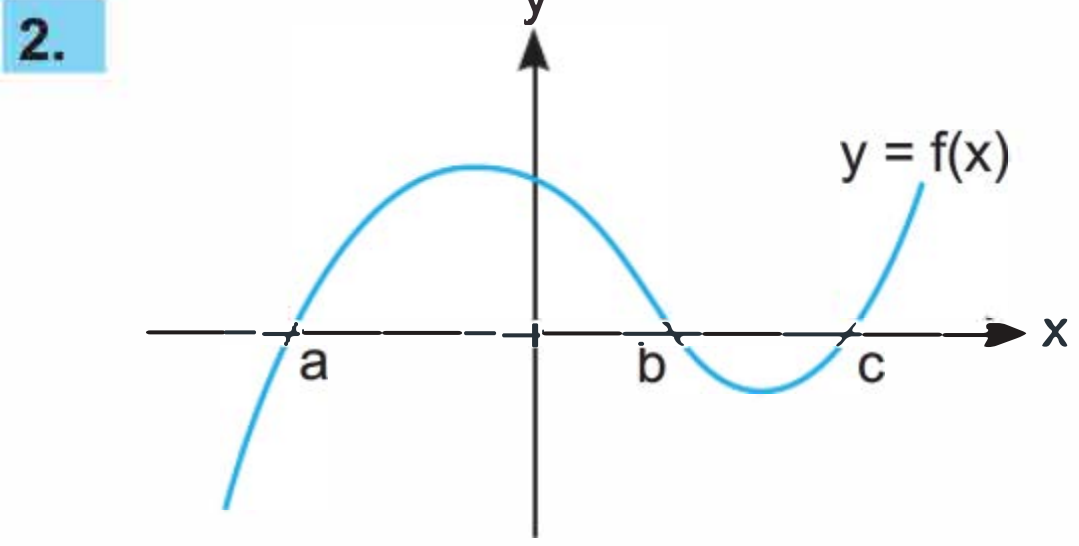
1-B

2-D



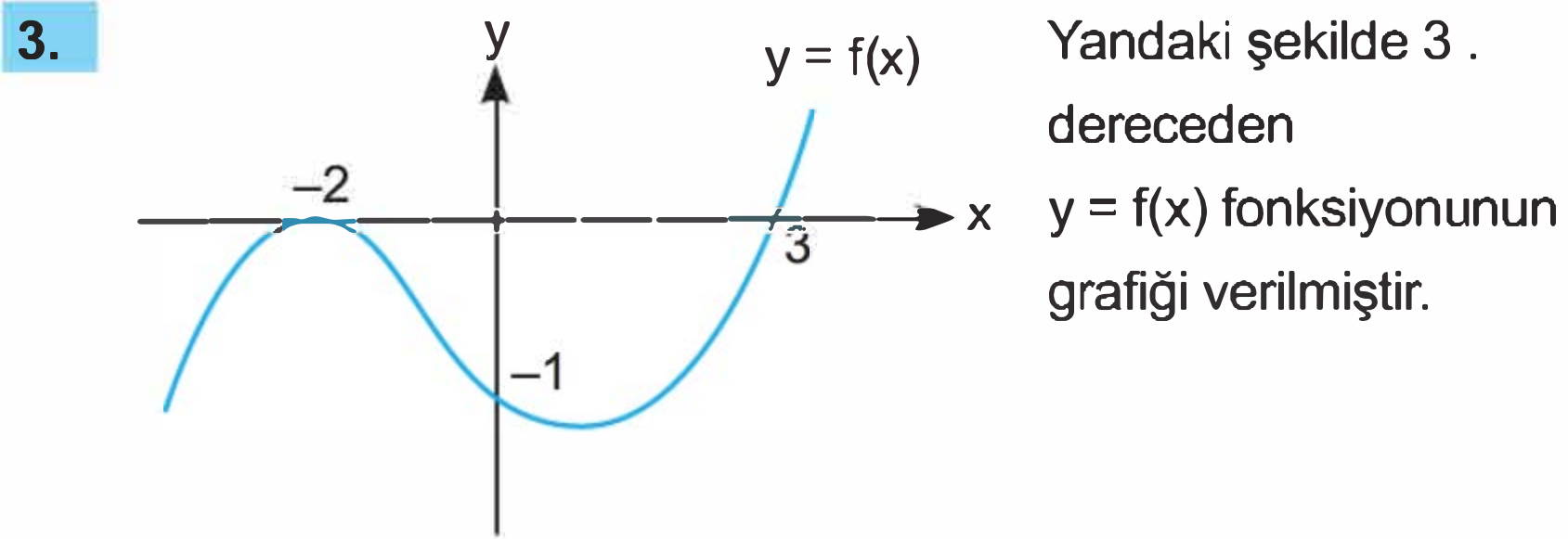
1. Baş katsayısı 3, kökleri -1 , 1 ve 2 olan polinom fonksiyonun aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3(x^2 - 1)(x + 2)$ B) $2(x + 1)(x - 2)^2$ C) $(x^2 - 1)(x - 2)$
D) $3(x^2 - 1)(x - 2)$ E) $3(x - 1)(x - 2)$



Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

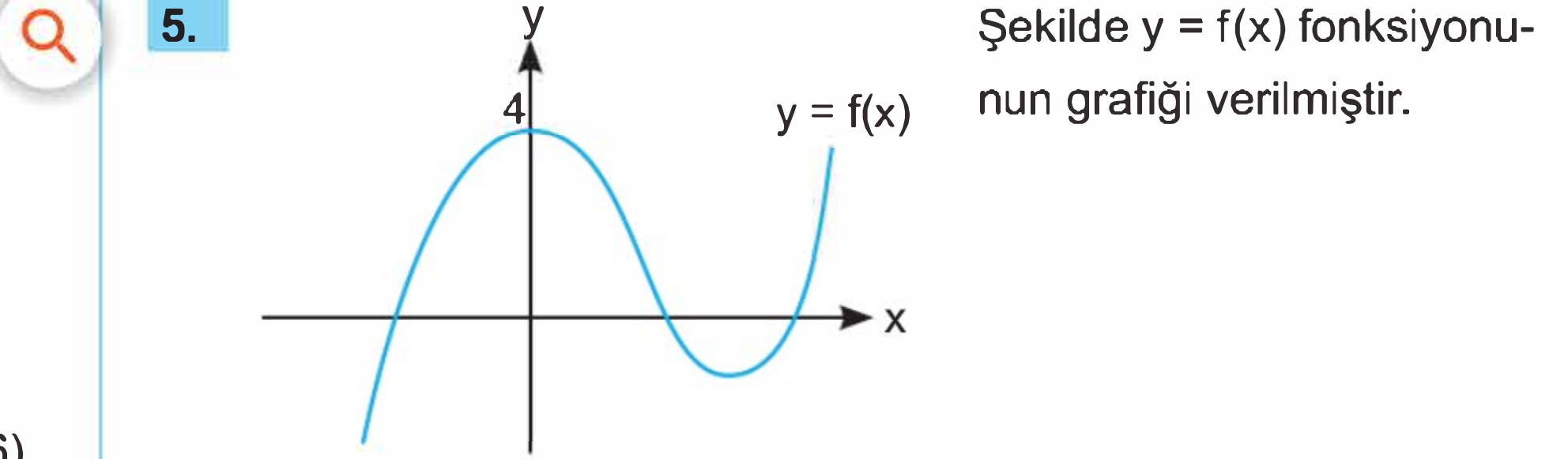


Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

4. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiğinin x eksenine teğet olduğu bir nokta vardır?

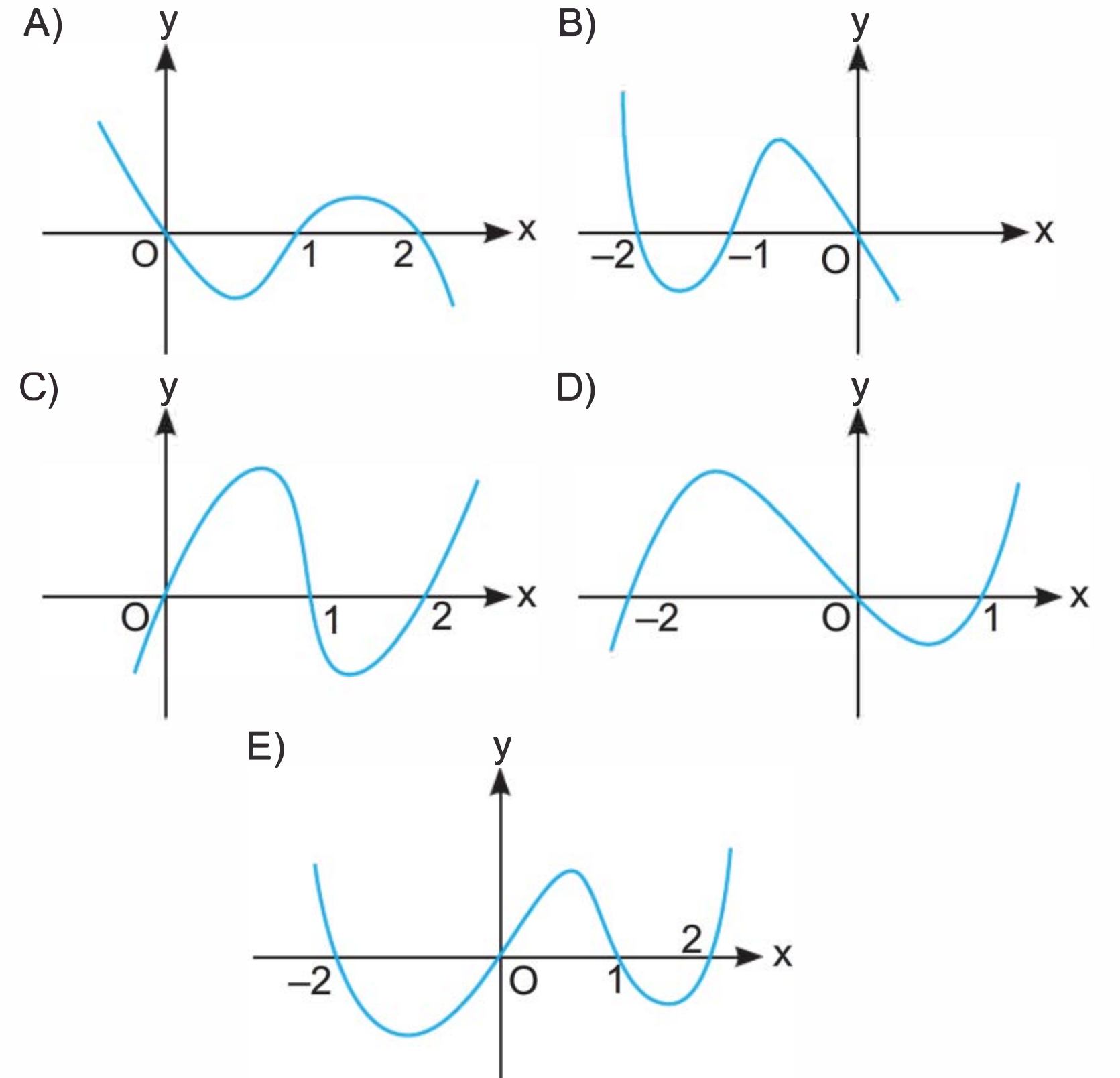
- A) $y = (x - 3)(x + 3)^3$ B) $y = (x - 5)^5 \cdot (x + 1)$
C) $y = (x + 1)^2(x - 1)$ D) $y = x(x - 3)(x + 4)$
E) $y = 2(x + 2)(x - 7)^3$



$f(x) = a(x + 3)(x - 2)(x - 4)$ olduğuna göre, a kaçtır?

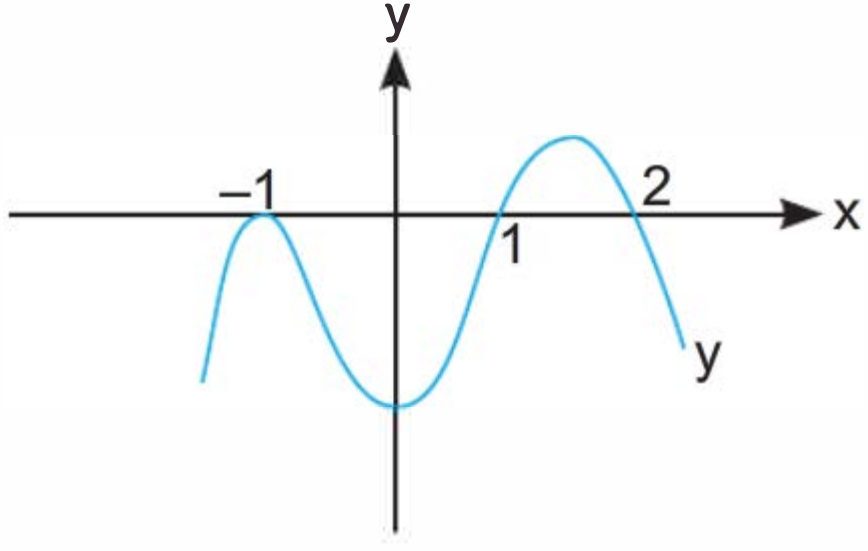
- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) 4 D) 6 E) 12

6. $f(x) = x(x - 1)(x - 2)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?





1.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon,
 $y = (x + a)^2(x - 1)(bx + 1)$
 olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{2}$

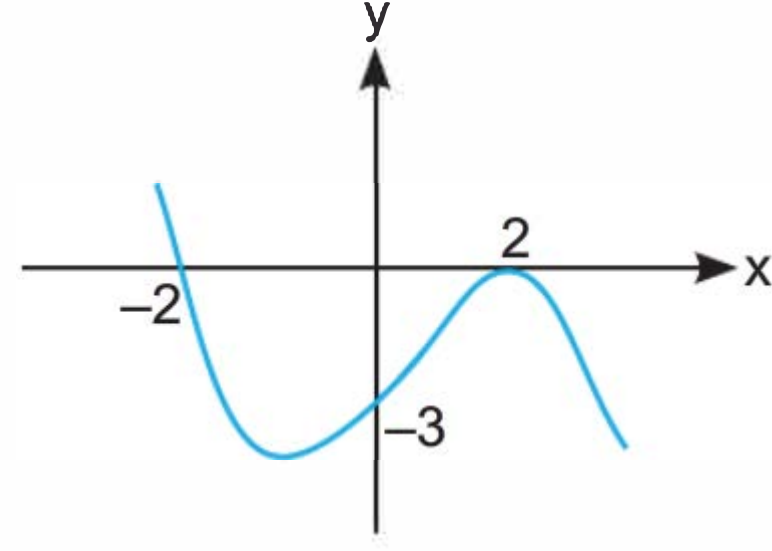
2.

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

3.



Yukarıdaki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiği olabilir?

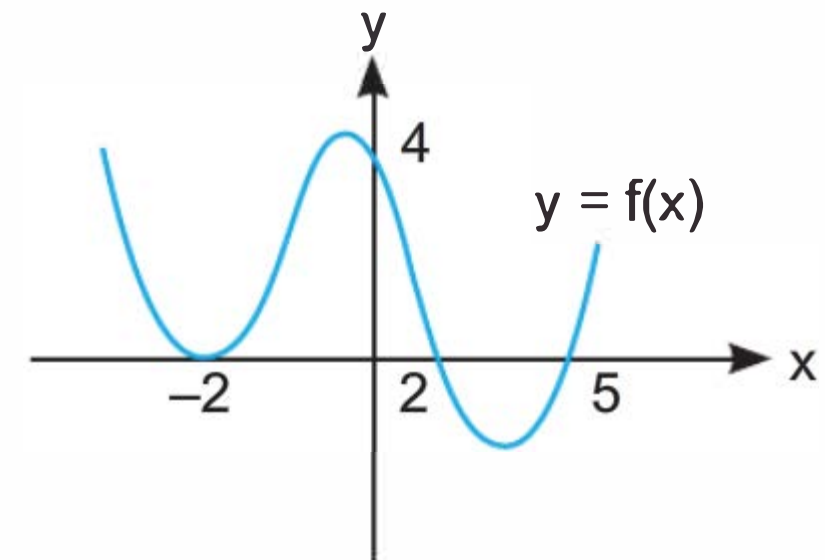
- A) $f(x) = \frac{3}{8}(x - 2)(x + 2)^2$
 B) $f(x) = -\frac{3}{8}(x - 2)(x + 2)^2$
 C) $f(x) = -\frac{3}{4}(x + 2)(x - 2)^2$
 D) $f(x) = \frac{3}{8}(x + 2)(x - 2)^2$
 E) $f(x) = -\frac{3}{8}(x + 2)(x - 2)^2$

4.

Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiğinin x ekseninin altında kalan kısmı yoktur?

- A) $y = (x - 2)^3(x + 1)^2$ B) $y = x(x - 2)(x + 5)$
 C) $y = -x(x + 4)^2$ D) $y = (x + 1)^2 \cdot (x - 2)^2$
 E) $y = x(x - 5)^2$

5.



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

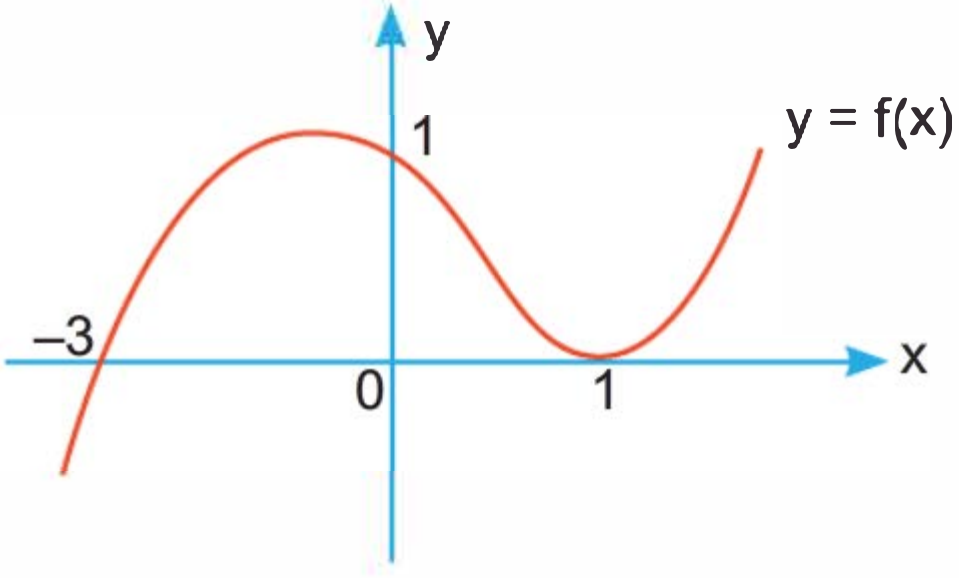
$$f(x) = a(x - b)^2(x^2 + cx + d)$$

olduğuna göre, $a \cdot d + c \cdot b$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11



1.



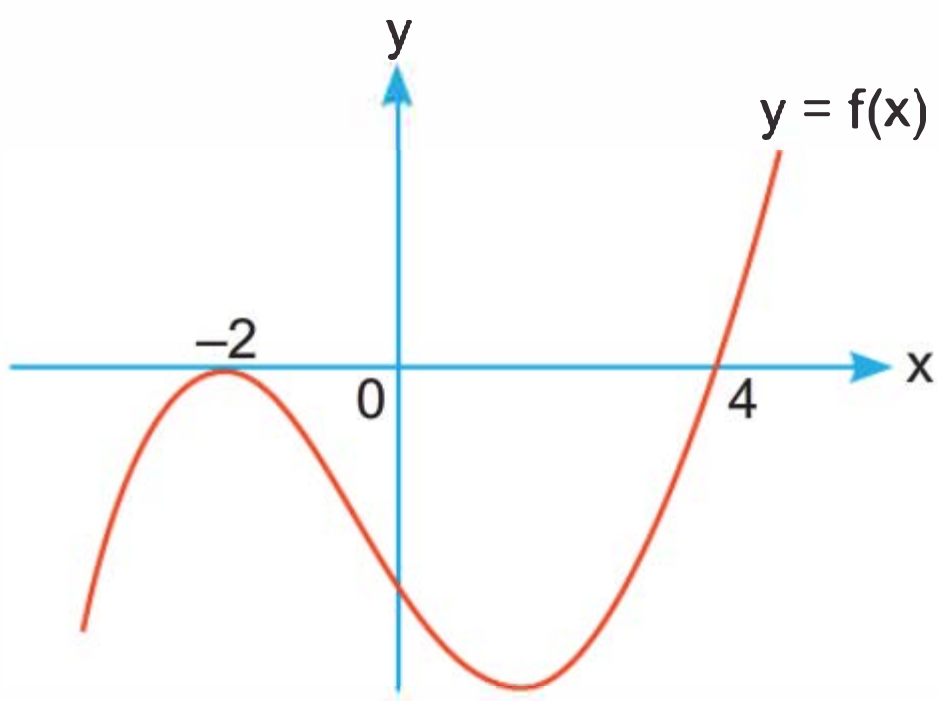
Şekilde grafiği verilen 3. dereceden $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $f(x) = 3(x-3)(x+1)^2$ B) $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)(x+1)^2$
 C) $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)(x-1)^2$ D) $f(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-1)^2$
 E) $f(x) = 3(x+3)(x-1)^2$

2. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi daima artandır?

- A) $y = (x-2)^2(x+3)$ B) $y = (x-1)(x-3)^2$
 C) $y = (x-7)^4$ D) $y = (x+2)^3$
 E) $y = 2x(x-1)(x+3)$

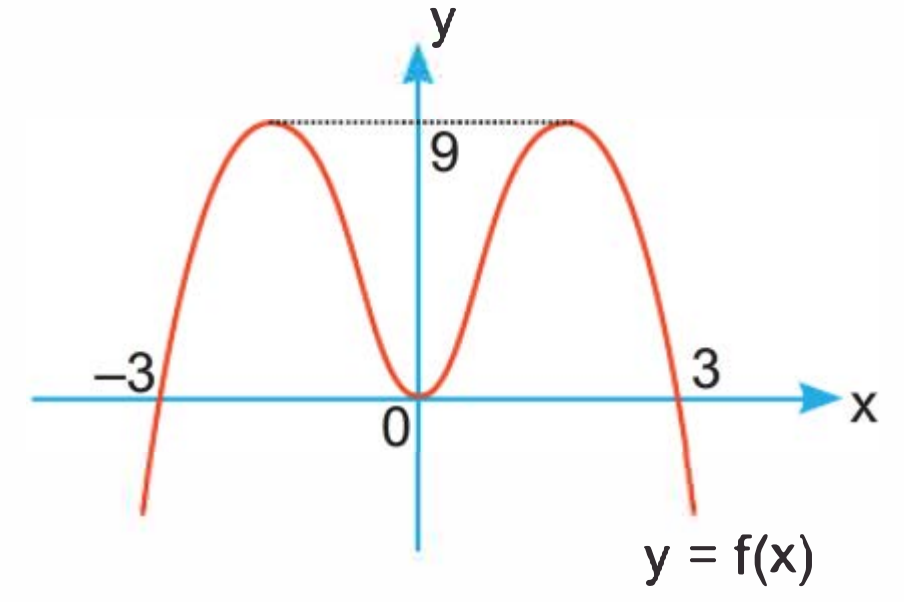
3.



Şekilde grafiği verilen fonksiyon $y = f(x) = (x+a)^2 \cdot (x+b)$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) -2 D) 4 E) 8

4.



Şekildeki 4. dereceden $y = f(x)$ polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = f(x)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $f(x) = 6x^2 + x^4$ B) $f(x) = 9x^2 - x^4$
 C) $f(x) = 6x^4 - x^2$ D) $f(x) = x^4 - 9x^2$
 E) $f(x) = 9x^2 + x^4$

5.

$f(x) = (x^2 + 4)^2$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) B)
 C) D)
 E)



BİLGİ

35.1 - Diferansiyel Kavramı ve Belirsiz İntegral

- ✓ Türevin bir limit hesabı olduğunu ya da eğrinin bir noktadaki teğetinin eğimi olduğunu daha önceki seanslarda öğrendin.
- ✓ Türeve çok benzeyen ve türevle karıştırılan diferansiyel ise bir x değişkeninin çok çok küçük değişimlerine karşılık, y nin artışını bulma işidir.
- ✓ x in çok çok küçük değişimi dx ile x e bağlı olarak y nin değişimi de dy ile gösterilecek olursa;

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) \text{ olduğunu biliyorsun.}$$

Burada içler–dışlar çarpımı yaparsan

$$\frac{dy}{dx} \times f'(x) \rightarrow dy = \underbrace{f'(x)}_{f(x) \text{ in diferansiyeli}} \cdot dx \text{ olur.}$$

f(x) in diferansiyeli denir.

f(x) = 3x² + 1 ise f(x) in diferansiyeli;

$$\begin{aligned} dy &= f'(x)dx = (3x^2 + 1)' dx \\ &= (6x) dx \\ &= \underbrace{6x dx}_{f(x) \text{ in diferansiyeli}} \text{ dir.} \end{aligned}$$

f(x) = 3x² + 4x + 5 ise f(x) in diferansiyeli;

$$\begin{aligned} dy &= f'(x)dx = (3x^2 + 4x + 5)' dx \\ &= (6x + 4)dx \end{aligned}$$

$$f(x) = 4x^2 \rightarrow f'(x) = 8x$$

$$g(x) = 4x^2 + 2 \rightarrow g'(x) = 8x$$

$$h(x) = 4x^2 + 10 \rightarrow h'(x) = 8x$$

Gördüğün gibi türevi 8x olan bir çok fonksiyon vardır. Bu fonksiyonların sabit teriminin türevi daima sıfır olacağından türevi 8x olan fonksiyonu ararken sabit sayının kaç olacağını bilemezsin. Bunu genel olarak c sembolüyle göstermelisin.

Bundan sonra türevi 8x olan fonksiyonları F(x) = 4x² + c biçiminde göstereceğiz.

F(x) = 4x² + c ifadesinde,

F(x) e "**f(x) in ilkel veya belirsiz integrali**" denir.

$$F'(x) = f(x) \Leftrightarrow \int f(x)dx = F(x) + c$$

$\int f(x)dx$ $\begin{cases} \rightarrow$ "integral f(x)dx" diye okunur.
 \rightarrow "türevi f(x) olan F(x) fonksiyonunu bulmak" demektir.

$\int f(x)dx = F(x) + c$
 \int Integral işleminde değişkenin x olduğunu gösterir.
 $f(x)$ Integral sabiti
 dx Integral (İntegrali alınan ifade)

F(x) = 5x², 5x² + 1, 5x² + 4, 5x² + 15, ... için F'(x) = 10x olduğundan 5x² fonksiyonu 10x fonksiyonunun bir ilkelidir. Bu durumda,
 $\int 10x dx = 5x^2 + c$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. f(x) = 5x³ + 4x² + 2 fonksiyonunun diferansiyelini bulunuz

Çözüm:

$$\begin{aligned} dy &= f'(x)dx = (5x^3 + 4x^2 + 2)' dx = (15x^2 + 8x)dx \\ &\rightarrow f(x) \text{ in diferansiyeli} \end{aligned}$$

2. Aşağıdaki integrallerin değerini bulunuz.

a) $\int 16x dx$ b) $\int 15x^2 dx$

Çözüm:

a) $\int 16x dx \rightarrow$ "türevi 16x olan fonksiyonu bulun"

$$\int 16x dx = \int 8 \cdot \overset{2}{x} dx = 8x^2 + c$$

b) $\int 15x^2 dx \rightarrow$ "türevi 15x² olan fonksiyonu bulun"

$$\int 15x^2 dx = \int 5 \cdot \overset{3}{x^2} dx = 5x^3 + c$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. f(x) = 3x² + 2x

olduğuna göre, f(x) in diferansiyeli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (3x² + 2x – 1)dx B) (6x + 2)dx C) (3x² + 2x)dx
 D) 3x²dx E) (6x + x²)dx

2. $\int 9x^2 dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3x³ + x² + c B) 18x + c C) 3x² + c
 D) 2x³ + c E) 3x³ + c

1-B

2-E



BİLGİ

35.2 - İntegral Alma Kuralları

$$1. (x)' = 1 \rightarrow \int 1 dx = x + c$$

$$2. (ax)' = a \rightarrow \int adx = ax + c$$

$$(3x)' = 3 \rightarrow \int 3dx = 3x + c$$

$$(8x)' = 8 \rightarrow \int 8dx = 8x + c$$

$$3. (x^n)' = nx^{n-1} \rightarrow \text{kuvveti başa çarpım olarak getir ve kuvveti 1 azalt.}$$

$\int x^n dx \rightarrow$ yukarıdaki işlemin tam tersini yapacaksın!
 \rightarrow kuvveti 1 artır. ve başa bölüm olarak getir.

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \rightarrow \int x^3 dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = \frac{x^4}{4} + c$$

$$\int 2x^7 dx = \frac{2x^{7+1}}{7+1} + c = \frac{2x^8}{8} + c = \frac{2x^8}{8} + c = \frac{x^8}{4} + c$$



$$\int 1 dx = \int dx \text{ yazılabilir.}$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \int \frac{dx}{x^2} \text{ yazılabilir.}$$

$$\int \frac{1}{2} dx = \int \frac{dx}{2} \text{ yazılabilir.}$$

$$1. a \in \mathbb{R} \text{ olmak üzere,}$$

$$\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$\bullet \int 3x^2 dx = 3 \int x^2 dx$$

$$2. \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

$$3. \int f(x) \cdot g(x) dx \neq \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \int (6x^2 - 8x + 1) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int (6x^2 - 8x + 1) dx &= \int 6x^2 dx - \int 8x dx + \int 1 dx \\ &= \frac{6x^{2+1}}{2+1} - \frac{8x^{1+1}}{1+1} + 1 \cdot x + c \\ &= \frac{6x^3}{3} - \frac{8x^2}{2} + x + c \\ &= 2x^3 - 4x^2 + x + c \end{aligned}$$

$$2. \int x(x^2 - 2x) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int x(x^2 - 2x) dx &= \int (x^3 - 2x^2) dx = \int x^3 dx - \int 2x^2 dx \\ &= \frac{x^{3+1}}{3+1} - \frac{2x^{2+1}}{2+1} + c \\ &= \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + c \end{aligned}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \int (9x^2 - 6x + 5) dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x^2 - 3x + c$
 B) $3x^3 - 3x^2 + 5x + c$
 C) $18x^2 - 6$
 D) $3x^3 + 3x^2 + 5x + c$
 E) $3x^2 - 3x + 5$

$$2. \int x(x^2 - 6x) dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^4}{4} - x^3 + c$ B) $\frac{x^4}{4} + 3x^2 + c$ C) $\frac{x^3}{3} + 2x^3 + c$
 D) $\frac{x^4}{4} - 3x^2 + c$ E) $\frac{x^4}{4} - 2x^3 + c$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\int \frac{x^4 - 3x^3}{x^2} dx$

integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{x^4 - 3x^3}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} - \frac{3x^3}{x^2} = x^2 - 3x$$

$$\int \frac{x^4 - 3x^3}{x^2} dx = \int (x^2 - 3x) dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} - \frac{3x^{1+1}}{1+1} + c = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + c$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her noktada türevli,

$$f'(x) = 2x + 1$$

$$f(1) = 5$$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

Çözüm:

$f'(x)$ ten yardım olarak öncelikle $f(x)$ i bulmalısın ki $f(0)$ ı bulabileşin.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (2x + 1) dx$$

$$= \frac{2x^{1+1}}{1+1} + x + c$$

$$f(x) = x^2 + x + c$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = 1^2 + 1 + c$$

$$5 = 1 + 1 + c \rightarrow c = 3 \text{ tür. O halde}$$


$$f(x) = x^2 + x + c = x^2 + x + 3 \text{ olur.}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = 0^2 + 0 + 3 = 3 \text{ bulunur.}$$

3. $\int \sqrt{x} dx$

integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

 $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ olduğuna göre,

$$\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + c$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int \frac{x^4 + 5x^3}{x^3} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x^2 + 5x + c$ B) $\frac{x^2}{2} + 5x + c$ C) $x^2 + 5x + c$

D) $\frac{x^2}{2} + 5x^2 + c$ E) $\frac{x^2}{2} + \frac{5x^2}{3} + c$

2. $\int \left(\frac{2x^4 + 4x^3}{x^2} \right) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x^3}{3} + x^2 + c$ B) $\frac{3x^3}{2} + 2x^2 + c$ C) $\frac{x^3}{3} + 2x^2 + c$

D) $\frac{2x^3}{3} + 2x^2 + c$ E) $\frac{x^3}{3} + 4x^2 + c$

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her noktada türevli,

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f(1) = 2$$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

4. $\int \sqrt{x^5} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7x^2\sqrt{x}}{2} + c$ B) $\frac{2x\sqrt{x}}{7} + c$ C) $\frac{2x^2\sqrt{x}}{7} + c$

D) $\frac{7x^3\sqrt{x}}{2} + c$ E) $\frac{2x^3\sqrt{x}}{7} + c$

1-B

2-D

3-A

4-E



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\int (\sqrt{x} - \sqrt{x^3}) dx$

integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$\begin{aligned} \int (\sqrt{x} - \sqrt{x^3}) dx &= \int \sqrt{x} dx - \int \sqrt{x^3} dx \\ &= \int x^{\frac{1}{2}} dx - \int x^{\frac{3}{2}} dx \\ &= \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + c \\ &= \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c \\ &= \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5} + c \\ &= \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - \frac{2\sqrt{x^5}}{5} + c \end{aligned}$$

2. $\int \frac{4}{x^3} dx$

integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{1}{x^2} = x^{-2}, \quad \frac{2}{x^4} = 2 \cdot \frac{1}{x^4} = 2 \cdot x^{-4} \text{ olduğunu hatırla!}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{4}{x^3} dx &= \int 4 \cdot \frac{1}{x^3} dx = 4 \int \frac{1}{x^3} dx \\ &= 4 \int x^{-3} dx \\ &= 4 \cdot \frac{x^{-3+1}}{-3+1} dx \\ &= 4 \cdot \frac{x^{-2}}{-2} dx \\ &= -2 \cdot x^{-2} + c \\ &= -\frac{2}{x^2} + c \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2\sqrt{x^5}}{5} + \frac{5\sqrt{x^6}}{6} + c$ B) $3\sqrt[3]{x^5} + 5\sqrt[5]{x^6} + c$ C) $\frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} + \frac{5\sqrt[5]{x^6}}{6} + c$
D) $\frac{\sqrt{x^5}}{5} + \frac{\sqrt{x^6}}{6} + c$ E) $\frac{3\sqrt{x^5}}{5} + \frac{5\sqrt{x^6}}{6} + c$

2. $\int \frac{1}{x^2} dx$

integralin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{x} + c$ B) $-\frac{1}{x} + c$ C) $-\frac{1}{x^2} + c$
D) $\frac{1}{x^3} + c$ E) $-\frac{1}{x^3} + c$

3. $\int \left(\frac{1}{x^4} - \frac{2}{x^5} \right) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2x^3} - \frac{1}{3x^4} + c$ B) $2x^4 - 3x^3 + c$
C) $2x^4 + 3x^3 + c$ D) $\frac{1}{2x^4} - \frac{1}{3x^3} + c$
E) $\frac{1}{2x^4} + \frac{1}{3x^3} + c$



BİLGİ

35.3 - İntegralin Türevi

Köklü sayılardan yardım alalım. Kare alma ile kök alma birbirinin tersi işlemler olduğunu biliyorsun. Hatırla "kare, kökü kaldırır." lafını

$$(\sqrt{f(x)})^2 = f(x)$$

Aynı ilişki türev ile integral arasında da vardır. İntegral işlemi ile türev alma işlemi birbirinin tersi işlemlerdir.

"Türev integrali kaldırır."

✓ $[\int f(x)dx]^1 = f(x)$

✓ $\frac{d}{dx} [\int f(x)dx] = f(x)$

↳ türev al sembolü

• $[\int (x + 1)dx]^1 = x + 1$

• $\frac{d}{dx} [\int (2x + 4) dx] = 2x + 4$

• $[\int (x^2 + 3x + 5)dx]^1 = x^2 + 3x + 5$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Aşağıdaki integralinin eşitini bulunuz.

a) $\frac{d}{dx} [\int (x^2 + 5x - 2)dx]$

b) $\frac{d}{dx} [\int f'(x)dx]$

Çözüm:

a) $\frac{d}{dx} [\int (x^2 + 5x - 2)dx] = x^2 + 5x - 2$

b) $\frac{d}{dx} [\int f'(x)dx] = f'(x)$ tir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\frac{d}{dx} [\int (x^2 - 2x + 1)dx]$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 2x + 1$ B) $3x^2 - 2$ C) $\frac{x^3}{3} - x^2 + x + c$
 D) $3x^2 - 2x$ E) $3x^2 + 1$

2. $f(x) = \int (x^3 + 2x^2) dx$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 24

2. $f(x) = \int (x^2 + x - 1)dx$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(x) = \int (x^2 + x - 1)dx \rightarrow f'(x) = [\int (x^2 + x - 1)dx]^1$$

$$f'(x) = x^2 + x - 1$$

$$x = 2 \Rightarrow f'(2) = 2^2 + 2 - 1 = 5 \text{ tir.}$$

3. $f(x) = \int (x^2 - 5x)dx$

olduğuna göre, $f(x)$ in $x = 3$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 4 D) 9 E) 24

1-A

2-D

3-A



BİLGİ

35.4 - İntegralin Türevi ve Türevin İntegrali

✓ $\int f(x)dx = g(x)$ eşitliğinde her iki tarafın türevi alınırsa eşitlik bozulmaz.

$$\left[\int f(x)dx \right]' = [g(x)]' \longrightarrow f(x) = g'(x) \text{ yazılabilir.}$$

$$\bullet \int f(x) dx = 3x^2 \longrightarrow \left[\int f(x)dx \right]' = (3x^2)' \rightarrow f(x) = 6x$$

$$\bullet \int f(x) dx = 6x^2 + 4x + 1 \longrightarrow \left[\int f(x)dx \right]' \\ f(x) = (6x^2 + 4x + 1)' \rightarrow f(x) = 12x + 4$$

$$\bullet \int \frac{d}{dx}(f(x))dx = f(x) + c$$

$$\bullet \int \frac{d}{dx}(3x^2 - x)dx = 3x^2 - x + c$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \int f(x)dx = 2x^2 + 3x$$

olduğuna göre, $f(4)$ kaçtır?

Çözüm:

$f(4)$ ü bulabilmek için $f(x)$ i bulman gerekir.
O halde integrali ortadan kaldırman gerekir.

$$\left[\int f(x)dx \right]' = (2x^2 + 3x)'$$

$$f(x) = (2x^2 + 3x)' = 4x + 3$$

$$x = 4 \Rightarrow f(4) = 4 \cdot 4 + 3 = 19$$

$$2. \int x \cdot f(x)dx = x^3 + x^2 + 4x$$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

Çözüm:

$$\left[\int x \cdot f(x)dx \right]' = (x^3 + x^2 + 4x)'$$

$$x \cdot f(x) = (x^3 + x^2 + 4x)'$$

$$x \cdot f(x) = 3x^2 + 2x + 4$$

$$\frac{x \cdot f(x)}{x} = \frac{3x^2 + 2x + 4}{x} \Rightarrow f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 4}{x}$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = \frac{3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + 4}{1} = \frac{9}{1} = 9$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \int f(x)dx = 3x^2 + 4x$$

olduğuna göre, $f(x)$ in eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 + 2x^2$ B) $6x + 4$ C) $12x^2 + 3x$
D) $\frac{x^2}{4} - 3x^2$ E) $6x^2 + 4x$

$$2. \int x f(x) dx = x^4 + x^3$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 34 B) 32 C) 22 D) 20 E) 16

$$3. \int \frac{d}{dx} \left[\frac{x^2 + x}{x + 3} \right] dx$$

ifadesinin daima eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2 + x}{x + 3}$ B) $\frac{x^2 + x}{x + 3} + c$ C) $\frac{2x + 1}{x + 3}$
D) $\frac{2x + 1}{x + 3} + c$ E) $\frac{x^2 + 6x + 3}{(x + 3)^2}$



1. $\int 7x^8 dx$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{7x^8}{8} + c$ B) $\frac{56x^9}{9} + c$ C) $\frac{9x^9}{7} + c$
 D) $\frac{7x^9}{9} + c$ E) $\frac{8x^9}{9} + c$

2. $\int (4x^4 + x) dx$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5x^4}{4} + 2x + c$ B) $\frac{4x^5}{5} + 2x + c$ C) $\frac{4x^5}{5} + \frac{x^2}{2} + c$
 D) $\frac{5x^5}{4} + \frac{x^2}{2} + c$ E) $\frac{16x^5}{5} + \frac{x^2}{2} + c$

3. $\int x(x + 2) dx$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$ B) $\frac{x^3}{3} + x^2 + c$ C) $\frac{x^3}{2} + \frac{x^2}{3} + c$
 D) $\frac{x^4}{3} + \frac{x^3}{2} + c$ E) $\frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} + c$

4. $\int \frac{x^6 + x^5}{x} dx$

integralin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + c$ B) $\frac{x^6}{5} + \frac{x^5}{6} + c$ C) $\frac{x^7}{7} + \frac{x^6}{6} + c$
 D) $6x^5 + 5x^4 + c$ E) $\frac{x^6}{6} + \frac{x^5}{5} + c$



5. $\int \sqrt[5]{x^4} dx$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5\sqrt[5]{x^9}}{9} + c$ B) $\frac{5\sqrt[5]{x^4}}{9} + c$ C) $\frac{5\sqrt[5]{x^9}}{9} + c$
 D) $\frac{9\sqrt[5]{x^9}}{5} + c$ E) $\frac{5\sqrt[5]{x^5}}{9} + c$



6. $\int \frac{1}{x^6} dx$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5x^5 + c$ B) $\frac{1}{5x^5} + c$ C) $-\frac{1}{5x^5} + c$
 D) $\frac{1}{7x^7} + c$ E) $7x^7 + c$



7. $\int f(x) dx = 4x^5 + 3x^2$

olduğuna gre, f(2) katır?

- A) 138 B) 145 C) 268 D) 324 E) 332



8. $\int xf(x) = 2x^3 - 6x^2 + c$

olduğuna gre, f(x) = 0 denkleminin zm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {2} B) {-2} C) {0, 3} D) {-3} E) {6}



1. $\int dx + \int x^2 dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{3} + x + c$ B) $\frac{x^3}{3} + c$ C) $\frac{x}{2} + \frac{x^3}{3} + c$
 D) $\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + c$ E) $x + \frac{x^3}{3} + c$

2. $\int x(x^2 + 3) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + c$ B) $\frac{x^4}{2} + \frac{3x^2}{4} + c$ C) $\frac{x^4}{3} + \frac{3x^2}{2} + c$
 D) $\frac{x^3}{3} + \frac{3x}{2} + c$ E) $\frac{x^4}{4} + \frac{2x^2}{4} + c$

3. $\int \left(\frac{1}{x^3} + \sqrt[3]{x^2} \right) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2x^2} + \frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} + c$ B) $\frac{1}{2x^2} - \frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} + c$
 C) $-\frac{1}{2x^2} + \frac{5\sqrt[3]{x^5}}{3} + c$ D) $-\frac{1}{2x^2} + \frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} + c$
 E) $-\frac{1}{2x^2} + \frac{\sqrt[3]{x^5}}{5} + c$

4. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{\sqrt{x}}{2} + c$ B) $\frac{\sqrt{x}}{2} + c$ C) $2\sqrt{x} + c$
 D) $-2\sqrt{x} + c$ E) $\sqrt{x} + c$



5. $f(x) = \int (4x^3 + 3x^2 - 2x) dx$
 $f(1) = 5$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 2 D) 4 E) 5



6. $\int xf(x) dx = 2x^3 + 4x^2$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2



7. $\int 4f(x) dx - \int f(x) dx = 3x^2 - 2x + c$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 2 D) 8 E) 10



8. $P(x)$ gerçekte sayılı bir polinomdur.

$$P(x) + \int P'(x) dx = 3x^2 + 2x + c$$

$$P(2) = 3$$

olduğuna göre, $P(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{5}{2}$ D) -2 E) $-\frac{3}{2}$

BİLGİ

36.1 - Değişken Değiştirme Yöntemi - I

! İntegral altında fonksiyon ile türev yan yana duruyorsa l...
lanman gereken yöntem bu.

• $\int f(x) \cdot f'(x) dx$
biçimindeki integralde fonksiyon ile yanında türevi varsa fonksiyona kısaca u denir.

$$f(x) = u$$

Daha sonra her iki tarafın diferansiyeli alınır.

$$f(x) = u \Rightarrow [f(x)]' dx = u' \cdot du$$

$$f'(x) dx = 1 \cdot du = du \text{ olur.}$$

Bunlar integralde yerine yazılarak integral altındaki ifade bir önceki seanstaki kurallara benzetilmiş olur.

• $\int \underbrace{(x^2 + 3)}_{f(x)} \cdot \underbrace{2x}_{f'(x)} \cdot dx$
f(x) in yanında türevi var. Burada
f(x) = x² + 3 = u olsun.
(x² + 3)' dx = u' du (her iki tarafın diferansiyeli alındı.)
2x dx = du olur.

$$\int \underbrace{(x^2 + 3)}_u \cdot \underbrace{2x}_{du} \cdot dx = \int u \cdot du$$

İntegral x değişkeninden u değişkenine döndü. Tek yapacağın u ları x gibi görmek.

$$\int u du = \frac{u^{1+1}}{1+1} + c = \frac{u^2}{2} + c$$

Şimdi de u nun x türünden eşitini yerine yazmalısın.

$$\int (x^2 + 3) 2x \cdot dx = \int u du = \frac{u^2}{2} + c = \frac{(x^2 + 3)^2}{2} + c$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\int (3x^2 + 1) 6x dx$
integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$3x^2 + 1 = u \Rightarrow 6x dx = du$$

$$\int \underbrace{(3x^2 + 1)}_u \cdot \underbrace{6x}_{du} \cdot dx = \int u du = \frac{u^2}{2} + c = \frac{(3x^2 + 1)^2}{2} + c$$

2. $\int (x + 1)^3 dx$
integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$x + 1 = u \Rightarrow (x + 1)' dx = (u)' du$$

$$1 \cdot dx = 1 \cdot du \Rightarrow dx = du \text{ olur.}$$

Şimdi yerlerine yazalım.

$$\int \underbrace{(x + 1)^3}_u \cdot \underbrace{dx}_{du} = \int u^3 du = \frac{u^{3+1}}{3+1} + c = \frac{u^4}{4} + c = \frac{(x + 1)^4}{4} + c$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int (5x^2 + 4) 10x dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3(5x^2 + 4)^2}{2}$ B) $\frac{(5x^2 + 4)^2}{2} + c$ C) $\frac{5x^2 + 4}{2} + c$
D) $\frac{(5x^2 + 5)^2}{3} + c$ E) $\frac{(5x^2 + 4)^3}{2} + c$

2. $\int (4x + 3)^2 dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(4x + 3)^3}{4} + c$ B) $\frac{(4x + 3)^3}{3} + c$
C) $12(4x + 3)^3 + c$ D) $\frac{(4x + 3)^2}{6} + c$
E) $\frac{(4x + 3)^3}{12} + c$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



1. $\int \frac{1}{(x+4)^3} dx$

integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$x + 4 = u \Rightarrow (x + 4)' \cdot dx = u' \cdot du \Rightarrow 1 \cdot dx = 1 \cdot du \Rightarrow dx = du \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{(x+4)^3} dx &= \int \frac{1}{u^3} du = \int u^{-3} du = \frac{u^{-3+1}}{-3+1} + c \\ &= \frac{u^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{2u^2} + c = -\frac{1}{2(x+4)^2} + c \end{aligned}$$

2. $\int \frac{1}{2x + \sqrt{x}} dx$

integralinde $\sqrt{x} = t$ dönüşümü yapıldığında elde edilecek olan integrali bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt{x} = t &\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \text{ olur.} \\ dx &= 2\sqrt{x} dt \\ dx &= 2t dt \end{aligned}$$

$$\text{Ayrıca, } (\sqrt{x})^2 = t^2 \Rightarrow (x = t^2) \cdot 2 \Rightarrow 2x = 2t^2 \text{ olur.}$$

Şimdi bunları yerine yazalım.

$$\int \frac{dx}{2x + \sqrt{x}} = \int \frac{2t dt}{2t^2 + t}$$



3. $\int \sqrt{x^2 + 5} \cdot 2x dx$

integralinde $x^2 + 5 = t^6$ dönüşümü yapıldığında elde edilecek olan integrali bulunuz.

Çözüm:

$$x^2 + 5 = t^6 \Rightarrow 2x dx = 6t^5 dt$$

$$\int \sqrt{x^2 + 5} \cdot 2x dx = \int \sqrt{t^6} \cdot 6t^5 dt = \int t^3 \cdot 6t^5 dt = \int 6t^8 dt$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int \frac{1}{(x+2)^4} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{4(x+2)^4} + c$

B) $\frac{1}{3(x+2)^3} + c$

C) $-\frac{1}{5(x+2)^5} + c$

E) $\frac{1}{5(x+2)^5} + c$

D) $-\frac{1}{3(x+2)^3} + c$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$

integralinde $x = t^2$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integral-lerden hangisi elde edilir?

A) $\int \frac{2t}{\sqrt{t}+3} dt$

B) $\int \frac{t}{2t+6} dt$

C) $\int \frac{t}{t+3} dt$

D) $\int \frac{t}{2t+3} dt$

E) $\int \frac{2t}{t+3} dt$

3. $\int \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x-1}} dx$

integralinde $x = t^6$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integral-lerden hangisi elde edilir?

A) $3 \int \frac{t^7 + t^5}{t^3 - 1} dt$

B) $6 \int \frac{t^7 + t^5}{t^3 - 1} dt$

C) $3 \int \frac{t^5 + t^3}{t^3 - 1} dt$

D) $6 \int \frac{t^5 + t^3}{t^3 - 1} dt$

E) $3 \int \frac{t^3 + 1}{t - 1} dt$

1-D

2-E

3-B



BİLGİ

36.2 - Değişken Değiştirme Yöntemi - II

✓ $\int \sqrt{f(x)} \cdot f'(x) dx$

integralinde $f(x) = u$ dedikten sonra her iki tarafın diferansiyelini almalısın.

$f(x) = u \Rightarrow [f(x)]' dx = (u)' \cdot du$

$f'(x) dx = 1 \cdot du = du$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{f(x)} \cdot f'(x) dx &= \int \sqrt{u} \cdot du = \int u^{\frac{1}{2}} \cdot du \\ &= \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c \\ &= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{2u^{\frac{3}{2}}}{3} + c \\ &= \frac{2\sqrt{f(x)^3}}{3} + c \end{aligned}$$



• $\int \sqrt{3x} \cdot 3 dx$

$3x = u \Rightarrow (3x)' dx = (u)' \cdot du$

$3 dx = 1 \cdot du = du$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{3x} \cdot 3 dx &= \int \sqrt{u} \cdot du = \int u^{\frac{1}{2}} \cdot du \\ &= \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c \\ &= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{2\sqrt{u^3}}{3} + c \\ &= \frac{2\sqrt{u^2} \cdot u}{3} + c \\ &= \frac{2u\sqrt{u}}{3} + c \\ &= \frac{2(3x) \cdot \sqrt{3x}}{3} + c \\ &= 2x\sqrt{3x} + c \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $\int \sqrt{x^3+1} \cdot 3x^2 dx$

integralinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$x^3 + 1 = u \Rightarrow (x^3 + 1)' dx = (u)' \cdot du$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{x^3+1} \cdot 3x^2 dx &= \int \sqrt{u} \cdot du = \int u^{\frac{1}{2}} \cdot du \\ &= \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c \\ &= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{2\sqrt{u^3}}{3} + c \\ &= \frac{2\sqrt{u^2} \cdot u}{3} + c \\ &= \frac{2u\sqrt{u}}{3} + c \\ &= \frac{2 \cdot (x^3 + 1) \cdot \sqrt{x^3 + 1}}{3} + c \end{aligned}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int \sqrt{x^2+3} \cdot 2x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2\sqrt{x^2+3}}{3(x^2+3)} + c$
- B) $\frac{3(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}{2} + c$
- C) $\frac{3(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}{4} + c$
- D) $\frac{2\sqrt{x^2+3}}{3} + c$
- E) $\frac{2(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}{3} + c$

2. $\int \sqrt{x^4+2} \cdot 4x^3 dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3(x^4+1)\sqrt{x^4+2}}{4} + c$
- B) $\frac{2\sqrt{x^4+2}}{3} + c$
- C) $\frac{2(x^4+2)\sqrt{x^4+2}}{3} + c$
- D) $\frac{2x^4\sqrt{x^4+2}}{3} + c$
- E) $\frac{4x^4\sqrt{x^4+2}}{3} + c$

1-E

2-C



1. $\int 7(x-3)^3 dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{7(x-3)^2}{2} + c$ B) $\frac{(x-3)^4}{4} + c$ C) $\frac{7(x-3)^3}{4} + c$
D) $\frac{7(x-3)^4}{4} + c$ E) $\frac{7(x-3)^3}{3} + c$

2. $\int f'(x) \cdot f'(x) dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2f'(x)}{3} + c$ B) $\frac{[f'(x)]^2}{2} + c$ C) $\frac{[f'(x)]^3}{2} + c$
D) $\frac{[f'(x)]^3}{3} + c$ E) $\frac{[f'(x)]^2}{2} + c$

3. $\int (x^2-3)^2 2x dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(x^2-3)^3}{3} + c$ B) $\frac{(x^2-3)^3}{2} + c$ C) $\frac{2(x^2-3)^3}{3} + c$
D) $\frac{x^2-3}{3} + c$ E) $\frac{(x^2-3)^2}{2} + c$



4. $\int (5x^3+2) 15x^2 dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(5x^3+2)^3}{3} + c$ B) $\frac{3(5x^3+2)^2}{2} + c$
C) $\frac{(5x^3+2)^2}{2} + c$ D) $\frac{2(5x^3+2)^2}{3} + c$
E) $\frac{5(5x^3+2)^3}{3} + c$



5. $\int \sqrt{x+4} dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4\sqrt{(x+4)^3}}{3} + c$ B) $\frac{2\sqrt{(x+4)^3}}{3} + c$
C) $\frac{3\sqrt{(x+4)^3}}{3} + c$ D) $\frac{3(x+4)^2}{2} + c$
E) $\frac{2(x+4)^4}{3} + c$



6. $\int \frac{x+2}{(x+1)^3} dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{x+2} + c$ B) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + c$
C) $\frac{1}{(x+2)^2} - \frac{1}{x+2} + c$ D) $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} + c$
E) $-\frac{1}{2(x+1)^2} - \frac{1}{x+1} + c$



1. $\int f(x) [f(x)]^4 dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4 [f(x)]^3}{3} + c$ B) $\frac{[f(x)]^5}{5} + c$
C) $\frac{[f(x)]^3}{3} + c$ D) $\frac{[f(x)]^4}{4} + c$
E) $\frac{[f(x)]^5}{5} + c$

2. $\int 12(2x - 3)^3 dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3(2x - 3)^3}{4} + c$ B) $\frac{2(2x - 3)^4}{3} + c$
C) $\frac{2(2x - 3)^2}{3} + c$ D) $\frac{3(2x - 3)^4}{2} + c$
E) $\frac{3(2x - 3)^2}{2} + c$

3. $\int \frac{x^2}{(x^3 + 2)^2} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{3(x^3 + 2)} + c$ B) $\frac{1}{3(x^3 + 2)} + c$
C) $\frac{1}{3(x^3 + 2)^2} + c$ D) $-\frac{1}{3(x^3 + 2)^2} + c$
E) $\frac{(x^3 + 2)^3}{3} + c$



4. $\int \sqrt{x + 5} dx$

integralinde $x + 5 = t^2$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerinden hangisi elde edilir?

- A) $4 \int t^2 dt$ B) $\int (2 + \sqrt{t}) dt$ C) $\int 2t dt$
D) $\int t^2 dt$ E) $\int 2t^2 dt$



5. $\int \frac{9x^2}{(x^3 + 1)^4} dx$

integralinde $x^3 + 1 = t$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int \frac{t^4}{3} dt$ B) $\int \frac{3dt}{t^4}$ C) $\int 3t^4 dt$
D) $\int \frac{9dt}{t^4}$ E) $\int \frac{dt}{3t^4}$



6. $\int 2x\sqrt{x^2 - 4} dx$

integraline $x^2 - 4 = t^2$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int 2t^3 dt$ B) $\int \frac{2t^2}{3} dt$ C) $\int 2t^2 dt$
D) $\int 2\sqrt{t} t^2 dt$ E) $\int \sqrt{t} t^2 dt$



048408E8

1. $\int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{x^2+2x+1}} dx$

integralinde $x+1=t^6$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int 6(t^4-t)dt$ B) $\int 6(t^4+t)dt$ C) $\int 3(t^4-4)dt$
D) $\int 6(t^3-t)dt$ E) $\int 6(t^4-1)dt$

2. $\int \frac{x^3}{(2x^4+3)^3} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{16(2x^4+3)^3} + c$ B) $-\frac{1}{8(2x^4+3)^2} + c$
C) $\frac{1}{8(2x^4+1)^3} + c$ D) $-\frac{1}{16(2x^4+3)^2} + c$
E) $-\frac{1}{16(2x^4+3)^3} + c$

3. $\int \sqrt{x^2-9} 2x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(x^2-9)\sqrt{x^2-9}}{4} + c$ B) $\frac{(x^2-9)^2\sqrt{x^2-9}}{3} + c$
C) $\frac{(x^2-9)\sqrt{x^2-9}}{3} + c$ D) $\frac{(x^2-9)\sqrt{x^2-9}}{2} + c$
E) $\frac{(x^2-9)^3\sqrt{x^2-9}}{2} + c$



4. $\int (x^2-6x+10)dx$

integralinde $x-3=t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int (t^3+1) dt$ B) $\int (t^2+1) dt$
C) $\int (t^2+t) dt$ D) $\int (t+3)^2 dt$
E) $\int (t^2-1) dt$



5. $\int (3x+2)(x+2)^3 dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3(x+2)^5}{5} - (x+2)^4 + c$
B) $\frac{3(x+2)^5}{5} + (x+2)^4 + c$
C) $\frac{3(x+2)^4}{4} - (x+2)^4 + c$
D) $\frac{3(x+2)^5}{5} + (x+2)^5 + c$
E) $\frac{3(x+2)^3}{4} - (x+2)^4 + c$



6. $\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int -3dx$

eşitliği veriliyor.

$f(1) = 2$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) $-\frac{4}{7}$ B) $-\frac{2}{7}$ C) $-\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{2}{7}$



BİLGİ

37.1 - Belirli İntegralin İşlemi

✓ $\int_a^b f(x)dx$ ifadesi "a dan b ye $f(x)dx$ integrali" diye okunur.

✓ $\int_a^b f(x)dx$ ifadesi bir reel sayıdır. x e bağlı değildir.

✓ $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(u)du = \int_a^b f(t)dt$ olabilir.

✓ $\int f(x)dx = F(x)$ ise $\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$ dir.



$$\begin{aligned} \int_1^3 x dx &= \frac{x^{1+1}}{1+1} \Big|_1^3 = \frac{x^2}{2} \Big|_1^3 = \frac{3^2}{2} - \frac{1^2}{2} \\ &= \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_2^5 x^2 dx &= \frac{x^{2+1}}{2+1} \Big|_2^5 = \frac{x^3}{3} \Big|_2^5 = \frac{5^3}{3} - \frac{2^3}{3} \\ &= \frac{125}{3} - \frac{8}{3} = \frac{117}{3} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a) $\int_1^4 \frac{x}{3} dx$ b) $\int_0^2 (x^3 + 3x + 1)dx$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{a) } \int_1^4 \frac{x}{3} dx &= \int_1^4 \frac{1}{3} \cdot x dx \\ &= \frac{1}{3} \int_1^4 x dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^4 = \frac{1}{6} (4^2 - 1^2) = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \int_0^2 (x^3 + 3x + 1)dx &= \left(\frac{x^3+1}{3+1} + \frac{3x^{1+1}}{1+1} + x \right) \Big|_0^2 \\ &= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + x \right) \Big|_0^2 \\ &= \frac{2^4}{4} + \frac{3 \cdot 2^2}{2} + 2 - \left(\frac{0^4}{4} + \frac{3 \cdot 0^2}{2} + 0 \right) \\ &= 4 + 6 + 2 - 0 = 12 \end{aligned}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int_0^4 3x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 24 B) 18 C) 12 D) 10 E) 8

2. $\int_1^3 (x^2 + 1)dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{35}{3}$ B) $\frac{34}{3}$ C) $\frac{32}{3}$ D) $\frac{31}{3}$ E) $\frac{29}{3}$

3. $\int_1^2 (x^2 + 4x + 1)dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{35}{3}$ B) 11 C) $\frac{32}{3}$ D) 10 E) $\frac{28}{3}$



BİLGİ

37.2 - Belirli İntegralin Özellikleri

$$\checkmark \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\bullet \int_{10}^{10} (x+1)dx = 0$$

$$\checkmark \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

sınırlar değişince integralin işareti değişir.

$$\bullet \int_{-2}^5 f(x)dx = -\int_5^{-2} f(x)dx$$

$$\checkmark \int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

$$\bullet \int_2^3 [f(x) + g(x)]dx = \int_2^3 f(x)dx + \int_2^3 g(x)dx$$

$$\bullet \int_3^7 [f(x) - g(x)]dx = \int_3^7 f(x)dx - \int_3^7 g(x)dx$$

$$\checkmark a < c < b$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

integralin sınırlarını parçalayabilirsin.

$$\begin{aligned} \bullet \int_2^8 f(x)dx &= \int_2^5 f(x)dx + \int_5^8 f(x)dx \\ &= \int_2^4 f(x)dx + \int_4^8 f(x)dx \\ &= \int_2^7 f(x)dx + \int_7^8 f(x)dx \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \int_{20}^{20} (x^3 + x^2 + 1)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

Çözüm:

İntegralinin alt sınırı ile üst sınırı eşit olduğundan integralin değeri 0'dır.

$$2. \int_0^2 x^2 dx + \int_2^5 x^2 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

Çözüm:

İlk integralin üst sınırı 2, 2. integralin alt sınırı 2 olduğundan kopuk integralleri birbirine bağlayabilirsin.

$$\begin{aligned} \int_0^2 x^2 dx + \int_2^5 x^2 dx &= \int_0^5 x^2 dx \\ &= \frac{x^3}{3} \Big|_0^5 = \frac{5^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{125}{3} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \int_8^8 (x^5 + x^2 + 2)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -16 B) -8 C) 0 D) 8 E) 16

$$2. \int_0^8 f(x)dx = 5$$

olduğuna göre, $\int_8^0 f(x)dx$ kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) -2 D) 0 E) 5

$$3. \int_1^5 x dx + \int_5^7 x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 96



03080226

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\int_1^4 f(x)dx = 5$, $\int_1^4 g(x)dx = 8$

olduğuna göre, $\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx = \int_1^4 f(x)dx + \int_1^4 g(x)dx = 5 + 8 = 13$$

2. $\int_{-3}^4 f(x)dx = 5$, $\int_7^4 f(x)dx = -2$

olduğuna göre, $\int_{-3}^7 f(x)dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\int_7^4 f(x)dx = -2 \Rightarrow \int_4^7 f(x)dx = -(-2) = 2 \text{ dir.}$$

1. integralin üst sınırı 4 te bittiği için sorulan integraldeki -3 ten 7 ye kadar olan sınırı 4 te parçalamalısın.

$$\int_{-3}^7 f(x)dx = \int_{-3}^4 f(x)dx + \int_4^7 f(x)dx = 5 + 2 = 7 \text{ dir.}$$

3. $\int_{-2}^5 f(x)dx = 3$, $\int_5^{-2} g(x)dx = 7$

olduğuna göre, $\int_{-2}^5 [f(x) + 3g(x)]dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\int_5^{-2} g(x)dx = 7 \text{ ise } \int_{-2}^5 g(x)dx = -7 \text{ dir}$$

$$\int_{-2}^5 [f(x) + 3g(x)]dx = \int_{-2}^5 f(x) + \int_{-2}^5 3g(x)dx$$

$$= 3 + 3 \cdot \int_{-2}^5 g(x)dx$$

$$= 3 + 3 \cdot (-7) = 3 - 21 = -18$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int_{-5}^2 f(x)dx = 8$, $\int_2^{10} f(x)dx = 5$

olduğuna göre, $\int_{-5}^{10} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 10 D) 12 E) 13

2. $\int_2^8 f(x)dx = 10$, $\int_2^8 g(x)dx = 4$

olduğuna göre, $\int_2^8 [f(x) + g(x)]dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 14 D) 16 E) 20

3. $\int_{-2}^4 f(x)dx = 8$, $\int_4^{-2} g(x)dx = 3$

olduğuna göre, $\int_{-2}^4 [f(x) + g(x)]dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 10 D) 11 E) 15

4. $\int_{-3}^5 f(x)dx = 3$, $\int_5^{-3} g(x)dx = -5$

olduğuna göre, $\int_{-3}^5 [4f(x) - g(x)]dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 10 D) 14 E) 17

1-E

2-C

3-A

4-B



BİLGİ

37.3 - İntegralin Sınırlarında Bilinmeyen Olabilir

$$\bullet \int_1^a x dx = 4$$

olduğuna göre, a üst sınırı nasıl bulunacak?

Önce a'yı biliyormuşsun gibi integrali alacaksın. Sonra da üst sınırı yazacağın yerde sayı yerine a'yı yazacaksın.

$$\int_1^a x dx = 4 \Rightarrow \frac{x^{1+1}}{1+1} \Big|_1^a = 4 \Rightarrow \frac{x^2}{2} \Big|_1^a = 4 \Rightarrow \frac{a^2}{2} - \frac{1}{2} = 4$$

$$\frac{a^2}{2} = 4 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{a^2}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{a^2}{\cancel{2}} = \frac{9}{\cancel{2}} \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \text{ olabilir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \int_1^m x dx = 12$$

olduğuna göre, m nin pozitif değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\int_1^m x dx = \frac{x^{1+1}}{1+1} \Big|_1^m = \frac{x^2}{2} \Big|_1^m = \frac{m^2}{2} - \frac{1^2}{2}$$

$$\frac{m^2}{2} - \frac{1}{2} = 12 \Rightarrow \frac{m^2}{2} = 12 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{m^2}{2} = \frac{25}{2} \Rightarrow m^2 = 25 \Rightarrow m = 5 \text{ dir}$$

$$2. \int_2^a x^2 dx = \frac{56}{3}$$

olduğuna göre, a yı bulunuz.

Çözüm:

$$\int_2^a x^2 dx = \frac{x^2+1}{2+1} \Big|_2^a = \frac{x^3}{3} \Big|_2^a = \frac{a^3}{3} - \frac{2^3}{3}$$

$$\frac{a^3}{3} - \frac{8}{3} = \frac{56}{3} \Rightarrow \frac{a^3}{3} = \frac{56}{3} + \frac{8}{3}$$

$$\frac{a^3}{\cancel{3}} = \frac{64}{\cancel{3}} \Rightarrow a^3 = 64 \quad \boxed{a^3 = 4^3} \quad a = 4 \text{ tür.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \int_2^m x dx = 6$$

olduğuna göre, m nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$2. \int_1^a 4x dx = 30$$

olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$3. \int_1^m x^2 dx = \frac{124}{3}$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



BİLGİ

37.4 - Belirli İntegralde Tek ve Çift Fonksiyonlar

✓ $f(x)$ sürekli ve tek fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 0 \text{ dir.}$$

(sınırlarına dikkat ettin mi?)

- $\int_{-3}^3 x^5 dx = 0$ dir.
(5 tek sayı olduğundan x^5 tek fonksiyon belirtir.)

- $(4x^3 - 2x)$ tek fonksiyon
tek fonksiyon

 x lerin üssü tek ise fonksiyon tektir.✓ $f(x)$ sürekli ve çift fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx \text{ dir.}$$

(sınırlarına dikkat ettin mi?)

- $\int_{-4}^4 x^2 dx = 2 \int_0^4 x^2 dx$

- $\int_{-5}^5 (x^6 + x^4) dx = 2 \int_0^5 (x^6 + x^4) dx$

Tüm x lerin üssü çift sayı ise fonksiyon çifttir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \int_{-10}^{10} (4x^7 + x^3) dx$$

integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\int_{-10}^{10} (4x^7 + x^3) dx = 0 \quad \dots \quad (4x^7 \text{ ve } x^3 \text{ tek fonksiyon})$$

$$2. \int_{-2}^2 x^2 dx$$

integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 x^2 dx &= 2 \int_0^2 x^2 dx = 2 \cdot \frac{x^2+1}{2+1} \Big|_0^2 = \frac{2x^3}{3} \Big|_0^2 \\ &= 2 \left(\frac{2^3}{3} - 0 \right) \\ &= \frac{16}{3} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \int_{-2018}^{2018} (x^{2017} + 3x^{1881}) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -4036 B) -2018 C) 0 D) 2018 E) 4036

$$2. \int_{-9}^9 (x^2 + 3) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 540 B) 480 C) 395 D) 315 E) 270

$$3. \int_{-6}^6 (x^{59} + x^2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 156 B) 144 C) 124 D) 96 E) 72

1-C

2-A

3-B



BİLGİ

37.5 - Fonksiyon Tanımında Dönüşüm Yapma

$$\checkmark \int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du = \dots \text{ yazılabilir.}$$

$$\bullet \int_2^5 f(x)dx = 4 \text{ ise}$$

$$\bullet \int_2^5 f(t)dt = 4 \text{ tür.}$$

$$\bullet \int_2^5 f(u)du = 4 \text{ tür.}$$

$$\bullet \int_1^3 f(2x+1)dx = 15 \text{ ise } \int_3^7 f(x)dx = ?$$

$$x = 1 \Rightarrow 2x + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3 \text{ (yeni alt sınır)}$$

$$x = 3 \Rightarrow 2x + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7 \text{ (yeni üst sınır)}$$

$$\int_3^7 f(x)dx = 15 \cdot 2 = 30 \text{ olur.}$$

↳ $2x + 1$ deki 2

$$\bullet \int_1^9 f(x)dx = 20 \text{ ise } \int_0^2 f(4x+1)dx = ?$$

$$4x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ (yeni alt sınır.)}$$

$$4x + 1 = 9 \Rightarrow x = 2 \text{ (yeni üst sınır.)}$$

$$\int_0^2 f(4x+1)dx = \frac{20}{4} = 5 \text{ tir.}$$

↳ $4x + 1$ deki 4

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \int_2^3 f(2x+3)dx = 5$$

olduğuna göre, $\int_7^9 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow 2x + 3 = 2 \cdot 2 + 3 = 7 \\ x = 3 \Rightarrow 2x + 3 = 2 \cdot 3 + 3 = 9 \end{array} \right\} \int_7^9 f(x)dx = 5 \cdot 2 = 10 \text{ dur.}$$

↳ $2x + 3$ deki 2

$$2. \int_{-1}^8 f(x)dx = 36$$

olduğuna göre, $\int_0^3 f(3x-1)dx$ integralinin değerini bulunuz

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \\ 3x - 1 = 8 \Rightarrow x = 3 \end{array} \right\} \int_0^3 f(3x-1)dx = \frac{36}{3} = 12 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

$$1. \int_0^4 f(3x-4)dx = 6$$

olduğuna göre, $\int_{-4}^8 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 18 E) 36

$$2. \int_1^4 f(4x+3)dx = 12$$

olduğuna göre, $\int_7^{19} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 48 B) 24 C) 12 D) 9 E) 3

$$3. \int_7^{12} f(x)dx = 10$$

olduğuna göre, $\int_2^3 f(5x-3)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 5 D) 25 E) 50

1-D

2-A

3-B



BİLGİ

37.6 - Dönüşüm Verildiğinde Yeni İntegrali Bulma

✓ Dönüşümü verilen integralde;

verilen dönüşüme göre, yeni sınırlar bulunur ve değişkenler değiştirilerek yeni integral elde edilmiş olur.

• $\int_9^{16} \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} dx$ integralinde $\sqrt{x} = u$ dönüşümü uygulanırsa;

$$\sqrt{x} = u \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = du \text{ (her iki tarafın diferansiyeli alındı.)}$$

$$dx = 2\sqrt{x} du = 2udu$$

$$x = 9 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{9} = 3 \text{ (yeni integralin alt sınırı)}$$

$$x = 16 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{16} = 4 \text{ (yeni integralin üst sınırı)}$$

şimdi bunları integralde yerine yazalım.

$$\int_9^{16} \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} dx = \int_3^4 \frac{2 + u}{2 - u} \cdot 2\sqrt{u} \cdot du$$

integrali elde edilmiş olur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 2x + 1} dx$

integraline $x + 1 = t$ dönüşümü uygulanırsa hangi integral elde edilir?

Çözüm:

$$x + 1 = t \Rightarrow x = t - 1 \text{ ve } x + 1 = t \Rightarrow dx = dt \text{ dir.}$$

$$(x + 1)^2 = t^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = t^2$$

$$x = 0 \Rightarrow x + 1 = t \Rightarrow 0 + 1 = t \Rightarrow t = 1 \text{ (alt sınır)}$$

$$x = 1 \Rightarrow x + 1 = t \Rightarrow 1 + 1 = t \Rightarrow t = 2 \text{ (üst sınır)}$$

Şimdi bu verileri yerine yerleştirmelisin.

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 2x + 1} dx = \int_1^2 \frac{t - 1}{t^2} dt \text{ integrali elde edilir.}$$

2. $\int_1^9 \frac{\sqrt{x}}{x + 1} dx$

integralinde $\sqrt{x} = t$ dönüşümü uygulanırsa hangi integral elde edilir?

Çözüm:

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \Rightarrow \frac{1}{2t} dx = dt \Rightarrow dx = 2tdt$$

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^2$$

$$x = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{1} = 1 \text{ (yeni alt sınır)}$$

$$x = 9 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{9} = 3 \text{ (yeni üst sınır)}$$

$$\int_1^9 \frac{\sqrt{x}}{x + 1} dx = \int_1^3 \frac{t}{t^2 + 1} 2tdt = \int_1^3 \frac{2t^2}{t^2 + 1} dt$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int_4^9 \frac{x}{\sqrt{x} + 2} dx$

integralinde $\sqrt{x} = t$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_2^3 \frac{2t^3}{t + 2} dt$ B) $\int_4^9 \frac{2t^3}{t + 2} dt$ C) $\int_4^9 \frac{t^3}{t + 2} dt$
D) $\int_2^3 \frac{t^3}{t + 2} dt$ E) $\int_2^3 \frac{2t^2}{t + 2} dt$

2. $\int_0^{81} \frac{x - 1}{x - \sqrt{x}} dx$

integraline $\sqrt{x} = u$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^3 \frac{u + 1}{u - 1} du$ B) $\int_0^9 \frac{u + 1}{u} du$
C) $2 \int_0^9 (u + 1) du$ D) $\int_0^9 \frac{u^2 + u}{u - 1} du$
E) $\int_0^9 \frac{u^2 + 1}{u - 1} du$



BİLGİ

37.7 - Grafik Yardımıyla Belirli İntegral Hesabı

• Şekildeki grafiğe göre, $f(1) = 3$ ve $f(4) = 6$ dir.

$$\int_1^4 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^4 \dots (f'(x), f(x) \text{ in türevi değil mi?})$$

$$= f(4) - f(1)$$

$$= 6 - 3$$

$$= 3 \text{ tür.}$$

• Şekildeki grafiğe göre, $f(4) = 6$ ve $f(-3) = -2$ dir.

$$\int_{-3}^4 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-3}^4 = f(4) - f(-3)$$

$$= 6 - (-2)$$

$$= 6 + 2$$

$$= 8 \text{ olur.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Yandaki şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $\int_{-3}^3 f'(x) dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

Grafiğe göre, $f(3) = 5$ ve $f(-3) = -2$ dir

$$\int_{-3}^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-3}^3 = f(3) - f(-3) = 5 - (-2) = 5 + 2 = 7 \text{ dir.}$$

2. Yandaki şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_2^6 f(x) f'(x) dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\int_2^6 \frac{f(x) \cdot f'(x) dx}{u \cdot du} = \frac{[f(x)]^{1+1}}{2} \Big|_2^6 = \frac{f^2(x)}{2} \Big|_2^6 = \frac{f^2(6) - f^2(2)}{2}$$

$$= \frac{(-2)^2}{2} - \frac{4^2}{2} = 2 - 8 = -6 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-1}^6 f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) 3 D) 5 E) 7

2. Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-4}^4 f(x) \cdot f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{25}{2}$ B) 13 C) $\frac{27}{2}$ D) 14 E) $\frac{29}{2}$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $\int_{-2}^5 f''(x)dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $f''(x)$ fonksiyonu $f'(x)$ in türevidir.
 $\int_{-2}^5 f''(x)dx = f'(x) \Big|_{-2}^5 = f'(5) - f'(-2) = 2 - 0 = 2$ dir.

2. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $\int_{-2}^3 [x \cdot f'(x) + f(x)] dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $[x \cdot f(x)]' = x' \cdot f(x) + x \cdot f'(x) \dots$ (çarpımın türevi)
 $= 1 \cdot f(x) + x \cdot f'(x) = f(x) + x \cdot f'(x)$
 $\int_{-2}^3 [x \cdot f'(x) + f(x)]dx = x \cdot f(x) \Big|_{-2}^3 = 3 f(3) - (-2) \cdot f(-2)$
 $= 3 \cdot 3 + 2 \cdot 7 = 9 + 14 = 23$

3. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $\int_{-6}^6 \frac{f(x) - x f'(x)}{f^2(x)} dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:
 $\left[\frac{x}{f(x)} \right]' = \frac{x' \cdot f(x) - x \cdot f'(x)}{f^2(x)} = \frac{f(x) - x f'(x)}{f^2(x)}$
 $\int_{-6}^6 \frac{f(x) - x f'(x)}{f^2(x)} dx = \frac{x}{f(x)} \Big|_{-6}^6 = \frac{6}{f(6)} - \frac{-6}{f(-6)} = \frac{6}{5} + \frac{6}{5} = \frac{12}{5}$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Yandaki şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $\int_{-2}^4 f''(x)dx$ integralinin değerini kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) 0 D) 4 E) 5

2. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $\int_{-2}^6 [f(x) + x f'(x)]dx$ integralinin değerini kaçtır?

- A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

3. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, $\int_{-3}^2 \left[\frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x^2} \right] dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$



1. $\int_1^2 8x^3 dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 34 B) 33 C) 32 D) 31 E) 30

2. $\int_0^3 (6x^2 + 4x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 72 B) 70 C) 68 D) 64 E) 60

3. $\int_1^2 (9x^2 + 1) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 30

4. $\int_1^3 x^3 dx + \int_3^4 x^3 dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{251}{4}$ B) $\frac{253}{4}$ C) $\frac{255}{4}$ D) $\frac{257}{4}$ E) $\frac{259}{4}$



5. $\int_1^3 f(x) dx = 5$, $\int_3^1 g(x) dx = 2$

olduğuna göre,

$$\int_1^3 [4f(x) + 2g(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 17



6. $\int_1^a x dx = \frac{19}{2}$

olduğuna göre a'nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 4 E) $2\sqrt{5}$



7. $\int_0^a 3x^2 dx = 64$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



8. $\int_{-1938}^{1938} (x^{1881} + x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -3876 B) -1938 C) 0 D) 1938 E) 3876



097405BD

TEST 2

1. $\int_1^3 f(5x + 3)dx = 20$
olduğuna göre, $\int_8^{18} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) 4 B) 20 C) 40 D) 50 E) 100

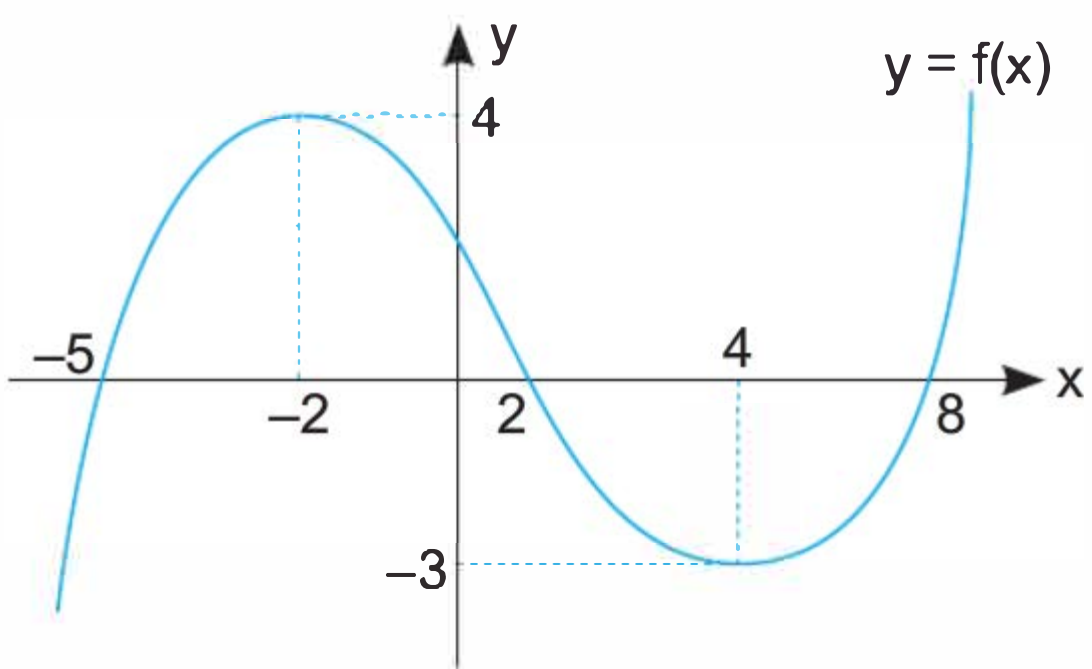
2. $\int_3^5 f(x)dx = 30$
olduğuna göre, $\int_1^2 f(2x + 1)dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) 13 B) 15 C) 16 D) 18 E) 21

3. $\int_1^4 (x - 3)^3 dx$
İntegralinde $x - 3 = t$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_1^{-2} t^3 dt$ B) $\int_{-2}^1 \frac{t^4}{4} dt$ C) $\int_{-2}^1 3t^2 dt$
D) $\int_{-2}^1 t^3 dt$ E) $\int_{-2}^1 \frac{t^2}{2} dt$

4. $\int_0^2 (x^2 + 1)2x dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

5. $\int_{-2}^3 (x + 2)^4 dx$
integralinin değeri kaçtır?
A) 125 B) 250 C) 525 D) 620 E) 625

6. 
Şekildeki $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre, $\int_{-2}^4 \left| \frac{f(x) - x f'(x)}{f^2(x)} \right| dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) $-\frac{5}{6}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{6}{5}$



1. $\int_b^a 2x dx = 12$
 $a + b = 6$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. $\int_1^3 (x^3 + x) dx$

integralinde $x = t^2$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integ-rallerden hangisi elde edilir?

A) $2 \int_1^{\sqrt{3}} (t^6 + t^2) dt$

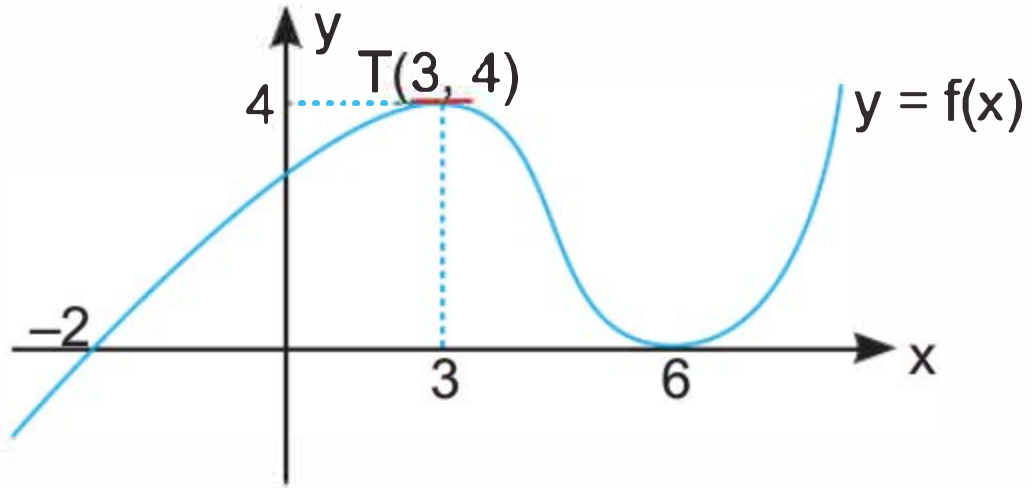
B) $\int_1^{\sqrt{3}} (t^7 + t^3) dt$

C) $2 \int_1^{\sqrt{3}} (t^8 + t^4) dt$

D) $2 \int_1^3 (t^7 + t^3) dt$

E) $2 \int_1^{\sqrt{3}} (t^7 + t^3) dt$

3.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

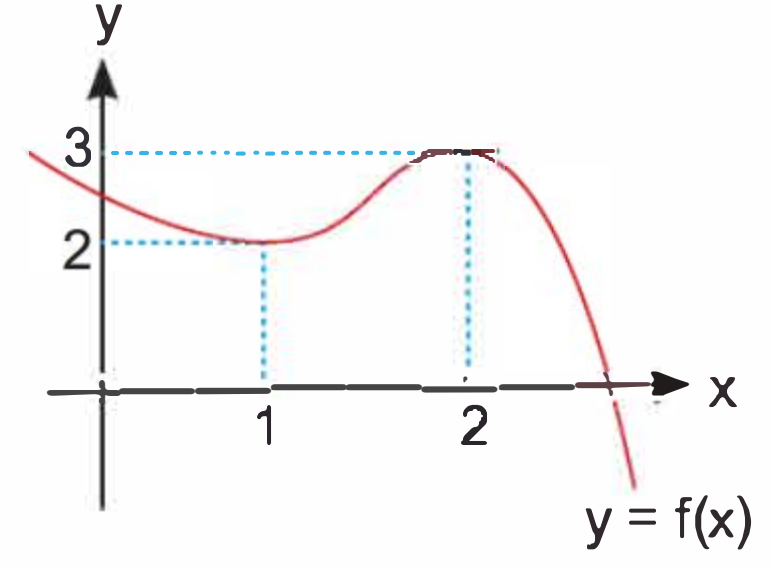
$$\int_{-2}^3 f'(x) dx + \int_3^6 f''(x) dx$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4



4.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_1^2 \frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x^2} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$



5.

$$\int_1^x (4t - 3) dt = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\int_0^8 (x_1^2 + x_2^2) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10



6.

$$\int_0^1 \frac{x+4}{x^2+4x+4} dx$$

integralinde $x + 2 = t$ dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki in-tegrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^1 \frac{t+1}{t^2} dt$ B) $\int_2^3 \frac{t+2}{t} dt$ C) $\int_0^1 \frac{t+2}{t} dt$

D) $\int_2^3 \frac{t+2}{t^2} dt$ E) $\int_0^1 \frac{t+2}{t^2} dt$



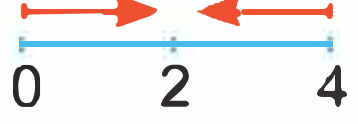
BİLGİ

38.1 - Parçalı Fonksiyonların Belirli İntegrali

✓ Parçalı fonksiyonun kuralının değiştiği kritik noktaya bakacağız. O noktaya göre integralin sınırlarını yeniden belirleyeceğiz.

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x + 5, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

Fonksiyonunda kritik nokta 2 olduğundan integral sınırlarını 2 de koparacağız.



$$\int_0^4 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx$$

$$= \int_0^2 \underbrace{(x + 3)dx}_{x < 2 \text{ ise şartını sağlıyor.}} + \int_2^4 \underbrace{(2x + 5)dx}_{x \geq 2 \text{ ise şartını sağlıyor.}}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 3 \text{ ise} \\ 2x, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için

$$\bullet \int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 x^2 dx$$

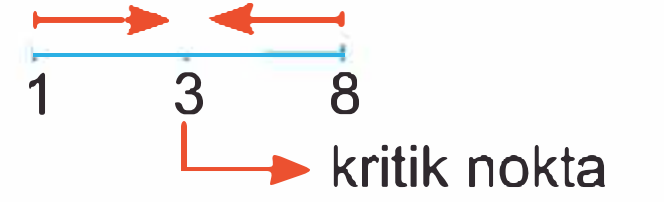
((0, 2) sınırları $x < 3$ koşulunu sağladığından integral sınırları doğal olarak değişmedi.)

$$\bullet \int_4^{10} f(x)dx = \int_4^{10} 2x dx$$

((4, 10) sınırları $x \geq 3$ koşulunu sağladığından integral sınırları doğal olarak değişmedi.)

$$\bullet \int_1^8 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^8 f(x)dx$$

$$= \int_1^3 x^2 dx + \int_3^8 2x dx$$



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < 4 \text{ ise} \\ x^2, & x \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu için

$$\int_1^3 f(x)dx$$

integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

(1, 3) sınırları " $x < 4$ ise" koşulunu sağladığından $f(x)$ yerine fonksiyonun üst parçasını kullanmalısın.

$$\begin{aligned} \int_1^3 f(x)dx &= \int_1^3 (x + 3)dx \\ &= \left(\frac{x^1 + 1}{1 + 1} + 3x \right) \Big|_1^3 \\ &= \left(\frac{x^2}{2} + 3x \right) \Big|_1^3 \\ &= \left(\frac{9}{2} + 3 \cdot 3 \right) - \left(\frac{1}{2} + 3 \cdot 1 \right) = \frac{27}{2} - \frac{7}{2} = \frac{20}{2} = 10 \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 5 \text{ ise} \\ 3x - 1, & x \geq 5 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu için,

$$\int_0^3 f(x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{17}{2}$ B) $\frac{19}{2}$ C) 10 D) $\frac{21}{2}$ E) 11

2. $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 7 \text{ ise} \\ x^2 - 1, & x \geq 7 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu için,

$$\int_1^5 f(x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu için $\int_3^5 f(x)dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

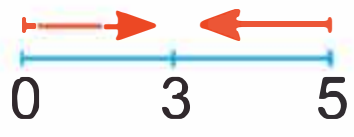
(3, 5) sınırları " $x \geq 2$ ise " koşulunu sağladığından $f(x)$ yerine fonksiyonun alt parçasını kullanmalısınız.

$$\int_3^5 f(x)dx = \int_3^5 2xdx = x^2 \Big|_3^5 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

2. $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x < 3 \text{ ise} \\ 4x, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu için $\int_0^5 f(x)dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

Kritik nokta 3 tür.



$$\begin{aligned} \int_0^5 f(x)dx &= \int_0^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx \\ &= \int_0^3 (2x - 1)dx + \int_3^5 4xdx \\ &= \left(\frac{2x^2}{2} - x \right) \Big|_0^3 + \left(\frac{4x^2}{2} \right) \Big|_3^5 \\ &= (x^2 - x) \Big|_0^3 + 2x^2 \Big|_3^5 \\ &= (3^2 - 3) - (0^2 - 0) + 2 \cdot 5^2 - 2 \cdot 3^2 \\ &= 6 + 50 - 18 \\ &= 38 \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 3 \text{ ise} \\ x - 2, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu için, $\int_4^6 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 14 E) 16

2. $f(x) = \begin{cases} x - 3, & x < 2 \text{ ise} \\ 6x, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu için, $\int_2^5 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 77 B) 75 C) 72 D) 65 E) 63

3. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \text{ ise} \\ x - 2, & x \geq 1 \text{ ise,} \end{cases}$ fonksiyonu için, $\int_0^3 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 8 B) 4 C) 2 D) -2 E) -4

4. $f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & x < 4 \text{ ise} \\ x + 3, & x \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu için, $\int_1^5 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 40 B) 32 C) 30 D) 27 E) 24

1-A

2-E

3-C

4-D



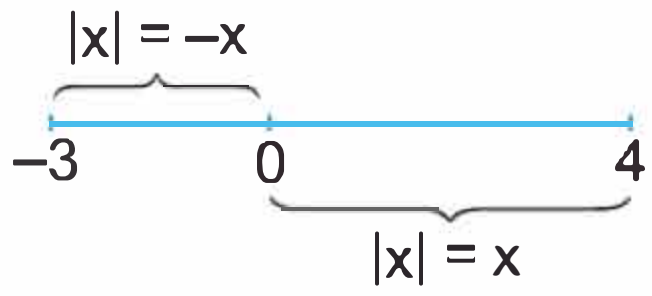
BİLGİ

38.2 - Mutlak Değer Fonksiyonunun Belirli İntegrali

✓ Mutlak değer fonksiyonunun işaret değiştirdiği kritik noktaya göre, integralin sınırları yeniden düzenlenir.

• $\int_{-3}^4 |x|dx = ?$

$|x| = 0 \Rightarrow x = 0$ kritik noktadır.

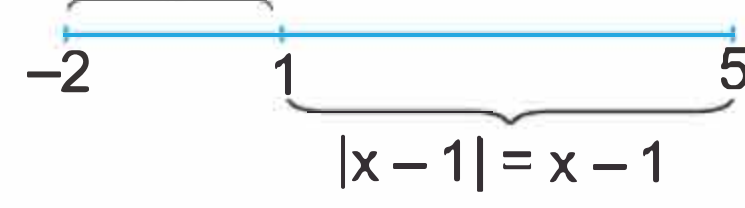


$$\begin{aligned} \int_{-3}^4 |x|dx &= \int_{-3}^0 |x|dx + \int_0^4 |x|dx \\ &= \int_{-3}^0 -x dx + \int_0^4 x dx \end{aligned}$$

• $\int_{-2}^5 |x-1|dx = ?$

$|x-1| = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$... ($x = 1$ kritik noktadır.)

$|x-1| = -(x-1)$



$$\int_{-2}^5 |x-1|dx = \int_{-2}^1 -(x-1)dx + \int_1^5 (x-1)dx$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $\int_{-2}^1 |x|dx$

integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$|x| = 0 \Rightarrow x = 0$ kritik noktadır.

$x < 0$ için $|x| = -x$ ve $x \geq 0$ için $|x| = x$ tir.

$$\int_{-2}^1 |x|dx = \int_{-2}^0 |x|dx + \int_0^1 |x|dx$$

$$= \int_{-2}^0 -x dx + \int_0^1 x dx$$

$$= \frac{-x^{1+1}}{1+1} \Big|_{-2}^0 + \frac{x^{1+1}}{1+1} \Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{-x^2}{2} \right) \Big|_{-2}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^1$$

$$= \frac{-0^2}{2} - \left(\frac{-(-2)^2}{2} \right) + \frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}$$

$$= -\left(-\frac{4}{2} \right) + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int_{-3}^1 |x|dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\int_{-2}^0 |x|dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

3. $\int_0^4 |x|dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 4 D) 8 E) 12

1-E

2-A

3-D



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

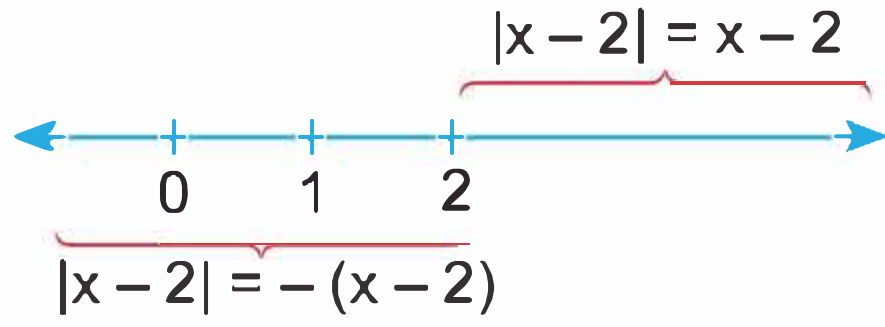
1. $f(x) = |x - 2|$

fonksiyonu için aşağıdaki integrallerin değerini bulunuz.

a) $\int_0^1 f(x)dx$ b) $\int_3^5 f(x)dx$ c) $\int_1^3 f(x)dx$

Çözüm:

a) $|x - 2| = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ kritik noktadır.



$x \in (0, 1)$ için $x - 2 < 0$ olacağından

$|x - 2| = -(x - 2) = -x + 2$ dir.

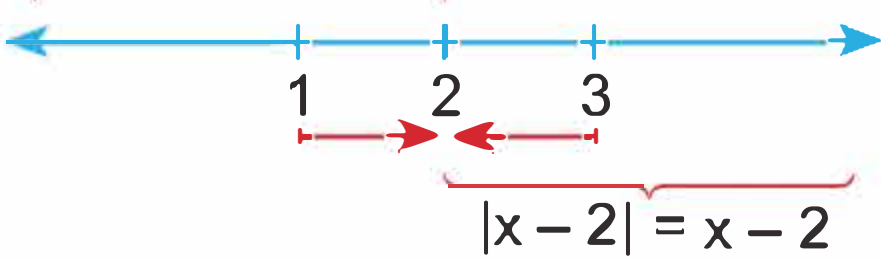
$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x)dx &= \int_0^1 (-x + 2)dx = \left(\frac{-x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{-1^2}{2} + 2 \cdot 1 \right) - \left(\frac{-0^2}{2} + 2 \cdot 0 \right) \\ &= -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

b) $x \in (3, 5)$ için $x - 2 > 0$ olacağından

$|x - 2| = x - 2$ dir.

$$\begin{aligned} \int_3^5 f(x)dx &= \int_3^5 (x - 2)dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_3^5 = \left(\frac{5^2}{2} - 2 \cdot 5 \right) - \left(\frac{3^2}{2} - 2 \cdot 3 \right) \\ &= \frac{25}{2} - 10 - \left(\frac{9}{2} - 6 \right) \\ &= \frac{25}{2} - 10 - \frac{9}{2} + 6 = 4 \end{aligned}$$

c) $|x - 2| = -(x - 2)$



$$\begin{aligned} \int_1^3 |x - 2|dx &= \int_1^2 -(x - 2)dx + \int_2^3 (x - 2)dx \\ &= \left(\frac{-x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^2 + \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^3 \\ &= \frac{-2^2}{2} + 2 \cdot 2 - \left(\frac{-1^2}{2} + 2 \cdot 1 \right) + \frac{3^2}{2} - 2 \cdot 3 - \left(\frac{2^2}{2} - 2 \cdot 2 \right) \\ &= -2 + 4 + \frac{1}{2} - 2 + \frac{9}{2} - 6 - 2 + 4 = 1 \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int_1^3 |x - 4|dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 4 D) 8 E) 12

2. $\int_0^4 |x + 3|dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

3. $\int_0^5 |x - 3|dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{25}{2}$ B) $\frac{17}{2}$ C) $\frac{13}{2}$ D) -3 E) $-\frac{7}{2}$

4. $\int_0^8 |x - 5|dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 19 B) 17 C) 15 D) 13 E) 11

1-C

2-A

3-C

4-B



1. $f(x) = \begin{cases} -3, & x > -2 \text{ ise} \\ 1, & x \leq -2 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-4}^0 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -18 B) -12 C) -8 D) -6 E) -4

2. $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \text{ ise} \\ 0, & x = 0 \text{ ise} \\ -1, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-3}^3 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

3. $f(x) = \begin{cases} 6x^2 - 3, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-1}^1 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4



4. $\int_{-2}^2 |x-1| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) 5 E) 7



5. $\int_{-3}^2 x|x-2| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 6 D) -15 E) $-\frac{50}{3}$



6. $f\left(\frac{x}{3}\right) = \begin{cases} 2x-1, & x \geq 3 \text{ ise} \\ x+2, & x < 3 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-1}^3 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 29 B) 26 C) 24 D) 22 E) 20



0585058C

1. $f(x) = \begin{cases} x - 8, & x < 5 \text{ ise} \\ 3, & x \geq 5 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_1^7 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 40 B) 14 C) 17 D) -14 E) -26

2. $f(x) = \begin{cases} 3x, & x \geq 2 \text{ ise} \\ 2, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_0^2 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) $\frac{19}{2}$ C) 10 D) $\frac{21}{2}$ E) $\frac{31}{2}$

3. $f(x + 1) = \begin{cases} 2 - x, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x + 1, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_2^4 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $\frac{13}{2}$ E) $\frac{19}{2}$

4. $\int_2^4 |x^2 - 3x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -18 B) $-\frac{9}{2}$ C) 3 D) 9 E) 18

5. $\int_{-1}^2 [|x + 1| + |x - 2|] dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) -4 E) -2

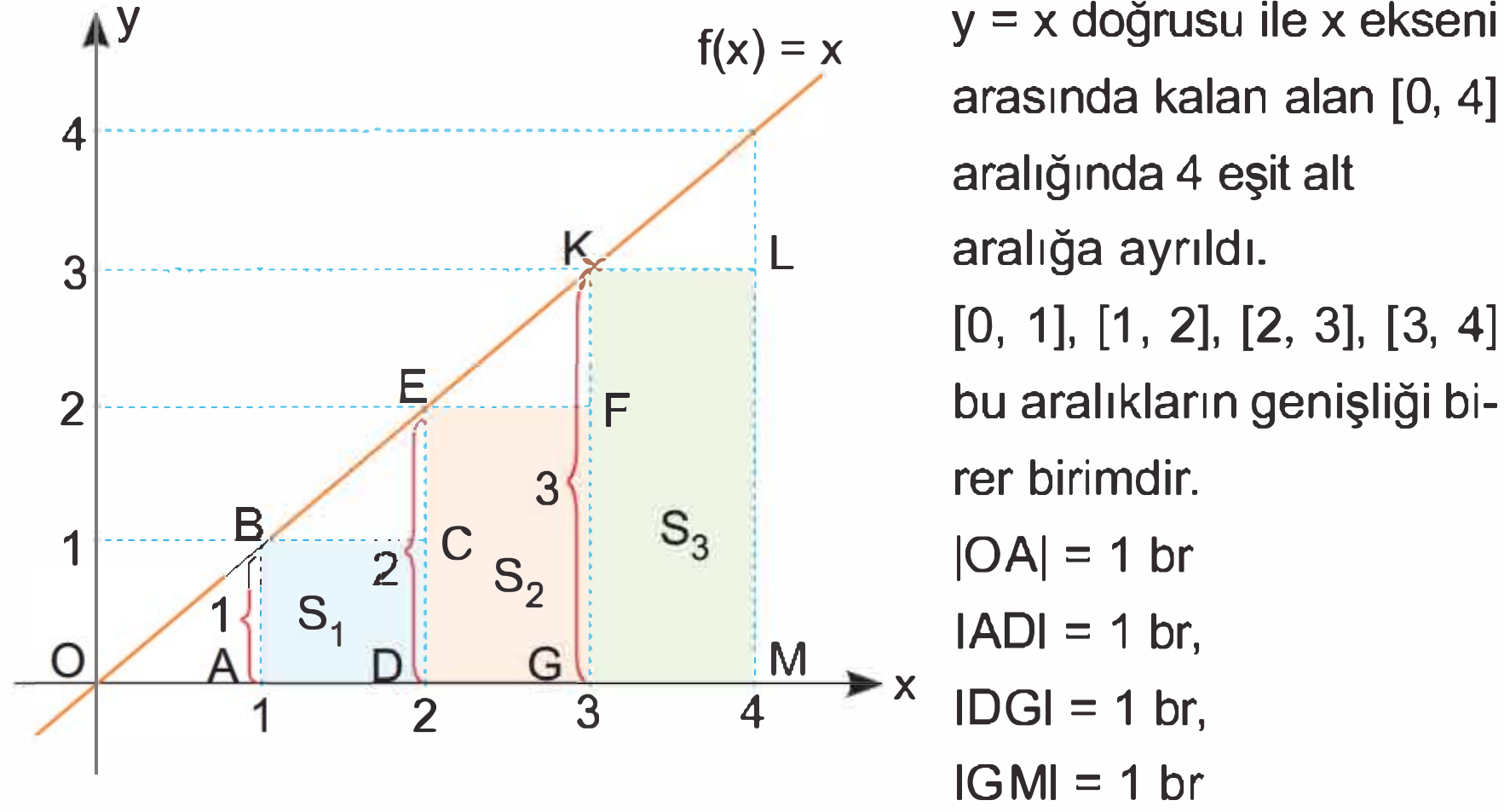
6. $f(x) = \begin{cases} x^2|x - 1|, & x \neq 1 \text{ ise} \\ 0, & x = 1 \text{ ise} \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_0^2 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{11}{12}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{17}{12}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{19}{12}$

BİLGİ

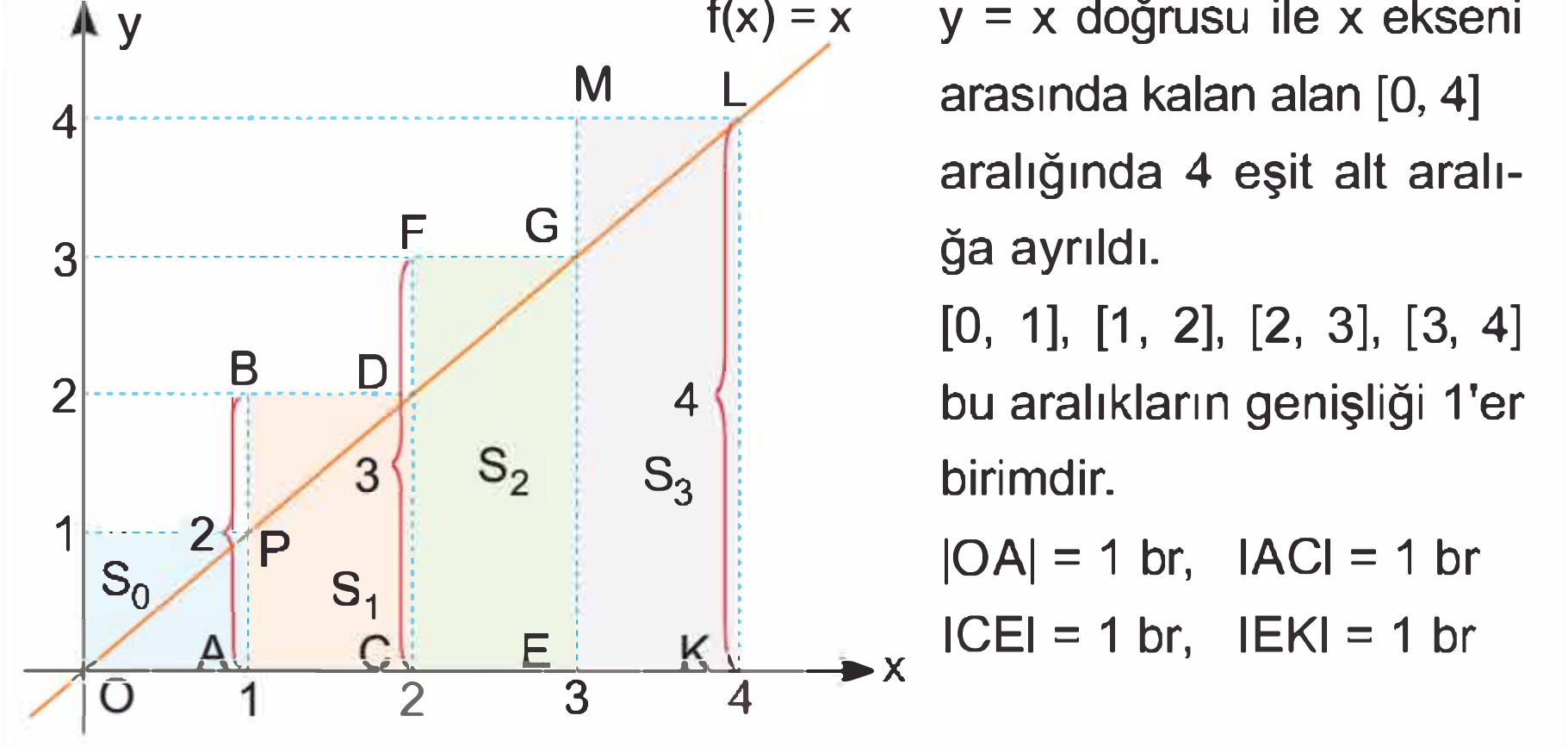
39.1 - Alt ve Üst Dikdörtgenler Yardımıyla Alan Hesabı (Riemann Toplamı)



- $x = 1$ için $f(x) = x \rightarrow f(1) = 1$ olduğundan $|IAB| = 1$ br'dir. $S_1 = |IAD| \cdot |IAB| = 1 \cdot 1 = 1 \text{ br}^2$ dir.
- $x = 2 \rightarrow f(x) = x \rightarrow f(2) = 2$ olduğundan $|IDE| = 2$ br'dir. $S_2 = |IDG| \cdot |IED| = 1 \cdot 2 = 2 \text{ br}^2$ dir.
- $x = 3 \rightarrow f(x) = x \rightarrow f(3) = 3$ olduğundan $|IKG| = 3$ br'dir. $S_3 = |IGM| \cdot |IKG| = 1 \cdot 3 = 3 \text{ br}^2$ dir.

O halde $y = x$ doğrusu ile x ekseninde kalan alanın ve $[0, 4]$ aralığındaki kısmının alt dikdörtgenlerin alanı yardımıyla hesaplanabilen yaklaşık alanı

$$S_1 + S_2 + S_3 = 1 + 2 + 3 = 6 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$



- $x = 1$ için $f(x) = x \rightarrow f(1) = 1$ olduğundan $|IOA| = |IAP| = 1$ br'dir. $S_0 = |IOA| \cdot |IAP| = 1 \cdot 1 = 1 \text{ br}^2$ dir.
- $x = 2$ için $f(x) = x \rightarrow f(2) = 2$ olduğundan $|IAB| = |ICD| = 2$ br'dir. $S_1 = |IAC| \cdot |IAB| = 1 \cdot 2 = 2 \text{ br}^2$ dir.
- $x = 3$ için $f(x) = x \rightarrow f(3) = 3$ olduğundan $|ICF| = |IEG| = 3$ br'dir. $S_2 = |ICE| \cdot |IEG| = 1 \cdot 3 = 3 \text{ br}^2$ dir.
- $x = 4$ için $f(x) = x \rightarrow f(4) = 4$ olduğundan $|IEM| = |IKL| = 4$ br'dir. $S_3 = |IEM| \cdot |IEK| = 1 \cdot 4 = 4 \text{ br}^2$ dir.

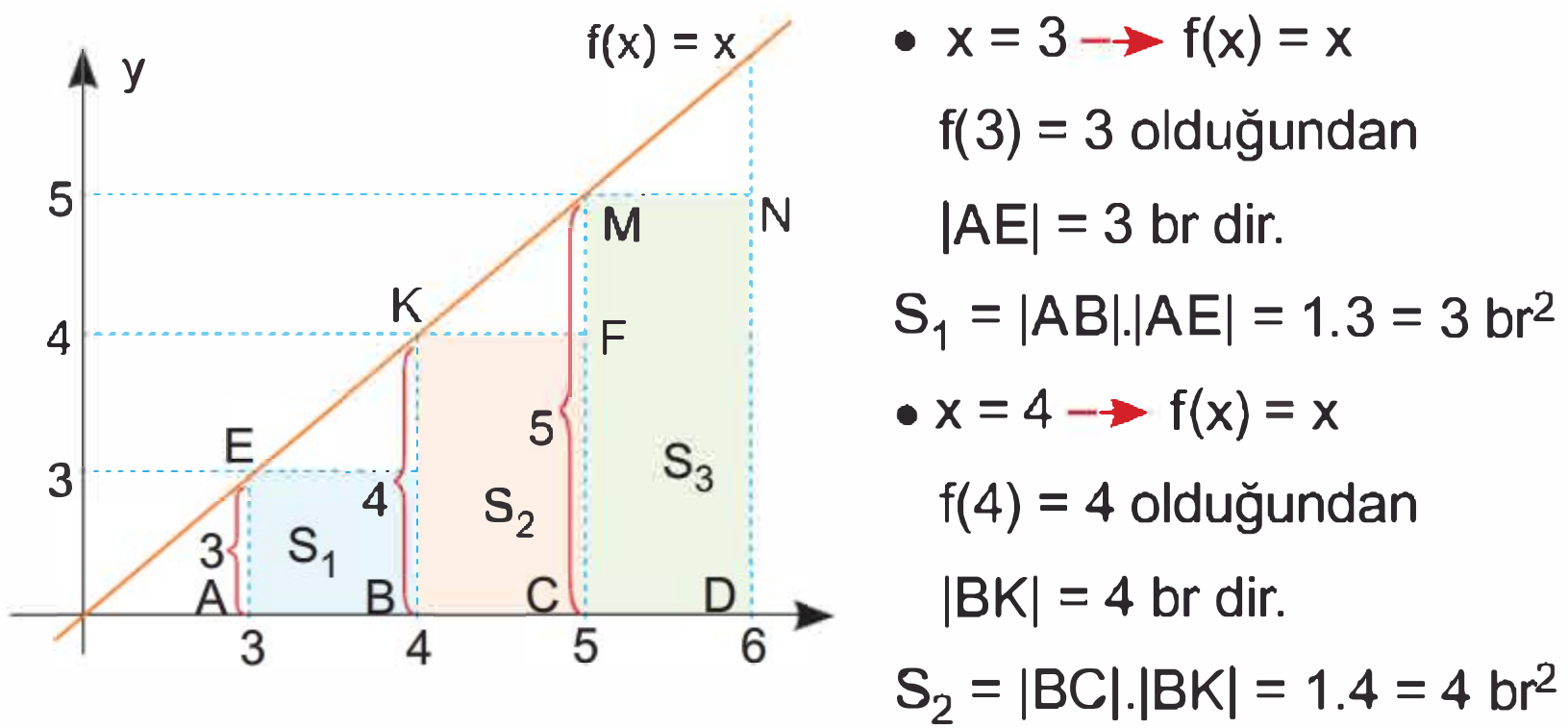
O halde $y = x$ doğrusu ile x ekseninde kalan alanın ve $[0, 4]$ aralığındaki kısmının üst dikdörtgenlerin alanı yardımıyla hesaplanabilen yaklaşık alanı $S_0 + S_1 + S_2 + S_3 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 \text{ br}^2$ dir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. $f(x) = x$ doğrusu ile x ekseninde kalan alanın $[3, 6]$ aralığındaki kısmı, 3 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan alt dikdörtgenlerin alanı yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.

Bu alan kaç br^2 dir?

Çözüm:



İstenen alan $S_1 + S_2 + S_3 = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ br}^2$ dir.

ÖĞRENCİ SORUSU

1. $f(x) = x$ doğrusu ile x ekseninde kalan alanın $[2, 5]$ aralığındaki kısmı 3 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan alt dikdörtgenlerin alanı yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.

Bu alan kaç br^2 dir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

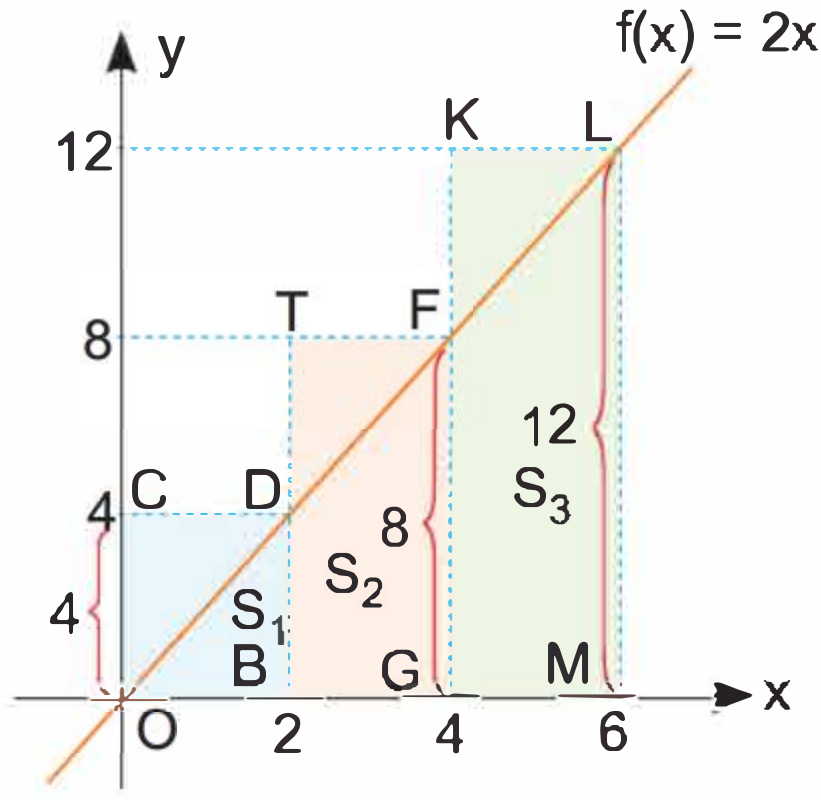
1-D



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $f(x) = 2x$
doğrusu ile x eksenini arasında kalan alanın $[0, 6]$ aralığındaki kısmı 3 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan üst dikdörtgenlerin alanı yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.
Bu alan kaç br^2 dir?

Çözüm:



$[0, 6]$ aralığı üç eşit alt aralığa bölünürse bu aralıklar $[0, 2]$, $[2, 4]$ ve $[4, 6]$ olur. Bu aralıkların genişliği 2'şer birimdir.

• $x = 2$ için $f(x) = 2x \rightarrow f(2) = 2 \cdot 2 = 4$ olduğundan
IOCI = 4 br^2 'dir.

$S_1 = IOBI \cdot IOCI = 2 \cdot 4 = 8$ br^2 dir.

• $x = 4$ için $f(x) = 2x \rightarrow f(4) = 2 \cdot 4 = 8$ olduğundan
IBTI = 8 br^2 'dir.

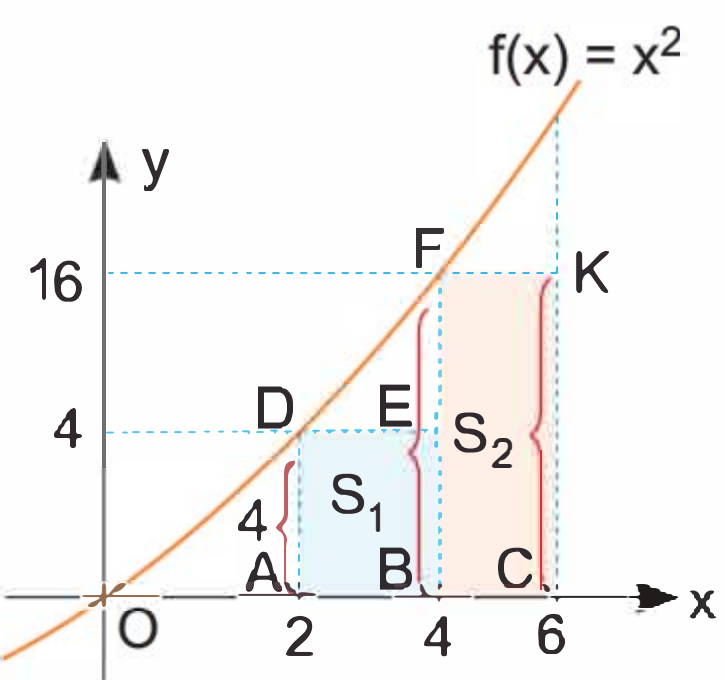
$S_2 = IBGI \cdot IBTI = 2 \cdot 8 = 16$ br^2 dir.

• $x = 6$ için $f(x) = 2x \rightarrow f(6) = 2 \cdot 6 = 12$ olduğundan
IGKI = 12 br^2 'dir.

$S_3 = IGMI \cdot IGKI = 2 \cdot 12 = 24$ br^2 dir.

İstenen alan $S_1 + S_2 + S_3 = 8 + 16 + 24 = 48$ br^2 dir.

2. $f(x) = x^2$
eğrisine ait grafik ile x eksenini arasında kalan alanın $[0, 6]$ aralığındaki kısmı 3 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan alt dikdörtgenlerin alanı yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.
Bu alan kaç br^2 dir?



$|OA| = |ABI| = |BCI| = 2$ br^2 'dir.

• $x = 2$ için $f(x) = x^2 \rightarrow f(2) = 2^2 = 4$
IADI = 4 br^2 'dir.

$S_1 = |ABI| \cdot IADI = 2 \cdot 4 = 8$ br^2 dir.

• $x = 4$ için $f(x) = x^2 \rightarrow f(4) = 4^2 = 16$
IBFI = 16 br^2 'dir.

$S_2 = |BCI| \cdot IBFI = 2 \cdot 16 = 32$ br^2 dir.

$S_1 + S_2 = 8 + 32 = 40$ br^2 dir.

ÖĞRENCİ SORULARI

1. $f(x) = 2x$
doğrusu ile x eksenini arasında kalan alanın $[2, 8]$ aralığındaki kısmı 3 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan üst dikdörtgenlerin alanları yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.
Bu alan kaç br^2 dir?

A) 44 B) 48 C) 52 D) 64 E) 72

2. $f(x) = 2x$
doğrusu ile x eksenini arasında kalan alanların $[2, 8]$ aralığındaki kısmı 3 eşit aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan alt dikdörtgenlerin alanları yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.
Bu alan kaç br^2 dir?

A) 48 B) 50 C) 60 D) 68 E) 72

3. $f(x) = x^2$
fonksiyonuna ait grafik ile x eksenini arasında kalan alanın $[1, 4]$ aralığındaki kısmı 3 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan alt dikdörtgenlerin alanları yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.
Bu alan kaç br^2 dir?

A) 12 B) 14 C) 18 D) 28 E) 29

4. $f(x) = x^2$
fonksiyonuna ait grafik ile x eksenini arasında kalan alanın $[1, 4]$ aralığındaki kısmı 3 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alana üst dikdörtgenlerin alanları yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.
Bu alan kaç br^2 dir?

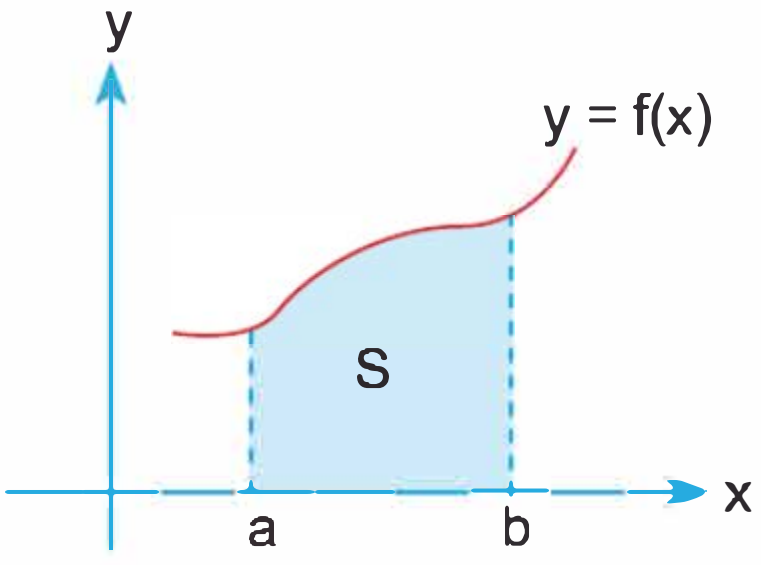
A) 14 B) 20 C) 27 D) 29 E) 32



BİLGİ

39.2 - Eğri Altında Kalan Alan - I

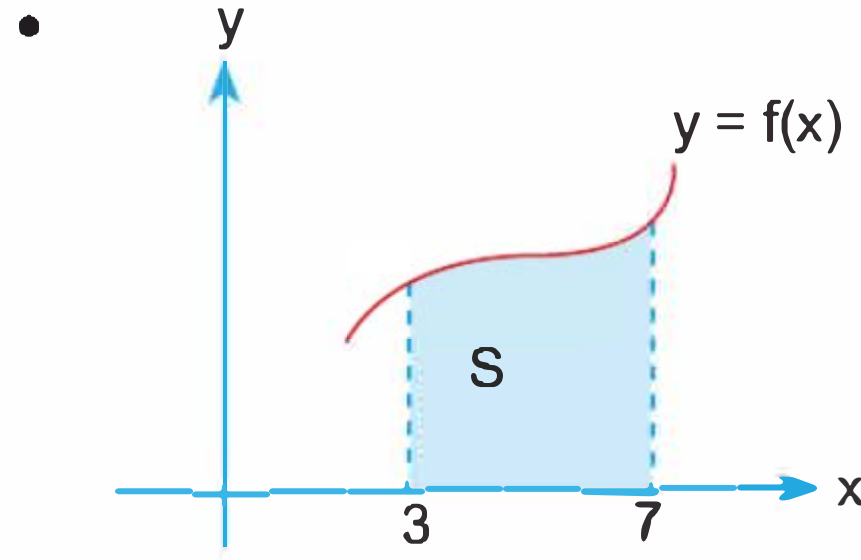
✓ Eğri altında ve x eksenini üstünde kalan alan



[a, b] kapalı aralığında

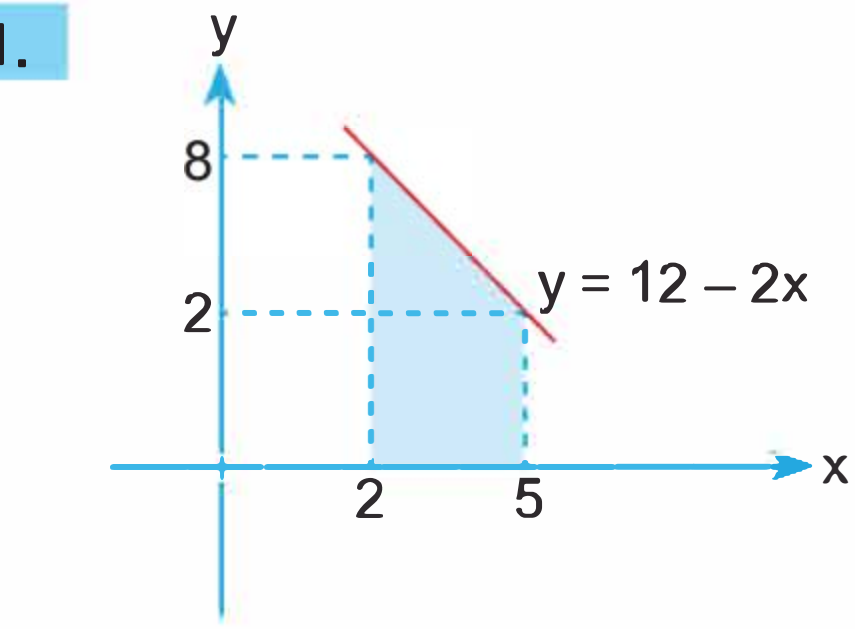
 $f(x) \geq 0$

$$S = \int_a^b f(x)dx \text{ dir.}$$



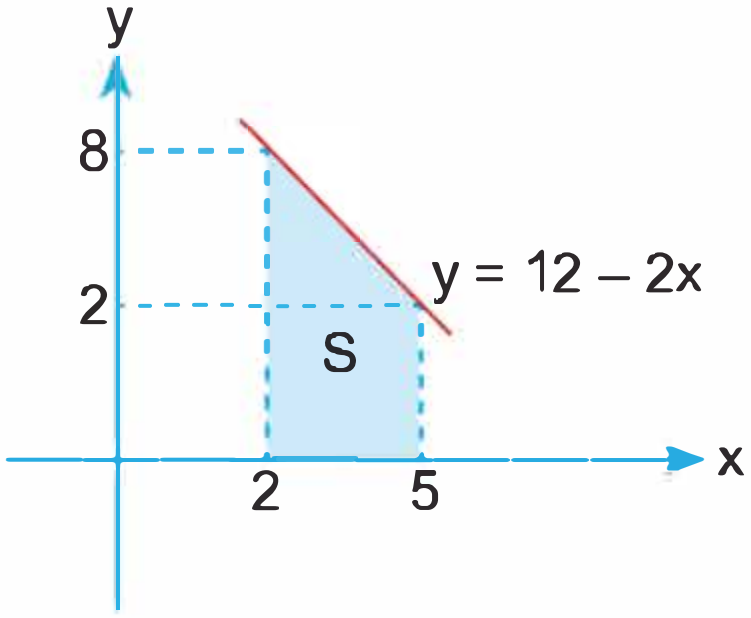
$$S = \int_3^7 f(x)dx \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



Şekildeki taralı bölgenin alanını integral sembolüyle gösteriniz.

Çözüm:

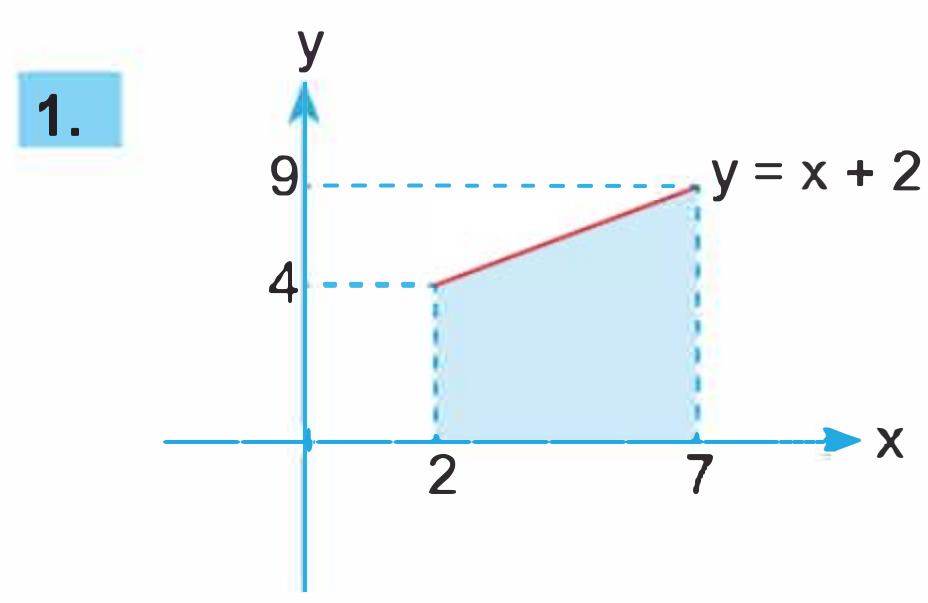


$$y = f(x) = 12 - 2x$$

alt sınır $a = 2$,üst sınır $b = 5$ tir.

$$S = \int_a^b f(x)dx = \int_2^5 (12 - 2x)dx$$

ÖĞRENCİ SORULARI



Şekildeki taralı bölgenin alanını aşağıdaki integrallerden hangisi ile gösterilebilir?

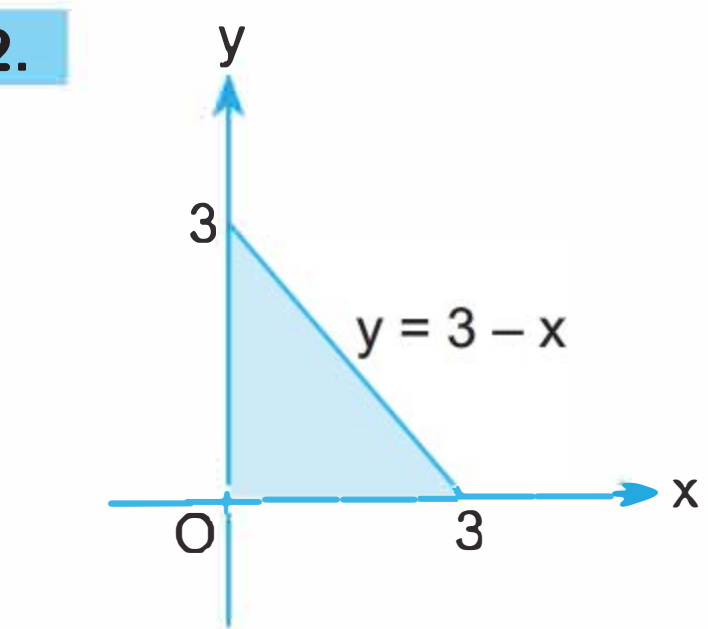
A) $\int_2^7 (2 - x)dx$

B) $\int_2^7 (x - 2)dx$

C) $\int_2^7 (x + 2)dx$

D) $\int_4^9 (x + 2)dx$

E) $\int_0^7 (x + 2)dx$

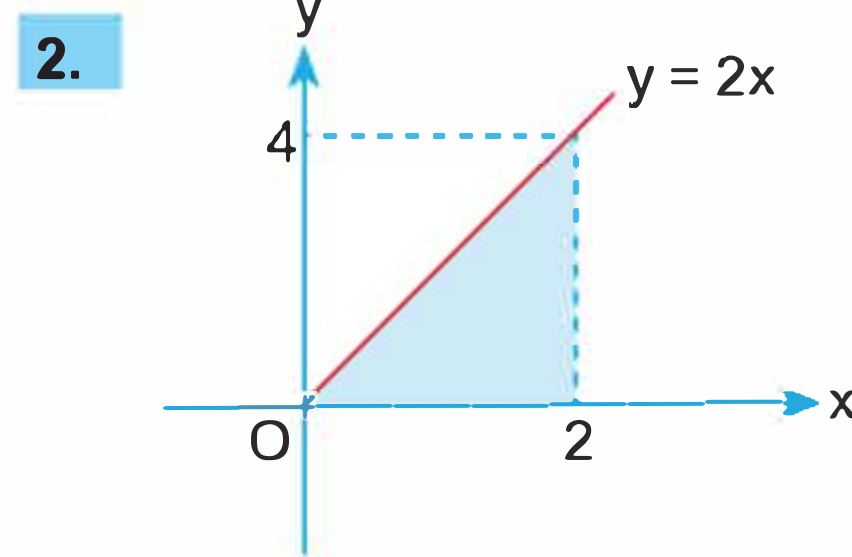


Şekildeki taralı bölgenin alanını integral sembolüyle gösteriniz.

Çözüm:

Alt sınır $a = 0$, üst sınır $b = 3$, $f(x) = y = 3 - x$ tir.

$$\text{Alan} = \int_a^b f(x)dx = \int_0^3 (3 - x)dx$$



Şekildeki taralı bölgenin alanını aşağıdaki integrallerden hangisi ile gösterebilir?

A) $\int_0^2 2x dx$

B) $\int_2^4 2x dx$

C) $\int_0^4 2x dx$

D) $\int_0^2 \frac{x}{2} dx$

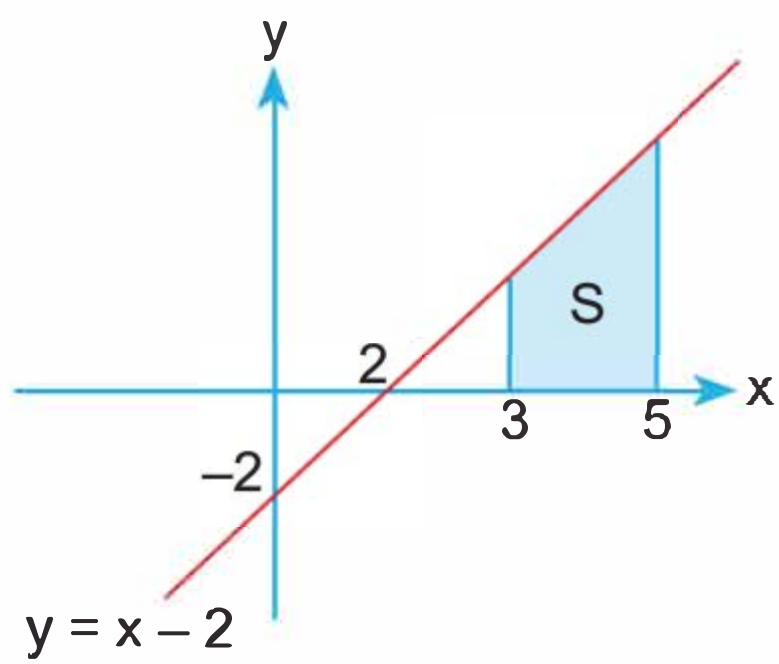
E) $\int_0^2 -2x dx$



BİLGİ

39.3 - Eğri Altında Kalan Alan - II

✓



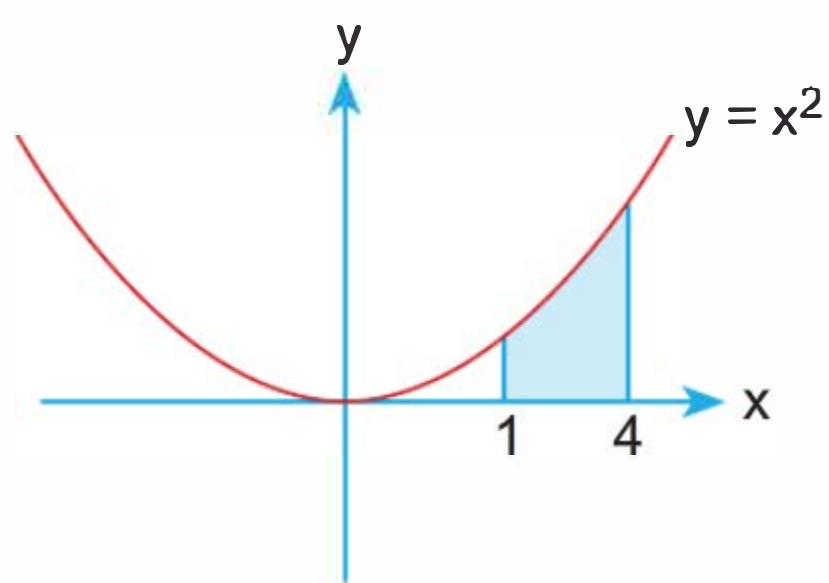
Şekildeki boyalı bölgenin alanını integral yardımıyla hesaplayalım.

Alt sınır $a = 3$, üst sınır $b = 5$ fonksiyon $y = f(x) = x - 2$ dir.

$$\begin{aligned} S &= \int_3^5 (x - 2) dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_3^5 \\ &= \left(\frac{5^2}{2} - 2 \cdot 5 \right) - \left(\frac{3^2}{2} - 2 \cdot 3 \right) \\ &= \frac{25}{2} - 10 - \frac{9}{2} + 6 \\ &= 4 \text{ br}^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.

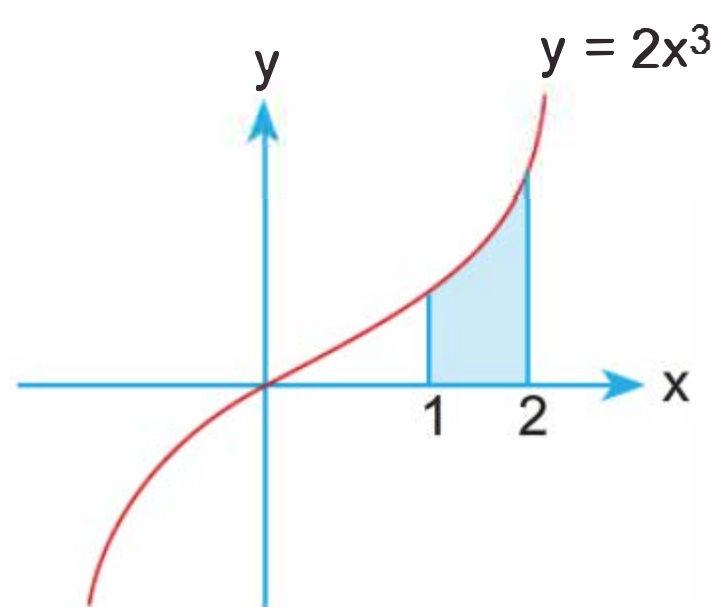


Şekildeki boyalı bölgenin alanını bulunuz.

Çözüm:

$$S = \int_1^4 x^2 dx = \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \frac{4^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{64}{3} - \frac{1}{3} = 21 \text{ br}^2$$

2.



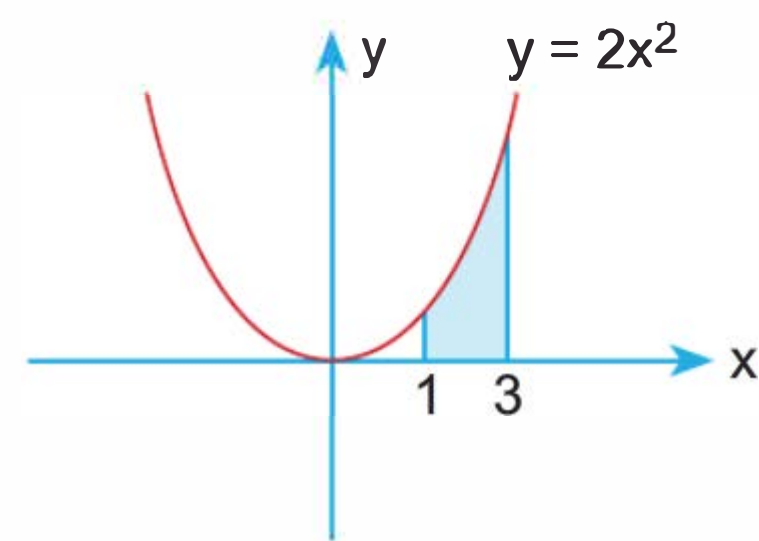
Şekildeki boyalı bölgenin alanını bulunuz.

Çözüm:

$$S = \int_1^2 2x^3 dx = \left(\frac{2x^4}{4} \right) \Big|_1^2 = \left(\frac{x^4}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{2^4}{2} - \frac{1^4}{2} = \frac{16}{2} - \frac{1}{2} = \frac{15}{2} \text{ br}^2$$

ÖĞRENCİ SORULARI

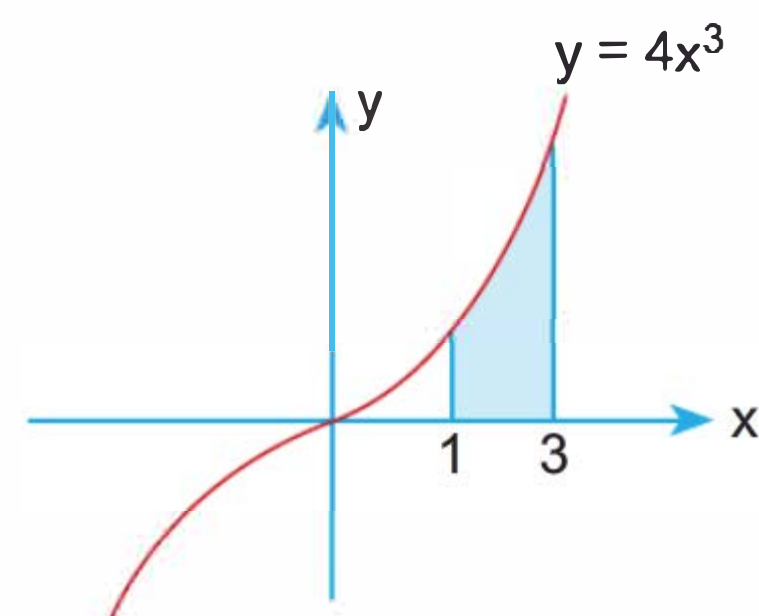
1.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{58}{3}$ B) $\frac{56}{3}$ C) $\frac{52}{3}$ D) $\frac{49}{3}$ E) $\frac{47}{3}$

2.



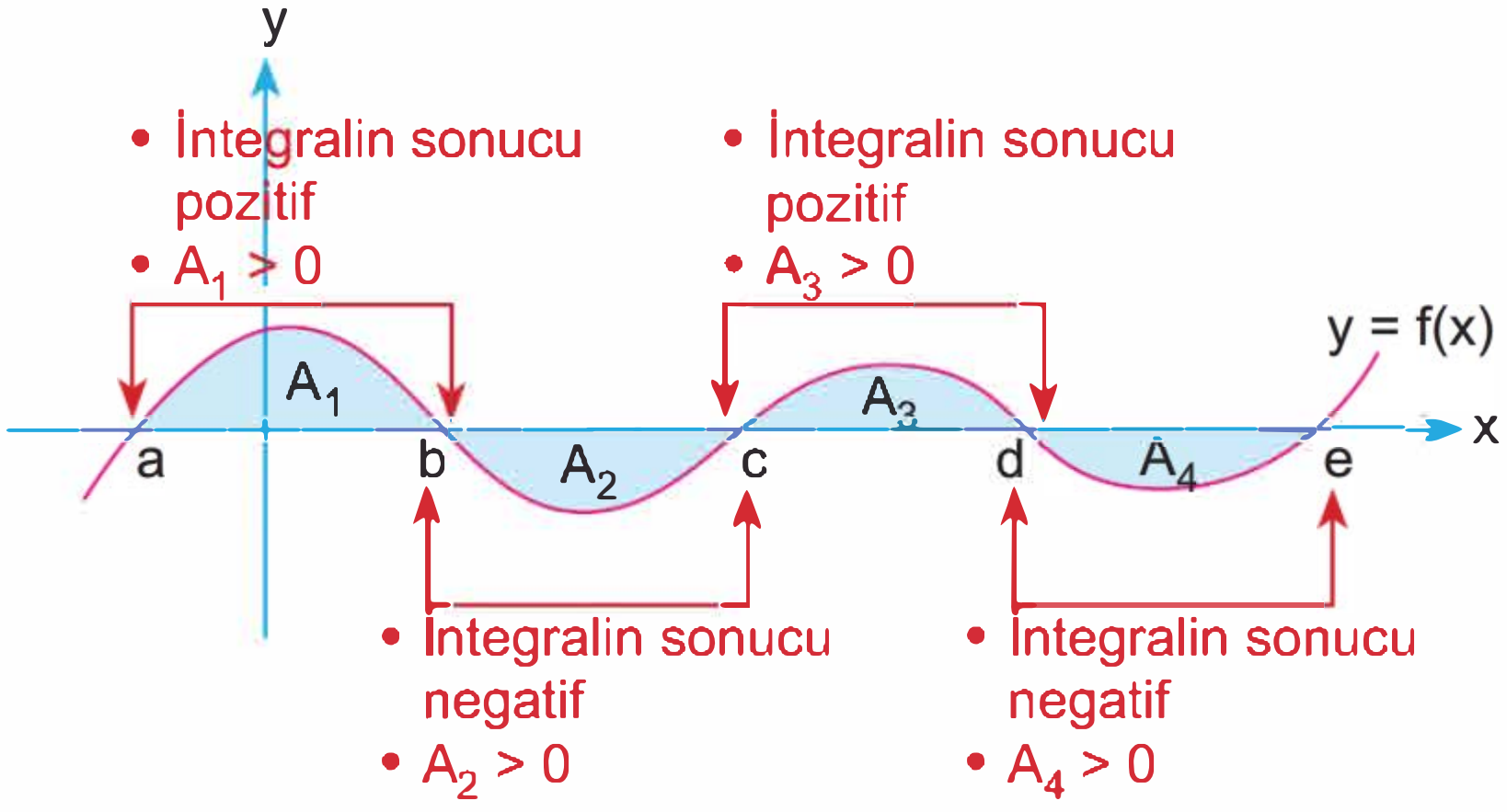
Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 84 B) 83 C) 82 D) 81 E) 80



BİLGİ

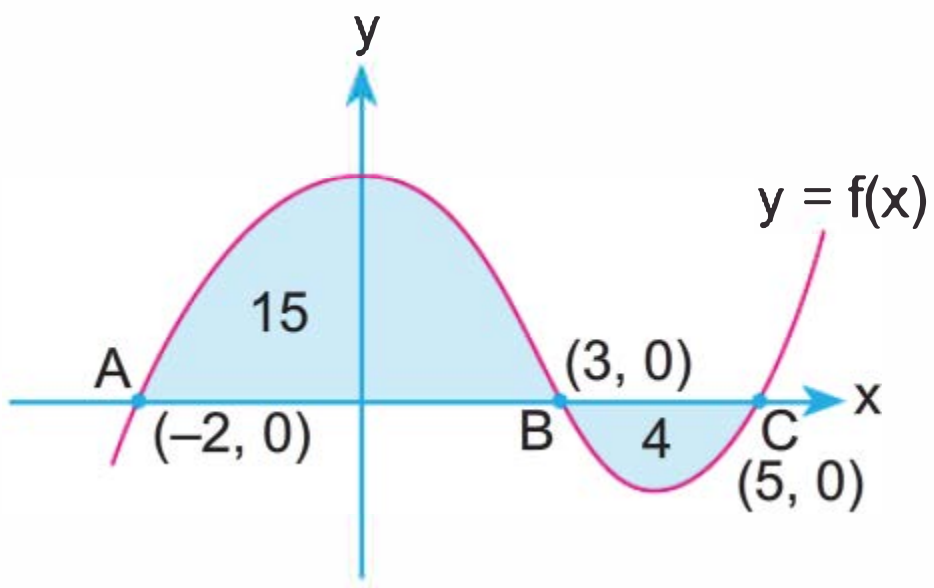
39.4 - Eğri Altında Kalan Alan - III



$$\int_a^e f(x)dx = A_1 - A_2 + A_3 - A_4$$

$$\int_a^e |f(x)|dx = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir. x ekseninin AB yayı ile sınırladığı bölgelerin alanı 15 br^2 , BC ile sınırladığı bölgenin alanı 4 br^2 olduğuna göre,

$$\int_{-2}^5 f(x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 83 B) 67 C) 60 D) 19 E) 11

(ÖYS - 1985)

Çözüm:

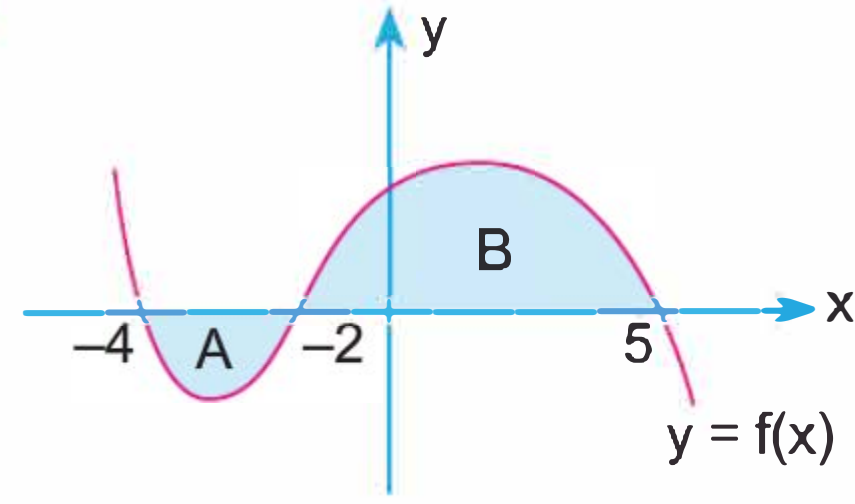
$$S_1 = 15 \text{ br}^2 \Rightarrow \int_{-2}^3 f(x)dx = 15$$

$$S_2 = 4 \text{ br}^2 \Rightarrow \int_3^5 f(x)dx = -4 \text{ tür. (x ekseninin altında olduğundan)}$$

$$\int_{-2}^5 f(x)dx = \int_{-2}^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = 15 - 4 = 11 \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.

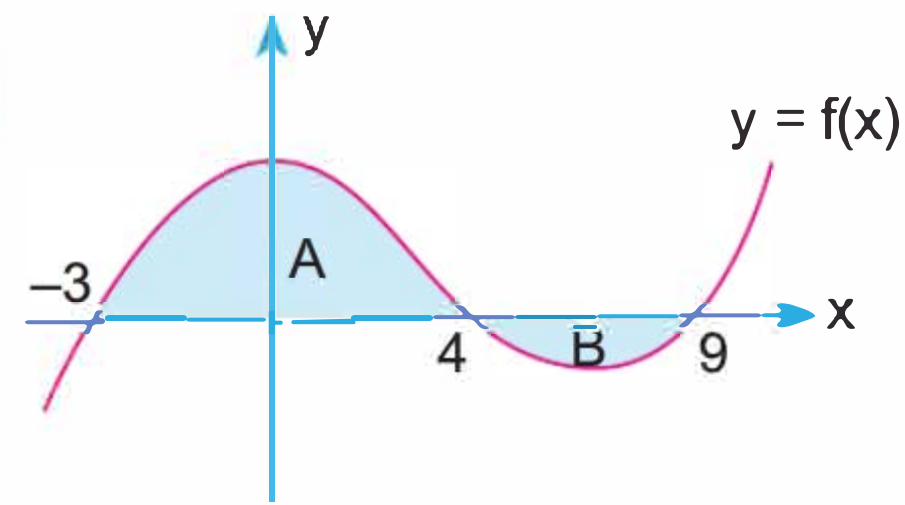


Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $A = 4 \text{ br}^2$ ve $B = 14 \text{ br}^2$ olduğuna göre,

$\int_{-4}^5 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 16 E) 18

2.



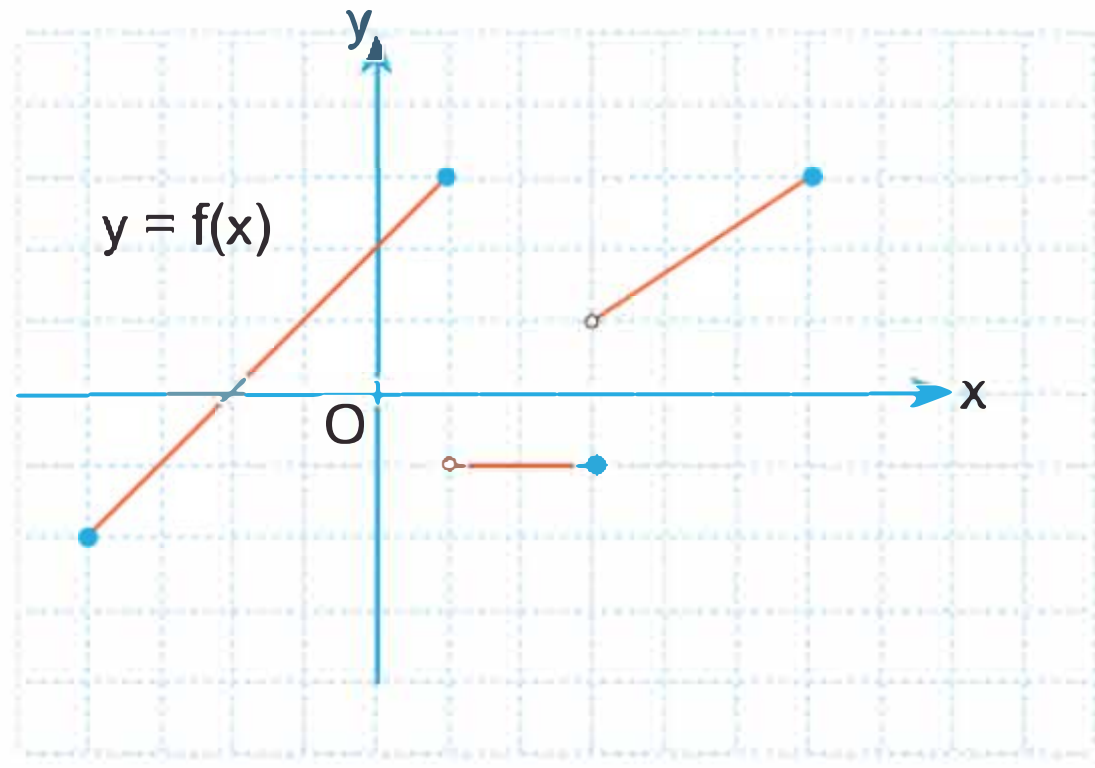
Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_{-3}^9 f(x)dx = 15$ ve $A = 19 \text{ br}^2$ olduğuna göre, B kaç br^2 dir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4



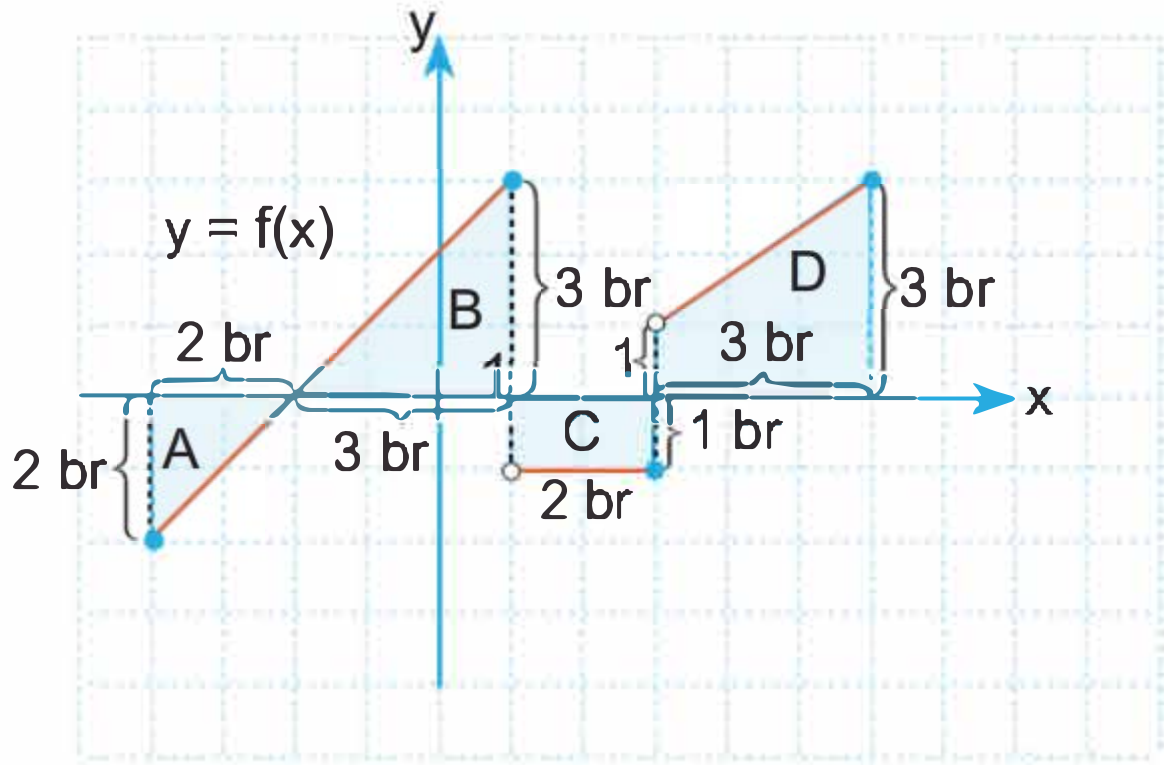
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



$[-4, 6]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonun grafiği, birimkarelere ayrılmış yukarıdaki dik koordinat düzleminde verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-4}^6 f(x) dx$ integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:



$$A = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \Rightarrow \int_{-4}^{-2} f(x) dx = -2 \text{ (x ekseninin altında)}$$

(dik üçgenin alanı)

$$B = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow \int_{-2}^1 f(x) dx = \frac{9}{2} \text{ (x ekseninin üstünde)}$$

(dik üçgenin alanı)

$$C = 1 \cdot 2 = 2 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = -2 \text{ (x ekseninin altında)}$$

(dikdörtgenin alanı)

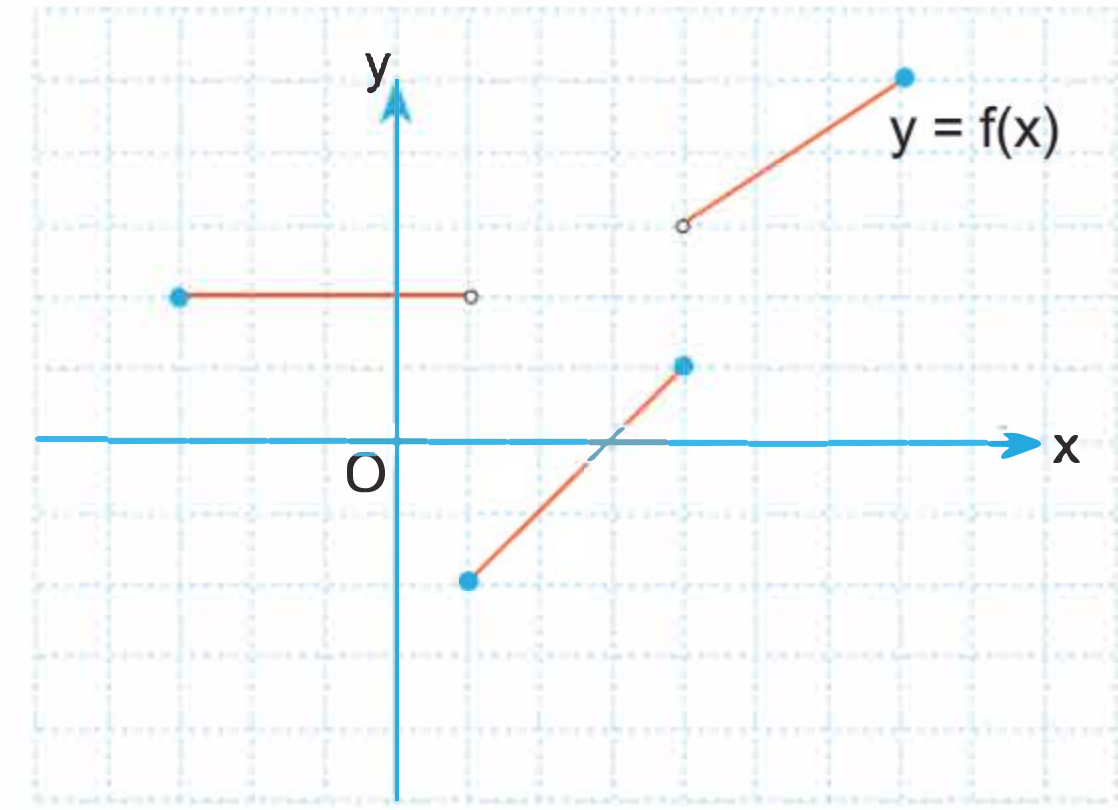
$$D = \frac{(1+3) \cdot 3}{2} = 6 \Rightarrow \int_3^6 f(x) dx = 6 \text{ (x ekseninin üstünde)}$$

(yamuğun alanı)

$$\begin{aligned} \int_{-4}^6 f(x) dx &= \int_{-4}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx \\ &= -2 + \frac{9}{2} - 2 + 6 = \frac{13}{2} \end{aligned}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.



$[-3, 7]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği, birimkarelere bölünmüş yukarıdaki dik koordinat düzleminde verilmiştir.

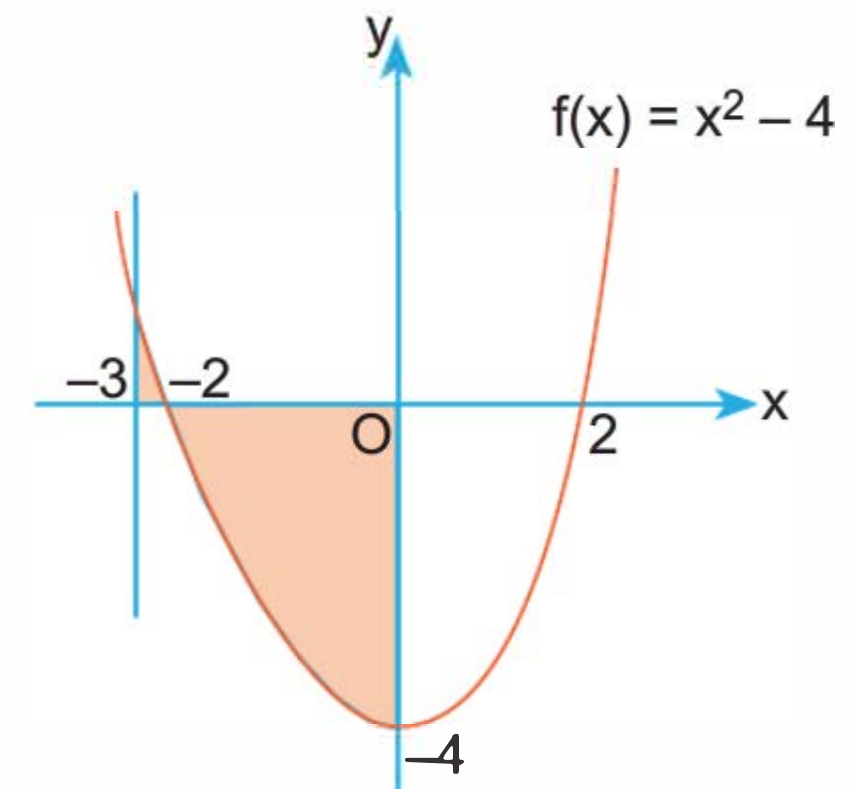
Buna göre,

$$\int_{-3}^7 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{45}{2}$ B) $\frac{23}{2}$ C) $\frac{29}{2}$ D) 15 E) $\frac{37}{2}$

2.



Şekilde $f(x) = x^2 - 4$ parabolü ile $x = -3$ doğrusunun grafiği verilmiştir.

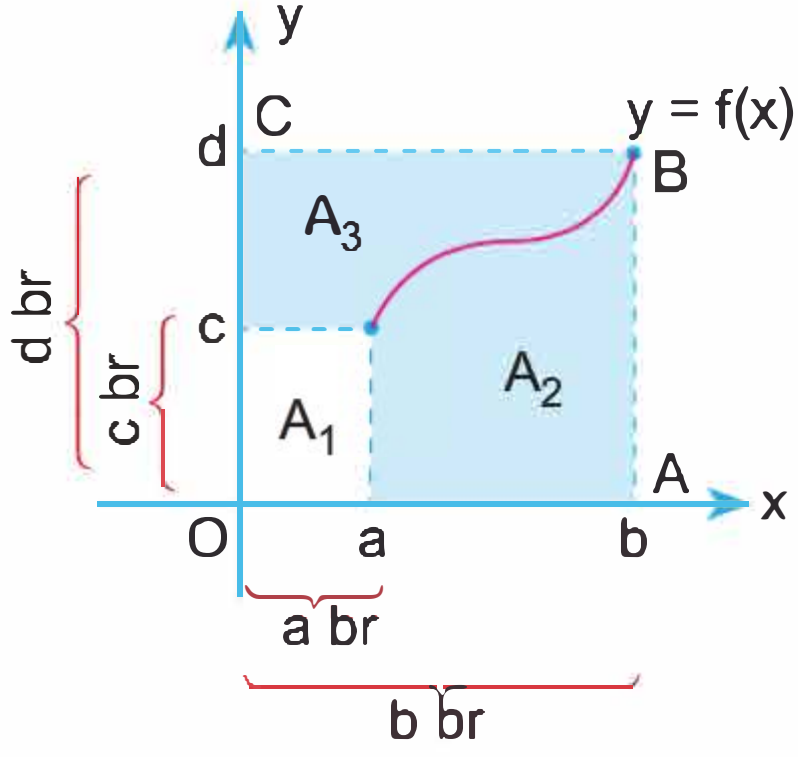
Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) -3 B) 14 C) $\frac{16}{3}$ D) $\frac{23}{3}$ E) $\frac{13}{3}$



BİLGİ

39.5 - Eğri Altında Kalan Alan - IV



$$y = f(x) \Rightarrow x = f^{-1}(y)$$

$$A_2 = \int_a^b f(x)dx$$

$$A_3 = \int_c^d f^{-1}(x)dx$$

$$A_1 = a \cdot c$$

(dikdörtgen)

$$A(OABC) = b \cdot d$$

$$b \cdot d = A_1 + A_2 + A_3$$

$$b \cdot d = a \cdot c + A_2 + A_3$$

$$b \cdot d - a \cdot c = A_2 + A_3 = \int_a^b f(x)dx + \int_c^d f^{-1}(x)dx$$

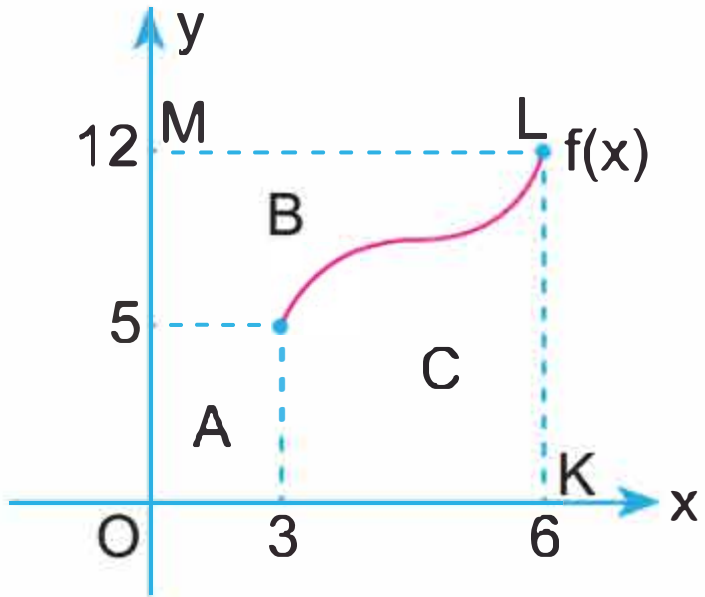
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. f bire bir ve örten fonksiyonu için $f(3) = 5$ ve $f(6) = 12$ olduğuna göre,

$$\int_3^6 f(x)dx + \int_5^{12} f^{-1}(x)dx$$

toplamı kaçtır?

Çözüm:



$$A(OKLM) = 6 \cdot 12 = 72$$

$$A = 3 \cdot 5 = 15$$

$$C = \int_3^6 f(x)dx$$

$$B = \int_5^{12} f^{-1}(x)dx$$

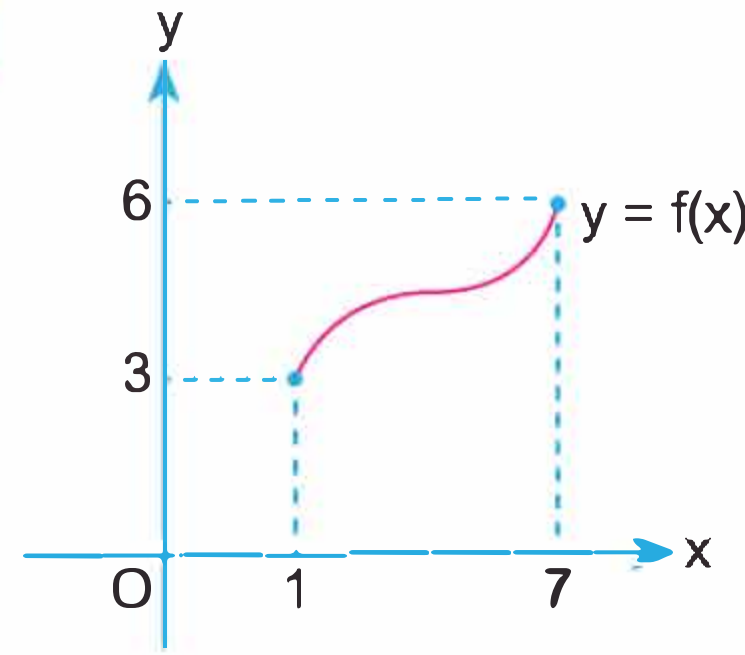
$$A(OKLM) = A + B + C$$

$$72 = 15 + \int_3^6 f(x)dx + \int_5^{12} f^{-1}(x)dx$$

$$57 = \int_3^6 f(x)dx + \int_5^{12} f^{-1}(x)dx$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.



Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten

$$f: [1, 7] \rightarrow [3, 6]$$

fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

Buna göre,

$$\int_1^7 f(x)dx + \int_3^6 f^{-1}(x)dx$$

toplamı kaçtır?

- A) 39 B) 40 C) 42 D) 43 E) 45

2.

f bire bir ve örten fonksiyonu için $f(4) = 7$ ve $f(6) = 14$ olduğuna göre,

$$\int_4^6 f(x)dx + \int_7^{14} f^{-1}(x)dx$$

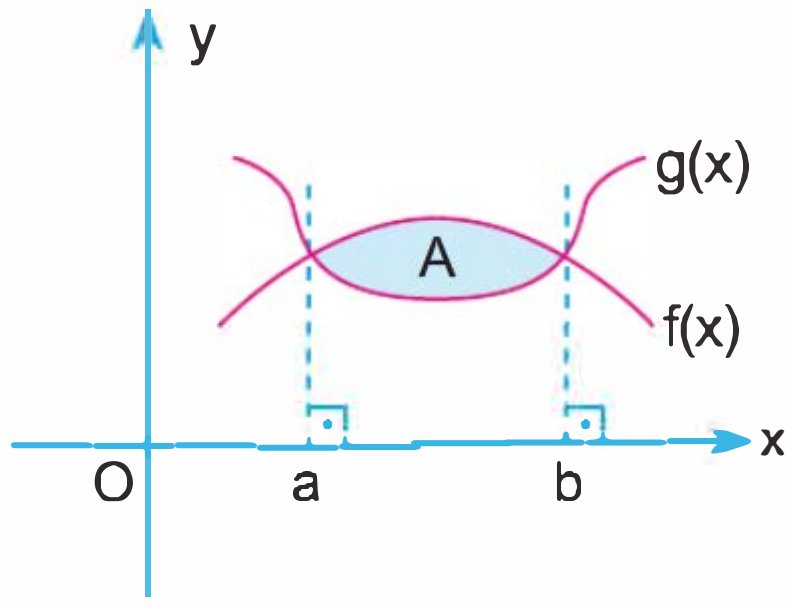
toplamı kaçtır?

- A) 112 B) 98 C) 60 D) 56 E) 48



BİLGİ

39.6 - İki Eğri Arasında Kalan Alanın Hesaplanması



$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

Alttaki eğrinin kuralı

Üstteki eğrinin kuralı

NOT: Alan hesaplanırken üstteki eğrinin kuralından alttaki eğrinin kuralı çıkarılır!

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK



1. Denklemleri $f(x) = x^2 - 8$ ve $g(x) = -x^2$ fonksiyonlarına ait eğrilerin arasında kalan kapalı bölgenin alanını bulunuz.

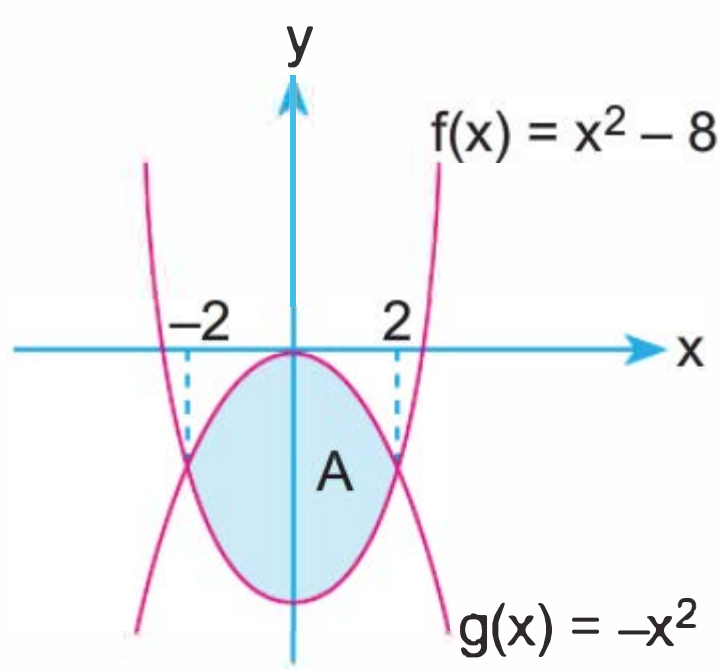
Çözüm:

Öncelikle alanı hesaplanacak bölgenin sınırları bulunmalıdır. Bunun için fonksiyonların kuralları birbirine eşitlenerek ortak çözüm denkleminin kökleri bulunur.

$$x^2 - 8 = -x^2 \dots (\text{ortak çözüm denklemleri})$$

$$2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

O halde integralin alt sınırı, -2 , üst sınırı 2 dir.



$$A = \int_{-2}^2 [g(x) - f(x)] dx$$

↑ ↓
üstteki alttaki
grafik grafik

$$= \int_{-2}^2 [-x^2 - (x^2 - 8)] dx$$

$$= \int_{-2}^2 (-2x^2 + 8) dx$$

$$\int_{-2}^2 (-2x^2 + 8) dx = \left(\frac{-2x^3 + 8x}{-2} + 8x \right) \Big|_{-2}^2$$

$$= \left(\frac{-2x^3}{3} + 8x \right) \Big|_{-2}^2$$

$$= \frac{-2 \cdot 2^3}{3} + 8 \cdot 2 - \left(\frac{-2 \cdot (-2)^3}{3} + 8 \cdot (-2) \right)$$

$$= \frac{-16}{3} + 16 - \frac{16}{3} + 16$$

$$= \frac{-32}{3} + 32$$

$$= \frac{64}{3} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$



ÖĞRENCİ SORULARI

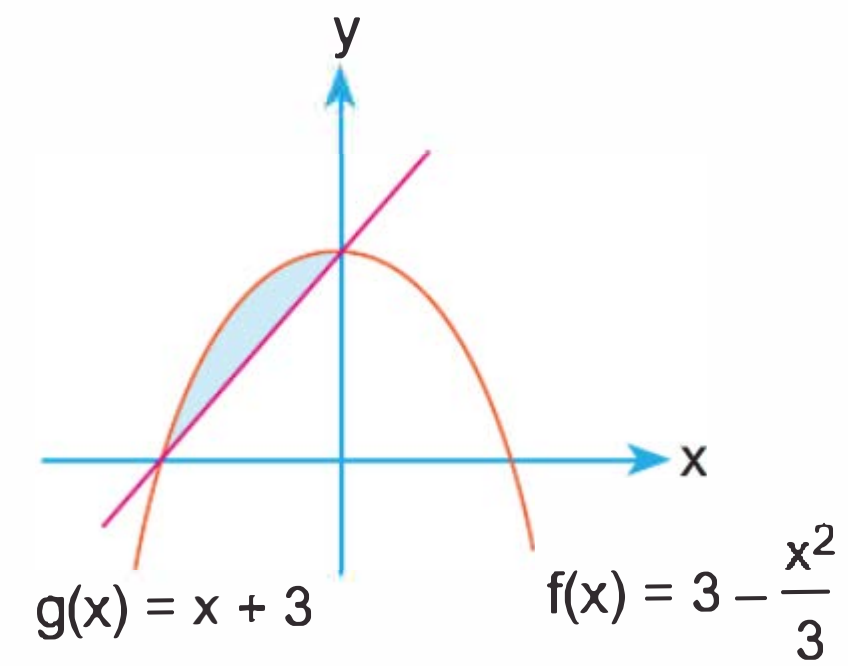
1. $f(x) = 2 - x^2$ ve $g(x) = x^2$ fonksiyonlarına ait olan eğrilerin sınırladığı kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) 4 D) $\frac{14}{3}$ E) $\frac{16}{3}$

2. $f(x) = 3 - x^2$
 $g(x) = 2x^2$
fonksiyonlarına ait olan eğrilerin sınırladığı kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

- 3.



Şekildeki $f(x)$ parabolü ile $g(x)$ doğrusu arasında kalan alan kaç br^2 dir?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{24}$ E) $\frac{3}{2}$



BİLGİ

39.7 - Çember Denkleminde Giderek İntegral Hesaplama

✓ Merkezi orijinde ve yarıçapı r birim olan çemberin denklemi

$$x^2 + y^2 = r^2 \text{ dir.}$$

• Merkezi orijinde ve yarıçapı 2 br olan çemberin denklemi

$$x^2 + y^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 4 \text{ tür.}$$

• Diğer taraftan $x^2 + y^2 = 9$ ifadesi merkezi orijinde ve ya-

rıçapı $r = 3$ br olan çemberi ifade eder.

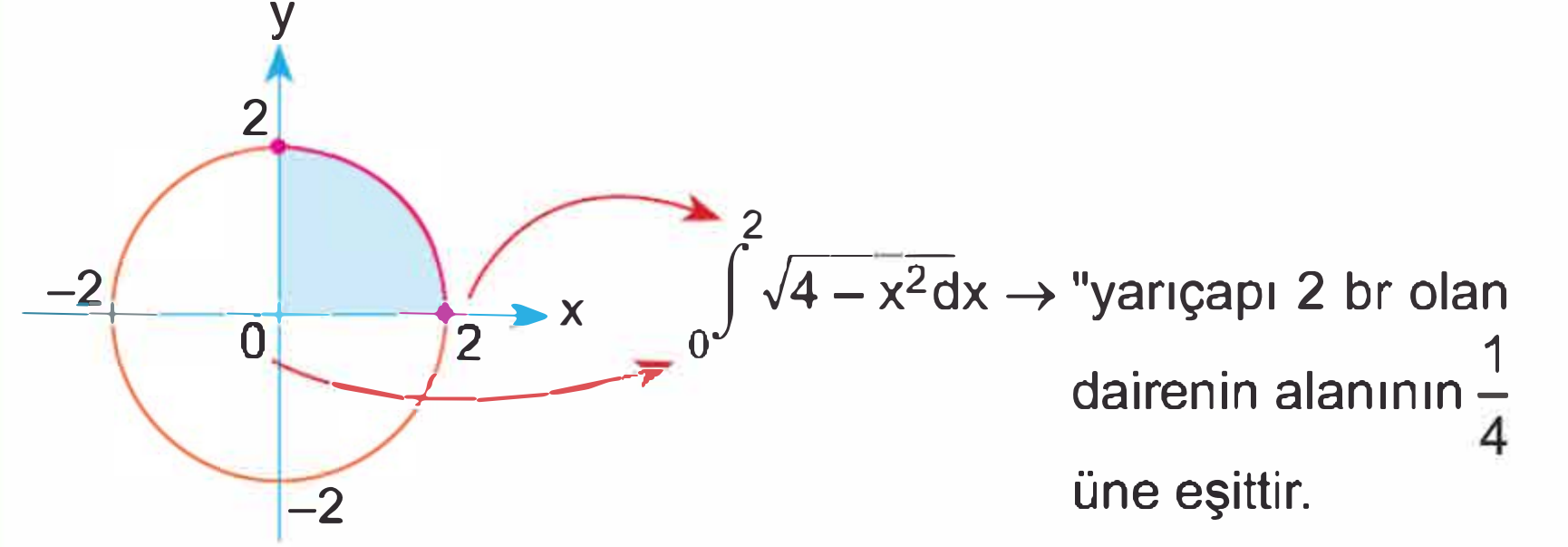
✓ $\int \sqrt{r^2 - x^2} dx$ integralinde

$$\sqrt{r^2 - x^2} = y \Rightarrow r^2 - x^2 = y^2 \Rightarrow r^2 = x^2 + y^2$$

O halde " $\sqrt{r^2 - x^2}$ ifadesini gördüğünde kısaca bir çember belirtir" diyebilirsiniz.

$$\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx = \int_0^2 \sqrt{2^2 - x^2} dx$$

Yarıçapı $r = 2$ br olan çemberin $a = 0$ ve $b = 2$ sınırları arasında kalan kısmıdır.



$$\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx = \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{4} = \pi \cdot \frac{1}{1} = \pi$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx$

integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx \rightarrow \text{"Yarıçapı } r = 3 \text{ br olan dairenin } \frac{1}{4} \text{ üne eşittir."}$$

$$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx = \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{9\pi}{4}$$

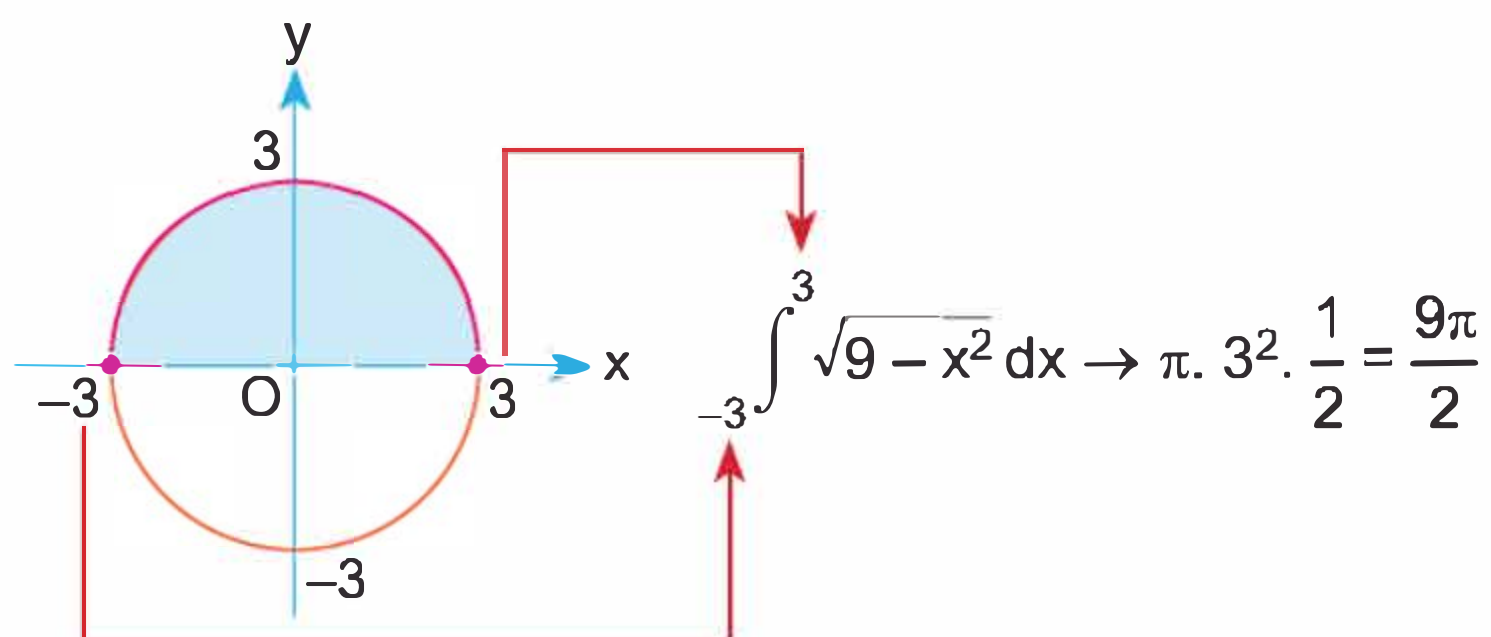
2. $\int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx$

integralinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx \rightarrow \text{"Yarıçapı 3 br olan dairenin } \frac{1}{2} \text{ sine eşittir."}$$

32 = r²



ÖĞRENCİ SORULARI

1. $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$

integralinin değerini bulunuz.

- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

2. $\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx$

integralinin değerini bulunuz.

- A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{8}$

3. $\int_{-5}^5 \sqrt{25 - x^2} dx$

integralinin değerini bulunuz.

- A) $\frac{5\pi}{4}$ B) $\frac{5\pi}{2}$ C) $\frac{25\pi}{8}$ D) $\frac{25\pi}{4}$ E) $\frac{25\pi}{2}$

1-B

2-A

3-E



00920164

TEST 1

1. $f(x) = 2x$

doğrusu ile x eksenini arasında kalan alanın $[0, 3]$ aralığındaki kısmı 3 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan üst dikdörtgenlerin alanları yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.

Bu alan kaç br^2 dir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

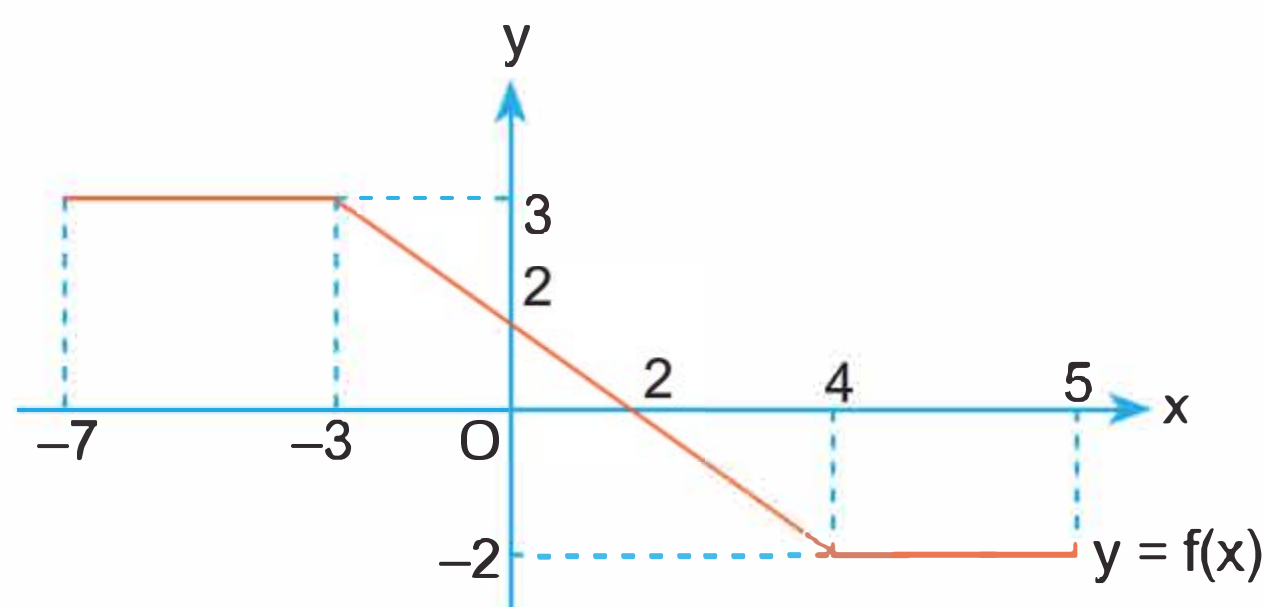
2. $f(x) = x^2$

fonksiyonuna ait grafik ile x eksenini arasında kalan alanın $[0, 4]$ aralığındaki kısmı 4 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan alt dikdörtgenlerin alanları yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.

Bu alan kaç br^2 dir?

- A) 30 B) 28 C) 26 D) 14 E) 12

3.

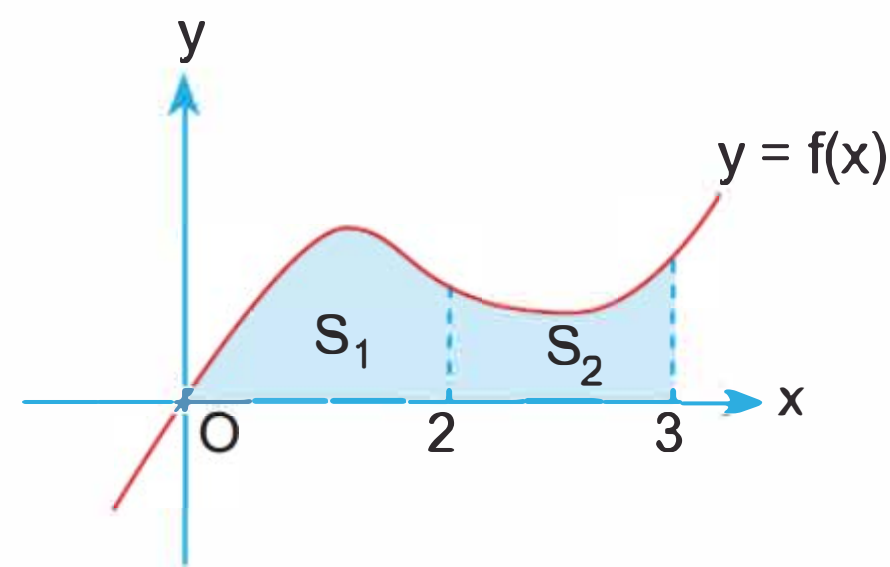


Şekilde doğrusal parçalardan oluşan $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-7}^5 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{41}{2}$ B) $\frac{47}{2}$ C) 24 D) 25 E) $\frac{31}{2}$

4.

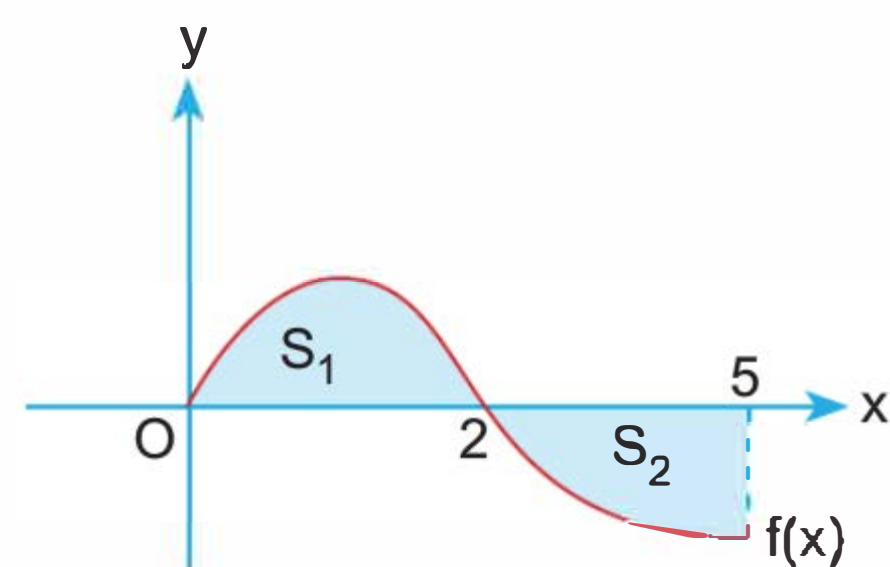


Şekilde $y = f(x) = x^3 + kx$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. S_1 ve S_2 buldukları kapalı bölgelerin alanını göstermektedir.

$S_1 = 10 br^2$ olduğuna göre, S_2 kaç br^2 dir?

- A) $\frac{95}{4}$ B) $\frac{47}{2}$ C) $\frac{45}{2}$ D) 12 E) $\frac{23}{2}$

5.



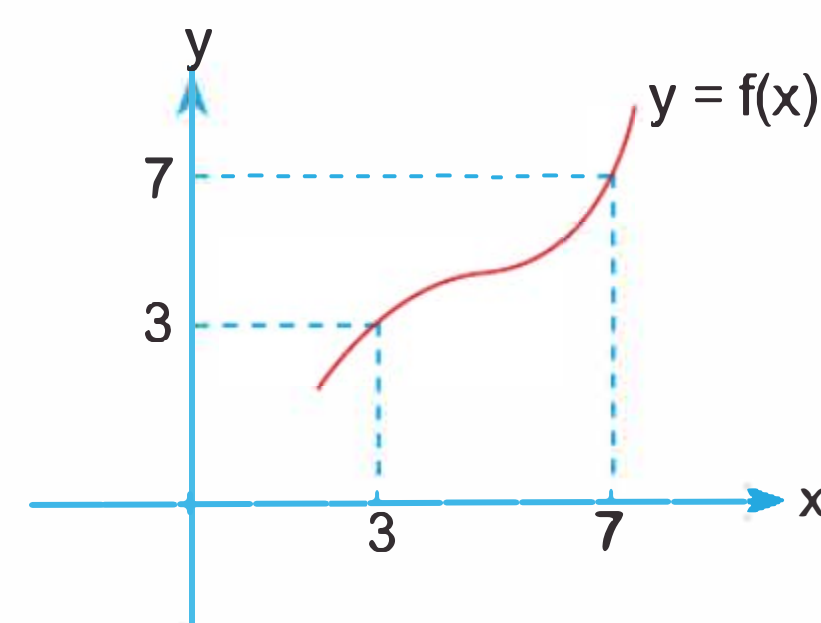
S_1 ve S_2 buldukları kapalı bölgelerin alanını göstermektedir.

$$\int_0^5 f(x)dx = -6, \quad S_1 = \frac{23}{4} br^2$$

olduğuna göre, S_2 kaç br^2 dir?

- A) $\frac{41}{4}$ B) $\frac{45}{4}$ C) $\frac{23}{2}$ D) $\frac{47}{4}$ E) 12

6.



$f: [3, 7] \rightarrow [3, 7]$ olmak üzere, şekilde grafiği verilen 1 – 1 ve örten olan f fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

Buna göre,

$$\int_3^7 [f(x) + f^{-1}(x)]dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 32 C) 36 D) 40 E) 46



1. $f(x) = x^2$

parabolü ile x eksenini arasında kalan alanın $[0, 2]$ aralığındaki kısmı 4 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan üst dikdörtgenlerin alanları yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.

Bu alan kaç br^2 dir?

- A) 4 B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{13}{4}$ D) $\frac{11}{4}$ E) 2

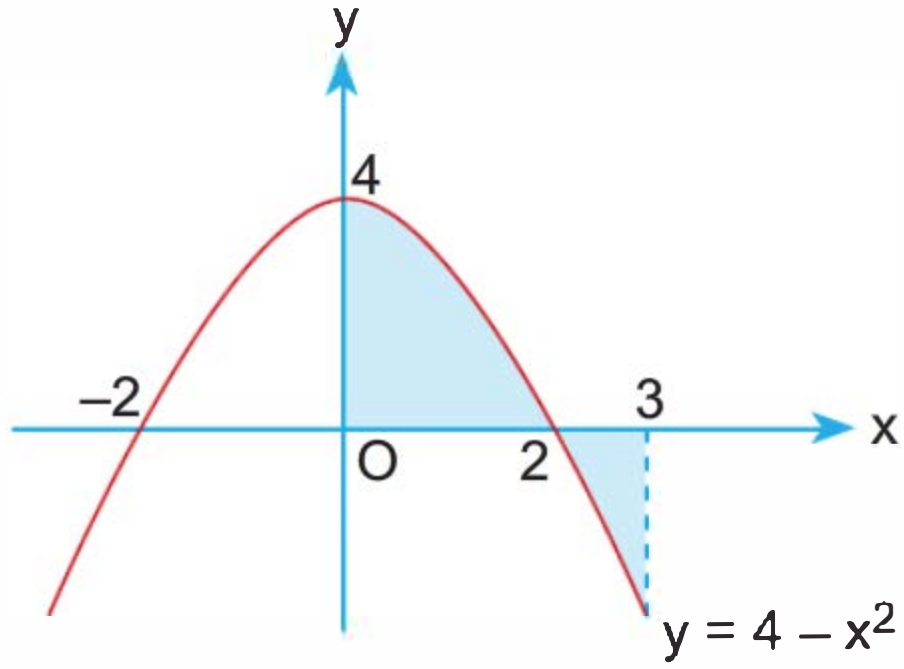
2. $f(x) = 9 - x^2$

parabolü ile x eksenini arasında kalan alanın $[0, 2]$ aralığındaki kısmı 4 eşit alt aralığa ayrılıyor. Daha sonra bu alan alt dikdörtgenlerin alanları yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanıyor.

Bu alan kaç br^2 dir?

- A) 17 B) 16 C) $\frac{45}{2}$ D) $\frac{47}{4}$ E) $\frac{57}{4}$

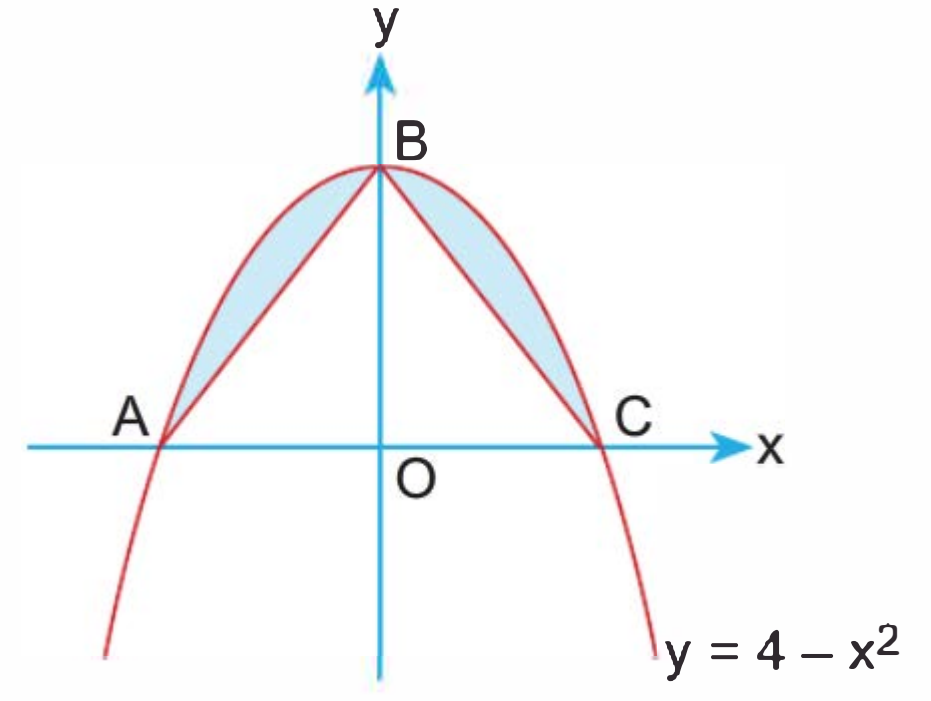
3.



Şekildeki boyalı alan aşağıdaki integrallerden hangisi ile gösterilebilir?

- A) $\int_0^2 (4 - x^2)dx + \int_2^3 (4 - x^2)dx$
 B) $\int_0^2 x^2dx + \int_2^3 (4 - x^2)dx$
 C) $\int_0^2 (4 - x^2)dx - \int_2^3 (4 - x^2)dx$
 D) $-\int_0^2 (4 - x^2)dx + \int_2^3 (4 - x^2)dx$
 E) $\int_{-2}^2 (4 - x^2)dx - \int_2^3 (4 - x^2)dx$

4.



Şekilde grafiği verilen $y = 4 - x^2$ parabolü ile ABC üçgeni arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{34}{3}$ B) $\frac{32}{3}$ C) 10 D) 8 E) $\frac{8}{3}$

5.

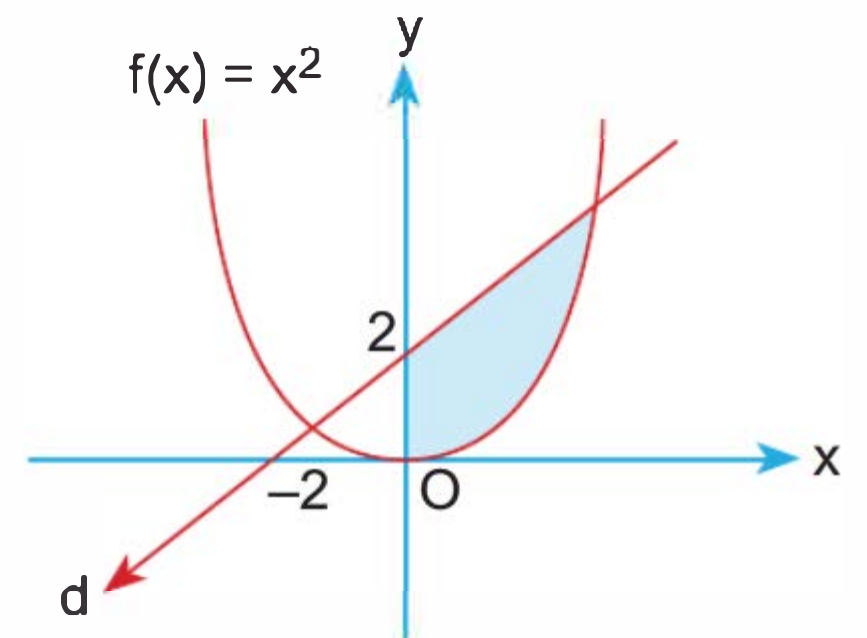
$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = -x^2 + 18$$

eğrileri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 64 B) 72 C) 82 D) 84 E) 96

6.

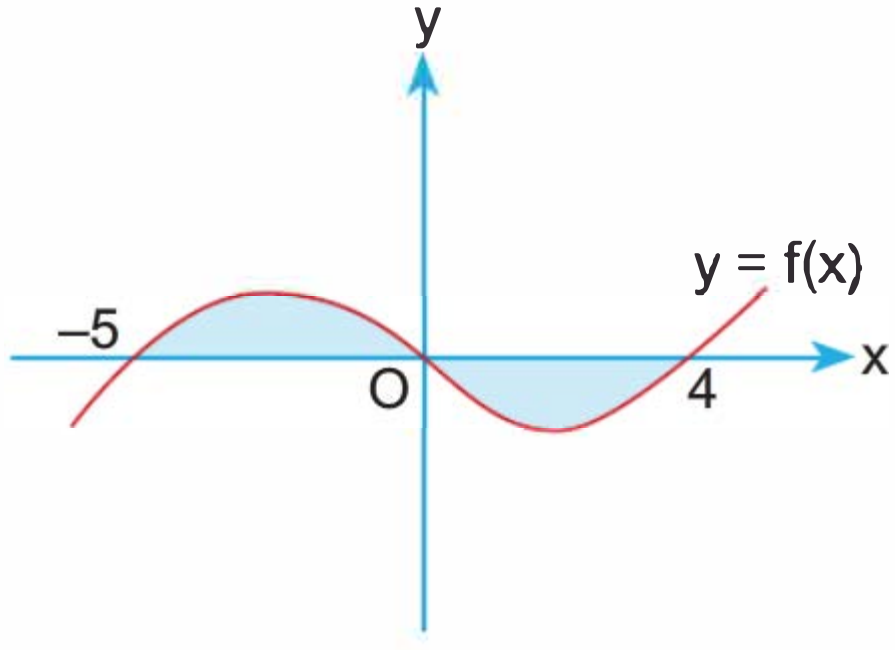


Şekilde $f(x) = x^2$ parabolü, d doğrusu ve y eksenini arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 4 B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{10}{3}$ D) 6 E) $\frac{20}{3}$



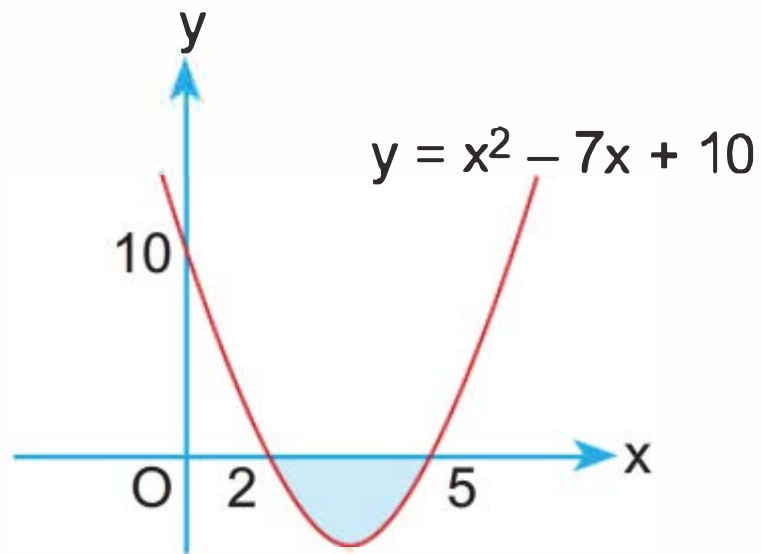
1.



Şekildeki boyalı alan aşağıdaki integrallerden hangisi ile gösterilebilir?

- A) $\int_0^4 f(x)dx$
 B) $\int_{-5}^0 f(x)dx - \int_0^4 f(x)dx$
 C) $\int_0^4 f(x)dx - \int_{-5}^3 f(x)dx$
 D) $\int_{-5}^4 f(x)dx$
 E) $\int_{-5}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$

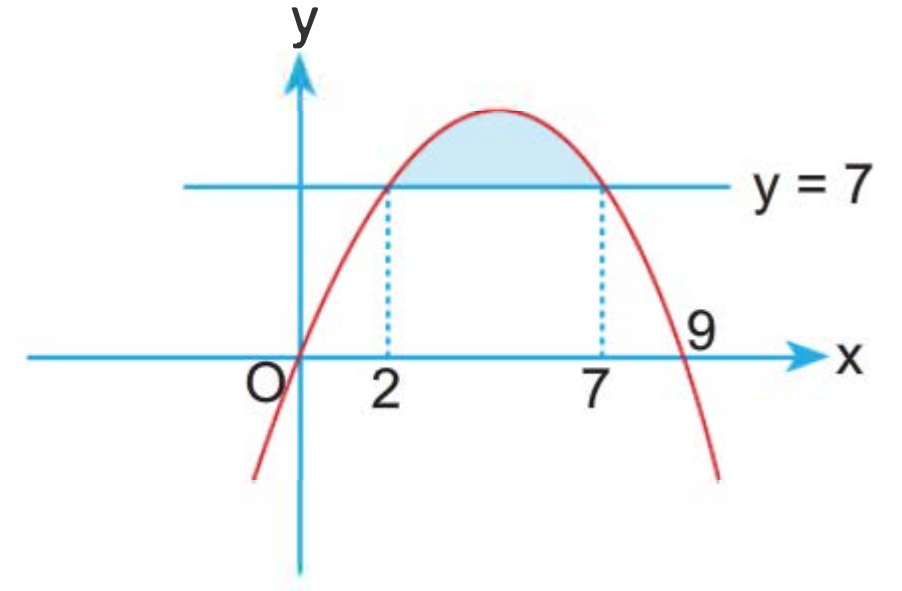
2.



Analitik düzlemde verilen $y = x^2 - 7x + 10$ parabolü ile x eksenini arasında kalan taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile hesaplanabilir?

- A) $\int_0^5 (x^2 - 7x + 10)dx$
 B) $\int_2^5 (x^2 - 7x + 10)dx$
 C) $-\int_2^5 (x^2 - 7x + 10)dx$
 D) $\int_2^5 (x^3 - 7x^2 + 10x)dx$
 E) $-\int_0^5 (x^2 - 7x + 10)dx$

3.



Yukarıdaki analitik düzlemde $y = \frac{9x - x^2}{2}$ parabolü ile $y = 7$ doğrusu arasında kalan taralı bölge verilmiştir.

Buna göre, taralı bölge aşağıdaki integrallerden hangisi ile hesaplanabilir?

- A) $\int_2^7 \frac{9x^2 - 9x - 14}{2} dx$
 B) $\int_2^7 \frac{9x - x^2 - 7}{2} dx$
 C) $\int_2^7 \frac{9x^2 - x^2}{2} dx$
 D) $\int_0^9 \frac{9x - x^2 - 14}{2} dx$
 E) $\int_2^7 \frac{9x - x^2 - 14}{2} dx$

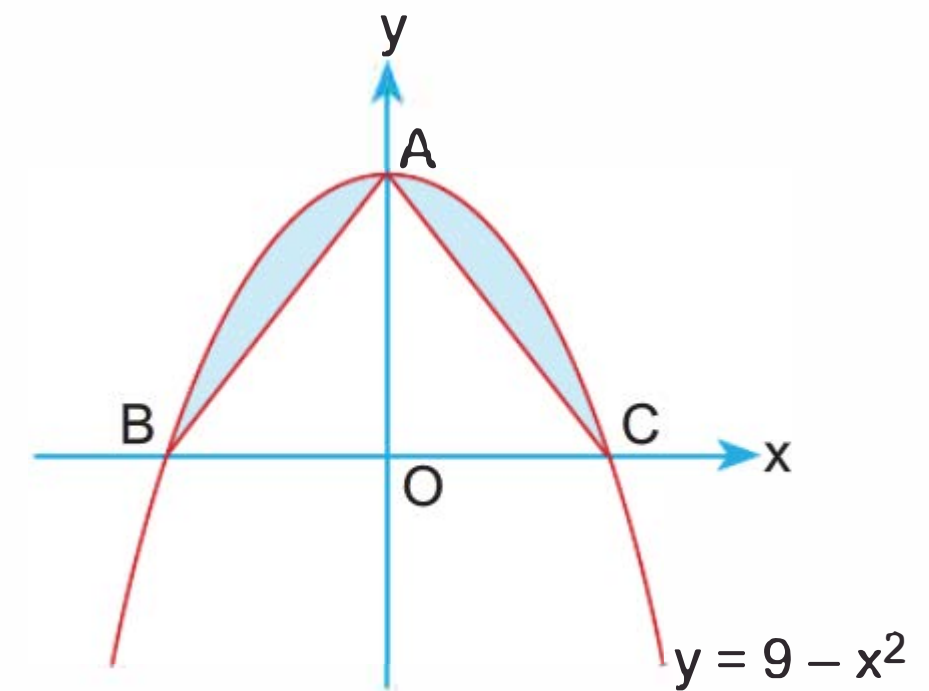
4.

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5$$

eğrisi ile $x = 1$, $x = 3$ doğruları ve x eksenini sınırlı kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{118}{3}$
 B) $\frac{112}{3}$
 C) $\frac{29}{3}$
 D) $\frac{52}{3}$
 E) $\frac{26}{3}$

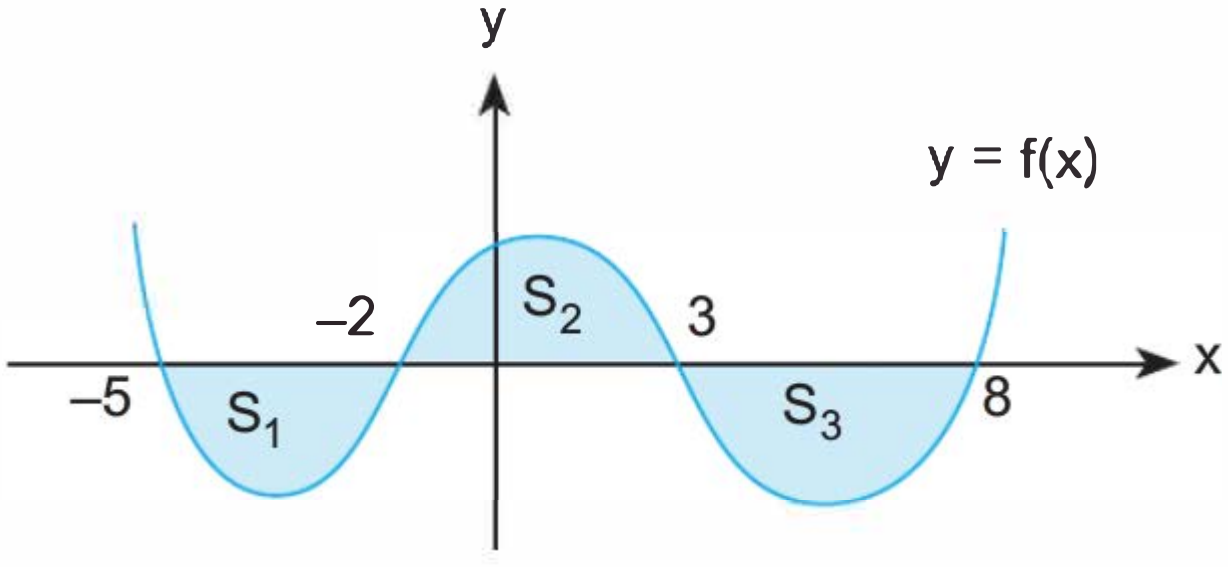
5.



Yukarıdaki analitik düzlemde $y = 9 - x^2$ parabolü ile ABC üçgeni arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{9}{2}$
 B) 5
 C) $\frac{13}{2}$
 D) 8
 E) 9

1.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_{-5}^8 f(x) dx = 8$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 36 \text{ br}^2$$

olduğuna göre, S_2 kaç br^2 dir?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

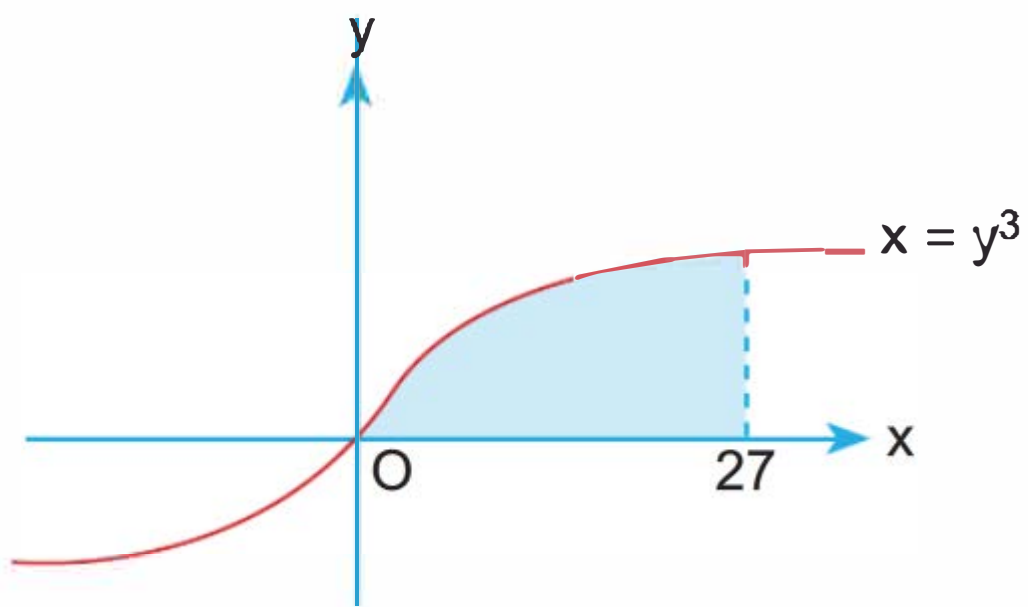
2.

$$\int_0^5 \sqrt{25 - x^2} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 25π B) $\frac{25\pi}{4}$ C) $\frac{25\pi}{2}$ D) $\frac{25\pi}{8}$ E) $\frac{5\pi}{4}$

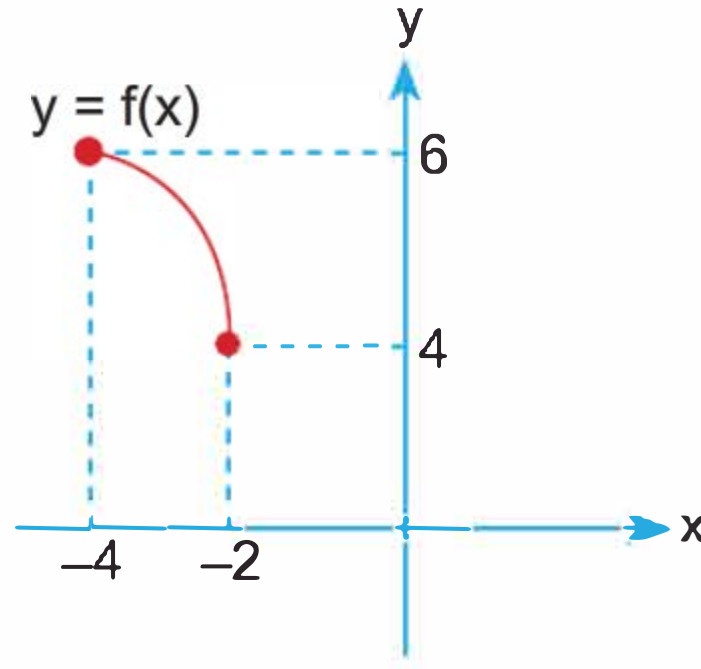
3.



Şekilde grafiği verilen $x = y^3$ eğrisi ile $x = 27$ doğrusu ve x eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{27}{4}$ C) $\frac{81}{4}$ D) $\frac{243}{4}$ E) $\frac{253}{4}$

4.



$f: [-4, -2] \rightarrow [4, 6]$ olmak üzere, şekilde grafiği verilen 1-1 ve örten olan f fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

$$\int_{-4}^{-2} f(x) dx - \int_4^6 f^{-1}(x) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

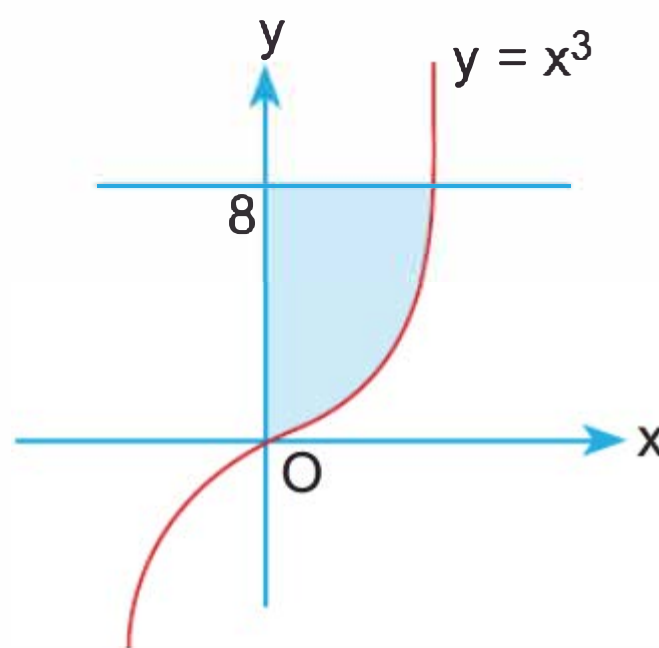
5.

$$y = x^2 - 3x - 4$$

eğrisi ile $y = x - 4$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{40}{3}$ B) $\frac{38}{3}$ C) $\frac{34}{3}$ D) $\frac{32}{3}$ E) $\frac{31}{3}$

6.



Yandaki şekilde $y = x^3$ ve $y = 8$ fonksiyonları ile y eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı verilmiştir.

Buna göre, kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

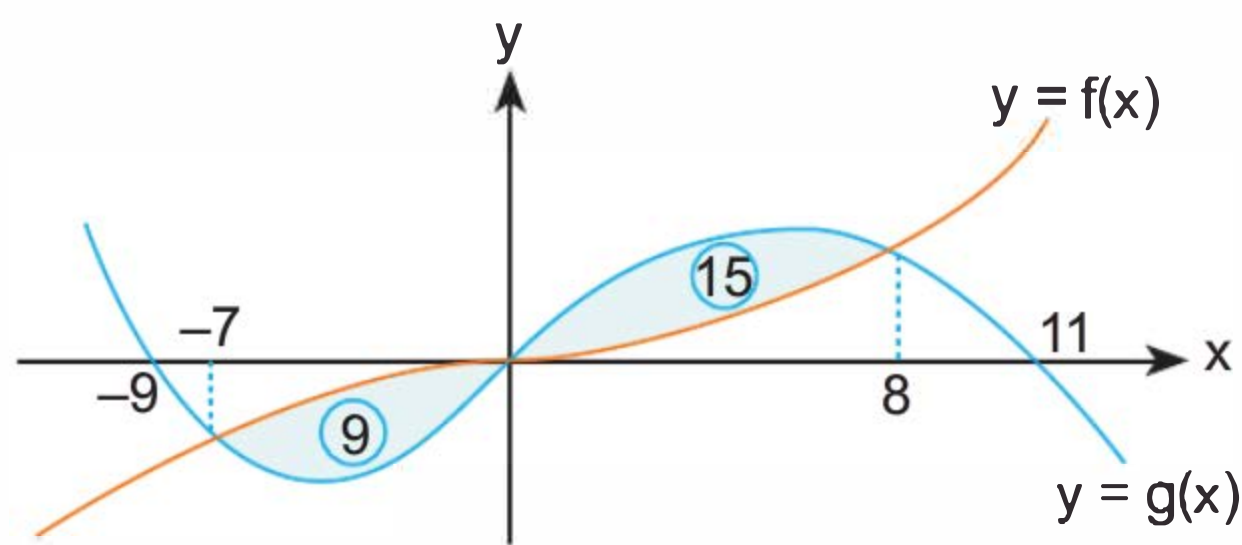
- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4



02530813

TEST 5

1.



Analitik düzlemde kesim noktalarının apsisi $x = -7$, $x = 0$ ve $x = 8$ olan şekildeki $f(x)$ ve $g(x)$ eğrileri arasında kalan kapalı iki bölgenin alanı $9 br^2$ ve $15 br^2$ dir.

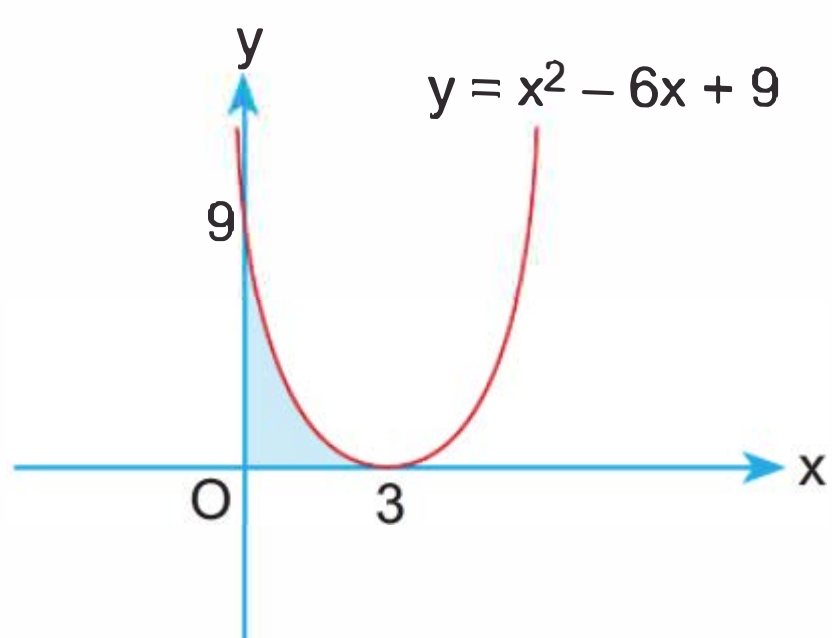
Buna göre,

$$\int_{-7}^8 [f(x) - g(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -24 B) -9 C) -6 D) 9 E) 24

2.



Analitik düzlemde verilen $y = x^2 - 6x + 9$ parabolü ile x ve y eksenlerinin birinci bölgede oluşturduğu kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 8 B) 9 C) $\frac{32}{3}$ D) $\frac{35}{3}$ E) 12

3.

$$f(x) = x^2 - 6x + 9$$

parabolü ile $y = 4x$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{283}{3}$ B) $\frac{265}{3}$ C) $\frac{262}{3}$ D) $\frac{259}{3}$ E) $\frac{256}{3}$



4.

Analitik düzlemde,

$$y = x^2 + 5$$

eğrisi ile $x = 0$, $x = 2$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{38}{3}$ B) 13 C) 14 D) $\frac{47}{3}$ E) $\frac{43}{3}$



5.

$$y = x^3, y = 4x, x = 2, x = 3$$

eğrileri ile sınırlı kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) $\frac{23}{4}$ B) 6 C) $\frac{25}{4}$ D) $\frac{27}{4}$ E) 8



6.

$$f(x) = x^2 - 8x$$

$$g(x) = -x^2 - 6$$

eğrileri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{8}{3}$ B) 3 C) $\frac{10}{3}$ D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{17}{3}$



7.

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

eğrileri ile $x = -1$ ve $x = 2$ doğruları arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 4 E) 6

BİLGİ

40.1 - Kelimelerdeki Tekrarlı Permütasyon

✓ TAMAM sözcüğünde;

TAMAM



→ A ile M yer değiştirirse

TMAAM sözcüğü oluşur. Bu ilk sözcükten farklı bir sözcüktür.

TAMAM



→ M ile M yer değiştirirse TAMAM sözcüğü yeniden oluşur bu farklı bir sözcük değildir.

TAMAM sözcüğündeki 5 harfin yer değiştirmesiyle bazen yeni sözcükler bazen de aynı sözcükler oluşur. Oluşan birbirinden farklı 5 harfli sözcüklerin sayısı şu şekilde bulunur.

$$\underline{\text{TAMAM}} \rightarrow \text{Toplam 5 harf} \rightarrow \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30 \text{ dur.}$$

$$2 \text{ tane A, 2 tane M} \rightarrow 2! \cdot 2!$$

• LEBLEBİ sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek oluşan 7 harfli sözcüklerin sayısı

$$\text{LEBLEBİ} \rightarrow 7 \text{ harf} \rightarrow \frac{7!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 630 \text{ dur.}$$

$$2 \text{ tane E harfi} \rightarrow 2! \cdot 2! \cdot 2!$$

2 tane B harfi

2 tane L harfi

tekrar ediliş sayıları

• BALABAN sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek oluşan 7 harfli sözcüklerin sayısı

$$\text{BALABAN} \rightarrow 7 \text{ harf} \rightarrow \frac{7!}{2! \cdot 3!} = 420 \text{ dir.}$$

$$2 \text{ tane B harfi} \rightarrow 2! \cdot 3!$$

3 tane A harfi

tekrar ediliş sayıları

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. TERE

sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız, 4 harfli kaç değişik sözcük yazılabilir?

Çözüm:

$$\text{TERE} \rightarrow 4 \text{ harf} \rightarrow \frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$$

2 tane E

2. BEBEK

sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız, 5 harfli kaç değişik sözcük yazılabilir?

Çözüm:

$$\text{BEBEK} \rightarrow 5 \text{ harf} \rightarrow \frac{5!}{2! \cdot 2!} = \frac{120}{2 \cdot 2} = 30$$

2 tane B

2 tane E

3. MARABA

sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız, 6 harfli kaç değişik sözcük yazılabilir?

Çözüm:

$$\text{MARABA} \rightarrow 6 \text{ harf} \rightarrow \frac{6!}{3!} = 120$$

3 tane A

ÖĞRENCİ SORULARI

1. TARAK

sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız 5 harfli kaç değişik sözcük yazılabilir?

A) 240 B) 180 C) 120 D) 60 E) 30

2. KABAK

sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız 5 harfli kaç değişik sözcük yazılabilir?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 180 E) 240

3. KOSKOCA

sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı ya da anlamsız 7 harfli kaç değişik sözcük yazılabilir?

A) 1160 B) 1180 C) 1260 D) 1280 E) 1440

1-D

2-A

3-C



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. KAYNANA
- sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek yazılabilecek anlamlı ya da anlamsız sözcüklerin kaç tanesi
- K ile başlar?
 - Y ile başlar?
 - N ile biter?
 - K ile başlayıp, A ile biter?
 - K ile başlayıp, Y ile biter?
 - A ile başlayıp, N ile biter?

Çözüm:

- a) K **A**YNA**N**A → soruyu kalan bu harflere soracaksın.
 → istenen koşulu sağla

-AYNANA sözcüğündeki harflerle yazılabilecek sözcüklerin sayısı istenen cevap olacaktır. K harfi daima başta olacağından o harf sıralamaya girmeyecektir.

$$\begin{array}{l} \text{6 harf} \rightarrow 6! \\ \text{AYNANA} \rightarrow \frac{6!}{3! \cdot 2!} = 60 \text{ dir.} \\ \text{A 3 tane} \rightarrow 3! \cdot 2! \\ \text{N 2 tane} \rightarrow 2! \end{array}$$

- b) Y **K**ANANA
 Soruyu KANANA sözcüğüne soracaksın.

$$\begin{array}{l} \text{6 harf} \rightarrow 6! \\ \text{KANANA} \rightarrow \frac{6!}{3! \cdot 2!} = 60 \\ \text{3 tane A} \rightarrow 3! \\ \text{2 tane N} \rightarrow 2! \end{array}$$

- c) **K**AYNA**A**N
 → 6 harfli → $\frac{6!}{3!} = 120$
 3 tane A → 3!

- d) K **A**YNA**N**A
 → soruyu bu harflere soracağız

$$\begin{array}{l} \text{AYNAN} \rightarrow \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30 \\ \text{2 tane N} \rightarrow 2! \cdot 2! \\ \text{2 tane A} \rightarrow 2! \end{array}$$

- e) K **A**NANA**Y** → $\frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$
 3 tane A → 3! · 2!
 2 tane N → 2!

- f) A **K**YNA**A**N → $\frac{5!}{2!} = 60$
 2 tane A → 2!

ÖĞRENCİ SORULARI

1. KOSKOCA
- sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek yazılabilecek olan 7 harfli sözcüklerin kaç tanesi
- K ile başlar?
 - S ile başlar?
 - C ile biter?
 - O ile biter?
 - K ile başlayıp O ile biter?
 - S ile başlayıp, A ile biter?

2. MARMARA
- sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek, anlamlı anlamsız, 7 harfli M ile başlayıp R ile biten kaç değişik sözcük yazılabilir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 36

3. MATEMATİK
- sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek, anlamlı anlamsız 9 harfli, T ile başlayıp, T ile biten kaç değişik sözcük yazılabilir?

A) 720 B) 840 C) 960 D) 1120 E) 1260

1-a)360 b)180 c) 180 d)360 e)120 f)30 2-C 3-E



BİLGİ

40.2 - Sayılarda Tekrarlı Permütasyon

✓ 121223

sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek yazılabilecek 6 basamaklı sayılar

$$121223 \rightarrow \text{toplam 6 rakam} \rightarrow \frac{6!}{3! \cdot 2!} = 60$$

2 ler \rightarrow 3 tane \rightarrow 3!

1 ler \rightarrow 2 tane \rightarrow 2!

Tekrar edilmiş sayısı

✓ 220011

sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek yazılabilecek 6 basamaklı sayılar bulunurken 0 rakamının başa gelmeyeceğine dikkat etmelisin.

En kolay yolu 0 rakamını 0 ın dışında ve verilen sayıda kullanılan başka bir rakam gibi düşünüp önce bir işlem yapacaksın.

$$220011 \rightarrow \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 90$$

x x

Daha sonra 90 ı bir kesirle çarpacaksın. O kesir de aşağıdaki gibi bulunur.

$$\frac{\text{Sıfır dışındaki rakam adedi}}{\text{Toplam rakam adedi}} = \frac{4}{6}$$

$$90 \cdot \frac{4}{6} = 60$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. 466246

sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek yazılabilecek 6 basamaklı sayıların kaç tanesi

- a) 4 ile başlar? b) 6 ile başlar 6 ile biter?

Çözüm:

a) 4 66246 \rightarrow soru bunlarla çözülecek

\rightarrow toplam 5 rakam $\rightarrow \frac{5!}{3!} = 20$

6 lar 3 tane $\rightarrow 3!$

b) 6 4246 6 \rightarrow soru bunlarla çözülecek

\rightarrow toplam 4 rakam $\rightarrow \frac{4!}{2!} = 12$

4 ler 2 tane $\rightarrow 2!$

2. 77072

sayısındaki rakamlar yer değiştirilerek, 5 basamaklı kaç değişik sayı yazılabilir?

Çözüm:

$$77072 \rightarrow 77 \times 72 \rightarrow \frac{5!}{3!} = 20$$

7 ler 3 tane \rightarrow 3!

Sıfır hesaba katıldığında cevap;

$$20 \cdot \frac{4}{5} = 16 \text{ dır.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. 772722

sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek 2 ile başlayan 6 basamaklı kaç değişik sayı yazılabilir?

- A) 36 B) 24 C) 12 D) 10 E) 8

2. 592259

sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek 9 ile başlayan 5 ile biten 6 basamaklı kaç değişik sayı yazılabilir?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 36

3. 8606086

sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek, yedi basamaklı kaç değişik sayı yazılabilir?

- A) 90 B) 120 C) 140 D) 150 E) 210

1-D

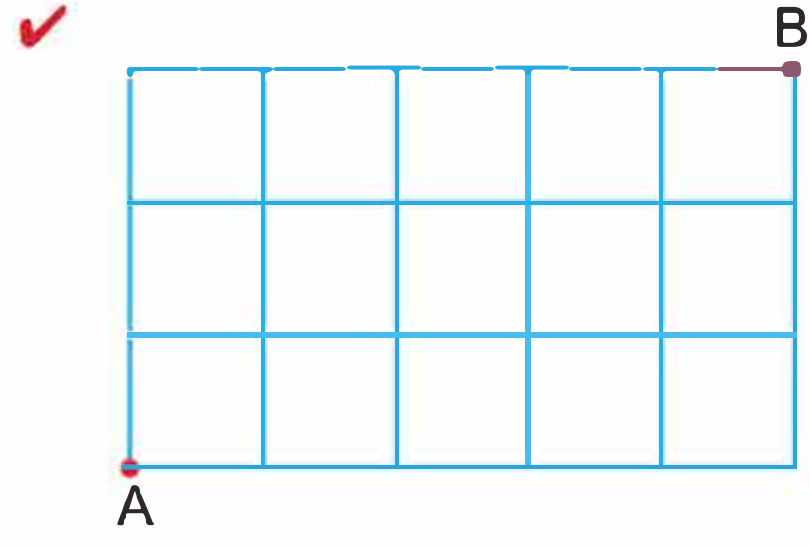
2-A

3-D



BİLGİ

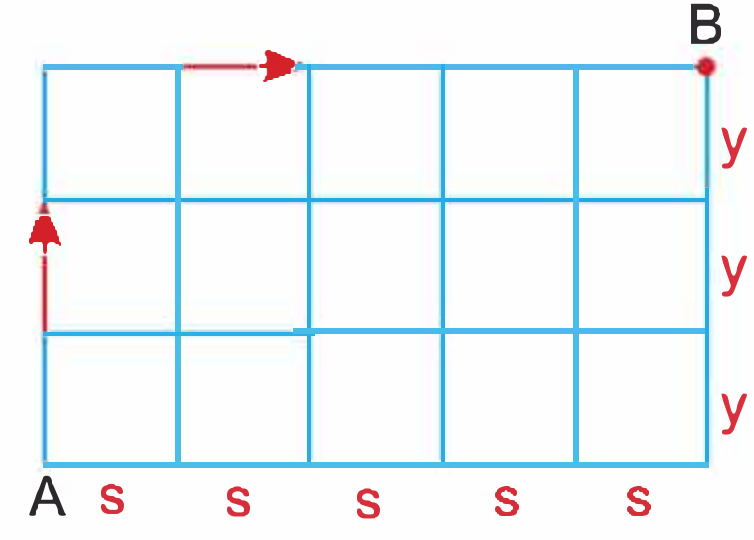
40.3 - En Kısa Yol ve Tekrarlı Permütasyon



Şekildeki çizgiler bir şehrin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.

A dan hareket eden bir kişi, B ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?

Kullanılacak yolun en kısa olması için sadece sağa ve yukarı doğru gidilmelidir. Diğer yönler de (sola ve aşağıya) gidilirse yollar uzamış olacaktır.



Sağa giden yolları s ile yukarı doğru giden yolları y ile gösterecek olursak soru

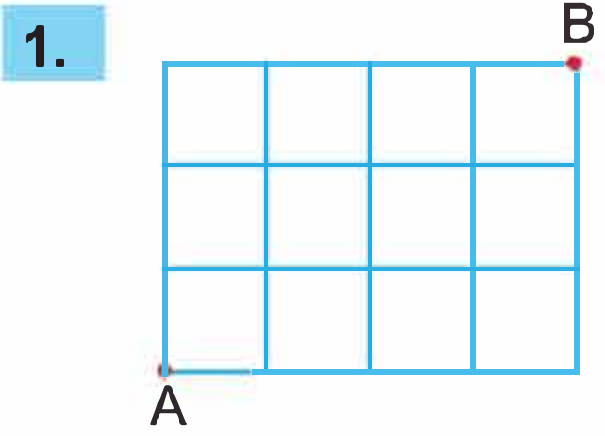
sssssyyy

harfleri kullanarak 8 harfli kaç değişik sözcük yazılır sorusuna döner. Zaten sen bunu çözmeyi biliyorsun.

toplam 8 harf $\rightarrow \frac{8!}{5! \cdot 3!} = 56$

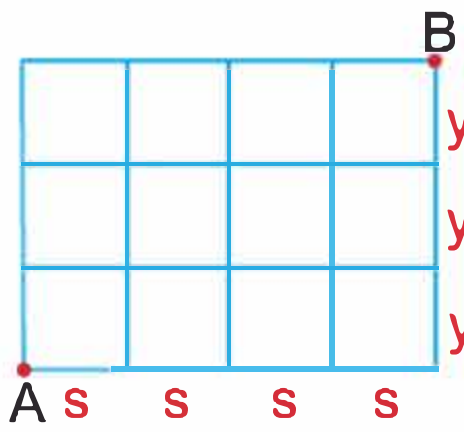
s ler 5 tane \uparrow
y ler 3 tane \uparrow

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



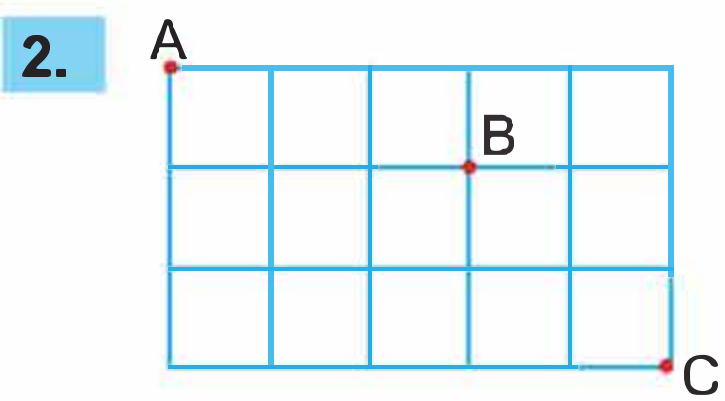
Şekildeki çizgiler bir şehrin birbirini dik kesen sokaklarını gösteriyor. A dan B ye en kısa kaç farklı yoldan gidilebilir?

Çözüm:



ssss yyy
4 tane s 3 tane y

$$\frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35$$

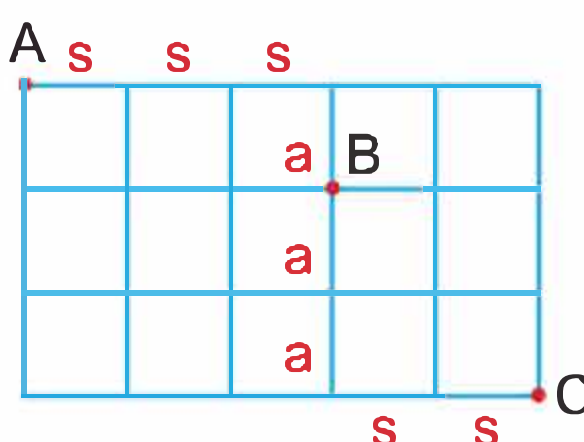


Şekildeki çizgiler bir şehrin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir. A dan hareket edip B ye uğrayarak C noktasına en kısa yoldan gidecek olan bir kimse kaç değişik yol izleyebilir?

A) 24 B) 18 C) 16 D) 12 E) 9
(ÖSS - 2001)

Çözüm:

A \rightarrow aşağıya giden, S \rightarrow sağa giden yolları gösterebilirsin.

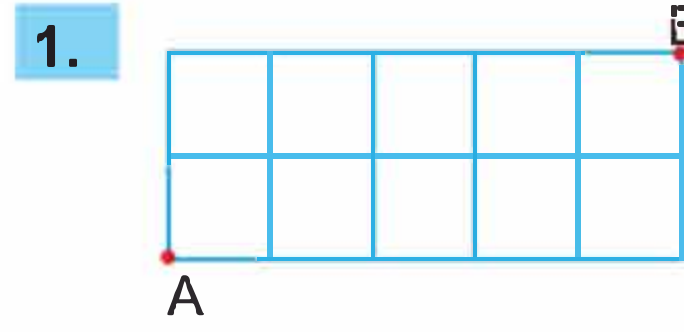


İki ayrı soru gibi çözeceksin. Önce A dan B ye sonrada B den C ye gideceksin.

(sss) . (aass) gibi

$$\frac{4!}{3!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 4 \cdot 6 = 24$$

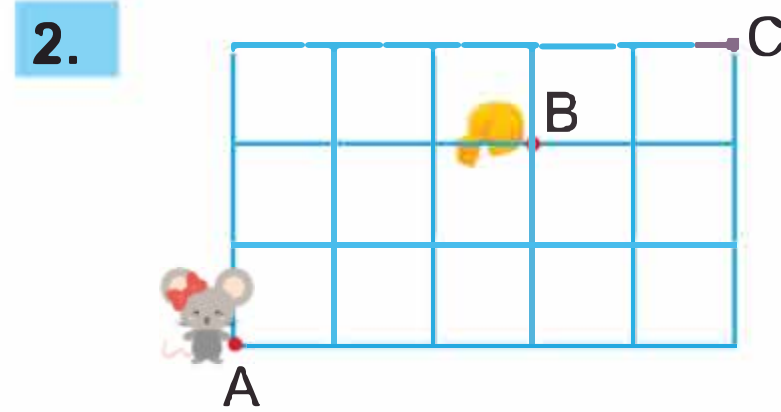
ÖĞRENCİ SORULARI



1. Şekildeki çizgiler bir şehrin birbirini dik kesen sokaklarını gösteriyor.

A dan B ye en kısa kaç farklı yoldan gidilebilir?

A) 84 B) 42 C) 36 D) 28 E) 21



2. Şekildeki çizgiler bir labirentin birbirini dik kesen yollarını göstermektedir. Şekildeki labirentin A noktasında bulunan bir fare B noktasındaki yemi yedikten sonra C noktasındaki kapıdan çıkacaktır.

Fare bu işlemi en kısa yoldan kaç farklı şekilde yapabilir?

A) 60 B) 48 C) 36 D) 30 E) 24

1-E

2-D



BİLGİ

40.4 - Harflerin - Balonların Dizilişi ve Tekrarlı Permütasyon

O	K	Y	A
K	Y	A	N
Y	A	N	U
A	N	U	S

Sol üst köşedeki O harfinden başlayıp, komşu harfleri takip ederek sağ alt köşedeki S harfine kadar olan harfleri izleyerek OKYANUS kelimesi kaç farklı yolla okunabilir?

Bu tarz kelime okuma sorularında harfler arasındaki boşlukları baz alıp, işlemi 40 - 3 - başlığındaki sorular gibi çözeceksin.

O	K	Y	A
K	Y	A	N
Y	A	N	U
A	N	U	S

s → sağa giden yolları

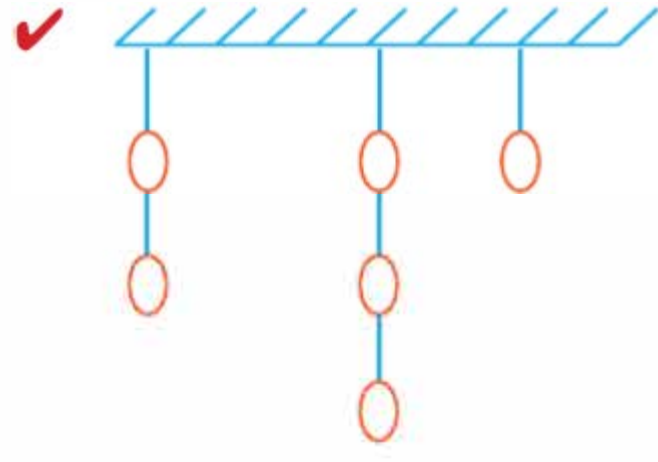
a → aşağı giden yolları göstereceksin

$$sssa \rightarrow \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$$

s ler 3 tane →

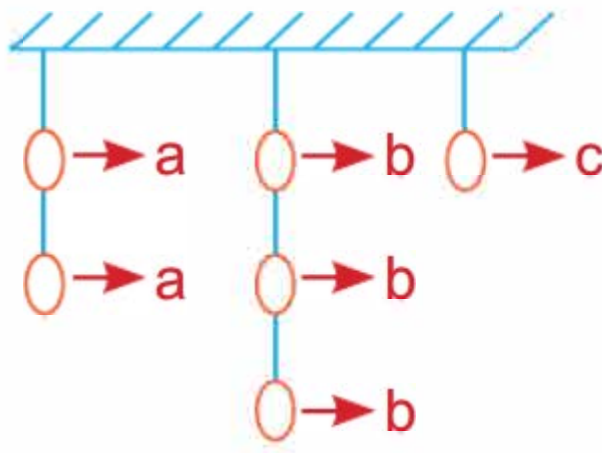
a lar 3 tane →

OKYANUS kelimesi 20 farklı yolla okunabilir.



Yandaki düzenekte asılı özdeş 6 tane balon vardır. Bir öğrenci 6 atış yaparak bu balonları patlatacağıdır. Öğrenci aynı ipte asılı olan balonlardan alttakini patlatmadan üstteki balona atış yapmayacaktır. Bu öğrenci her atışında bir balon patlatmak koşuluyla bu balonları kaç farklı şekilde patlatabilir?

Altındaki balon patlatılmadan üstteki balona geçilemeyeceğinden aynı ipteki balonlar arasında yer değişikliği mümkün olmayacaktır. O halde aynı ipe bağlı olan balonlar özdeş (aynı) harf gibi kabul edilmelidir.



$$a,a,b,b,b,c \rightarrow \frac{6!}{2! \cdot 3!}$$

a lar 2 tane →

b ler 3 tane →

$$\text{cevap} \rightarrow \frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60 \text{ tır.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

A	L	T
L	T	I
T	I	N

Sol üst köşedeki A harfinden başlayıp, komşu harfleri takip ederek sağ alt köşedeki N harfine kadar olan harfleri izleyerek ALTIN kelimesi kaç farklı yolla okunabilir?

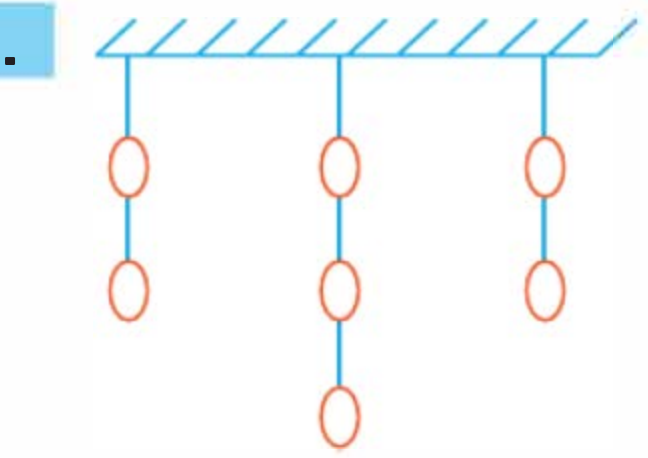
Çözüm:

A	L	T
L	T	I
T	I	N

$$s,s,a,a \rightarrow \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{24}{4} = 6$$

s ler 2 tane →

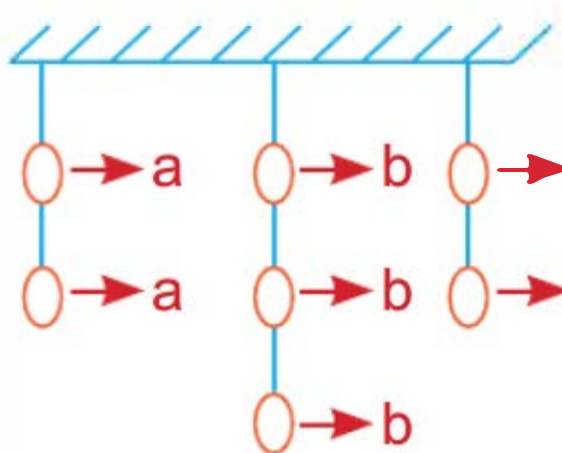
a lar 2 tane →



Yandaki düzenekte özdeş 7 tane balon asılıdır. Bir atıcı 7 atış yaparak bu balonları patlatacağıdır. Aynı ipte asılı olan balonlardan altta olan patlatılmadan üstteki balon patlatılmayacaktır.

Bu atıcı her atışta bir balon patlatmak koşuluyla, bu balonları kaç farklı şekilde patlatabilir?

Çözüm:



$$a,a,b,b,b,c,c \rightarrow \frac{7!}{2! \cdot 3! \cdot 2!}$$

a lar 2 tane →

b ler 3 tane →

c ler 2 tane →

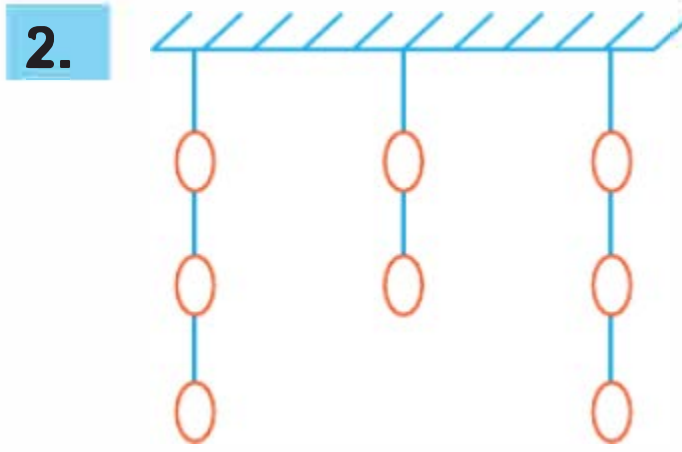
$$\text{cevap} \rightarrow \frac{7!}{2! \cdot 3! \cdot 2!} = 210$$

ÖĞRENCİ SORULARI

M	E	H	T
E	H	T	A
H	T	A	P

Sol üst köşedeki M harfinden başlayıp, komşu harfleri takip ederek sağ alt köşedeki P harfine kadar olan harfleri izleyerek MEHTAP kelimesi kaç farklı yolla okunabilir?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 24 E) 30



Yandaki şekilde özdeş 8 tane balon asılıdır. Bir atıcı 8 atış yaparak bu balonları patlatacağıdır. Aynı ipte asılı olan balonlardan altta olan patlatılmadan üstteki balon patlatılmayacaktır.

Bu atıcı her atışta bir balon patlatmak koşuluyla bu balonları kaç farklı şekilde patlatabilir?

- A) 480 B) 520 C) 560 D) 600 E) 620

1-A

2-C



BİLGİ

40.5 - Koşullu Olasılık

- ✓ $B \neq \emptyset$ olmak üzere, A ile B, E örnek uzayının iki olayı olsun. A olayının gerçekleşmesi halinde, A olayının gerçekleşme olasılığına A olayının B ye bağlı koşullu olasılığı veya A olayının B koşullu olasılığı denir.

$$P(A/B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)}$$

\rightarrow Bilinenin içinde istenen durumlar
 \rightarrow Bilinenin durumları

formülüyle hesaplanır.

- ✓ Bir zar düz bir zemine atıldığında çift sayı geldiği bilindiğine göre, asal sayı olma olasılığını bulalım.
Bir tane zar atıldığında karşılaşılabilecek tüm durumlar (örnek uzay)

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ dir.}$$

Çift sayı gelme olayı (bilinen)

$$B = \{2, 4, 6\}$$

Bilinen içinde istenen durumlar

$$A \cap B = \{2\} \rightarrow \text{hem çift hem asal}$$

$$P(A/B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Bir çift zar atıldığında her iki zarın üstüne çift sayı geldiği bilindiğine göre çarpımlarının 12 olma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Önce bilinen olayı yazmalısın

- 1. zarda gelebilecek sayılar
- 2. zarda gelebilecek sayılar

$$B = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$s(B) = 9$$

Şimdide bilinen ikililerin içinde istenen (çarpımı 12 olan) ikililer seçmelisin.

$$A \cap B = \{(2, 6), (6, 2)\} \rightarrow s(A \cap B) = 2$$

$$P(A/B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{2}{9} \text{ dur.}$$

2. Üç madeni para aynı anda düz bir zemine rastgele atıldığında paralarının ikisinin yüzüne yazı geldiği bilindiğine göre, üçünün de yazı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Yine öncelikle bilinen olayı yazmalısın.

$$B = \{(Y, Y, Y), (Y, Y, T), (Y, T, Y), (T, Y, Y)\}$$

$$\begin{array}{cccc} \uparrow \uparrow & \uparrow \uparrow & \uparrow \uparrow & \uparrow \uparrow \\ 2 \text{ yazı} & 2 \text{ yazı} & 2 \text{ yazı} & 2 \text{ yazı} \end{array}$$

$$s(B) = 4$$

Şimdi de bilinenlerin içinde istenen (Üçünün de yazı) üçlüleri seçmelisin.

$$A \cap B = \{(Y, Y, Y)\}$$

$$s(A \cap B) = 1$$

$$P(A/B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{1}{4} \text{ tür.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Bir çift zar düz bir zemine atıldığında üst yüze gelen sayılar toplamının 8 olduğu bilindiğine göre, bu sayıların aynı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

2. İki madeni para düz bir zemine rastgele atılıyor. Paralardan birinin tura geldiği bilindiğine göre, diğerinin yazı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{9}$

3. Bir çift zar düz bir zemine rastgele atılıyor. Zarlardan birinin üst yüzüne 5 geldiği bilindiğine göre, toplamalarının 8 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{11}$ B) $\frac{3}{11}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

1-D

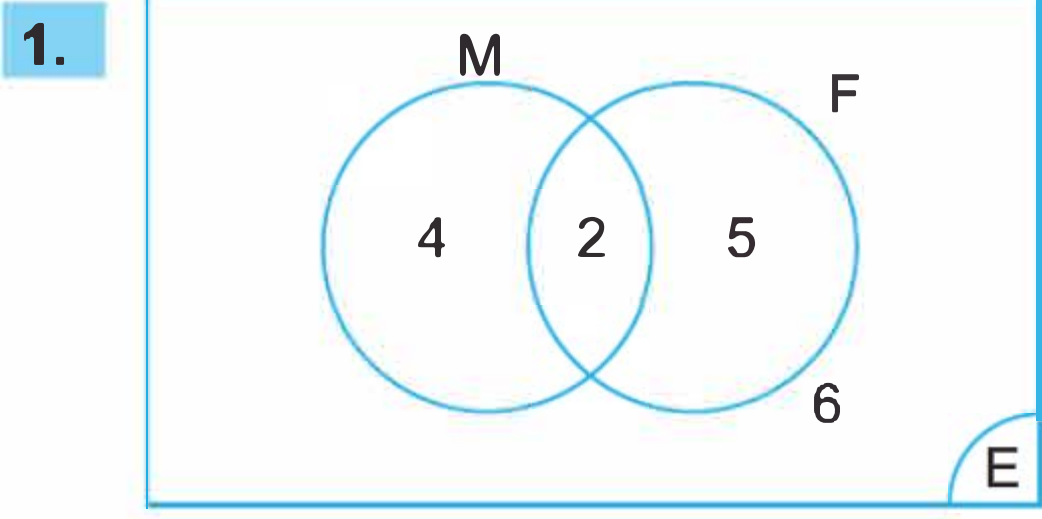
2-D

3-A



09F50677

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER



Yandaki Venn şemasında matematik veya fizik dersinden geçenlerin sayısı ile bu derslerin ikisinden de kalanların sayısı verilmiştir.

- a) Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin matematik dersinden geçtiği bilindiğine göre, fizik dersinden de geçmiş olma olasılığı kaçtır?
- b) Fizik dersinden geçtiği bilindiğine göre, matematik dersinden kalmış olma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

- a) B: Bilinen olay (matematikten geçenler) ise $s(B) = 4 + 2 = 6$ dir.

$A \cap B$: Bilinenin içinde istenenler (matematikten geçenlerin içinde olup aynı zamanda fizikten de geçenler) olup $s(A \cap B) = 2$ dir.

$$P(A / B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

- b) B: Bilinen olay (fizikten geçenler) ise $s(B) = 5 + 2 = 7$ dir.

$A \cap B$: Bilinenin içinde istenenler (fizik dersinden geçenlerin içinde olup matematik dersinden geçmemiş olanlar) olup $s(A \cap B) = 5$ tir.

$$P(A / B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{5}{7} \text{ dir.}$$

2. A ve B aynı örnek uzaya ait iki farklı olaydır.

$$P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{9}{10}, P(A \cup B) = \frac{19}{20}$$

olduğuna göre, $P(A / B)$ kaçtır?

Çözüm:

Öncelikle $P(A \cap B)$ yi bulman gerekiyor. Bunun için de 9. sınıf gidip şu formülü hatırlamalısın.

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$\frac{19}{20} = \frac{1}{5} + \frac{9}{10} - s(A \cap B), \frac{19}{20} = \frac{4}{20} + \frac{18}{20} - s(A \cap B) \Rightarrow$$

$$s(A \cap B) = \frac{3}{20} \text{ dir. } s(A \cap B) = \frac{3}{20} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{20} \text{ yazılır.}$$

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{9}{10}} = \frac{3}{20} \cdot \frac{10}{9} = \frac{1}{6} \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1.

	Erkek Öğrenciler	Kız Öğrenciler
Gözlüklü öğrenciler	6	5
Gözlüksüz öğrenciler	4	3

Yukarıdaki tabloda bir sınıfta bulunan öğrencilerin gözlük kullanma - kullanmama durumlarının cinsiyete göre dağılımı verilmiştir.

- a) Bu sınıfta rastgele seçilen bir öğrenci gözlük kullandığı bilindiğine göre kız öğrenci olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{5}{11}$ D) $\frac{6}{11}$ E) $\frac{8}{11}$

- b) Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek öğrenci olduğu bilindiğine göre gözlüksüz öğrenci olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{5}{11}$

2. A ve B aynı örnek uzaya ait iki farklı olay olmak üzere.

$$P(A) = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{5}{12}, P(A \cup B) = \frac{17}{24}$$

olduğuna göre, $P(A / B)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

3.

$$A = \{10, 11, 12, \dots, 79\}$$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Seçilen bu elemanın 5 ile tam bölündüğü bilindiğine göre, tek sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{1}{2}$

1-a) C

b) B

2-A

3-E



BİLGİ

40.6 - Bağımsız Olaylar

Aynı örnek uzaya ait, boş küme olmayan iki olay A ve B olsun. Olayın olasılığı B olayının olasılığını etkilemiyorsa A ile B olayı bağımsız olaydır.

Örneğin; Bir zar ile bir madeni paranın aynı anda atılması deneyinde zarın çift sayı gelme olayı ile paranın tura gelme olayı bağımsız olaylardır.

A ve B bağımsız olaylar ise A ve B nin olasılığı,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

formülüyle bulunur.

Ayrıca,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Bir zar ile bir madeni para aynı anda düz bir zemine atılıyor. Zarın üst yüzüne 3 ile tam bölünebilen bir sayı ve paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm:

A olayı: Zarın üst yüzüne 3 e tam bölünen sayı gelmiş olsun.

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow s(E) = 6$$

$$A = \{3, 6\} \rightarrow s(A) = 2 \text{ dir.}$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

B olayı: Paranın yazı gelmesi

$$E = \{T, Y\}$$

$$B = \{Y\} \rightarrow s(B) = 1 \text{ dir.}$$

$$P(B) = \frac{s(B)}{s(E)} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \text{ dir.}$$

2. Yağız'ın bir hedefi vurma olasılığı $\frac{5}{6}$, aynı hedefi Yiğit'in vurma olasılığı $\frac{9}{25}$ tir.

Buna göre, Yağız ve Yiğit'in aynı hedefi vurma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

A: Yağızın hedefi vurma olayı olsun,

$$P(A) = \frac{5}{6} \text{ dir.}$$

B: Yiğit'in hedefi vurma olayı olsun,

$$s(B) = \frac{9}{25} \text{ tir.}$$

$A \cap B$: Yağız ve Yiğit'in hedefi vurma olayı ise

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ = \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{25} = \frac{3}{10} \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. A ve B bağımsız iki olay olmak üzere,

$$P(A) = \frac{3}{5}, P(A \cap B) = \frac{3}{10}$$

olduğuna göre, $P(B)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{10}$

2. Bir zar ile bir madeni para aynı anda düz bir zemine atılıyor. Zarın üst yüzeyine asal sayı ve paranın tura gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

3. $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$$B = \{a, e, ı, i, o, ö, u, ü\}$$

kümelerinden aynı anda birer tane eleman seçiliyor.

Buna göre, A kümesinden seçilen bir elemanın çift sayı, B kümesinden seçilen bir elemanın kalın sesli harf olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{80}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$



BİLGİ

40.7 - Bağımlı Olaylar

İki olaydan birinin gerçekleşmesi ya da gerçekleşmemesi diğer gerçekleşmesini etkiliyorsa bu iki olaya **bağımlı olaylar** denir.



Örneğin:

- ✓ Bir sınıfta rastgele seçilen ilk öğrencinin kız olması durumunda ikinci seçilen öğrencinin erkek olma olayı birbirine bağlıdır.
- ✓ Bir torbadan bir top çekme olayında, çekilen topun torbaya geri bırakılmaması koşuluyla ikinci çekilen topun çekilmesi olayı 1. çekilen topun rengine bağlıdır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK

1. Şekildeki torbada 4 kırmızı, 8 beyaz bilye vardır. Çekilen bilye torbaya geri bırakılmadan art arda iki bilye çekiliyor.



- a) Bu bilyelerden 1.nin beyaz, 2. nin kırmızı olma olasılığı kaçtır?
b) Bu bilyelerden 1. nin kırmızı, 2. nin beyaz olma olasılığı kaçtır?
c) Bu bilyelerin aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

- a) İlk çekilen bilyenin beyaz olma olasılığı

$$\frac{8}{8+4} \rightarrow \text{Beyaz}$$

$$\frac{8}{12} \rightarrow \text{Hepsi}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ tür. İkinci bilyenin kırmızı olma olasılığı}$$

$$\frac{4}{4+7} = \frac{4}{11} \text{ dir. İstenen olayın olasılığı } \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{11} = \frac{8}{33} \text{ dir.}$$

→ beyaz 1 tane azaldı

- b) İlk çekilen bilyenin kırmızı olma olasılığı $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ tür.

ikinci çekilen bilyenin beyaz olma olasılığı

$$\frac{8}{3+8} = \frac{8}{11} \text{ dir. İstenen olayın olasılığı } \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{11} = \frac{8}{33} \text{ olur.}$$

→ Kırmızı 1 azaldı

- c) Çekilen bilyelerin aynı olması; iki çekilişte de kırmızı ya da iki çekilişte de beyaz gelmesi anlamına gelir.

$$\text{İlk çekilişte kırmızı gelme olasılığı } \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{2. çekilişte kırmızı gelme olasılığı } \frac{3}{11} \rightarrow \text{kırmızı 1 azaldı}$$

$$\text{Kırmızı, kırmızı olma olasılığı } \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{11} = \frac{3}{33} \text{ tür.}$$

$$\text{İlk çekilişte beyaz gelme olasılığı } \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ tür.}$$

$$\text{2. çekilişte de beyaz gelme olasılığı } = \frac{7}{11} \rightarrow \text{beyaz 1 azaldı}$$

$$\text{Çekilen bilyelerin beyaz beyaz olma olasılığı } \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{11} = \frac{14}{33}$$

$$\text{tür. istenen olayın olasılığı } \frac{3}{33} + \frac{14}{33} = \frac{17}{33} \text{ tür.}$$

→ ya da!

ÖĞRENCİ SORULARI

1.



Şekildeki kutuda 4 mavi, 7 sarı bilye vardır.

Çekilen bilye kutuya geri atılmamak koşuluyla art arda iki bilye çekiliyor.

- a) Birincinin sarı, ikincinin mavi gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{11}$ B) $\frac{3}{55}$ C) $\frac{14}{55}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{8}{35}$

- b) Birincinin mavi, ikincinin sarı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{14}{55}$ B) $\frac{3}{11}$ C) $\frac{14}{35}$ D) $\frac{3}{55}$ E) $\frac{2}{55}$

- c) İkisinin de aynı renk olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{55}$ B) $\frac{7}{55}$ C) $\frac{14}{55}$ D) $\frac{21}{55}$ E) $\frac{27}{55}$

- d) İkisinin de farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{14}{55}$ B) $\frac{21}{110}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{28}{55}$ E) $\frac{5}{11}$

2. Bir sınıfta 12 tane kız, 6 tane erkek öğrenci vardır.

Seçilen öğrenci geri gönderilmemek koşuluyla art arda 2 öğrenci seçiliyor.

Seçilen bu öğrencilerin aynı cinsiyette olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{22}{51}$ B) $\frac{9}{17}$ C) $\frac{5}{51}$ D) $\frac{4}{51}$ E) $\frac{5}{17}$

1-a) C

b) A

c) E

d) D

2-B



BİLGİ

40.8 - A veya B nin Olasılığı

A ile B, aynı örnek uzaya ait iki olay olsun.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ dir.}$$

Eğer $A \cap B = \emptyset$ (ayrık olaylar ise) ise yukarıdaki formül

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

olarak kullanılır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. A ile B, E örnek uzayına ait ayrık iki olaydır.

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}, \quad P(A) = \frac{2}{9}$$

olduğuna göre, $P(B)$ kaçtır?

Çözüm:

$A \cap B = \emptyset$ olduğundan $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ formülünü kullanmalısın.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\frac{5}{6} = \frac{2}{9} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{5}{6} - \frac{2}{9} = \frac{15-4}{18} = \frac{11}{18} \text{ dir.}$$

2. A ile B aynı örnek uzaya ait iki olaydır.

$$P(B) = \frac{2}{5}, \quad P(A') = \frac{8}{15}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{15}$$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

Çözüm:

$P(A) + P(A') = 1$ (olduğunu hatırlaman gerekiyor.)

$$P(B) = \frac{2}{5} = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15} \text{ tir.}$$

$$P(A \cup B) = \frac{7}{15} + \frac{2}{5} - \frac{2}{15} = \frac{7+6-2}{15} = \frac{11}{15} \text{ tir.}$$

3. Bir torbada 2 mavi, 4 beyaz bilye vardır.

Buna göre, bu torbadan çekilen bilyenin beyaz veya mavi olma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

$$A : \text{Beyaz gelme olayı} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{2+4} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$B : \text{Mavi gelme olayı} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{2+4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$A \cup B$: Beyaz veya mavi gelme olayı:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ olur.}$$

(Çekilen 1 bilye hem mavi hem beyaz olamayacağından ayrık olaydır.)

ÖĞRENCİ SORULARI

1. A ile B, E örnek uzayına ait ayrık iki olay olmak üzere,

$$P(A \cup B) = \frac{13}{15}, \quad P(B) = \frac{1}{5},$$

olduğuna göre, $P(A')$ kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

2. A ile B aynı örnek uzaya ait iki olaydır.

$$P(A) = \frac{2}{21}, \quad P(B') = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{7}$$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{8}{21}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{6}{7}$

3. Bir torbada eş büyüklükte 3 yeşil, 4 mavi, 5 siyah bilye vardır.

Bu torbadan rastgele seçilen bir bilyenin mavi veya yeşil olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{7}{12}$ E) $\frac{2}{3}$



07010652



BİLGİ

40.9 - Bileşik Olay ve Ağaç Diyagramı

Bir deneyin tüm çıktıklarına olay dendiğini daha önceki yıllarda renmiştin. Bir deneyin sadece bir çıktısından oluşan kümeye **basit olay**, birden çok çıktısından oluşan kümeye de **bileşik olay** denir. Örneğin;

Bir zar atma deneyinde üst yüze

A : 3 gelme olayı

$A = \{3\}$ → basit olay

→ tek bir çıktı

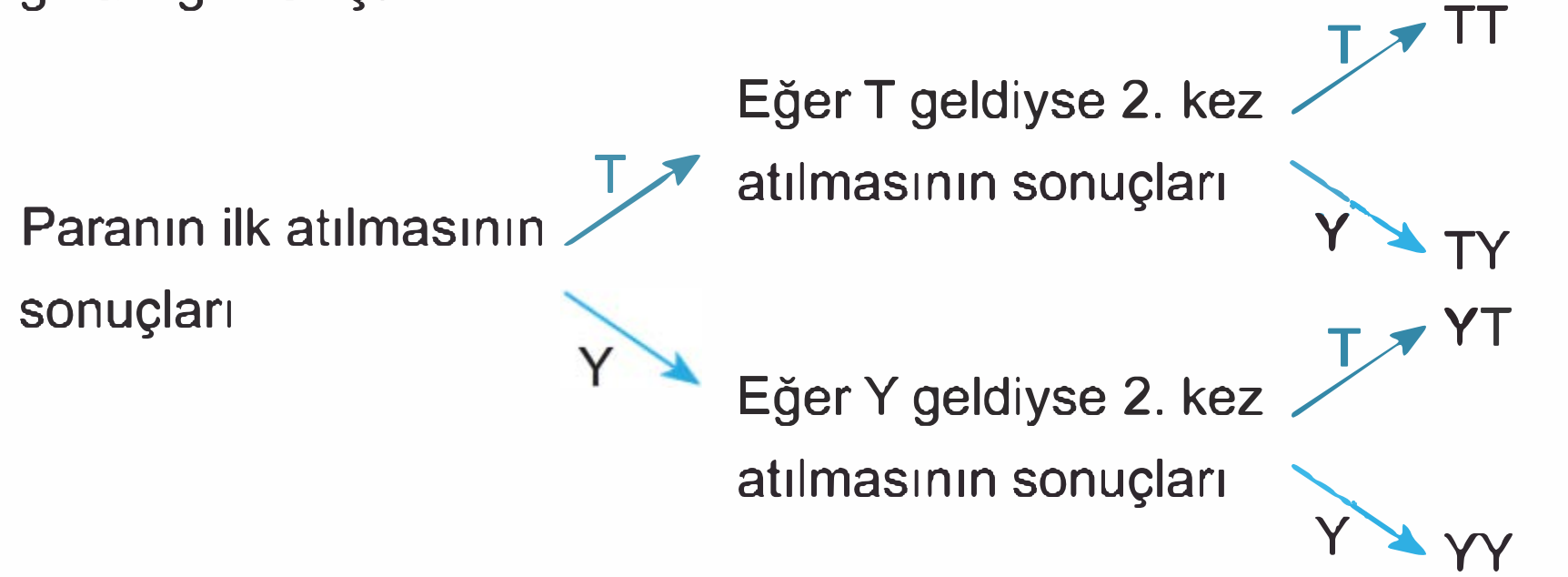
B: tek sayı gelme olayı

$B = \{1, 3, 5\}$ → bileşik olaydır.

→ 1 den fazla çıktı

Bir veya birden fazla deneyin tüm çıktıklarının şema ile gösterilmesine ağaç diyagramı denir.

Bir paranın art arda 2 kez atılması deneyine ait ağaç diyagramı aşağıdaki gibi oluşturulur.



ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. 1 den 9 a kadar olan sayıların her biri bir karta yazılarak karıştırılıp bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan aynı anda çekilen iki kartın birinde çift sayı diğerinde tek sayı yazma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Tek yazan kartlar $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ → 5 tane

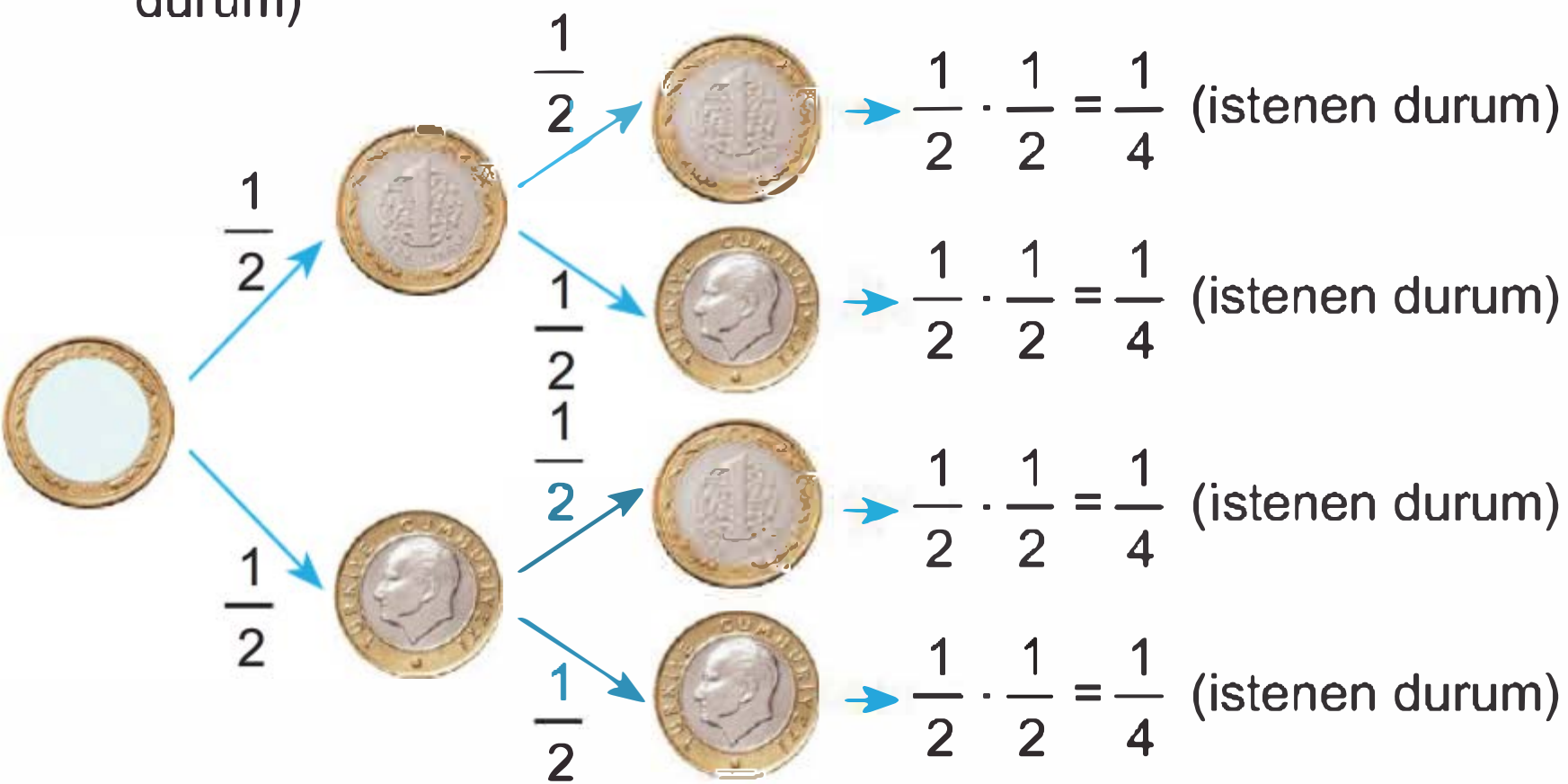
Çift yazan kartlar $\{2, 4, 6, 8\}$ → 4 tane

1. kart, 2. kart ya da 1. kart, 2. kart } olabilir.

Çift, Tek + Tek, Çift

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{20}{72} + \frac{20}{72} = \frac{40}{72} = \frac{5}{9} \text{ dur.}$$

2. Bir madeni paranın art arda 2 kez atıldığında ikinci atışta yazı gelme olasılığını ağaç diyagramı ile hesaplayalım. (İstenen durum)



TY ya da YY durumları isteniyor.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

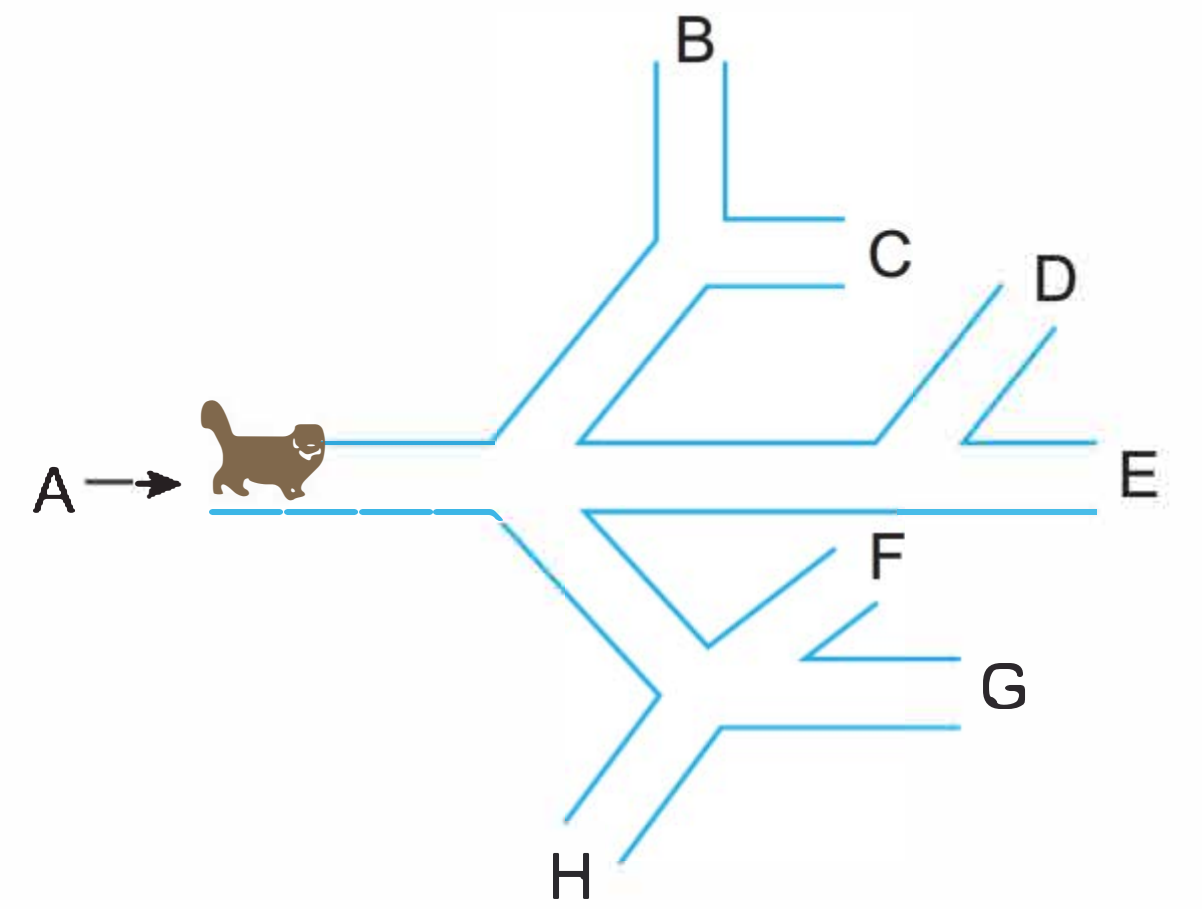
ÖĞRENCİ SORULARI

1. 15 kişilik bir sınıfın 6 sı kız öğrencidir.

Bu sınıftan rastgele iki öğrenci seçildiğinde birinin kız, diğerinin erkek öğrenci olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{18}{35}$

2.



Yukarıdaki labirentte A noktasından giren bir kedi yol ayrımlarının tümünde rastgele bir yol seçmiş ve seçtiği yoldan geriye dönmemiştir.

Buna göre, bu kedinin labirentin C veya F kapısından çıkmış olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{9}$

1-E

2-C



BİLGİ

40.10 - Deneysel Olasılık İle Teorik Olasılık Arasındaki İlişki

- ❖ Bir olayın olma olasılığını, yaptığımız denemelere göre, bulmaya **deneysel olasılık** denir. Bir olayın deneysel olasılık değerini bulabilmek için; yapılan deneyde istenen olayın gerçekleşme sayısı, toplam deneme sayısına bölünür.
- Bir hilesiz zar 8 kez atıldığında üst yüze gelen sayılar aşağıdaki tablodaki gibi olsun.

Atış sayısı	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Üste gelen sayı	2	1	1	3	3	4	6	2

Bu zar 9. kez atıldığında üst yüze 4 gelme olayının deneysel olasılık değeri

$$\frac{1}{8} \rightarrow 4, 1 \text{ kez gelmiş}$$

$$\frac{1}{8} \rightarrow \text{Deneme sayısı}$$

3 gelme olayının deneysel olasılık değeri

$$\frac{2}{8} \rightarrow 3, 2 \text{ kez gelmiş}$$

$$\frac{2}{8} \rightarrow \text{Deneme sayısı}$$

- ❖ Bir deney gerçekleştirilmeden deneyin çıkabilecek sonuçları göz önüne alınarak bir olayın olma olasılığının hesaplanmasına **teorik olasılık** denir.

- Hilesiz bir zar atıldığında üst yüzüne 4 gelme olasılığı

$$\frac{1}{6} \rightarrow \text{Zarda 1 tane 4 yazılı yüz var}$$

$$\frac{1}{6} \rightarrow \text{Toplam yüz sayısı}$$

- Hilesiz bir zar atıldığında üst yüzüne asal sayı gelme olasılığı

$$\frac{3}{6} \rightarrow (2, 3 \text{ ve } 5 \text{ gelebilir } 3 \text{ durum})$$

$$\frac{3}{6} \rightarrow \text{Tüm durumlar}$$



Eş olasılıklı bir uzaydaki bir olayın deneysel olasılık değeri; deneme sayısı arttırıldıkça teorik olasılık değerine yaklaşır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1. Bir okçu, bir hedefe 8 atış yapıyor ve bu atışların 6 tanesini hedefi vurabiliyor.

Bu okçu 9. kez ok attığında hedefi vurma olayının deneysel olasılık değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{\text{Hedefin vurulduğu atış sayısı}}{\text{Toplam atış sayısı}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

2.

Top numarası	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Çekiliş sayısı	4	6	5	4	2	3	2	1	2	5

Bir torbada 1 den 10 a kadar numaralandırılmış on tane top vardır. Çekilen top geriye bırakılmak koşuluyla 34 defa top çekiliyor. Sonuçlar yukarıdaki tabloda verilmiştir.

Bu torbadan 35. kez top çekildiğinde çekilen topun üzerinde 7 yazıyor olmasının deneysel olasılık değeri kaçtır?

Çözüm:

34 çekilişle 7 numaralı top 2 kez çekilmiştir. O halde 35. çekilişte 7 numaralı topun gelme olayının deneysel olasılık değeri

$$\frac{2}{34} = \frac{1}{17} \text{ dir.}$$

ÖĞRENCİ SORULARI

1. Bir basketbolcu maç boyunca attığı 18 serbest atışın 12 sini sayıya çevirmiştir.

Bu basketbolcunun atacağı 19. serbest atışı sayıya çevirme olayının deneysel olasılık değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

2. Bir torbada 4 mavi, 3 sarı, 2 yeşil renkte özdeş 9 top vardır. Bu torbadan, çekilen top geri bırakılmak koşuluyla 36 defa top çekiliyor. Sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Top rengi	Mavi	Sarı	Yeşil
Çekiliş sayısı	12	18	6

Buna göre, torbadan 37. kez top çekildiğinde yeşil topun gelme olayının deneysel olasılık değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$



07850565

TEST 1

1. ANAKARA kelimesindeki harfler ile anlamlı ya da anlamsız 7 harfli kaç sözcük yazılabilir?
A) 105 B) 120 C) 144 D) 180 E) 210
2. 122333 sayısının rakamları ile altı basamaklı kaç değişik sayı yazılabilir?
A) 24 B) 48 C) 60 D) 72 E) 144
3. Özdeş 4 sarı ve 5 kırmızı boncuk bir ipte yan yana dizilecektir. Kaç farklı diziliş yapılabilir?
A) 126 B) 132 C) 144 D) 156 E) 164
4. 221102 sayısının rakamları yer değiştirilerek birbirinden farklı altı basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?
A) 96 B) 60 C) 50 D) 48 E) 36
5. Zehra bir zarı art arda 12 defa attığında, zarların üstüne sırasıyla 2, 6, 4, 2, 6, 1, 3, 5, 5, 4, 3, 6 sayılarının geldiğini tespit ediyor. Buna göre, Zehra'nın 13. atışında 2 gelmesinin deneysel olasılığı kaçtır?
A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$
6. 3 ü kız, 2 si erkek olan 5 kişi, erkekler bir arada olmak koşuluyla yan yana durarak kaç farklı şekilde fotoğraf çekebilir?
A) 6 B) 12 C) 24 D) 36 E) 48
7. 3 kadın, 2 erkek ve 4 çocuktan oluşan bir grup, düz bir sıra şeklinde çocuklar yan yana olmak koşuluyla kaç farklı şekilde oturabilir?
A) $4! \cdot 3!$ B) $5! \cdot 3!$ C) $6! \cdot 4!$ D) $5! \cdot 4!$ E) $5! \cdot 5!$
8. Bir madeni para 60 kez havaya atılıyor. 36 kez yazı, 24 kez tura geliyor. Buna göre, bu para 61.kez atıldığında deneysel olarak yazı gelme olasılığı ile teorik olarak yazı gelme olasılığının toplamı kaçtır?
A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{9}{10}$ D) 1 E) $\frac{11}{10}$



1. ANAKARA
kelimesindeki harfler ile anlamlı ya da anlamsız, N ile başlayan, 7 harfli kaç sözcük yazılabilir?

- A) 12 B) 24 C) 30 D) 48 E) 60

2. 122333
sayısının rakamları ile altı basamaklı 2 ile başlayan kaç değişik sayı yazılabilir?

- A) 48 B) 36 C) 24 D) 20 E) 18

3. Özdeş 4 sarı ve 5 kırmızı boncuk bir ipte başta ve sonda kırmızı boncuk olmak koşuluyla dizilecektir.
Kaç farklı diziliş yapılabilir?

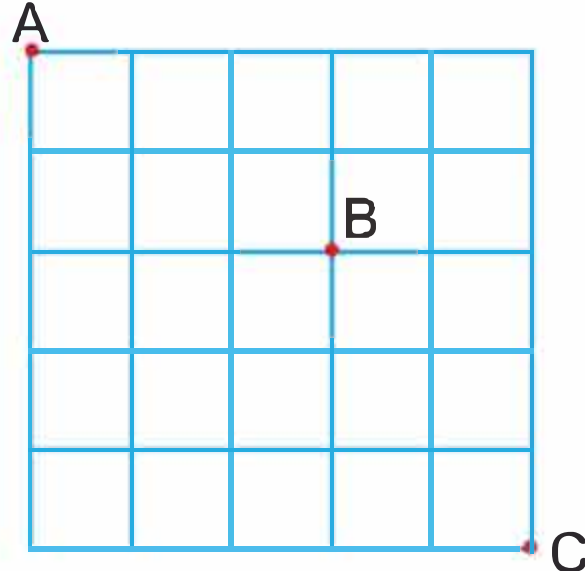
- A) 35 B) 42 C) 52 D) 60 E) 64

4. 1122003
sayısının rakamları ile 7 basamaklı ve 1 ile biten kaç doğal sayı yazılabilir?

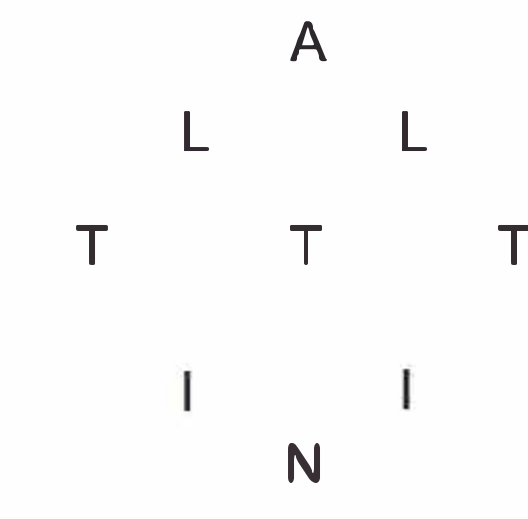
- A) 120 B) 96 C) 90 D) 84 E) 72

5. MISMIL
kelimesinin harfleri kullanılarak her I harfinden hemen sonra M harfi gelecek şekilde anlamlı ya da anlamsız 6 harfli kaç sözcük yazılabilir?

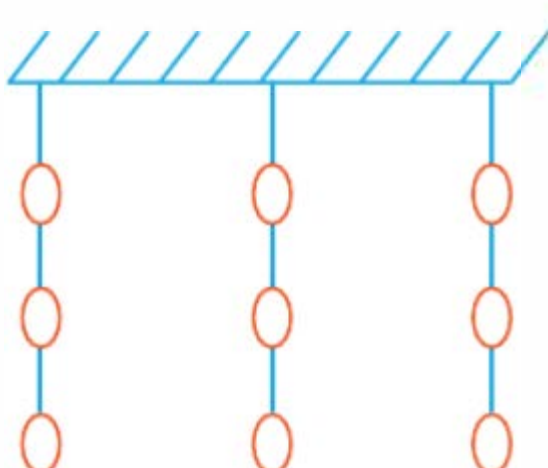
- A) 36 B) 32 C) 24 D) 20 E) 12

6.  Şekildeki çizgiler bir şehrin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir. A dan hareket edip, B ye uğrayarak C noktasına en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidilebilir?

- A) 100 B) 120 C) 150 D) 180 E) 360

7.  En üstteki A harfinden başlanarak en alttaki N harfine kadar, komşu harfler takip edilerek ALTIN kelimesi kaç farklı şekilde okunabilir?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

8.  Yandaki şekilde özdeş 9 tane balon asılıdır. Bir atıcı 9 atış yaparak bu balonları patlatacaktır. Aynı ipte asılı olan balonlardan altta olan patlatılmadan üstteki balon patlatılmayacaktır.

Bu atıcı her atışta bir balon patlatmak koşuluyla bu balonları kaç farklı şekilde patlatabilir?

- A) 160 B) 180 C) 420 D) 840 E) 1680



08120459

TEST 3

1. 903440 sayısının rakamlarının yeri değiştirilerek altı basamaklı kaç farklı tek sayı yazılabilir?

- A) 36 B) 30 C) 24 D) 18 E) 12

2. BİBERİYE sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek yazılabilen, anlamlı anlamsız 8 harfli sözcüklerin kaç tanesi R ile başlayıp Y ile biter?

- A) 90 B) 96 C) 120 D) 144 E) 150

3. Bir tane beyaz top ile 6 tane birbirinin aynısı kırmızı top bir rafa yan yana sıralanacaktır. Başa ve sona aynı renkli top gelmek koşuluyla tüm toplar kaç farklı şekilde dizilebilir?

- A) 36 B) 24 C) 12 D) 6 E) 5

4. ZELZELE kelimesinin harfleri yer değiştirilerek yazılan 7 harfli anlamlı ya da anlamsız sözcüklerin kaç tanesinde E harfi, Z harfinden hemen sonra gelir?

- A) 15 B) 18 C) 30 D) 45 E) 90

5.

Gelen Sayı	1	2	3	4	5	6
Deneme Sayısı	25	15	8	15	27	10

Yukarıdaki tabloda art arda atılan bir zarın üstüne gelen sayıların deneme sayıları verilmiştir.

Bundan sonra atılan zarın üst yüzüne gelen sayının 2 veya 5 olmasının deneysel olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{21}{50}$ C) $\frac{12}{25}$ D) $\frac{18}{25}$ E) $\frac{23}{25}$

6. MELEK kelimesinin harfleriyle yazılabilecek beş harfli, anlamlı ya da anlamsız tüm sözcükler alfabetik sıralandığında baştan 25.sıradaki sözcük aşağıdakilerden hangisidir?

- A) KELEM B) KEELM C) KLMEE
D) KEEML E) KEMLE

7.

Günler	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Sıcaklık (°C)	12	13	10	10	11	12	12	13	14

Yukarıdaki tabloda Nisan ayına ait ilk 9 günün hava sıcaklıkları verilmiştir.

Bu tablodaki verilere göre, Nisan ayının 10. günü hava sıcaklığının 12°C olma olayının deneysel olasılık değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{8}{9}$



09730146

TEST 4

1. Bir zar düz bir zemine atıldığında üste gelen sayının te sayı olduğu bilindiğine göre, asal sayı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

2. İki zar aynı anda düz bir zemine atılıyor. Zarlardan birinin 5 geldiği bilindiğine göre, üste gelen sayıların toplamının 9 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{4}{11}$ E) $\frac{7}{11}$

3. 12 kişilik bir sınıfta öğrenciler matematik veya fizik derslerinin en az birinden geçmiştir.

- Yalnız matematik dersinden geçen öğrenci sayısı 4 tür.
- Matematik ve fizik derslerinden geçen öğrenci sayısı 6 dir.

Bu gruptan rastgele seçilen bir öğrencinin fizik dersinden geçtiği bilindiğine göre, yalnız fizik dersinden geçmiş olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

4. Bir zarın 2 yüzü beyaz, 2 yüzü kırmızı, 2 yüzü siyah boyalıdır. Bu zar bir kez atıldığında görünen yüzlerinde iki beyaz veya iki siyah olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

5. Bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının, I. 6 veya 2 olma olasılığı $\frac{1}{3}$ tür.

II. 6 veya asal sayı olma olasılığı $\frac{1}{2}$ dir.

III. 3 veya çift sayı olma olasılığı $\frac{2}{3}$ tür.

İfadelerinden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

6. 44552 sayısının rakamları yer değiştirilerek yazılabilecek 5 basamaklı tüm sayıların içinden rastgele bir sayı seçiliyor.

Seçilen bu sayının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{10}$

7. Bir torbada eşit sayıda kırmızı ve beyaz renklere bilyeler vardır. Bu torbadan geri bırakılmamak koşulu ile çekilen iki bilyenin ikisinin de kırmızı olma olasılığı $\frac{5}{22}$ dir.

Buna göre, torbada ilk durumda toplam kaç tane bilye vardır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

8. 5 anahtardan sadece bir tanesi kasayı açmaktadır. Kasayı açmayan anahtar tekrar denenmemektedir. Buna göre, kasanın 3. denemede açılma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$



	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

İfadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

- 7.** – I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
 – II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
 – I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$

	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

İfadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

7.

- I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
- II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
- I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$

	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

ifadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

7.

- I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
- II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
- I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$

	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

ifadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

7.

- I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
- II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
- I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$

	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

İfadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

- 7.** – I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
 – II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
 – I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$



09770774

TEST 5

	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

İfadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

- 7.** – I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
 – II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
 – I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$

	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

ifadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

7.

- I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
- II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
- I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$

	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

ifadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

- 7.** – I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
 – II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
 – I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$

	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

ifadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

- 7.** – I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
 – II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
 – I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$



09770774

TEST 5

	Yeşil Gözlü	Kahverengi Gözlü
Kız	4	6
Erkek	2	4

Yukarıdaki tabloda, bir sınıfta bulunan öğrencilerin göz renklerine göre sayılar verilmiştir.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya yeşil gözlü bir öğrenci olduğu bilindiğine göre, kahve rengi gözlü olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2. Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların farklı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 24, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin elemanlarından biri rastgele seçiliyor.

Bu sayının çift sayı olduğu bilindiğine göre, 3 ile tam bölünme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

4. Bir zarın her bir yüzüne 2, 2, 2, 3, 3, 5 sayıları yazılmıştır. Bu zar art arda 3 kez atılıyor.

- I. 232 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 II. 322 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.
 III. 223 sırasında gelme olasılığı $\frac{1}{12}$ dir.

ifadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

5. İki zar art arda atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayılar toplamının en az 10 olduğu bilindiğine göre, sayılar toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

6.



Yukarıda verilen torbalardan rastgele çekilen bir bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, bu bilyenin 1. torbadan gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

- 7.** – I. torbada 4 kırmızı, 2 beyaz bilye vardır.
 – II. torbada 3 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır.
 – I. torbadan rastgele bir bilye alınıp rengine bakılmadan II. torbaya atılıyor.

Daha sonra II. torbadan bir bilye çekildiğinde bu bilyenin beyaz gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

8.

MERVE

kelimesindeki harflerin her biri ayrı ayrı kartlara yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele seçilen 3 kart ile EVE kelimesinin oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{30}$ E) $\frac{1}{45}$