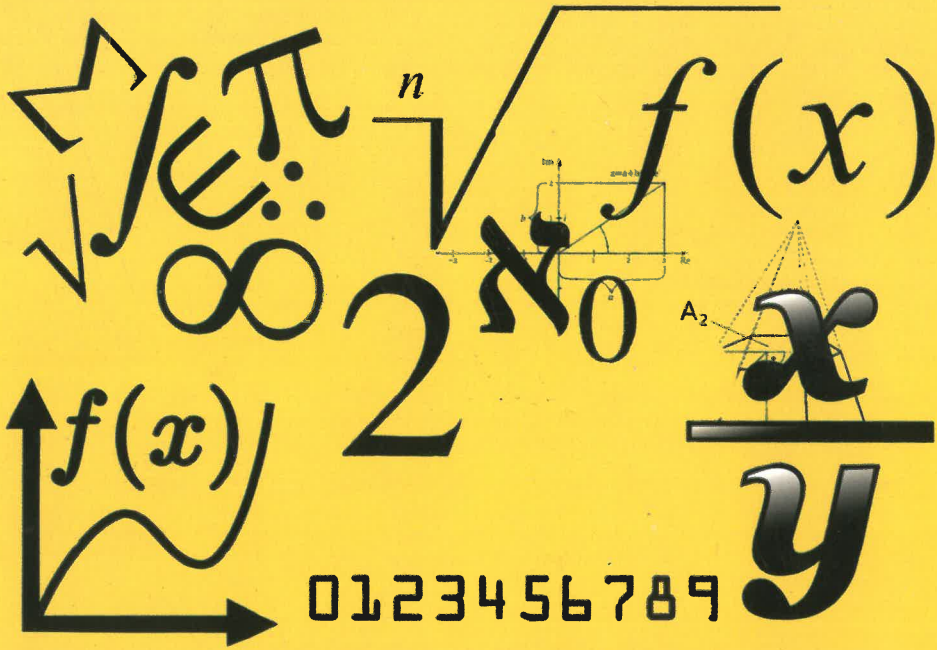


# YÖS

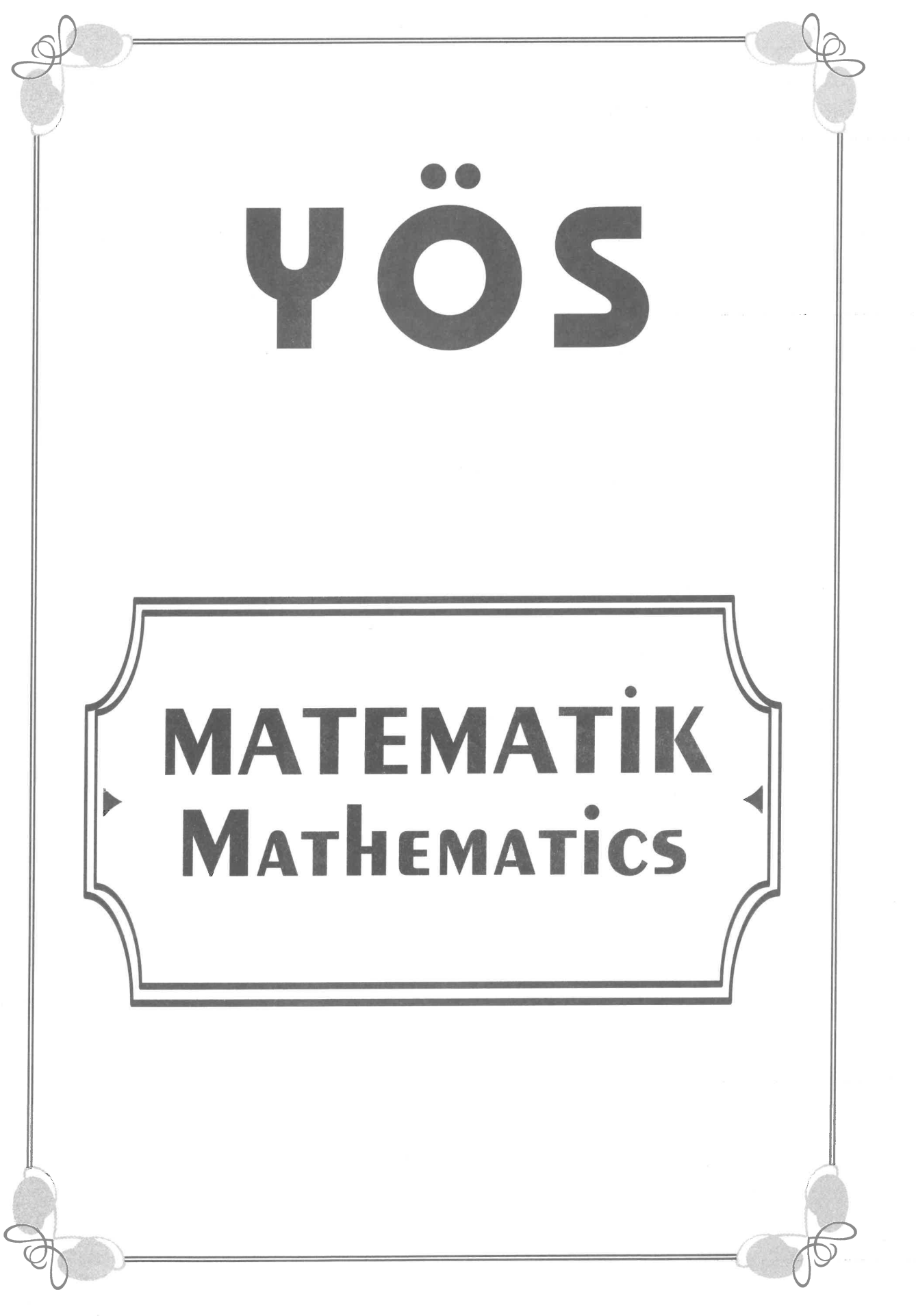
(Yabancı Öğrenci Sınavı)

## MATEMATİK MATHEMATICS



### KONU ANLATIMI Description of Subject





**YÖS**

**MATEMATİK**  
**MATHEMATICS**

**EDITÖR**  
Özgen BULUT

**GRAFİK - DİZGİ**  
Tasarı Akademi Yayınları

**YAZISMA ADRESİ**  
Hatboyu Cad. Meydan İşhanı  
No: 4 Kat. 1  
Bakırköy / İSTANBUL  
Tel & Fax  
0212 570 16 32 (pbx)

**YAYIM HAKKI**  
Copyright  
Tasarı Akademi Yayıncılık San. ve Tic. Ltd.Şti.  
Hatboyu Cad. Meydan İşhanı  
No: 4 Kat. 1  
Bakırköy / İSTANBUL  
Tel & Fax: 0212 570 16 32 (pbx)

**İMTİYAZ SAHİBİ**  
Tasarı Akademi Yayıncılık San. ve Tic. Ltd. Şti.

**BASIM BİLGİLERİ**  
ISBN: 978-605-9697-69-9

I.BASIM

Bu kitap T.C. Kültür Bakanlığı  
bandrolü ile satılmaktadır.

**BASKI**  
Kayhan Matbaa  
Bakır ve Pirinççiler San. Sit  
Orkide Cad. No: 9 Haramidere  
Beylikdüzü / İSTANBUL  
Tel: 0212 875 48 86

# İçindekiler

<b>SAYILAR (NUMBERS)</b> .....	<b>1</b>
Çözümlü Örnekler.....	8
Test - 1 .....	14
Test - 2 .....	16
<b>RASYONEL SAYILAR (RATIONAL NUMBERS)</b> .....	<b>18</b>
Çözümlü Örnekler.....	21
Test - 1 .....	29
Test - 2 .....	31
Test - 3 .....	33
<b>ÜSLÜ SAYILAR (EXPONENTIALS)</b> .....	<b>35</b>
Çözümlü Örnekler.....	39
Test - 1 .....	45
Test - 2 .....	47
Test - 3 .....	49
<b>KÖKLÜ SAYILAR (RADICALS)</b> .....	<b>51</b>
Çözümlü Örnekler.....	55
Test - 1 .....	61
Test - 2 .....	63
Test - 3 .....	65
<b>ÖZDEŞLİKLER VE ÇARPANLARA AYIRMA (FACTORIZATION)</b> .....	<b>67</b>
Çözümlü Örnekler.....	75
Test - 1 .....	78
Test - 2 .....	80
Test - 3 .....	82
<b>ORAN ORANTI (RATIOS AND PROPORTIONS)</b> .....	<b>84</b>
Çözümlü Örnekler.....	86
Test - 1 .....	91
Test - 2 .....	93
Test - 3 .....	95
<b>MUTLAK DEĞER (ABSOLUTE VALUE)</b> .....	<b>97</b>
Çözümlü Örnekler.....	100
Test - 1 .....	105
Test - 2 .....	107
Test - 3 .....	109
<b>DENKLEM ÇÖZME (SOLVING EQUATIONS)</b> .....	<b>111</b>
Çözümlü Örnekler.....	114
Test - 1 .....	120
Test - 2 .....	122
Test - 3 .....	124

<b>I. DERECEDEDEN EŞİTSİZLİKLER (FIRST GRADE INEQUALITIES)</b> .....	<b>126</b>
Çözümlü Örnekler.....	129
Test - 1 .....	132
Test - 2 .....	134
<b>KÜMELER (SETS)</b> .....	<b>136</b>
Çözümlü Örnekler.....	141
Test - 1 .....	147
Test - 2 .....	149
Test - 3 .....	151
<b>FONKSİYONLAR (FUNCTIONS)</b> .....	<b>153</b>
Çözümlü Örnekler.....	162
Test - 1 .....	167
Test - 2 .....	169
<b>ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR (SPECIALLY DEFINED FUNCTIONS)</b> .....	<b>171</b>
Çözümlü Örnekler.....	175
Test - 1 .....	179
<b>POLİNOMLAR (POLYNOMIALS)</b> .....	<b>181</b>
Çözümlü Test.....	186
Test - 1 .....	192
Test - 2 .....	194
Test - 3 .....	196
Extra Sorular.....	199
<b>İKİNCİ DERECEDEDEN DENKLEMLER (QUADRATIC EQUATIONS)</b> .....	<b>201</b>
Çözümlü Test.....	206
Test - 1 .....	212
Test - 2 .....	214
Test - 3 .....	216
Extra Sorular.....	218
<b>İKİNCİ DERECEDEDEN EŞİTSİZLİKLER (INEQUALITIES)</b> .....	<b>220</b>
Çözümlü Test.....	224
Test - 1 .....	228
Test - 2 .....	230
Test - 3 .....	232
<b>PARABOL (PARABOLA)</b> .....	<b>234</b>
Çözümlü Test.....	242
Test - 1 .....	251
Test - 2 .....	253
Test - 3 .....	255
Extra Sorular.....	257

# İçindekiler

<b>TRİGONOMETRİ (TRIGONOMETRY)</b> .....	<b>258</b>
<b>Trigonometri - 1</b> .....	<b>258</b>
Çözümlü Test - 1.....	270
Test - 1 .....	279
Test - 2 .....	282
Test - 3 .....	283
<b>Trigonometri - 2</b> .....	<b>285</b>
Çözümlü Test - 2.....	287
<b>Trigonometri - 3</b> .....	<b>291</b>
Çözümlü Test - 3.....	296
Test - 1 .....	306
Test - 2 .....	308
Test - 3 .....	310
Test - 4 .....	312
Test - 5 .....	314
Extra Sorular.....	316
<b>KARMAŞIK SAYILAR (COMPLEX NUMBERS)</b> .....	<b>319</b>
Çözümlü Test.....	327
Test - 1 .....	335
Test - 2 .....	337
Test - 3 .....	339
Extra Sorular.....	341
<b>LOGARİTMA (LOGARITHM)</b> .....	<b>343</b>
Çözümlü Test.....	350
Test - 1 .....	359
Test - 2 .....	361
Test - 3 .....	363
Test - 4 .....	365
Extra Sorular.....	367
<b>TOPLAM ÇARPIM SEMBOLLERİ (TOTAL PRODUCT SYMBOLS)</b> .....	<b>369</b>
Çözümlü Test.....	373
Test - 1 .....	378
Test - 2 .....	380
Test - 3 .....	382
Extra Sorular.....	384
<b>DİZİLER-SERİLER (SEQUENCES-SERIES)</b> .....	<b>385</b>
Çözümlü Test - 1.....	387
Çözümlü Test - 2.....	392
Test - 1 .....	396

<b>LİNEER CEBİR (LINEAR ALGEBRA).....</b>	<b>398</b>
Çözümlü Örnekler.....	410
Test - 1 .....	415
Test - 2 .....	417
Test - 3 .....	419
Extra Sorular.....	421
<b>LİMİT VE SÜREKLİLİK (LIMIT AND CONTINUITY) .....</b>	<b>422</b>
Çözümlü Test.....	440
Test - 1 .....	450
Test - 2 .....	452
Test - 3 .....	454
Extra Sorular.....	456
<b>TÜREV (DERIVATIVE).....</b>	<b>458</b>
Çözümlü Test - 1.....	472
Çözümlü Test - 2.....	483
Çözümlü Test - 3.....	487
Test - 1 .....	491
Test - 2 .....	493
Test - 3 .....	495
Test - 4 .....	497
Test - 5 .....	499
Extra Sorular.....	504
<b>İNTEGRAL (INTEGRAL) .....</b>	<b>508</b>
Çözümlü Örnekler - 1 .....	521
Çözümlü Örnekler - 2 .....	533
Çözümlü Örnekler - 3 .....	541
Test - 1 .....	544
Test - 2 .....	546
Test - 3 .....	548
Test - 4 .....	550
Test - 5 .....	552
Çözümlü Örnekler - 4 .....	557
Test .....	561
Extra Sorular.....	563
<b>İŞLEM (OPERATION).....</b>	<b>567</b>
Çözümlü Test - 1.....	572
Çözümlü Test - 2.....	577
Test - 1 .....	583
Çözümlü Test.....	589
<b>PERMÜTASYON - KOMBİNASYON - OLASILIK .....</b>	<b>595</b>
Test - 1 .....	609

**Rakam:** Sayılar yazmak için kullanılan sembollerden her birine rakam denir.

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

**Sayı:** Rakamların tek başına ya da birlikte belirttiği çokluğa sayı denir.

$$3, 10, 17, 105, \frac{2}{3}, \sqrt{5}, \pi \dots$$

### Sayı Kümeleri

#### 1. Doğal Sayılar

$$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

#### 2. Sayma Sayıları

$$N^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

#### 3. Tam Sayılar

$$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$$

##### i. Pozitif Tam Sayılar

$$Z^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

##### ii. Negatif Tam Sayılar

$$Z^- = \{\dots -3, -2, -1\}$$

$$\text{iii. } Z = Z^+ \cup \{0\} \cup Z^-$$

#### 4. Rasyonel Sayılar

$$Q = \left\{ \frac{a}{b}; a, b \in Z \vee b \neq 0 \right\}$$

$$-\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{2}, -\frac{4}{5}, \sqrt{25} = 5$$

$$0,666\dots = 0,\bar{6}$$

#### 5. İrrasyonel Sayılar

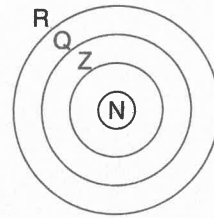
Rasyonel olmayan sayılardır.  $Q^c$  ile gösterilir.

$$\sqrt{2}, \sqrt{24}, \sqrt[3]{5}, \pi, e$$

#### 6. Reel Sayılar

$$R = Q \cup Q^c$$

$$\text{Sonuç: } N \subset Z \subset Q \subset R$$



#### 7. Karmaşık Sayılar

Sanal sayı birimi  $i = \sqrt{-1}$  ile tanımlanır.  $C$  ile gösterilir.

$a, b \in R$  olmak üzere,  $z = a + bi$

$a$  sayısı karmaşık sayının reel kısmı denir.

$R \in (z) = a$  ile gösterilir.

$b$  sayısı sanal kısımdır.  $Im(z) = b$  ile gösterilir.

$$\sqrt{-4} = 2\sqrt{-1} = 2i$$

$$\sqrt{-9} = 3\sqrt{-1} = 3i$$



### Sayı Çeşitleri

#### 1. Çift Sayılar

$n \in \mathbb{Z}$ ,  $2n$  ifadesiyle gösterilir.

$$\{...(-2n)...-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6...(2n)...\}$$

#### 2. Tek Sayılar

$n \in \mathbb{Z}$ ,  $(2n+1)$  veya  $(2n-1)$  ifadesiyle gösterilir.

$$\{...(-2n+1)...-3, -1, 1, 3...(2n+1)...\}$$

$\mathbb{C}$ =Çift Sayı

$\mathbb{T}$ =Tek Sayı

#### i) Toplama – Çıkarma İşlemi

$$\mathbb{T} \mp \mathbb{T} = \mathbb{C}$$

$$\mathbb{T} \mp \mathbb{C} = \mathbb{T}$$

$$\mathbb{C} \mp \mathbb{C} = \mathbb{C}$$

$$\mathbb{C} \mp \mathbb{T} = \mathbb{T}$$

#### ii) Çarpma İşlemi

$$\mathbb{T} \cdot \mathbb{T} = \mathbb{T}$$

$$\mathbb{T} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C}$$

$$\mathbb{C} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C}$$

$$\mathbb{C} \cdot \mathbb{T} = \mathbb{C}$$

iii)  $n \in \mathbb{Z}^+$

$$\mathbb{T}^n = \mathbb{T}$$

$$\mathbb{C}^n = \mathbb{C}$$

$$n=0 \Rightarrow \mathbb{T}^0 = 1$$

$$\mathbb{C}^0 = 1$$

### İşaretili Sayılarla Yapılan İşlemler

#### i) Toplama

$$(+)+(+)=+$$

$$(-)+(-)=-$$

#### ÖRNEK

$$(2)+(5)=7$$

$$(-2)+(-5)=-7$$

•  $(+)-(-)=\text{çıkarma}$

işlemi yapılır büyük olanın işareti alınır.

#### ÖRNEK

$$(2)+(-5)=-3$$

$$(-6)+(+8)=+2$$

## Çarpma – Bölme

$(+).(+) = +$

$(+).(-) = -$

$(-).(+) = -$

$(-).(-) = +$

$(+):(+) = +$

$(+):(-) = -$

$(-):(+) = -$

$(-):(-) = +$

## ÖRNEK

$(5).(3) = 15$

$(-5).(2) = -10$

$(6).(-3) = -18$

$(-4).(-5) = +20$

$(10):(2) = 5$

$(-10):(5) = -2$

$(16):(-2) = -8$

$(-12):(-6) = 2$

$$\begin{aligned} \bullet 4.12 : 3.2 &= 48 : 3.2 \\ &= 16.2 \\ &= 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (-3).(-8) : 4 &= 24 : 4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

## İşlem Önceliği



## NOT

## 1. Parantez İçi

$( ), [ ], \{ }, \dots$

## 2. Üslü İfadeler

## 3. Çarpma ve Bölme (Soldan Sağa Doğru)

## 4. Toplama ve Çıkarma

## ÖRNEK-1

$5 - (-3 + 4) = ?$

## Çözüm

$$\begin{aligned} 5 - (-3 + 4) &= 5 - (1) \\ &= 4 \end{aligned}$$

## ÖRNEK-2

$3[2 - 2.(5 + 3)] = ?$

## Çözüm

$$\begin{aligned} 3[2 - 2.8] \\ &= 3.[2 - 16] \\ &= 3.(-14) \\ &= -42 \end{aligned}$$

### Ardışık Sayılar

$$n \in \mathbb{Z}$$

#### 1. Ardışık Doğal Sayılar

$$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

#### 2. Ardışık Tam Sayılar

$$n, n+1, n+2, \dots$$

$$\{\dots -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots n, \dots\}$$

#### 3. Ardışık Tek Tam Sayılar

$$2n-1, 2n+1, 2n+3, \dots$$

$$\{\dots -3, -1, 1, 3, \dots\}$$

#### 4. Ardışık Çift Tam Sayılar

$$2n, 2n+2, 2n+4, \dots$$

$$\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$

### Ardışık Sayıların Toplamları

$$1. \quad 1+2+3+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$2. \quad 1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$$

$$3. \quad 2+4+6+\dots+2n = n \cdot (n+1)$$

r=ilk terim

n=son terim

x=artış miktarı

$$\text{Terim sayısı} = \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Artış miktarı}} + 1$$

$$\text{Terim sayısı} = \frac{n-r}{x} + 1$$

#### ÖRNEK-3

$$1+2+3+\dots+49=?$$

#### Çözüm

$$n=49$$

$$\frac{n \cdot (n+1)}{2} = \frac{49 \cdot 50}{2} = 1225$$

#### ÖRNEK-4

$$1+3+5+\dots+63=?$$

#### Çözüm

$$2n-1=63$$

$$2n=64$$

$$n=32 \Rightarrow n^2=32^2$$

$$=1024$$

#### ÖRNEK-5

$$2+4+6+\dots+88=?$$

#### Çözüm

$$2n=88$$

$$n=44$$

$$\Rightarrow n \cdot (n+1) = 44 \cdot 45$$

$$=1980$$

$$\text{Ortanca terim} = \frac{\text{Son terim} + \text{İlk terim}}{2}$$

$$\text{Ortanca terim} = \frac{n+r}{2}$$

### Terimlerin Toplamının Bulunması

$$\text{Toplam} = (\text{Terim sayısı}) \cdot (\text{Ortadaki terim})$$

$$= \left( \frac{n-r}{x} + 1 \right) \cdot \left( \frac{n+r}{2} \right)$$

### Asal Sayılar

1 ve kendisinden başka herhangi bir pozitif tam sayıya bölünemeyen 1 den büyük doğal sayılardır.

{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19...}

### OBEB - OKEK

$$\text{OBEB}(48,60)=?$$

$$\text{OKEK}(48,60)=?$$

48	60	2	✓
24	30	2	✓
12	15	2	
6	15	2	
3	15	3	✓
1	5	5	
1	1		

$$\text{OBEB}(48,60)=2^2 \cdot 3=12$$

$$\text{OKEK}(48,60)=2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$=240$$

### ÖRNEK-6

$$4+8+12+\dots+48=?$$

### Çözüm

$$r=4, n=48, x=8-4=4$$

$$\text{Terim sayısı} = \frac{48-4}{4} + 1$$

$$=11+1=12$$

$$\text{Ortadaki terim} = \frac{48+4}{2} = 26$$

$$\text{Toplam} = 12 \cdot 26 = 312$$

### ÖRNEK-7

$$5+6+7+\dots+n=290$$

$$\Rightarrow n=?$$

### Çözüm

$$n, r=5, x=1$$

$$\text{Toplam} = (\text{Terim sayısı}) \cdot (\text{Ortadaki terim})$$

$$= \left( \frac{n-r}{x} + 1 \right) \cdot \left( \frac{n+r}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{n-5}{1} + 1 \right) \cdot \left( \frac{n+5}{2} \right) = 290$$

$$(n-4)(n+5)=580$$

$$n=24 \text{ için}$$

$$(24-4) \cdot (24+5) = 20 \cdot 29 = 580$$

$$n=24$$

### Faktöriyel Kavramı

1 den n ye kadar olan doğal sayıların çarpımına n sayısının faktöriyeli (n!) denir.

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1.2 = 2$$

$$3! = 1.2.3 = 6$$

$$4! = 1.2.3.4 = 24$$

$$5! = 1.2.3.4.5 = 120$$

$$n! = n.(n-1)!$$

$$(n+1)! = n!.(n+1)$$

$$(n-1)! = (n-2)!.(n-1)$$

$$(n+2)! = n!.(n+1).(n+2)$$

$$n! = n.(n-1).(n-2)!$$

$$8! = 8.7!$$

$$10! = 10.9.8!$$

### ÖRNEK-8

$$\frac{6! - 2.4!}{7!} = ?$$

### Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{6! - 2.4!}{7!} &= \frac{6.5.4! - 2.4!}{7.6.5.4!} \\ &= \frac{4!(6.5 - 2)}{4!(7.6.5)} = \frac{30 - 2}{210} \\ &= \frac{28}{210} = \frac{2}{15} \end{aligned}$$

### ÖRNEK-9

$$\frac{(n+2)! + (n+1)!}{n!} = ?$$

### Çözüm

$$\begin{aligned} &\frac{n!(n+1)(n+2) + n!(n+1)}{n!} \\ &= \frac{n!((n+1)(n+2) + (n+1))}{n!} \\ &= (n+1)(n+2+1) \\ &= (n+1)(n+3) \end{aligned}$$

### Sayı Basamakları ve Doğal Sayıların Çözülmesi

abcd sayısında

a=Binler basamağı

b=Yüzler basamağı

c=Onlar basamağı

d=Birler basamağı

Buna göre;

$$ab=10a+b$$

$$abc=100a+10b+c$$

$$abcd=1000a+100b+10c+d$$

$$ab+ba=11(a+b)$$

$$ab-ba=9(a-b)$$

### Taban Aritmetiği

$n > 1$

$(abcde)_n$  sayısına n tabanında bir sayı denir.

$$\begin{pmatrix} 43210 \\ abcde \end{pmatrix}_n = a.n^4 + b.n^3 + c.n^2 + d.n^1 + e.n^0$$

$$* (234)_{10} = 234$$

$$\begin{aligned} * (234)_5 &= 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 \\ &= 2 \cdot 25 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 1 \\ &= 50 + 15 + 4 \\ &= 69 \end{aligned}$$

$$* (xyz)_{10} = (?)_m$$

$$\begin{array}{r} xyz \\ \hline \begin{array}{r} \leftarrow m \\ A \\ \leftarrow m \\ B \\ \leftarrow m \\ c \\ \leftarrow d \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} a \\ \leftarrow b \\ \leftarrow c \\ \leftarrow d \end{array} \end{array}$$

$$(xyz)_{10} = (dcba)_m$$

#### ÖRNEK-10

$$ab+bc+ca=187;$$

$$a+b+c=?$$

#### Çözüm

$$10a+b+10b+c+10c+a=187$$

$$11(a+b+c)=187$$

$$a+b+c=17$$

#### ÖRNEK-11

$$(43)_x = 31 \Rightarrow x = ?$$

#### Çözüm

$$\begin{pmatrix} 43 \\ abc \end{pmatrix}_x = 4 \cdot x^1 + 3 \cdot x^0 = 31$$

$$4x+3=31$$

$$4x=28$$

$$x=7$$

#### ÖRNEK-12

$$(121)_a = 25 \Rightarrow a = ?$$

#### Çözüm

$$\begin{pmatrix} 121 \\ abc \end{pmatrix}_a = 1 \cdot a^2 + 2 \cdot a^1 + 1 \cdot a^0 = 25$$

$$a^2+2a+1=25$$

$$(a+1)^2=5^2$$

$$a+1=5 \Rightarrow a=4$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.  $4+(16:8)^2 \cdot 5:10-1=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

Çözüm

$$\begin{aligned} &=4+(2)^2 \cdot 5:10-1 \\ &=4+4 \cdot 5:10-1 \\ &=4+20:10-1 \\ &=4+2-1 \\ &=5 \end{aligned}$$

Cevap E

2.  $a, b \in \mathbb{Z}^+$

$$2a+3b=22$$

$$\Rightarrow \max(a \cdot b)=?$$

- A) 4      B) 8      C) 12      D) 20      E) 28

Çözüm

$$2a + 3b = 22$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$11 \quad 0$$

$$8 \quad 2$$

$$\boxed{5 \quad 4}$$

$$2 \quad 6$$

$$a=5, b=4$$

$$\max(a \cdot b)=5 \cdot 4=20$$

Cevap D

3.  $x, y \in \mathbb{N}$

$$3x+4y=21$$

$$\Rightarrow \Sigma x=?$$

- A) 7      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

Çözüm

$$3x + 4y = 21$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$7 \quad 0$$

$$3 \quad 3$$

$$\Sigma x=7+3=10$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

4.  $m, n, p \in \mathbb{Z}^+$ 

$$A=3m+2=9n+14=5p+11$$

 $\min(A)=?$ 

- A) 37    B) 39    C) 41    D) 45    E) 49

Çözüm

$$A+4=3m+6=9n+18=5p+15$$

$$A+4=3(m+2)=9(n+2)=5(p+3)$$

$$\text{Okok}(3, 9, 5)=45$$

$$A+4=45$$

$$A=41$$

Cevap C

5.  $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ 

$$7a+2b=69$$

$$\frac{b}{2} = 3c$$

 $\min(a+c)=?$ 

- A) 5    B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

Çözüm

$$7a+2b=69$$

$$\frac{b}{2} = 3c \Rightarrow b=6c$$

$$7a+2 \cdot (6c)=69$$

$$7a+12c=69$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\min(a+c)=3+4=7$$

Cevap C

6.  $x \in \mathbb{R}^+$ 

$$\frac{12! \cdot x^3}{4! \cdot 9!} = \frac{1}{24} \cdot \frac{6! x^8}{3!}$$

 $x=?$ 

- A)  $\sqrt[5]{11}$     B)  $\sqrt[10]{2}$     C)  $\sqrt[3]{5}$     D)  $\sqrt[12]{7}$     E)  $\sqrt[7]{7}$

Çözüm

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \cancel{9!} \cdot x^3}{\underbrace{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cancel{9!}}_{24}} = \frac{1}{24} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!} \cdot x^8}{\cancel{3!}}$$

$$11=x^5 \Rightarrow x=\sqrt[5]{11}$$

Cevap A



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

7.  $n! = 1.2.3... (n-1).n$   
 $\frac{(n+1)! - n(n-1)!}{n! - (n-1)!} = ?$

A)  $\frac{n}{n-1}$

B)  $\frac{n^2}{n-1}$

C)  $\frac{1}{n-1}$

D)  $\frac{n^2}{n+1}$

E)  $\frac{n-1}{n}$

Çözüm

$$\frac{(n+1).n.(n-1)! - n(n-1)!}{n.(n-1)! - (n-1)!}$$

$$= \frac{n.(n-1)!(n+1-1)}{(n-1)!(n-1)}$$

$$= \frac{n.n}{n-1} = \frac{n^2}{n-1}$$

Cevap B

8.  $\frac{1.2.3...11.12}{2^n}$   
 $\Rightarrow \max(n) = ?$

A) 3

B) 4

C) 6

D) 10

E) 12

Çözüm

$$\frac{1.2.3...11.12}{2^n} = \frac{12!}{2^n}$$

$$12 \begin{array}{l} | 2 \\ | 6 \quad 2 \\ | \quad 3 \quad 2 \\ | \quad \quad 1 \end{array}$$

$$n = 6 + 3 + 1 = 10 \text{ tane}$$

2 çarpanı var

$$n = 10$$

Cevap D

9.  $5+10+15+...+40-4-8-12...-32=?$

A) 5

B) 18

C) 36

D) 45

E) 60

Çözüm

$$\underline{5+10+15+...+40} - \underline{4-8-12...-32}$$

$$5 \frac{(1+2+...+8)}{2} - 4 \frac{(1+2+...+8)}{2}$$

$$= 5.36 - 4.36$$

$$= 36$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

10.  $25+27+29+\dots+(2a-1)=1404$

$\Rightarrow a=?$

- A) 34 B) 36 C) 38 D) 40 E) 42

Çözüm

$r=25, n=2a-1, x=2$

Terim sayısı =  $\frac{2a-1-25}{2} + 1$

$= \frac{2a-26}{2} = (a-13)$

Ortadaki terim =  $\frac{2a-1+25}{2} = (a+12)$

Toplam =  $(a-13)(a+12)=1404$

$(a-13) \cdot (a+12)=1404$

$a^2+12a-13a-156=1404$

$a^2-a=1560$

$a \cdot (a-1)=1560$

$\Rightarrow a=40$

Cevap D

11.  $A=28+35+42+\dots+112$

$B=7+14+21+\dots+105$

$A-B=?$

- A) 7 B) 35 C) 70 D) 77 E) 100

Çözüm

$A=28+35+\dots+112$

$r=28, n=112, x=7$

Terim sayısı =  $\frac{n-r}{x} + 1$

$= \frac{112-28}{7} + 1$

$=13$

Ortadaki sayısı =  $\frac{n+r}{2} + 1$

$= \frac{112+28}{2} = 70$

Toplam =  $70 \cdot 13 = 910$

$B=7+14+\dots+105$

$r=7, n=105, x=7$

Terim sayısı =  $\frac{105-7}{7} + 1$

$=15$

Ortadaki terim =  $\frac{105+7}{2} = 56$

Toplam =  $56 \cdot 15 = 840$

$A-B=910-840=70$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$12. \frac{3!(x-4)!}{4!(x-5)!} = 4!$$

$$\Rightarrow x=?$$

- A) 120    B) 100    C) 82    D) 26    E) 4

Çözüm

$$\frac{3!(x-4) \cdot (x-5)!}{4 \cdot 3! \cdot (x-5)!} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$\frac{x-4}{4} = 24$$

$$x-4 = 96$$

$$x = 100$$

Cevap B

$$13. a, n \in \mathbb{Z}^+$$

$$5! = 2^n \cdot a \Rightarrow \max(n) = ?$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

Çözüm

$$a, n \in \mathbb{Z}^+$$

$$5 \begin{array}{l} \underline{2} \\ 2 \end{array} \begin{array}{l} \underline{2} \\ 1 \end{array}$$

$$n=2+1=3$$

Cevap C

$$14. (2a)_5 = (1011)_2 \Rightarrow a = ?$$

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

Çözüm

$$(2a)_5 = 2 \cdot 5^1 + a \cdot 5^0 = 10 + a$$

$$(1011)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$= 8 + 0 + 2 + 1 = 11$$

$$10 + a = 11$$

$$a = 1$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

15.  $(97)_{10} = (241)_m \Rightarrow m = ?$

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

Çözüm

$$(97)_{10} = (241)_m$$

$$97 = 2 \cdot m^2 + 4 \cdot m^1 + 1 \cdot m^0$$

$$97 = 2m^2 + 4m + 1$$

$$96 = 2m(m+2)$$

$$48 = m \cdot (m+2)$$

$$m = 6 \text{ dir.}$$

Cevap B

16.  $(123)_5 \times (32)_5 = ?$

- A)  $(10041)_5$       B)  $(1041)_5$       C)  $(141)_5$   
D)  $(2101)_5$       E)  $(1101)_5$

Çözüm

$$\begin{array}{r} (123)_5 \\ \times (32)_5 \\ \hline (301)_5 \\ + (424)_5 \\ \hline (10041)_5 \end{array}$$

Cevap A

17.  $A, x, y, z \in \mathbb{N}^+$

$$A + 2 = 5x + 5 = 6y + 6 = 7z + 7$$

$$\min(A) = ?$$

- A) 198      B) 204      C) 208      D) 210      E) 212

Çözüm

$$A + 2 = 5x + 5 = 6y + 6 = 7z + 7$$

$$A + 2 = 5(x+1) = 6(y+1) = 7(z+1)$$

$$\text{Oket}(5, 6, 7) = 210$$

$$A + 2 = 210$$

$$A = 208$$

Cevap C

## TEST - 1

1.  $x, y, z$  ardışık çift sayılar ve  $x < y < z$

$$\frac{(x-y) \cdot (y-z)}{(x-z)} = ?$$

- A) -1      B) 1      C) -2      D) 2      E) 3

2.  $\frac{1+3+5+\dots+51}{2+4+6+\dots+52} = ?$

- A) 1      B)  $\frac{27}{26}$       C)  $\frac{26}{27}$       D)  $\frac{51}{52}$       E)  $\frac{52}{51}$

3.  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{99}{2} = ?$

- A) 1200      B) 1240      C) 1245  
D) 1250      E) 1255

4.  $11+15+19+\dots+59=?$

- A) 350      B) 390      C) 420      D) 455      E) 460

5.  $\frac{6}{5} + \frac{9}{5} + \frac{12}{5} + \dots + \frac{39}{5} = ?$

- A) 42      B) 45      C) 50      D) 54      E) 55

6.  $n \in \mathbb{N}$

$$x = 1+3+5+\dots+(2n+1)$$

$$y = 2+4+6+\dots+(2n)$$

$$x-y=32, n=?$$

- A) 31      B) 33      C) 35      D) 37      E) 19

7.  $14+18+22+\dots+78=?$

- A) 758      B) 782      C) 815      D) 826      E) 912

8.  $1-2+3-4+5-6+\dots+17-18=?$

- A) 90      B) 81      C) -9      D) -81      E) -90

## TEST - 1

9.  $A=1.2+2.3+3.4+\dots+14.15$

$B=2.4+3.8+6.8+\dots+21.40$

$\frac{B}{A} = ?$

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

10.  $2-1+4-2+6-3+\dots+102-51 = ?$

- A) -1256      B) -1242      C) 1302
- 
- D) 1326      E) 1402

11.  $1.4+2.6+2.10+2.14+\dots+2.54=(2a)^2 \Rightarrow a=?$

- A) 8      B) 10      C) 12      D) 14      E) 16

12.  $x, y \in \mathbb{Z}^+$

$x + \frac{y}{3} = 6 \Rightarrow \max(y) = ?$

- A) 3      B) 6      C) 9      D) 15      E) 30

13.  $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$

$8a=6b=c$

$\min(a+b+c) = ?$

- A) 31      B) 35      C) 37      D) 49      E) 62

14.  $a+b=16 \Rightarrow \max(a.b) = ?$

- A) 36      B) 28      C) 16      D) 0      E) 64

15.  $a, b, c \in \mathbb{N}, a.b=8, a.c=12$

$\min(a+b+c) = ?$

- A) 21      B) 20      C) 12      D) 9      E) 7

16.  $x, y, z \in \mathbb{Z}^-$

$\frac{x}{5} + 3y - z = 69 \Rightarrow \max(z) = ?$

- A) -69      B) -71      C) -73      D) -80      E) -81

1.A 2.C 3.D 4.D 5.D 6.A 7.B 8.C 9.C 10.D 11.D 12.D 13.A 14.E 15.D 16.C

## TEST - 2

1.  $(134)_a = 44 \Rightarrow a = ?$

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

2.  $(213)_4 - (33)_4 = ?$

- A) 120 B) 130 C) 210 D) 310 E) 123

3.  $(212)_3 \cdot (21)_3 = (a)_3 \Rightarrow a = ?$

- A) 12222 B) 12202 C) 12022 D) 11222 E) 11202

4.  $\frac{11! - 10!}{8!} = ?$

- A) 900 B) 800 C) 700 D) 600 E) 500

5.  $\frac{(n+2)!}{n!} = 56$

olduğuna göre, "n" kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6.  $a, n \in \mathbb{Z}$

$18! = 3^n \cdot a$

$\max(n) = ?$

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

7.  $\frac{n! + (n+1)!}{(n-3) \cdot n! + (n-2) \cdot n!} = \frac{4}{5} \Rightarrow n = ?$

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

8.  $\left(\frac{5! + 3!}{7!}\right) \cdot 6! = ?$

- A) 20 B) 18 C)
- $\frac{60}{7}$
- D) 2 E) 1

9.  $(212)_3 + (22)_3 = ?$

- A) 101 B) 102 C) 1011 D) 1211 E) 1021

10.  $\frac{9!}{8! + 7!} - \frac{7!}{6! + 5!} = ?$

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

## TEST - 2

11.  $n, m \in \mathbb{N}$  ve  $\frac{84!}{8^n} = m$

$\max(n)=?$

- A) 21 B) 23 C) 27 D) 29 E) 31

12.  $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$  için  $a.b=40$  ve  $b.c=56$

$\min(a+b+c)=?$

- A) 8 B) 12 C) 13 D) 15 E) 20

13.  $a, b, c \in \mathbb{Z}$

$a.b=-3$

$b.c=5$

$\max(a+c)=?$

- A) -8 B) -2 C) 2 D) 6 E) 8

14.  $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$

$2a+3b+c=59$

$\max(a)=?$

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

15.  $T=21+23+25+\dots+39$

$K=19+21+23+\dots+37$

toplamları veriliyor.

Buna göre,  $(T-K)$  farkı kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

16.  $\frac{5!+6!-7!}{5!+6!+7!} = ?$

- A)  $-\frac{3}{4}$  B)  $-\frac{5}{7}$  C)  $\frac{4}{9}$  D)  $\frac{3}{4}$  E)  $\frac{5}{7}$

17.  $\frac{\frac{8!}{6} - \frac{7!}{3}}{(3!+2)!} \cdot \frac{1}{8} = ?$

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 6 E) 7

18.  $n > 3$  olmak üzere,

$$\frac{(n-1)! + n!}{(n-1)! - (n-2)!} = 8$$

$n=?$

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

19.  $\frac{(n-1)! + n!}{(n+1)!} = \frac{1}{6}$  ise  $n$  kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

20.  $a \in \mathbb{N}^+$  ve  $200 < A < 300$  dür.

$A=3x+2=4y+2=5z+2$  olduğuna göre,  $A=?$

- A) 214 B) 224 C) 242 D) 250 E) 272



$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Kümesinin elemanlarına rasyonel sayı veya kesir denir.

$$\frac{a}{b} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Pay} \\ \text{Payda} \end{array} \rightarrow \text{kesir çizgisi}$$



## NOT - 1

Tam sayıların tamamı birer rasyonel sayıdır.



## NOT - 2

$$\frac{0}{\text{Sayı}} = 0, \quad \frac{\text{Sayı}}{0} = \text{Tanımsız}$$

$$\frac{0}{0} = \text{Belirsiz}$$

## Tam Sayılı Kesir

$$* \quad a \frac{b}{c} = a + \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$$

$$* \quad -a \frac{b}{c} = -\left(a + \frac{b}{c}\right)$$

## ÖRNEK-1

$$\frac{2}{5}, \frac{7}{3}, -\frac{1}{4}, 3, \sqrt{16} = 4, 0,555\dots = 0,\bar{5}$$

sayıları birer rasyonel sayıdır.

## ÖRNEK-2

$$\frac{0}{5} = 0, \quad \frac{0}{-3} = 0$$

$$\frac{7}{0} = \text{tanımsız}, \quad \frac{-8}{0} = \text{tanımsız}$$

## ÖRNEK-3

$$\begin{aligned} 5 \frac{2}{3} &= 5 + \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3 + 2}{3} \\ &= \frac{15 + 2}{3} \\ &= \frac{17}{3} \end{aligned}$$

## ÖRNEK-4

$$\begin{aligned} -5 \frac{2}{3} &= -\left(5 + \frac{2}{3}\right) \\ &= -\frac{17}{3} \end{aligned}$$

### Rasyonel Sayılarda Dört İşlem

#### 1. Toplama ve Çıkarma İşlemi

$$\frac{a}{b} \mp \frac{c}{d} = \frac{a.d \mp b.c}{b.d}$$

#### 2. Çarpma

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$$

#### 3. Bölme

$$\bullet \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$$

$$\bullet \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$$

#### ÖRNEK-5

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{1}{5} &= \frac{10+3}{15} \\ (5) \quad (3) & \\ &= \frac{13}{15} \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-6

$$\begin{aligned} 2 - \frac{3}{7} &= \frac{2 \cdot 7 - 3}{7} \\ &= \frac{14-3}{7} \\ &= \frac{11}{7} \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-7

$$\begin{aligned} * \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} &= \frac{6}{35} \\ * -5 \cdot \frac{3}{4} &= -\frac{15}{4} \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-8

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} &= \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} \\ &= \frac{10}{12} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-9

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div \frac{5}{3} &= ? \\ &= 3 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \\ &= \frac{15}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{75-3}{20} \\ (5) & \\ &= \frac{72}{20} = \frac{18}{5} \end{aligned}$$

## İşlem Önceliği



## NOT - 2

- I. Parantez içi
- II. Üs (kuvvet) alma
- III. Çarpma ve bölme (Soldan İşlem Önceliği)
- IV. Toplama ve Çıkarma

## Basit Kesir

$\frac{a}{b}$  ifadesinde  $|a| < |b|$



## NOT

Pozitif basit kesirlerin, pozitif tam sayı kuvvetleri arttıkça değerleri küçülür.

$(-1, 1)$  aralığında değer alır.

## Bileşik Kesir

$\frac{a}{b}$  ifadesinde  $|a| \geq |b|$



## NOT

Pozitif bileşik kesirlerin pozitif kuvveti arttıkça değerleri büyür.

## ÖRNEK-10

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \right) = ?$$

## Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \right) \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{4}{27} \right) \\ & \quad \quad \quad (4) \quad (3) \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{8-4}{12} \right) \\ &= \frac{3}{4} - \frac{1}{48} \\ & \quad \quad \quad (12) \quad (1) \\ &= \frac{36-1}{48} = \frac{35}{48} \end{aligned}$$

## ÖRNEK-11

$$\frac{2}{3}, -\frac{5}{7}, \frac{1}{5} \dots \rightarrow \text{Basit kesir}$$

## ÖRNEK-12

$$\left( \frac{1}{2} \right)^2 > \left( \frac{1}{2} \right)^3 > \left( \frac{1}{2} \right)^4 \dots$$

## ÖRNEK-13

$$\frac{3}{2}, -\frac{5}{3}, 1, -1, 2, \dots \rightarrow \text{sayıları birer bileşik kesirdir.}$$

## ÖRNEK-14

$$\left( \frac{3}{2} \right)^2 < \left( \frac{3}{2} \right)^3 < \left( \frac{3}{2} \right)^4 \dots$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{20}\right) = ?$$

- A)  $\frac{3}{2}$     B)  $\frac{3}{20}$     C)  $\frac{21}{2}$     D)  $\frac{4}{21}$     E) 1

Çözüm

$$\frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdots \cancel{20}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdots \cancel{20}} = \frac{21}{2}$$

Cevap C

$$2. \frac{4}{3} - \frac{\frac{3}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = ?$$

- A) -1    B) 1    C)  $\frac{1}{3}$     D)  $\frac{2}{3}$     E)  $\frac{1}{6}$

Çözüm

$$\frac{4}{3} - \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{2}} = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

Cevap C

$$3. \frac{\frac{30}{13} - \frac{18}{5} + \frac{36}{7}}{\frac{5}{13} + \frac{6}{7} - \frac{3}{5}} = ?$$

- A) 1    B) 6    C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{3}{35}$     E)  $\frac{1}{91}$

Çözüm

$$\frac{\frac{6.5}{13} - \frac{6.3}{5} + \frac{6.6}{7}}{\frac{5}{13} + \frac{6}{7} - \frac{3}{5}} = \frac{6 \cdot \left(\frac{5}{13} - \frac{3}{5} + \frac{6}{7}\right)}{\frac{5}{13} + \frac{6}{7} - \frac{3}{5}} = 6$$

Cevap B

$$4. \frac{\left(7 - \frac{1}{12}\right) - \left(7 - \frac{49}{12}\right)}{28\frac{1}{5} - 27\frac{1}{5}} = ?$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

Çözüm

$$\frac{7 - \frac{1}{12} - 7 + \frac{49}{12}}{28 + \frac{1}{5} - \left(27 + \frac{1}{5}\right)} = \frac{-\frac{1}{12} + \frac{49}{12}}{28 + \frac{1}{5} - 27 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{48}{12}}{1} = 4$$

Cevap D

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

5.  $5 \cdot \frac{5}{4} - 2 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot \frac{1}{2} = ?$

- A) 5      B) 8      C) 12      D) 18      E) 20

Çözüm

$$\begin{aligned} & 5 \cdot \frac{4}{4} - 2 + 12 + 3 \cdot \frac{2}{1} \\ & = 4 - 2 + 12 + 6 \\ & = 20 \end{aligned}$$

Cevap E

6.  $\frac{4 + \frac{3}{19} - \frac{35}{17}}{1 + \frac{22}{19} - \frac{1}{17}} = ?$

- A) 2      B) 1      C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{3}{5}$       E)  $\frac{5}{7}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & 3 + \left(1 + \frac{3}{19}\right) - \frac{34}{17} - \frac{1}{17} \\ & \quad 1 + \frac{22}{19} - \frac{1}{17} \\ & = \frac{3 + \frac{22}{19} - 2 - \frac{1}{17}}{1 + \frac{22}{19} - \frac{1}{17}} \\ & = \frac{1 + \frac{22}{19} - \frac{1}{17}}{1 + \frac{22}{19} - \frac{1}{17}} = 1 \end{aligned}$$

Cevap B

7.  $\frac{3\left(\frac{1}{3}-3\right)}{3\left(\frac{1}{6}-1\right)} = ?$

- A)  $-\frac{48}{23}$       B)  $\frac{24}{21}$       C)  $\frac{23}{6}$       D) -8      E)  $\frac{5}{6}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{3 \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)}{3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)} = \frac{-8}{3 + \frac{5}{6}} \\ & = \frac{-8}{\frac{23}{6}} \\ & = -8 \cdot \frac{6}{23} \\ & = \frac{-48}{23} \end{aligned}$$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$8. \frac{705 + \frac{2}{3}}{704 + \frac{5}{3}} = ?$$

- A) 1      B) 2      C) 3      D)  $\frac{5}{2}$       E)  $\frac{10}{3}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{704 + \left(1 + \frac{2}{3}\right)}{704 + \frac{5}{3}} \\ &= \frac{704 + \frac{5}{3}}{704 + \frac{5}{3}} = 1 \end{aligned}$$

Cevap A

$$9. \left(6 - \frac{1}{3 - \frac{2}{3}}\right) \cdot \left(2 + \frac{1 + \frac{1}{3}}{4}\right) = ?$$

- A) 6      B) 7      C) 13      D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{5}{12}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \left(6 - \frac{1}{\frac{3}{3} - \frac{2}{3}}\right) \cdot \left(2 + \frac{\frac{4}{3}}{4}\right) \\ &= \left(6 - \frac{3}{1}\right) \cdot \left(2 + \frac{\frac{4}{3} \cdot 1}{4}\right) \\ &= \left(6 - \frac{3}{1}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{42 - 3}{1} \cdot \frac{6 + 1}{3} \\ &= \frac{39}{1} \cdot \frac{7}{3} \\ &= 13 \end{aligned}$$

Cevap C

$$10. \frac{444444}{444} + \frac{2222}{22} = ?$$

- A) 22      B) 1101      C) 10102  
D) 1102      E) 10102

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{444444}{444} + \frac{2222}{22} \\ &= 1001 + 101 \\ &= 1102 \end{aligned}$$

Cevap D

### Ondalık Sayılar

- \* Paydaları 10 veya 10 un kuvveti olan kesirler denir.
- \* Ondalık gösterimde virgölün solundaki kısım tam kısım, virgölün sağındaki kısım ondalık kısım olarak adlandırılır.

### Ondalık Sayılarda İşlemler

#### i. Toplama – Çıkarma

Ondalık sayılarda toplama–çıkarma yapılırken sayılar, virgüller alt alta gelecek şekilde yazılır.

Ondalık kısmın sonunda olmayan basamaklar yerine gerektiği kadar sıfır eklenir.

#### ii. Çarpma

Virgül yokmuş gibi çarpma işlemi yapılır ve çarpımın virgüllü çarpanların ondalık kısımlarındaki basamakların toplamı kadar sola kaydırılır.

#### ÖRNEK-1

$$\frac{7}{10} = 0,7, \quad \frac{15}{100} = 0,15$$

$$\frac{3}{1000} = 0,003$$

#### ÖRNEK-2

$$\frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 0,65$$

(5)

$$\frac{7}{125} = \frac{56}{1000} = 0,056$$

(8)

#### ÖRNEK-3

$$0,25+2,3=?$$

#### Çözüm

$$\begin{array}{r} 0,25 \\ 2,30 \\ + \\ \hline 2,55 \end{array}$$

#### ÖRNEK-4

$$3,26+0,74-4,5=?$$

#### Çözüm

$$\begin{array}{r} 3,26 \\ 0,74 \\ + \\ \hline 4,00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4,5 \\ 4,0 \\ - \\ \hline 0,5 \end{array}$$

$$\Rightarrow 3,26+0,74-4,5=-0,5$$

#### ÖRNEK-5

$$(3,2).(0,02)=0,064$$

## iii. Bölme

Bölme işlemi yapılırken bölünen ve bölen virgülden kurtarılacak şekilde 10 un aynı kuvveti ile genişletilir.

## Devirli Ondalık Sayılar

Ondalık biçiminde yazılan rasyonel sayının ondalıklı kısımdaki rakamlar belli bir biçimde tekrarlanıyorsa devirli ondalıklı sayılardır. Devreden kısmın üzerine çizgi konularak gösterilir.

$$ab, c\overline{de} = \frac{abcde - abc}{990}$$

$$\frac{2}{3} = 0,666... = 0,\overline{6}$$

$$3,1252525... = 3,1\overline{25}$$

$$0,\overline{a} = \frac{a}{9}$$

$$0,\overline{ab} = \frac{ab}{99}$$

$$0,a\overline{b} = \frac{ab - a}{90}$$

## NOT

Devreden sayı 9 ise 9 dan önceki rakamın değeri bir artırılır.

$$0,\overline{9}=1, \quad 2,\overline{9}=3, \quad 2,546\overline{9}=2,547$$

## ÖRNEK-6

$$\frac{0,04}{0,004} = ?$$

## Çözüm

$$\frac{0,04}{0,004} = \frac{40}{4} = 10$$

(1000)

## ÖRNEK-7

$$2,5\overline{4} = \frac{254 - 25}{90} = \frac{229}{90}$$

## ÖRNEK-8

$$0,\overline{3} - \frac{4,\overline{9} - 3,\overline{9}}{0,\overline{2}} = ?$$

## Çözüm

$$0,\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$4,\overline{9} = 5$$

$$3,\overline{9} = 4$$

$$0,\overline{2} = \frac{2}{9}$$

$$0,\overline{3} - \frac{4,\overline{9} - 3,\overline{9}}{0,\overline{2}}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{5-4}{\frac{2}{9}} = \frac{1}{3} - \frac{1}{\frac{2}{9}}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{9}{2}$$

$$(2) \quad (3)$$

$$= \frac{2-27}{6} = -\frac{25}{6}$$



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \frac{0,008 + 0,04}{0,0014 - 0,0002} = ?$$

- A) 3      B) 4      C) 30      D) 40      E) 300

Çözüm

$$\begin{array}{r} 0,008 \\ + 0,040 \\ \hline 0,048 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,0014 \\ - 0,0002 \\ \hline 0,0012 \end{array}$$

$$= \frac{0,0480}{0,0012}$$

$$= \frac{480}{12} = 40$$

Cevap D

$$2. (12 - 0,8 \cdot 0,5) : (3,26 + 0,74) = ?$$

- A) 0,8      B) 1,4      C) 2      D) 2,9      E) 3,2

Çözüm

$$0,8 \cdot 0,5 = 0,40$$

$$\begin{array}{r} 3,26 \\ + 0,74 \\ \hline 4,00 \end{array}$$

$$= (12 - 0,40) : 4$$

$$= 11,6 : 4$$

$$= 2,9$$

Cevap D

$$3. \frac{6}{0,6} + \frac{66}{0,06} + \frac{666}{0,006} = ?$$

- A) 110211      B) 112011      C) 112110  
D) 111021      E) 111110

Çözüm

$$\frac{6}{0,6} + \frac{66}{0,06} + \frac{666}{0,006}$$

$$= \frac{60}{6} + \frac{6600}{6} + \frac{666000}{6}$$

$$= 10 + 1100 + 111000$$

$$= 112110$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$4. \frac{1}{\frac{0,2}{0,22} + \frac{0,4}{0,44} - \frac{0,8}{0,88}} = ?$$

- A) 1,1    B) 1,11    C) 10    D) 11    E) 22

Çözüm

$$\frac{1}{\frac{0,2}{0,22} + \frac{0,4}{0,44} - \frac{0,8}{0,88}}$$

$$= \frac{1}{\frac{20}{22} + \frac{40}{44} - \frac{80}{88}}$$

(4)   (2)   (1)

$$= \frac{1}{\frac{80 + 80 - 80}{88}} = \frac{1}{\frac{80}{88}}$$

$$= \frac{1}{\frac{10}{11}} = \frac{11}{10} = 1,1$$

Cevap A

$$5. 0,2 \cdot \left(0,2 + \frac{1}{5}\right) \cdot 0,5 = ?$$

- A) 0,04    B) 0,4    C) 0,2    D) 0,6    E) 4

Çözüm

$$= \frac{2}{10} \cdot \left(\frac{2}{10} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{10}$$

$$= \frac{2}{10} \cdot \left(\frac{2+2}{10}\right) \cdot \frac{5}{10}$$

$$= \frac{2 \cdot 4 \cdot 5}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{40}{1000} = 0,04$$

Cevap A

$$6. 0,36 + 0,0036 + 0,000036 + \dots = ?$$

- A)  $\frac{4}{11}$     B)  $\frac{3}{11}$     C)  $\frac{2}{11}$     D)  $\frac{6}{11}$     E)  $\frac{36}{11}$

Çözüm

0,36

0,0036

0,000036

+ ...

0,363636... =  $0,\overline{36}$ 

$$0,\overline{36} = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

7.  $0,\bar{9}+0,\bar{8}+0,\bar{7}+\dots+0,\bar{1}=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{9}{9} + \frac{8}{9} + \frac{7}{9} + \dots + \frac{1}{9} \\ &= \frac{9+8+7+\dots+1}{9} \\ &= \frac{9 \cdot 10}{2} = \frac{45}{9} = 5 \end{aligned}$$

Cevap E

8.  $\frac{12,12}{0,12} + \frac{1,21}{0,11} - \frac{0,4}{0,04} = ?$

- A) 11      B) 101      C) 102      D) 112      E) 122

Çözüm

$$\begin{aligned} &= \frac{1212}{12} + \frac{121}{11} - \frac{40}{4} \\ &= 101 + 11 - 10 \\ &= 102 \end{aligned}$$

Cevap C

9.  $3,\bar{9} + (1-1,\bar{23}) \cdot \frac{5}{14} = ?$

- A)
- $\frac{12}{47}$
- B)
- $\frac{47}{12}$
- C)
- $\frac{48}{11}$
- D)
- $\frac{7}{12}$
- E)
- $\frac{27}{11}$

Çözüm

$$\begin{aligned} &= 4 + \left(1 - \frac{123-12}{90}\right) \cdot \frac{5}{14} \\ &= 4 + \left(\frac{-21}{90}\right) \cdot \frac{5}{14} \\ &= 4 - \frac{1}{12} \\ &= \frac{47}{12} \end{aligned}$$

Cevap B

10.  $\frac{0,\bar{2}+0,2}{0,\bar{2}-0,2} = ?$

- A) 19      B) 17      C) 15      D) 13      E) 11

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \\ & \frac{(10)}{(10)} \frac{(9)}{(9)} = \frac{20+18}{90} \\ & \frac{2}{9} - \frac{2}{10} = \frac{20-18}{90} \\ & \frac{(10)}{(10)} \frac{(9)}{(9)} \\ &= \frac{38 \cdot 90}{90 \cdot 2} \\ &= 19 \end{aligned}$$

Cevap A

## TEST - 1

1.  $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1\right) = ?$

- A) 1    B)  $\frac{1}{2}$     C)  $-\frac{1}{2}$     D)  $\frac{2}{3}$     E)  $-\frac{2}{3}$

2.  $\frac{\left(2 + \frac{1}{3}\right)\left(2 + \frac{1}{4}\right)\left(2 + \frac{1}{5}\right)\left(2 + \frac{1}{6}\right)}{\left(2 - \frac{1}{3}\right)\left(2 - \frac{1}{4}\right)\left(2 - \frac{1}{5}\right)\left(2 - \frac{1}{6}\right)} = ?$

- A)  $\frac{11}{13}$     B)  $\frac{13}{11}$     C)  $\frac{5}{13}$     D)  $\frac{13}{6}$     E)  $\frac{13}{5}$

3.  $6 - \frac{7 + \frac{1}{2}}{8 - \frac{1}{2}} : \frac{1}{6} = ?$

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

4.  $\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} + (-3)}{2 + (-3)^{-1}} = ?$

- A) 1    B) -1    C) 0    D) 2    E) -2

5.  $\frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = ?$

- A)  $\frac{4}{3}$     B)  $\frac{5}{2}$     C) 3    D) -3    E)  $\frac{18}{5}$

6.  $1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{3}{2}$     C) 2    D)  $\frac{5}{2}$     E) 3

7.  $\left(\frac{3}{7} + \frac{7}{16}\right) - \left(\frac{3}{7} + \frac{5}{7}\right) + \left(\frac{5}{7} + \frac{3}{8}\right) = ?$

- A)  $\frac{13}{16}$     B)  $\frac{13}{15}$     C)  $\frac{8}{35}$     D)  $\frac{13}{35}$     E)  $\frac{5}{28}$

8.  $\frac{5}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}\right) = ?$

- A)  $-\frac{1}{6}$     B)  $\frac{1}{2}$     C)  $\frac{2}{3}$     D) 1    E)  $\frac{3}{2}$

**TEST - 1**

9.  $\frac{2-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} - \frac{1}{\frac{2}{3}} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C) 0    D) -1    E)  $-\frac{1}{4}$

10.  $6-4:(17-8)-\frac{5}{9} = ?$

- A)  $-\frac{1}{3}$     B) 3    C)  $-\frac{1}{5}$     D) 5    E) 7

11.  $\frac{8-\frac{1}{2}}{4} \cdot \left(\frac{1}{5} + 4 + \frac{5}{3}\right) = ?$

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{1}{2}$     C) 1    D) 6    E) 11

12.  $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right) = ?$

- A)  $\frac{3}{10}$     B)  $\frac{3}{20}$     C)  $\frac{9}{20}$     D)  $\frac{9}{40}$     E)  $\frac{9}{50}$

13.  $\frac{\left(3-\frac{5}{3}\right) - \left(7-\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{5}{2}-3\right) - \left(\frac{3}{2}-7\right)} = ?$

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{2}{3}$     C)  $\frac{3}{7}$     D) -2    E) -1

14.  $\frac{1}{2} - \frac{4}{3} : \left[ -\left(2 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(4 - \frac{1}{2}\right)^{-1} \right] = ?$

- A)  $-\frac{8}{3}$     B)  $-\frac{3}{2}$     C) -1    D)  $\frac{3}{2}$     E)  $\frac{8}{3}$

15.  $\left[ 4 \cdot \left(3\frac{2}{7} + 2\frac{7}{8} : \frac{1}{2}\right) \right] : \frac{11}{7} = ?$

- A) 1    B)  $\frac{23}{11}$     C)  $\frac{5}{11}$     D) 5    E) 23

16.  $1 - \frac{1+\frac{1}{2}}{2-\frac{2}{3}} = ?$

- A)  $-\frac{1}{8}$     B)  $-\frac{1}{4}$     C) 0    D)  $\frac{1}{4}$     E)  $\frac{1}{8}$

## TEST - 2

$$1. \frac{0,0015}{0,003} + \frac{0,025}{0,5} : \frac{0,02}{0,2} = ?$$

- A) 0      B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D)  $\frac{3}{2}$       E) 2

$$2. \frac{0,02}{0,6} + \frac{0,02}{0,1} = ?$$

- A) 1      B) 2      C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{7}{30}$

$$3. \frac{0,2}{0,05} - \frac{0,03}{0,001} - \frac{0,014}{0,007} = ?$$

- A) 28      B) 14      C) 7      D) -14      E) -28

$$4. \frac{0,064}{0,016} + \frac{1,2}{0,03} + \frac{0,15}{0,005} = ?$$

- A) 66      B) 70      C) 74      D) 78      E) 80

$$5. \frac{0,7-1,3+2,30}{10^{-1}} = ?$$

- A) 11      B) 13      C) 14      D) 17      E) 23

$$6. 3-2\left(0,5:\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) = ?$$

- A)  $\frac{5}{3}$       B)  $\frac{3}{5}$       C)  $\frac{1}{5}$       D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{2}{3}$

$$7. 0,\bar{6} + \frac{1+0,\bar{3}}{0,4}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $2\frac{2}{3}$       B)  $3\frac{2}{3}$       C)  $3\frac{3}{4}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{3}{4}$

$$8. \frac{3,12}{0,03} - \frac{11,\bar{9}}{2,9} + \frac{4,2}{0,21} = ?$$

- A) 132      B) 128      C) 126      D) 124      E) 120

## TEST - 2

9.  $\frac{0,52}{1,3} - \frac{18}{1,8} \cdot \frac{2,4}{0,8} - 0,4 = ?$

- A) -30    B) -29    C) -26    D) -18    E) -12

10.  $\frac{0,3}{x} = \frac{0,7}{0,21}$

x=?

- A) 0,3    B) 0,03    C) 0,009    D) 0,09    E) 0,9

11.  $2,\bar{9} - \frac{1,\bar{9}}{2 \cdot \frac{1}{5} - 0,1\bar{3}} = ?$

- A)  $-\frac{15}{2}$     B)  $-\frac{9}{2}$     C)  $-\frac{4}{15}$     D)  $\frac{2}{9}$     E)  $\frac{4}{15}$

12.  $\frac{0,\bar{7} - \frac{4}{27}}{\frac{51}{6}} - \left(\frac{11}{27} - 1\right) = ?$

- A)  $-\frac{1}{3}$     B)  $-\frac{2}{3}$     C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{3}{2}$     E) 3

13.  $\left(1 - \frac{0,\bar{3}}{1 - \frac{3}{4}}\right)^{-1} : \left(1 - \frac{2}{\frac{9}{3 + \frac{1}{2}}}\right) = ?$

- A)  $-\frac{27}{2}$     B)  $-\frac{2}{3}$     C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{3}{2}$     E)  $\frac{27}{2}$

14.  $\frac{0,8 - (0,46 - 0,5)}{0,06} = ?$

- A)  $\frac{7}{3}$     B)  $\frac{10}{9}$     C) 7    D) 14    E) 140

15.  $\left(\frac{1}{0,3}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{0,4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{0,5}\right)^{-1} = ?$

- A) 0,4    B) 0,5    C) 0,6    D) 0,7    E) 0,8

16.  $\frac{0,34 - 1,6}{0,012} = ?$

- A) -95    B) 120    C) 105    D) -105    E) 95

## TEST - 3

1.  $\frac{2-0,4}{3+0,2} + \frac{0,12}{0,3} = ?$

- A) 0,18    B) 0,9    C) 1,3    D) 7,2    E) 7

2.  $\frac{3:\frac{1}{2}-\frac{1}{3}:2}{\left(2-\frac{1}{2}\right):\left(1+\frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{3}{35} = ?$

- A) 0    B)  $\frac{2}{3}$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{3}{4}$     E)  $\frac{4}{5}$

3.  $\frac{0,21}{0,7} + \frac{0,003}{0,0027} - \frac{1}{9} = ?$

- A) 1    B) 1,3    C) 2,1    D) 3,3    E) 3,7

4.  $(0,21-0,07) \cdot (0,17+0,33) \cdot (0,14)^{-1} = ?$

- A)  $\frac{1}{10}$     B)  $\frac{1}{8}$     C)  $\frac{1}{20}$     D)  $\frac{1}{4}$     E)  $\frac{1}{2}$

5.  $-3 \cdot \frac{2-\frac{1}{1-\frac{1}{3}}}{1-1,2} = ?$

- A) 12    B) 13    C)  $\frac{15}{14}$     D) 15    E)  $\frac{27}{4}$

6.  $\frac{3,\bar{2}+2,\bar{3}}{3,2+2,3} - 0,0\bar{1} = ?$

- A) 0    B) 1    C)  $\frac{1}{9}$     D)  $\frac{100}{99}$     E) 9

7.  $\frac{0,75}{0,025} : 30 = ?$   
 $2 : \frac{0,25}{0,125}$

- A) 1    B)  $\frac{1}{2}$     C) 0,8    D) 0,4    E) 0,25

8.  $\frac{\left(2-\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}-2\right)}{\left(2:\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) : 3} = ?$

- A) -1    B) 1    C) 2    D)  $\frac{5}{2}$     E) 3

9.  $\frac{\left(1\frac{1}{2}\right) : \left(1-\frac{5}{2}\right)}{\left(1\frac{1}{2}\right) - \left(1\frac{3}{2}\right)} = ?$

- A) -1    B) 1    C)  $\frac{4}{9}$     D)  $\frac{5}{2}$     E) 3

10.  $2\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} = ?$

- A) 12    B) 9    C) 6    D) 3    E) 1



## TEST - 3

$$11. \left[0,6 - \left(0,4 - \frac{1}{5}\right)\right] : 0,2 = ?$$

- A) 4      B) 2      C) 1      D) -1      E) -4

$$12. \left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} - \frac{2}{\frac{3}{5}}\right) : \left(4 - \frac{4}{5}\right) = ?$$

- A) 5      B) 3      C) 1      D) -1      E) -3

$$13. \frac{0,012 : 0,003}{0,04} - \frac{0,06 - 0,03}{0,002} = ?$$

- A) 110      B) 100      C) 90      D) 85      E) 70

$$14. \frac{3}{20} : \left(0,2 - \frac{0,3 + \frac{1}{5}}{2}\right) = ?$$

- A) -3      B) -2      C) -1      D) 1      E) 2

$$15. \left(2 + \frac{1}{4}\right)^{-1} : \frac{2}{9} + 0,9 = ?$$

- A) 3      B) 4      C)  $\frac{9}{4}$       D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{4}{9}$

16.  $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere,

$$\frac{\frac{y}{x} : \frac{x}{z}}{\frac{z}{y}} = \frac{1}{25}$$

$\Rightarrow x = ?$

- A) 25      B)  $\frac{1}{25}$       C) 1      D)  $\frac{1}{5}$       E) 5

$$17. \frac{1 + \frac{1}{2} : \frac{1}{3} + 1}{1 - \frac{1}{2} : \frac{1}{3} + 1} = ?$$

- A) 3      B) 7      C)  $\frac{1}{6}$       D)  $\frac{9}{4}$       E) -1

$$18. \frac{(0,1)^{-2} + (-1)^{-2}}{(0,01)^{-1} + 1^{-2}} = ?$$

- A) 1      B) 0,1      C) 1,01      D) 2      E) 0,01

$$19. 2 \left[ \frac{1}{2} + 2 \left( \frac{1}{6} - \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \right) \right] = ?$$

- A) 0      B) 1      C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{1}{6}$

$$20. \frac{2,4}{0,08} + \frac{0,21}{0,07} + \frac{5}{0,5} = ?$$

- A) 7      B) 16      C) 39      D) 43      E) 70

$a \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$  ve  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,  $n$  tane  $a$  nın çarpımı olan  $a^n$  ye üslü ifade denir.

$a$ : taban,  $n$ : üs (kuvvet)

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ tane}}$$

### Üslü Sayıların Özellikleri

\*  $a^0 = 1, (a \neq 0)$

$$2^0 = 1, (-5)^0 = 1, \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$$

\* Negatif bir sayının çift tam sayı kuvvetleri pozitiftir.

$$(-a)^{2n} = a^{2n}$$

\* Negatif bir sayının tek tam sayı kuvvetleri negatiftir.

$$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$$

\* Kuvvetin kuvveti

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

i)  $a > 0$  ise

$$(a^m)^n = (a^n)^m$$

ii)  $a < 0$

$$(a^m)^n \neq (a^n)^m!$$



**NOT**

Pozitif, bütün sayıların kuvvetlerinde pozitiftir.

### ÖRNEK-1

$$3^{x+2} = 1, \quad x = ?$$

### Çözüm

$$3^{x+2} = 1$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

### ÖRNEK-2

$$(-2)^2 = 2^2 = 4$$

$$(-4)^3 = -4^3 = -64$$

$$(-2^3)^2 = 2^6 = 64$$

$$(-2^2)^3 = -2^6 = -64$$

$$(3^4)^{-2} = 3^{-8}$$

$$(-5^2)^{-4} = 5^{-8}$$

$$\bullet (2^3)^2 \stackrel{?}{=} (2^3)^2$$

$$2^6 \stackrel{?}{=} 2^9$$

$$64 \neq 512$$

\* Negatif kuvvet

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

### Üslü Sayılarda Dört İşlem

#### 1. Toplama ve Çıkarma

$$x \cdot a^n \mp y \cdot a^n = a^n \cdot (x \mp y)$$

#### 2. Çarpma

i.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

ii.  $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

#### ÖRNEK-3

$$5^{-1} = \frac{1}{5}, \quad 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right), \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= \frac{9}{4}$$

#### ÖRNEK-4

$$3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^3 = ?$$

#### Çözüm

$$10^3 \cdot (3 + 4 - 2) = 5 \cdot 10^3$$

#### ÖRNEK-5

$$(-2)^3 \cdot (-2)^4 \cdot (-2^2)^3 \cdot (-2^4)^{-3} = ?$$

#### Çözüm

$$= -2^3 \cdot 2^4 \cdot -2^6 \cdot -2^{-12}$$

$$= -2^{3+4+6-12} = -2$$

#### ÖRNEK-6

$$8^2 \cdot 5^6 = ?$$

#### Çözüm

$$8^2 \cdot 5^6 = (2^3)^2 \cdot 5^6$$

$$= 2^6 \cdot 5^6$$

$$= (2 \cdot 5)^6 = 10^6$$

## 3. Bölme

$$i. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$ii. \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$* 100=10^2$$

$$1000=10^3$$

$$10000=10^4$$

$$* 0,2=2 \cdot 10^{-1}$$

$$0,03=3 \cdot 10^{-2}$$

$$0,0004=4 \cdot 10^{-4}$$

$$0,125=125 \cdot 10^{-3}$$

$$* 2,5 \cdot 10^3=25 \cdot 10^2$$

$$14,2 \cdot 10^5=1,42 \cdot 10^6$$

## ÖRNEK-7

$$\frac{8^2 \cdot 4^3}{128} = ?$$

## Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{(2^3)^2 \cdot (2^2)^3}{2^7} &= \frac{2^6 \cdot 2^6}{2^7} \\ &= \frac{2^{12}}{2^7} = 2^{12-7} \\ &= 2^5 \end{aligned}$$

## ÖRNEK-8

$$\frac{36^2}{3^4} = ?$$

## Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{36^2}{3^4} &= \frac{(6^2)^2}{3^4} \\ &= \frac{6^4}{3^4} = \left(\frac{6}{3}\right)^4 = 2^4 \\ &= 16 \end{aligned}$$

### Üslü Denklemler

i.  $a \in \mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$  olmak üzere,

$$a^m = a^n \Leftrightarrow m=n \text{ dir.}$$

$$\text{ii. } a^n = b^n \Leftrightarrow \begin{cases} a = b & n \text{ tek ise} \\ a = \mp b & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

$$\text{iii. } a^n = 1 \begin{cases} n=0 & a \neq 0 \\ a = 1 \\ a = -1 & n \text{ çift} \end{cases}$$

#### ÖRNEK-9

$$8^x = 16^{x-1} \quad x=?$$

#### Çözüm

$$8^x = 16^{x-1}$$

$$(2^3)^x = (2^4)^{x-1}$$

$$2^{3x} = 2^{4x-4}$$

$$3x = 4x - 4 \Rightarrow x = 4$$

#### ÖRNEK-10

$$(3x-1)^7 = (2x+3)^7 \quad x=?$$

#### Çözüm

Kuvvet tek ve eşit

$$3x-1 = 2x+3$$

$$3x-2x = 3+1$$

$$x = 4$$

#### ÖRNEK-11

$$(x+4)^{10} = (2x-1)^{10} \Rightarrow \sum x = ?$$

#### Çözüm

Kuvvet çift

$$|x+4| = |2x-1|$$

$$\text{i. } x+4 = 2x-1$$

$$4+1 = 2x-x$$

$$5 = x$$

$$\text{ii. } x+4 = -(2x-1)$$

$$x = 4 = -2x+1$$

$$x+2x = -4+1$$

$$3x = -3 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow \sum x = 5 - 1 = 4$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.  $a \neq 0$ 

$$(-a)^3 \cdot (-a)^2 \cdot (-a^4) \cdot (-a^2)^3 = ?$$

- A)  $-a^{15}$     B)  $-a^7$     C)  $a^8$     D)  $a^{15}$     E)  $a^{20}$

Çözüm

$$\begin{aligned} &= -a^3 \cdot a^2 \cdot -a^4 \cdot -a^6 \\ &= -a^{3+2+4+6} = -a^{15} \end{aligned}$$

Cevap A

2.  $(0,0015)^3 \cdot (6000)^4 = ?$ 

- A)  $2^5 \cdot 3^6 \cdot 5^3$     B)  $2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^3$     C)  $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4$   
D)  $2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^2$     E)  $2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^3$

Çözüm

$$\begin{aligned} &= (15 \cdot 10^{-4})^3 \cdot (6 \cdot 10^3)^4 \\ &= (3 \cdot 5 \cdot 10^{-4})^3 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 10^3)^4 \\ &= 3^3 \cdot 5^3 \cdot 10^{-12} \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 10^{12} \\ &= 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^3 \end{aligned}$$

Cevap B

3.  $0,3 \cdot 10^{-3} + 0,41 \cdot 10^2 = ?$ 

- A) 0,4013    B) 410,03    C) 41,0003  
D) 0,413    E) 410,3

Çözüm

$$\begin{aligned} &= 3 \cdot 10^{-4} + 41 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 \\ &= 0,0003 + 41 \\ &= 41,0003 \end{aligned}$$

Cevap C

$$4. \frac{0,4 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-2}} = ?$$

- A) 0,2    B) 0,002    C) 0,005  
D)  $\frac{1}{50}$     E) 0,01

Çözüm

$$\begin{aligned} &= \frac{4 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^1 \cdot 10^{-2}} \\ &= \frac{4 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-1}} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-1}} \\ &= \frac{1}{2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3} = \frac{1}{2 \cdot 10^2} = \frac{1}{200} \\ &= 0,005 \end{aligned}$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$5. \frac{\left[ (4)^{-2} \cdot \left( -\frac{1}{3} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left( -\frac{1}{6} \right)^2} = ?$$

- A) -27    B) -36    C) 36    D) 25    E) 27

Çözüm

$$\begin{aligned} &= \frac{\left[ (4)^{-2} \cdot (-3)^{-2} \right]^{\frac{1}{2}}}{(-6)^{-2}} \\ &= \frac{\left[ 4^{-2} \cdot 3^{-2} \right]^{\frac{1}{2}}}{(-6)^{-2}} = \frac{\left( \frac{4}{3} \right)^{-2 \cdot \frac{1}{2}}}{6^{-2}} \\ &= \frac{\frac{3}{4}}{6^2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{36}{1} = 27 \end{aligned}$$

Cevap E

$$6. 6 \cdot (0,3)^2 + (0,6)^2 = ?$$

- A) 0,9    B) 1    C) 2,4    D) 3,6    E) 5,4

Çözüm

$$\begin{aligned} &= 6 \cdot (0,09) + (0,36) \\ &= 0,54 + 0,36 = 0,9 \end{aligned}$$

Cevap A

$$7. \frac{3^{2x}}{2^{3x}} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{7^x} = ?$$

- A)  $\frac{3}{2}$     B)  $\frac{8}{9}$     C)  $\frac{9}{8}$     D)  $\frac{1}{7}$     E)  $\frac{2}{7}$

Çözüm

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{(3^2)^x}{(2^3)^x} = \frac{1}{7} \\ &\left( \frac{9}{8} \right)^x = \frac{1}{7} \\ &7 = \left( \frac{8}{9} \right)^x \Rightarrow 7^{\frac{1}{x}} = \left( \frac{8}{9} \right)^{x \cdot \frac{1}{x}} \\ &= \frac{8}{9} \end{aligned}$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

8.  $a=2^{n+2}$   
 $2a=8^{n+3}$   
 $n=?$

- A) -3      B) -1      C) 0      D) 1      E) 3

**Çözüm**

$$a=2^{n+2}$$

$$2a=(2^3)^{n+3}=2^{3n+9}$$

$$\Rightarrow a=2^{3n+8}$$

$$2^{n+2}=2^{3n+8}$$

$$n+2=3n+8 \Rightarrow 2n=-6$$

$$n=-3$$

**Cevap A**

9.  $\left. \begin{array}{l} 3^x = 32 \\ 2^y = 81 \end{array} \right\} \Rightarrow x.y = ?$

- A) 4      B) 5      C) 9      D) 12      E) 20

**Çözüm**

$$3^x=2^5$$

$$\times \frac{2^y=3^4}{3^x \cdot 2^y=3^4 \cdot 2^5}$$

$$x=4, y=5$$

$$x.y=4.5=20$$

**Cevap E**

10.  $\frac{2^6+2^8+2^{10}+2^{12}}{2^4+2^6+2^8+2^{10}}=?$

- A) 2      B) 4      C) 8      D) 16      E) 32

**Çözüm**

$$\frac{2^6(1+2^2+2^4+2^6)}{2^4(1+2^2+2^4+2^6)}$$

$$= \frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2$$

$$= 4$$

**Cevap B**

11.  $2^{x+1}+6.2^x+4.2^{x-1}=80$   
 $x=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 8

**Çözüm**

$$\Rightarrow 2^x \cdot 2^1 + 6 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^{x-1} = 80$$

$$2^x \left( 2 + 6 + 4 \cdot \frac{1}{2} \right) = 80$$

$$2^x \cdot 10 = 80 \Rightarrow 2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

**Cevap C**



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

12.  $(3n-2)^{23}=(n+6)^{23}$

n=?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

Çözüm

Kuvvet tek

$3n-2=n+6$

$3n-n=6+2$

$2n=8 \Rightarrow n=4$

Cevap D

13.  $(3x+1)^{20}=(2x+6)^{20}$

$\Sigma x=?$

- A)
- $\frac{18}{5}$
- B)
- $\frac{7}{5}$
- C) 5      D)
- $-\frac{7}{5}$
- E)
- $\frac{11}{3}$

Çözüm

Kuvvet çift

i.  $3x+1=2x+6$

$3x-2x=6-1$

$x=5$

ii.  $3x+1=-(2x+6)$

$3x+1=-2x-6$

$3x+2x=-6-1$

$5x=-7$

$x=-\frac{7}{5}$

$\Sigma x=5-\frac{7}{5}$

$=\frac{18}{5}$

Cevap A

14.  $n \in \mathbb{N}$

$x=6^n+2^n$

$y=6^n-2^n$

$\frac{x}{y}=\frac{14}{13} \Rightarrow n=?$

- A) 1      B) 3      C) 5      D) 6      E) 9

Çözüm

$\frac{6^n+2^n}{6^n-2^n}=\frac{14}{13}$

$14 \cdot 6^n - 14 \cdot 2^n = 13 \cdot 6^n + 13 \cdot 2^n$

$6^n = 27 \cdot 2^n$

$\frac{6^n}{2^n} = 27 \Rightarrow \left(\frac{6}{2}\right)^n = 3^3$

$3^n = 3^3$

$n=3$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

15.  $9^x=7$

$3^{3x}=?$

- A)  $\sqrt{7}$     B)  $7\sqrt{7}$     C)  $\sqrt{3}$     D) 3    E) 7

Çözüm

$3^{2x} = 7 \Rightarrow 3^x = \sqrt{7}$

$3^{3x} = 3^{2x} \cdot 3^x$

$= 7 \cdot \sqrt{7}$

Cevap B

16.  $2^{x-2}=a$

$2^{3x-1}=?$

- A)  $a^3$     B)  $16a^3$     C)  $32a^3$     D)  $64a^3$     E)  $\frac{a^3}{2}$

Çözüm

$2^x \cdot 2^{-2} = a \Rightarrow \frac{2^x}{4} = a$

$2^x = 4a$

$2^{3x} \cdot 2^{-1} = \frac{(2^x)^3}{2}$

$= \frac{(4a)^3}{2} = \frac{64a^3}{2}$

$= 32a^3$

Cevap C

17.  $2^{-2x}=3$

$(0,5)^{-5x}=?$

- A)  $\frac{1}{\sqrt{3^5}}$     B)  $\sqrt{3^3}$     C)  $\sqrt{3}$     D)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$     E) 3

Çözüm

$(0,5)^{-5x} = \left(\frac{5}{10}\right)^{-5x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5x} = 2^{5x}$

$2^{-2x} = 3 \Rightarrow \frac{1}{2^{2x}} = 3 \Rightarrow 2^{2x} = \frac{1}{3}$

$2^x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$(2^x)^5 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 = \frac{1}{\sqrt{3^5}}$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$18. \frac{5}{1+a^x} + \frac{5}{1+a^{-x}} = ?$$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 5      E) 25

Çözüm

$$\begin{aligned} &= \frac{5}{1+a^x} + \frac{5}{1+\frac{1}{a^x}} \\ &= \frac{5}{1+a^x} + \frac{5 \cdot a^x}{a^x+1} \\ &= \frac{5(1+a^x)}{1+a^x} = 5 \end{aligned}$$

Cevap D

$$19. (5^x)^{-2} = 16$$

$$\left(\frac{1}{25}\right)^x = ?$$

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 8      E) 10

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{64}{\left(\frac{1}{5^2}\right)^x} &= \frac{64}{(5^x)^{-2}} \\ &= \frac{64}{16} = 4 \end{aligned}$$

Cevap C

$$20. 3^{-x} \cdot 3^y \cdot 3^{2x} = 243$$

$$\frac{1}{2^{-7x} \cdot 2^x \cdot 2^{2y}} = 64$$

$$y-x=?$$

- A) -2      B) 1      C) 3      D) 4      E) 5

Çözüm

$$\begin{aligned} 3^{x+y} &= 3^5 \Rightarrow x+y=5 \\ \frac{1}{2^{-6x+2y}} &= 2^6 \Rightarrow 2^{6x-2y} = 2^6 \\ 6x-2y &= 6 \\ 3x-y &= 3 \\ x+y &= 5 \\ 3x-y &= 3 \\ \hline 4x &= 8 \Rightarrow x=2 \\ y &= 3 \\ y-x &= 3-2=1 \end{aligned}$$

Cevap B

## TEST - 1

1.  $(-2)^5 \cdot (2^2) \cdot (-2)^{-9} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{1}{4}$     C)  $\frac{1}{8}$     D)  $-\frac{1}{2}$     E)  $-\frac{1}{4}$

2.  $(2^3)^2 \cdot 2^{(3^2)} = ?$

- A)  $2^7$     B)  $2^8$     C)  $2^{10}$     D)  $2^{13}$     E)  $2^{15}$

3.  $(-a^{-2})^2 \cdot (-a^{-2})^{-1} \cdot (-a^{-1})^{-3} = ?$

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{1}{a}$     C)  $a$     D)  $a^5$     E)  $a^7$

4.  $25^{x-1} = 0,04$

olduğuna göre,  $5^{-x} = ?$ 

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

5.  $\frac{0,003}{3000} : 10^{-6} = ?$

- A)  $10^{-12}$     B)  $10^{-1}$     C) 1    D)  $10^3$     E)  $10^{12}$

6.  $\left(2^2 - \frac{2^6 - 2}{2^4}\right) : \left(2 - \frac{2^2 - 1}{2}\right) = ?$

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{1}{2}$     C) 1    D) 2    E) 4

7.  $\frac{10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3}}{10^2 + 10 + 1} = ?$

- A)  $10^{-3}$     B)  $10^{-2}$     C)  $10^{-1}$     D) 1    E) 0

8.  $\frac{6^x + 6^x + 6^x}{3^x + 3^x} = 24 \Rightarrow x = ?$

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

**TEST - 1**

9.  $\frac{-2^3 - (-4^2) - (-3)^2}{(-2^{-1})^{-2}} = ?$

- A) -4    B)  $-\frac{1}{4}$     C)  $-\frac{1}{14}$     D)  $\frac{15}{4}$     E)  $\frac{17}{4}$

10.  $(0,2)^x = 7$

olduğuna göre,  $\frac{20^x + 5^x}{100^x + 25^x} = ?$

- A)  $\frac{1}{7}$     B)  $\frac{1}{5}$     C) 1    D) 5    E) 7

11.  $\frac{5^y + 5^y + 5^y}{10^y + 10^y} = 12$

olduğuna göre,  $y^y = ?$

- A) 27    B) 3    C) -3    D) -9    E)  $-\frac{1}{27}$

12.  $3^{x-y} = 729$

olduğuna göre,  $\frac{5^{x-y}}{5^{y-x}} = ?$

- A)  $5^{10}$     B)  $5^{12}$     C)  $5^{17}$     D)  $5^{19}$     E) 1

13.  $2^{2x+4} + 4^{x+1} = 5 \cdot 2^{3x-2}$   
eşitliğinde  $x = ?$

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

14.  $\frac{36^x - 9^x}{18^x + 9^x} = 63$

olduğuna göre,  $x = ?$

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

15.  $\frac{2^{x+2} - 2^{x-1}}{2^{x-2} - 2^x} = ?$

- A)  $-\frac{1}{3}$     B)  $-\frac{2}{3}$     C)  $-\frac{5}{3}$     D)  $-\frac{7}{3}$     E)  $-\frac{14}{3}$

16.  $0,625 \cdot 10^4 = 62,5 \cdot 10^x = 62500 \cdot 10^y$   
olduğuna göre,  $x+y$  kaçtır?

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

1.B 2.E 3.C 4.A 5.C 6.A 7.A 8.C 9.B 10.E 11.C 12.B 13.A 14.A 15.E 16.D

## TEST - 2

1.  $2^{x+2} + 2^{x-3} + 2^x = 82$   
x=?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

2.  $\left(1 + \frac{5}{4}\right)^{7-x} = \left(3 - \frac{7}{3}\right)^{x+5} \Rightarrow x=?$

- A) 14      B) 15      C) 16      D) 18      E) 19

3.  $5^a \cdot 125^b = (0,2)^{-4}$   
 $3^a \cdot 9^b = 0,3$   
(a+b)=?

- A) 1      B) -6      C)  $\frac{5}{2}$       D) 2      E)  $\frac{7}{2}$

4.  $\sqrt[3]{64^x \cdot 27^{y+1}} = 3^{x-y}$   
y=?

- A) 0      B) -1      C)  $-\frac{1}{2}$       D)  $-\frac{3}{2}$       E)  $-\frac{3}{4}$

5.  $3^x = a, 5^x = b$

olduğuna göre,  $45^x$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $a \cdot b^2$       B)  $a^2 \cdot b$       C)  $a + b$       D)  $a - b$       E)  $a \cdot b$

6.  $11^x = 16$   
 $11^y = 2 \Rightarrow \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} = ?$

- A)  $\frac{11}{10}$       B)  $\frac{13}{15}$       C)  $\frac{15}{17}$       D)  $\frac{14}{21}$       E)  $\frac{19}{23}$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

7.  $\frac{5^{x-1} + 1}{5^{1-x} + 1} = 5^3$   
x=?

- A) 4      B) 3      C) 2      D) 1      E) -1

8.  $3^{n-1} + \frac{4}{3^{1-n}} = 15$   
 $\Rightarrow \sqrt{2n} = ?$

- A) 1      B) 2      C)  $\sqrt{2}$       D)  $\sqrt{5}$       E)  $2\sqrt{2}$

**TEST - 2**

9.  $\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot (-3^2) \cdot (-3)^2}{(-3)^{-2} \cdot (-3^{-1})^{-2}} = ?$

- A)  $-3^2$     B)  $-1$     C) 1    D) 3    E)  $3^2$

10.  $3^x = 6^{x-1}$   
olduğuna göre,  $4^{x-1} = ?$

- A) 36    B) 9    C) 4    D) 1    E)  $\frac{4}{9}$

11.  $\frac{3^x + 3^x + 3^x}{2^x + 2^x + 2^x} = \frac{8}{27}$   
 $x = ?$

- A)  $-1$     B)  $-2$     C)  $-3$     D)  $-4$     E)  $-5$

12.  $\left. \begin{array}{l} x = 2^{-4} \\ y = \left(\frac{1}{32}\right)^{-2} \end{array} \right\}$   
olduğuna göre,  $x^2 \cdot y = ?$

- A)  $\frac{1}{16}$     B)  $\frac{1}{4}$     C) 2    D) 4    E) 16

13.  $3^x = 2$   
 $3^{2y} = 9$   
veriliyor.  
 $3^{2x+y-1} = ?$

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 2    E) 1

14.  $4^{a-1} + 2^{2a+1} = 36 \cdot 2^{a+1}$   
 $a = ?$

- A) 8    B) 7    C) 6    D) 5    E) 4

15.  $\left(\frac{1}{16}\right)^{3-x} = 8^{x-2}$   
 $x = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 5    E) 6

16.  $\frac{3^x + 3^x + 3^x + 3^x}{3^x \cdot 3^x \cdot 3^x} = \frac{4}{9}$   
 $x = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

## TEST - 3

1.  $\frac{5^{55} + 5^{51} + 5^{50}}{5^{49} + 5^{54} + 5^{50}} = ?$

- A) 1      B) 5      C) 10      D) 25      E) 50

2.  $2^x=9, 2^y=27$

$\Rightarrow \frac{y-x}{x+y} = ?$

- A) 81      B) 5      C)  $\frac{1}{5}$       D)  $\frac{2}{5}$       E)  $\frac{3}{5}$

3.  $2^{a-b}=125, 5^{a+b}=128$

$\Rightarrow a^2-b^2=?$

- A) 8      B) 12      C) 16      D) 21      E) 24

4.  $5^{2x-1}=3+3^{x+1}$

$3^{2x-1}=5-5^{x+1}$

$(5^x-3^x)=?$

- A) 30      B) 15      C) 8      D) 5      E) 4

5.  $2^{x-2}+2^x=20$  ve  $2^x+3^y=97$

$\Rightarrow y=?$

- A) -1      B) -3      C) -4      D) 4      E) -6

6.  $\left(\frac{3^{-1}+3^{-1}+3^{-1}}{4^{-1}+4^{-1}+4^{-1}}\right)^n = \frac{64}{27}$

$\Rightarrow n$  kaçtır?

- A) 4      B) 2      C) 3      D) 5      E) 6

7.  $\left(\frac{9}{25}\right)^{x+3} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-2x-5} = \frac{27}{125}$

$\Rightarrow x$  kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

8.  $\frac{5}{1-2^x} + \frac{5}{1-2^{-x}} = ?$

- A) 3      B) 5      C) 1      D) x      E) x+1



## TEST - 3

9.  $\frac{10^{x+1} + 10^{x+1} + 10^{x+1}}{5^{x-1} + 5^{x-1} + 5^{x-1}} = 50$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) 4      B) 3      C) 2      D) 1      E) 0

10.  $\left. \begin{array}{l} 3^x = 5 \\ 5^y = 81 \end{array} \right\}$   
 $\Rightarrow x.y$  kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

11.  $\left( \frac{10^9 - 10^8}{3 \cdot 10^4} \right) \cdot \left( \frac{10^{-14} + 10^{-15}}{11 \cdot 10^{-19}} \right) = ?$

- A)  $3 \cdot 10^7$       B)  $3 \cdot 10^8$       C)  $3 \cdot 10^9$       D)  $\frac{10^9}{33}$       E)  $3 \cdot 10^{10}$

12.  $\left. \begin{array}{l} a = (0,003)^4 \\ b = (0,001)^6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} = ?$

- A)  $3^4$       B)  $3^4 \cdot 10^2$       C)  $3^4 \cdot 10^3$   
D)  $3^4 \cdot 10^5$       E)  $3^4 \cdot 10^6$

13.  $x \in \mathbb{R}^+$  için  
 $\frac{(0,125)^{2x} \cdot (0,25)^{-3x}}{(0,008)^x} = ?$

- A)  $5^x$       B)  $8^x$       C)  $64^x$       D)  $125^x$       E)  $512^x$

14.  $x \in \mathbb{R}$  için  
 $\frac{2^x + 2^{2x} + 2^{3x}}{2^{-x} + 2^{-2x} + 2^{-3x}} = 64$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) 2      B)  $\frac{3}{2}$       C) 1      D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{1}{4}$

15.  $\frac{4 \cdot 10^{-6} + 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-4}}{10^{-6}} = ?$

- A) 142      B) 204      C) 214      D) 402      E) 412

16.  $\frac{0,027 \cdot 10^{-2} + 0,9 \cdot 10^{-4}}{0,006 \cdot 10^{-1}} = ?$

- A) 0,1      B) 1      C) 0,6      D) 6      E) 0,06

**Tanım:**  $n \in \mathbb{R}$  ve  $n \neq 0$  olmak üzere,  $\sqrt[n]{x}$  ifadesine  $x$  sayısının  $n$ . dereceden kökü denir.



Her köklü ifade reel sayı belirtmez.

1.  $n$  çift  $a < 0$  ise  $\sqrt[n]{a}$  ifadesi reel sayı belirtmez.
2.  $n$  tek  $a < 0$  ise  $\sqrt[n]{a}$  ifadesi reel sayı belirtir.
3.  $n$  çift  $a > 0$  ise  $\sqrt[n]{a}$  ifadesi reel sayı belirtir.

### Köklü Sayıların Özellikleri

1.  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$   $a \neq 0$
2.  $\sqrt[m]{a^m} = a$  ( $m$  tek ise)
3.  $\sqrt[m]{a^m} = |a|$  ( $m$  çift ise)

### Bazı Köklü İfadeler

$\sqrt{4}=2,$	$\sqrt{9}=3,$	$\sqrt{16}=4$
$\sqrt{25}=5,$	$\sqrt{36}=6,$	$\sqrt{49}=7$
$\sqrt{64}=8,$	$\sqrt{81}=9,$	$\sqrt{100}=10$

### Bazı Üslü İfadeler

$2^0=1$	$3^2=9$	$4^2=16$	$5^2=25$
$2^2=4$	$3^3=27$	$4^3=64$	$5^3=125$
$2^3=8$	$3^4=81$		
$2^4=16$			
$2^5=32$			
$2^6=64$			

### ÖRNEK-1

$$\sqrt{a-2} + \sqrt{a.b-8} = 0$$

$$\Rightarrow b=?$$

### Çözüm

i.  $a-2=0$  olmalı

$$a=2$$

ii.  $a.b-8=0$  olmalı

$$a.b=8$$

$$2.b=8 \Rightarrow b=4$$

### ÖRNEK-2

$$* \sqrt{5^3} = 5^{\frac{3}{2}}$$

$$* \sqrt[3]{2^5} = 2^{\frac{5}{3}}$$

### ÖRNEK-3

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$$

### ÖRNEK-4

$$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$$

$$\sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2$$

$$4. \sqrt[n]{a^n \cdot b} = a\sqrt[n]{b}$$

### 5. Toplama ve Çıkarma

$$x\sqrt[n]{a} + y\sqrt[n]{a} - z\sqrt[n]{a} = (x+y-z)\sqrt[n]{a}$$

### 6. Çarpma – Bölme

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

#### ÖRNEK-5

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} \\ = 2 \cdot \sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

#### ÖRNEK-6

$$3\sqrt{8} + 5\sqrt{18} - \sqrt{50} = ?$$

#### Çözüm

$$3\sqrt{4 \cdot 2} + 5\sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{25 \cdot 2} \\ = 6\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\ = (6+15-5)\sqrt{2} \\ = 16\sqrt{2}$$

#### ÖRNEK-7

$$\frac{\sqrt{40} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{80}} = ?$$

#### Çözüm

$$\frac{\sqrt{40 \cdot 18}}{\sqrt{80}} = \sqrt{\frac{40 \cdot 18}{80}} \\ = \sqrt{9} \\ = 3$$

$$7. \sqrt[n]{a^m} = k \cdot \sqrt[n]{a^{m \cdot k}} \quad (k \in \mathbb{Z}^+)$$

$$8. \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[k]{a^{\frac{m}{k}}} \quad (k \in \mathbb{Z}^+)$$

$$9. a \in \mathbb{R}^+, n \in \mathbb{N}^+, (\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n}$$

### Paydayı Kökten Kurtarma (Eşlenik)

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$$

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$$

$$i. \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

$$ii. \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$$

### Eşlenikler

İfade	Eşleniği
$\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a} - \sqrt{b}$
$\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{a^2 + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$
$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$

### ÖRNEK-8

$$\sqrt[3]{2^5} = 2 \cdot \sqrt[3]{2^{5 \cdot 2}} = 6 \sqrt[3]{2^{10}}$$

### ÖRNEK-9

$$\sqrt[8]{5^4} = \sqrt[4]{5^{\frac{4}{4}}} = \sqrt{5}$$

### ÖRNEK-10

$$(\sqrt{5})^2 = \sqrt{5^2} = 5$$

$$(\sqrt[3]{2})^3 = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

### ÖRNEK-11

$$* \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$* \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

### ÖRNEK-12

$$\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{5 - 2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3}$$

### ÖRNEK-13

$$\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} = \frac{5(\sqrt{7} + \sqrt{2})}{\underbrace{7 - 2}_5}$$

$$= \sqrt{7} + \sqrt{2}$$

$$11. \sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}} = \sqrt[m \cdot n \cdot p]{a}$$

$$12. \sqrt[m]{a \cdot \sqrt[n]{b \cdot \sqrt[p]{c}}} = \sqrt[m \cdot n \cdot p]{a^{n \cdot p} \cdot b^p \cdot c}$$

$$13. \sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a \dots}}} = \sqrt[n]{a}$$

$$14. \sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a \dots}}} = \sqrt[n+1]{a}$$

$$15. \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} = x + 1$$

$a = x \cdot (x + 1)$  (Ardışık iki sayının çarpımı)

$$16. \sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - \dots}}} = x$$

$a = x \cdot (x + 1)$

ÖRNEK-14

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\sqrt{5}\sqrt{2}} &= 3.2.5\sqrt{2} \\ &= \sqrt[30]{2} \end{aligned}$$

ÖRNEK-15

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2^5\sqrt{2}\sqrt{2}} &= 3.5.2\sqrt{2^{5.2} \cdot 2^2 \cdot 2^1} \\ &= \sqrt[30]{2^{10} \cdot 2^2 \cdot 2^1} \\ &= \sqrt[30]{2^{13}} \end{aligned}$$

ÖRNEK-16

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{4 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \sqrt[3]{4 \dots}}} &= 3-1\sqrt{4} \\ &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

ÖRNEK-17

$$\begin{aligned} \sqrt{8 : \sqrt{8 : \sqrt{8 : \dots}}} &= 2 + 1\sqrt{8} \\ &= \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} \\ &= 2 \end{aligned}$$

ÖRNEK-18

$$\sqrt{42 + \sqrt{42 + \sqrt{42 + \dots}}} = ?$$

Çözüm

$$42 = 6 \cdot 7$$

O halde

$$\sqrt{42 + \sqrt{42 + \sqrt{42 + \dots}}} = 7$$

ÖRNEK-19

$$\sqrt{30 - \sqrt{30 - \sqrt{30 - \dots}}} = ?$$

Çözüm

$$30 = 6 \cdot 5$$

O halde

$$\sqrt{30 - \sqrt{30 - \sqrt{30 - \dots}}} = 5$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.  $\sqrt[5]{(-5)^5} - 4\sqrt{(-4)^4} + \sqrt[6]{(-6)^6} = ?$

- A) -3      B) -2      C) -1      D) 2      E) 3

**Çözüm**

$$\begin{aligned} & \sqrt[5]{(-5)^5} - 4\sqrt{(-4)^4} + \sqrt[6]{(-6)^6} \\ & = (-5) - 4| -4 | + | -6 | \\ & = -5 - 4 + 6 = -3 \end{aligned}$$

**Cevap A**

2.  $b < a < 0 < c$  olmak üzere,

$$\sqrt[3]{b^3} - \sqrt[4]{a^4} + 2\sqrt[5]{c^5} = ?$$

- A)  $a+b+c$       B)  $b+a+2c$       C)  $b-a+2c$   
D)  $-b-a+2c$       E)  $b+a-2c$

**Çözüm**

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{b^3} - \sqrt[4]{a^4} + 2\sqrt[5]{c^5} \\ & = b - \underbrace{|a|} + 2.c \\ & = b - (-a) + 2c \\ & = b + a + 2c \end{aligned}$$

**Cevap B**

3.  $\sqrt[4]{16} + \sqrt{49} - \sqrt[5]{-32} = ?$

- A) 7      B) 9      C) 11      D) 13      E) 14

**Çözüm**

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{2^4} + \sqrt{7^2} - \sqrt[5]{(-2)^5} \\ & = 2 + 7 - (-2) \\ & = 2 + 7 + 2 = 11 \end{aligned}$$

**Cevap C**

4.  $\frac{\sqrt{192} - \sqrt{243}}{3\sqrt{75} - 4\sqrt{48}}$

- A)  $\sqrt{3}$       B)  $2\sqrt{3}$       C)  $-\sqrt{3}$       D) 1      E) 2

**Çözüm**

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{3 \cdot 64} - \sqrt{3 \cdot 81}}{3\sqrt{3 \cdot 25} - 4\sqrt{3 \cdot 16}} \\ & = \frac{8\sqrt{3} - 9\sqrt{3}}{15\sqrt{3} - 16\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} \\ & = 1 \end{aligned}$$

**Cevap D**

5.  $\sqrt{31 + \sqrt{29 - \sqrt{14 + \sqrt{4}}}} = ?$

- A) 1      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**Çözüm**

$$\begin{aligned} & = \sqrt{31 + \sqrt{29 - \sqrt{14 + 2}}} \\ & = \sqrt{31 + \sqrt{29 - 4}} \\ & = \sqrt{31 + 5} = \sqrt{36} \\ & = 6 \end{aligned}$$

**Cevap E**

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

6.  $x \in \mathbb{R}^+$ 

$$\frac{\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[12]{x^{24}}} = ?$$

- A)  $\sqrt[7]{x^{12}}$       B)  $\sqrt[4]{x^{12}}$       C)  $\sqrt{x^7}$   
 D)  $\sqrt[12]{x}$       E)  $\sqrt[12]{x^5}$

Çözüm

$$\begin{aligned} &= \frac{3 \cdot 4 \sqrt[3]{x^3} \cdot 4 \cdot 3 \sqrt[4]{x^4}}{\sqrt[12]{x^{24}}} \\ &= \frac{12 \sqrt{x^9} \cdot 12 \sqrt{x^{16}}}{\sqrt[12]{x^{24}}} \\ &= \frac{12 \sqrt{x^{9+16}}}{\sqrt[12]{x^{24}}} = \frac{12 \sqrt{x^{25}}}{\sqrt[12]{x^{24}}} \\ &= 12 \sqrt{x} \end{aligned}$$

Cevap D

7.  $2\sqrt{1,6} + \sqrt{2,5} - 3\sqrt{0,1} = ?$ 

- A)  $\sqrt{10}$       B)  $2\sqrt{10}$       C)  $3\sqrt{10}$       D) 10      E) 8

Çözüm

$$\begin{aligned} &= 2\sqrt{\frac{16}{10}} + \sqrt{\frac{25}{10}} - 3\sqrt{\frac{1}{10}} \\ &= \frac{2 \cdot 4}{\sqrt{10}} + \frac{5}{\sqrt{10}} - \frac{3 \cdot 1}{10} \\ &= \frac{8+5-3}{\sqrt{10}} = \frac{10}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{10 \cdot \sqrt{10}}{10} \\ &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

Cevap A

8.  $a, b \in \mathbb{R}^+$ 

$$\frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \sqrt{b} = ?$$

- A)  $\sqrt{b}$       B)  $\sqrt{a}$       C)  $\sqrt{ab}$       D)  $2\sqrt{b}$       E)  $\frac{a}{b}$

Çözüm

$$\begin{aligned} &= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} - \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \sqrt{b} \\ &= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} - \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{a}} + \sqrt{b} \\ &= \frac{a\sqrt{a}}{a} - \frac{b\sqrt{b}}{b} + \sqrt{b} \\ &= \sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{b} = \sqrt{a} \end{aligned}$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$9. \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}} = ?$$

- A)  $\sqrt{3}$     B)  $\sqrt{18}$     C) 2    D)  $2\sqrt{3}$     E)  $2\sqrt{6}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}} \\ & \frac{(\sqrt{3})}{(\sqrt{3})} - \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3}+\sqrt{6})} \\ & = \frac{\sqrt{9}-\sqrt{18}}{3} - \frac{\sqrt{9}+\sqrt{18}}{3-6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{3}-\sqrt{6})(\sqrt{3}+\sqrt{6}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{6})^2 \\ & = 3-6 = -3 \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{9}-\sqrt{18} + \sqrt{9} + \sqrt{18}}{3} = \frac{3+3}{3} = 2$$

Cevap C

$$10. \frac{\sqrt{21}-\sqrt{15}+\sqrt{10}-\sqrt{14}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2}) = ?$$

- A)  $\sqrt{5}$     B)  $\sqrt{2}-\sqrt{5}$     C) 1    D)  $\sqrt{6}$     E)  $5+2\sqrt{5}$

Çözüm

$$= \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5}) + \sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$= \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})} \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$= 3-2=1$$

Cevap C

$$11. \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{7-2\sqrt{12}} = ?$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D)  $\sqrt{3}$     E)  $2+\sqrt{3}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & x > y \\ & \sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x \mp y} \\ & \downarrow \quad \quad \uparrow \\ & x+y \quad x \cdot y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{7-2\sqrt{12}} \\ & \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ & \quad \quad 3.1 \quad \quad 4.3 \end{aligned}$$

$$= \sqrt{3} + 1 + \sqrt{4-\sqrt{3}}$$

$$= 1+2=3$$

Cevap C



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

12.  $\sqrt{7+\sqrt{24}}+\sqrt{7-\sqrt{24}}=?$

- A)  $\sqrt{6}$     B)  $2\sqrt{6}$     C) 2    D)  $\sqrt{7}$     E)  $2\sqrt{7}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \sqrt{7+2\sqrt{6}}+\sqrt{7-2\sqrt{6}} \\ & \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ & \quad \quad \quad 6.1 \quad \quad \quad 6.3 \\ & =\sqrt{6}+1+\sqrt{6}-1 \\ & =2\sqrt{6} \end{aligned}$$

Cevap B

13.  $a=\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2}$

$b=\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}$

$a-b=?$

- A)  $\sqrt{5}$     B)  $\sqrt{3}$     C)  $2(\sqrt{3}-\sqrt{5})$     D)  $-2\sqrt{3}$     E) 0

Çözüm

$$\begin{aligned} a & =\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2}=|\sqrt{3}-\sqrt{5}| \\ & =-(\sqrt{3}-\sqrt{5}) \\ & =-\sqrt{3}+\sqrt{5} \\ b & =\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}=|\sqrt{5}-\sqrt{3}| \\ & =(\sqrt{5}-\sqrt{3}) \\ a-b & =-\sqrt{3}+\sqrt{5}-(\sqrt{5}-\sqrt{3}) \\ & =-\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{5}+\sqrt{3} \\ & =0 \end{aligned}$$

Cevap E

14.  $x < \frac{5}{3}$

$|5-3x|-\sqrt{9x^2-30x+25}+3x-1=?$

- A) 5x    B) 5-3x    C) 3x-1  
D) 1-3x    E) 3x-25

Çözüm

$$\begin{aligned} & =|5-3x|-\sqrt{(3x-5)^2}+3x-1 \\ & =\underbrace{|5-3x|}_{+}-\underbrace{|3x-5|}_{-}+3x-1 \\ & =(5-3x)+(3x-5)+3x-1 \\ & =3x-1 \end{aligned}$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

15.  $x \in \mathbb{Z}$ 

$$\sqrt{x+4} + \sqrt[4]{3-x} = A \Rightarrow \sum x = ?$$

- A) -4    B) -3    C) -2    D) 3    E) 4

Çözüm

$$\sqrt{x+4} + \sqrt[4]{3-x} = A \quad A \in \mathbb{R}$$

$$x+4 \geq 0 \quad 3-x \geq 0$$

$$x \geq -4 \quad 3 \geq x$$

$$-4 \leq x \leq 3 \quad (x \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \sum x = -4 + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 = -4$$

Cevap A

$$16. \sqrt{\frac{1}{25} + \frac{1}{16} + \frac{1}{10}} = ?$$

- A)  $\frac{3}{20}$     B)  $\frac{9}{20}$     C)  $\frac{3}{10}$     D)  $\frac{2}{9}$     E)  $\frac{10}{17}$

Çözüm

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{25} + \frac{1}{16} + \frac{1}{10}} = \sqrt{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right)^2}$$

$$= \left| \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \right|$$

$$(4) (5)$$

$$= \frac{9}{20}$$

Cevap B

$$17. \sqrt{2^3 \sqrt{4^4 \sqrt{8}}} = ?$$

- A)  $2^{\frac{17}{7}}$     B)  $2^{\frac{12}{23}}$     C)  $2^{\frac{23}{24}}$     D)  $2^{\frac{21}{20}}$     E)  $2^{\frac{1}{3}}$

Çözüm

$$\sqrt{2^3 \sqrt{4^4 \sqrt{8}}}$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 4 \sqrt{2^{3 \cdot 4} \cdot 4^4 \cdot 8}$$

$$= 2^4 \sqrt{2^{12} \cdot 2^8 \cdot 2^3}$$

$$= 2^4 \sqrt{2^{23}}$$

$$= 2^{\frac{23}{2}}$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

18.  $\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}=?$

- A)
- $\sqrt{2}$
- B)
- $2\sqrt{2}$
- C)
- $3\sqrt{2}$
- D)
- $\sqrt{7}$
- E)
- $\sqrt{28}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{(\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}})\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{8-2\sqrt{7}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{(\sqrt{7}+1)-(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{7}+1-\sqrt{7}+1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

Cevap A

19.  $\sqrt{203.202-201.204}=?$

- A)
- $\sqrt{3}$
- B)
- $\sqrt{2}$
- C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

x=201 olsun.

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x+2)\cdot(x+1)-x\cdot(x+3)} \\ &= \sqrt{x^2+x+2x+2-x^2-3x} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

Cevap B

20.  $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2}=x$  olduğuna göre,  
 $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=?$

- A) x B) 2x C)
- $\frac{x}{2}$
- D)
- $\frac{x}{3}$
- E)
- $\frac{x}{4}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2}=x \\ & \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=A \\ & \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})\cdot(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-2)\cdot(\sqrt{5}+2)} = \frac{x}{A} \\ & \frac{7-3}{5-4} = \frac{x}{A} \Rightarrow 4 = \frac{x}{A} \\ & A = \frac{x}{4} \end{aligned}$$

Cevap E

## TEST - 1

$$1. \frac{\sqrt{(-3)^2} - \sqrt[3]{-64} - \sqrt{(-3)^4}}{\sqrt[3]{-3^3} + \sqrt{(-2)^4}} = ?$$

- A) -10    B) -4    C) -2    D) 2    E) 4

$$2. \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt[4]{(\sqrt{3}-1)^4}}{\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt[3]{(\sqrt{2}-3)^3}} = ?$$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$     C)  $\frac{1}{4}$     D)  $\frac{2\sqrt{3}-3}{4}$     E)  $-\frac{1}{2}$

$$3. \sqrt{20} + \sqrt[3]{-64} + \sqrt[3]{-30} + 3 = ?$$

- A) 5    B)  $2\sqrt{5}$     C) 1    D) 4    E)  $4\sqrt{3}$

$$4. a < 0 < b \Rightarrow \sqrt[5]{a^5 \cdot b^5} + \sqrt[4]{a^4 \cdot b^4} + \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = ?$$

- A) a    B) b    C) a.b    D) a-b    E) b-a

$$5. \frac{\sqrt[4]{0,0009} + \sqrt[4]{0,0004}}{\sqrt{0,03} + \sqrt{0,02}} = ?$$

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     B) 1    C) 2    D)  $\sqrt{2}$     E)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$$6. a^2 \cdot b > 0, a \cdot c^2 < 0, b \cdot c < 0 \\ \Rightarrow \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} + \sqrt[4]{c^4} - \sqrt{a^2 + 2ac + c^2} = ?$$

- A) a    B) b    C) c    D) -b    E) b-c

$$7. \sqrt[4]{2^x} + \sqrt[8]{4^x} + \sqrt[12]{8^x} = 48 \\ \Rightarrow x = ?$$

- A) 8    B) 4    C) 6    D) 12    E) 16

$$8. \left( \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}}{11 - \sqrt{22}} \right)^2 = ?$$

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C) 11    D)  $\frac{1}{11}$     E)  $\frac{1}{121}$

## TEST - 1

9.  $\sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a^2} \cdot \sqrt[3]{a^5}}$   
ifadesinin eşiti kaçtır?

- A)  $\sqrt{a}$  B)  $a^{\frac{2}{3}}$  C)  $a^{\frac{4}{3}}$  D)  $a^{\frac{17}{18}}$  E)  $a^{-1}$

10.  $\sqrt[3]{\frac{1}{4} \cdot \sqrt[4]{8} \sqrt[6]{\frac{1}{32}}} = 2^x$   
 $\Rightarrow x = ?$

- A)  $-\frac{25}{72}$  B)  $-\frac{13}{36}$  C)  $-\frac{29}{72}$  D)  $-\frac{35}{72}$  E)  $-\frac{37}{72}$

11.  $\sqrt{3-\sqrt{8}} = ?$

- A)  $\sqrt{2}$  B)  $-\sqrt{2}$  C)  $3-\sqrt{2}$  D)  $\sqrt{2}+1$  E)  $\sqrt{2}-1$

12.  $\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}} = ?$

- A)  $2+\sqrt{3}$  B)  $2-\sqrt{3}$  C)  $\sqrt{2}$  D)  $2\sqrt{2}$  E)  $\sqrt{2}+3$

13.  $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}} = ?$

- A) 2 B)  $\sqrt{2}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$  E)  $3\sqrt{2}$

14.  $\sqrt{42+\sqrt{42+\sqrt{42+\sqrt{\dots}}}} - \sqrt{56-\sqrt{56-\sqrt{56-\sqrt{\dots}}}} = ?$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

15.  $\frac{\sqrt{64:\sqrt{64:\sqrt{64:\dots}}}}{\sqrt[3]{64^3\sqrt{64^3\sqrt{64:\dots}}}} = ?$

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{3}{4}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{4}{3}$

16.  $\sqrt{8}-\sqrt{128}+2\sqrt{98}-3\sqrt{18} = ?$

- A)  $-\sqrt{2}$  B) 0 C)  $\sqrt{2}$  D)  $2\sqrt{2}$  E)  $3\sqrt{2}$

## TEST - 2

1.  $\sqrt{8} + \sqrt{18} - \frac{6}{\sqrt{2}} = ?$

- A)  $3\sqrt{2}$    B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$    C)  $-5\sqrt{2}$    D)  $2\sqrt{2}$    E)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

2.  $\sqrt[3]{40} - 2 \cdot \sqrt[3]{135} + \sqrt[3]{625} - \sqrt[3]{320} = ?$

- A)  $-3 \cdot \sqrt[3]{5}$    B)  $-2 \cdot \sqrt[3]{5}$    C)  $-\sqrt[3]{5}$    D)  $2 \cdot \sqrt[3]{5}$    E)  $\sqrt[3]{5}$

3.  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} \dots \sqrt{n} = 12\sqrt{35} \Rightarrow n = ?$

- A) 6   B) 7   C) 8   D) 9   E) 10

4.  $\sqrt{3} + \sqrt{5} = a \Rightarrow \frac{\sqrt{6} + \sqrt{9} + \sqrt{15} + \sqrt{10}}{2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = ?$

- A)  $a^2$    B)  $\frac{a}{2}$    C)  $a^3$    D)  $\frac{a}{4}$    E) 1

5.  $\frac{4 - \sqrt{12}}{\sqrt{8} - \sqrt{6}} = ?$

- A) 2   B)  $\sqrt{2}$    C) -1   D)  $\sqrt{3}$    E)  $\sqrt{6}$

6.  $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = ?$

- A)  $\sqrt{3}$    B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$    C)  $\sqrt{6}$    D)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$    E)  $\sqrt{2}$

7.  $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{11}{4 - \sqrt{5}} = ?$

- A) -6   B) -2   C) 2   D)  $2(\sqrt{3} - 1)$    E) 6

8.  $\sqrt[x+1]{\frac{4^x + 4^x + 4^x + 4^x}{3^x + 3^x + 3^x}}$

ifadesinin sonucu kaçtır? ( $x \in \mathbb{Z}^+$ )

- A)  $\frac{4}{3}$    B)  $2\sqrt{2}$    C)  $\frac{3}{5}$    D)  $\frac{2}{3}$    E)  $\frac{8}{3}$

## TEST - 2

$$9. \frac{\sqrt[3]{0,008} - \sqrt{0,0009}}{\sqrt{0,0256} + \sqrt[3]{0,001}} = ?$$

- A)  $\frac{43}{17}$     B)  $\frac{43}{6}$     C)  $\frac{37}{6}$     D)  $\frac{37}{17}$     E)  $\frac{17}{26}$

$$10. m = \sqrt{4321.4290 - 4289.4322} = ?$$

- A) 1    B)  $\sqrt{2}$     C)  $3\sqrt{2}$     D)  $2\sqrt{2}$     E)  $4\sqrt{2}$

$$11. \frac{\sqrt{0,09} + \sqrt{0,9}}{\sqrt{0,01} + \sqrt{0,1}} = ?$$

- A)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$     B) 3    C)  $3\sqrt{10}$     D)  $\frac{1}{3\sqrt{10}}$     E) 6

$$12. \frac{\sqrt{3^a + 3^a + 3^a + 3^a}}{\sqrt[3]{3^a + 3^a + 3^a}} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = ?$$

- A) -2    B) -3    C) -4    D) -5    E) -6

$$13. \sqrt{1,6} + \sqrt{0,4} - \sqrt{3,6} = ?$$

- A) 1,3    B)  $\frac{5}{3}$     C) 0    D) 1    E)  $\frac{1}{2}$

$$14. \sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{9 \cdot \sqrt[4]{27}}} = x^{\frac{23}{24}} \Rightarrow x^2 = ?$$

- A) 3    B) 9    C)  $\sqrt{3}$     D)  $3\sqrt{3}$     E)  $\sqrt[3]{3}$

$$15. \sqrt{7 + \sqrt{24}} - \sqrt{7 - \sqrt{24}} = ?$$

- A) 2    B)  $\sqrt{2}$     C)  $\sqrt{6}$     D)  $2\sqrt{6}$     E) 4

$$16. \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}} = ?$$

- A)  $\sqrt{2}$     B)  $\sqrt{3}$     C)  $\sqrt{5}$     D)  $-\sqrt{3}$     E)  $-\sqrt{2}$

## TEST - 3

1.  $\sqrt{4+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}}=?$

- A)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$       B)  $\sqrt{2}+\sqrt{3}$       C)  $\sqrt{3}+1$   
 D)  $-1\sqrt{3}$       E)  $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$

2.  $\sqrt{\frac{3}{a}}+\sqrt{\frac{a}{3}}=\sqrt{a}\Rightarrow a=?$

- A) 1      B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C)  $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$   
 D)  $\frac{3(1+\sqrt{3})}{2}$       E)  $\frac{3(1-\sqrt{3})}{2}$

3.  $\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{15}}{1-\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{15}}=?$

- A)  $2-\sqrt{3}$       B)  $-2-\sqrt{3}$       C)  $-2+\sqrt{3}$   
 D)  $2-2\sqrt{3}$       E)  $-2+3\sqrt{3}$

4.  $\frac{1}{\sqrt{6}-2}-\frac{1}{\sqrt{6}+2}+\frac{2}{\sqrt{3}+1}=?$

- A)  $\sqrt{3}-1$       B)  $\sqrt{3}+1$       C)  $\sqrt{3}$       D) 1      E)  $2\sqrt{3}-1$

5.  $\frac{\sqrt{54}-\sqrt{24}}{\sqrt{3}}=?$

- A)  $\sqrt{2}$       B)  $\sqrt{3}$       C)  $\sqrt{6}$       D) 3      E) -3

6.  $\sqrt{75}-\sqrt{27}+\sqrt{48}=?$

- A)  $6\sqrt{3}$       B)  $7\sqrt{3}$       C)  $8\sqrt{3}$       D)  $9\sqrt{3}$       E)  $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

7.  $\sqrt{0,4}+\sqrt{0,9}-\sqrt{0,1}=?$

- A)  $\sqrt{10}$       B)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$       C)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$       D)  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$       E)  $\frac{3\sqrt{10}}{5}$

8.  $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\cdot\sqrt{8}=?$

- A) 6      B)  $\sqrt{2}$       C) 8      D)  $2\sqrt{2}$       E)  $\sqrt{6}$



## TEST - 3

9.  $\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} = ?$

- A) -2    B)  $-\sqrt{2}$     C)  $\sqrt{2}$     D)  $2\sqrt{2}$     E) 2

10.  $\sqrt{\sqrt{14+\sqrt{1+\sqrt{13-\sqrt{16}}}}} = ?$

- A) 2    B) 4    C) 6    D) 8    E) 10

11.  $\frac{\sqrt[3]{0,008} + \sqrt{0,64}}{\sqrt{0,01} - \sqrt[3]{0,027}} = ?$

- A) -5    B) -4    C) -2    D)  $\sqrt{3}$     E)  $2-\sqrt{3}$

12.  $\frac{\sqrt{5+\sqrt{3}}}{\sqrt{5-\sqrt{3}}} - \frac{\sqrt{5-\sqrt{3}}}{\sqrt{5+\sqrt{3}}} = ?$

- A)  $-\sqrt{15}$     B)  $\sqrt{15}$     C)  $2\sqrt{15}$     D)  $-2\sqrt{15}$     E)  $-3\sqrt{15}$

13.  $\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     B)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$     C) -1    D)  $\sqrt{2}$     E)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

14.  $\sqrt{(2-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-1)^2} = ?$

- A) 3    B) 2    C) 0    D) -1    E)  $3-4\sqrt{2}$

15.  $\sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{5+\sqrt{2}}} - \sqrt{5} = ?$

- A) 4    B)  $\sqrt{5}$     C)  $\sqrt{2}$     D) 1    E) 0

16.  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} - \sqrt{3} + 3 = ?$

- A) 1    B) -1    C)  $\sqrt{2}$     D)  $-\sqrt{2}$     E)  $\sqrt{3}$

1.C 2.D 3.B 4.B 5.A 6.A 7.D 8.A 9.E 10.B 11.A 12.C 13.A 14.D 15.E 16.C

## ÖZDEŞLİKLER

## Binom Açılımı ve Pascal Üçgeni

$n \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $(x+y)^n$

$$\begin{array}{l}
 (a+b)^0 \rightarrow \quad \quad \quad 1 \\
 (a+b)^1 \rightarrow \quad \quad 1 \quad \quad 1 \\
 (a+b)^2 \rightarrow \quad \quad 1 \quad \quad 2 \quad \quad 1 \\
 (a+b)^3 \rightarrow \quad 1 \quad \quad 3 \quad \quad 3 \quad \quad 1
 \end{array}$$

## 1. İki Kare Farkı

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

## 2. Tam Kare İfadeler

$$i. (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

## ÖRNEK-1

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

## ÖRNEK-2

$$18^2 - 15^2 = 33.P \Rightarrow P = ?$$

## Çözüm

$$(18-15)(18+15) = 33.P$$

$$3.33 = 33.P$$

$$3 = P$$

## ÖRNEK-3

$$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$

$$x^2 - 5 = (x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})$$

$$9x^2 - 25 = (3x-5)(3x+5)$$

$$x^2 - \frac{1}{16} = \left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$$

## ÖRNEK-4

$$a+b=6 \text{ ve } a.b=2 \text{ ise } a^2 + b^2 = ?$$

## Çözüm

$$(a+b)^2 = (6)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 36$$

$$a^2 + b^2 + 2.2 = 36$$

$$a^2 + b^2 = 36 - 4 = 32$$

$$\text{ii. } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{iii. } (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

$$\text{iv. } (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ac)$$

$$(a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab-ac-bc)$$

### ÖRNEK-5

$a=1001$  olduğuna göre,

$$a^2 - 2a + 1 = ?$$

### Çözüm

$$a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2$$

$$(1001-1)^2 = (1000)^2 = (10^3)^2 \\ = 10^6$$

### ÖRNEK-6

$$a > b$$

$$a+b=3\sqrt{5}, a \cdot b=5 \Rightarrow a-b=?$$

### Çözüm

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

$$(a-b)^2 = (3\sqrt{5})^2 - 4 \cdot 5$$

$$(a-b)^2 = 45 - 20$$

$$(a-b)^2 = 25 \quad a > b \text{ ise}$$

$$a-b=5$$

### ÖRNEK-7

$$a^2 + b^2 + c^2 = 21$$

$$ac - ab - bc = 2$$

$$\text{ise } \max(a-b+c) = ?$$

### Çözüm

$$(a-b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ac - ab - bc)$$

$$(a-b+c)^2 = 21 + 2 \cdot 2$$

$$(a-b+c)^2 = 25$$

$$\max(a-b+c) = 5$$

## Tam Küp İfadeler

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

## İki Küp Toplamı ve Farkı

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

## ÖRNEK-8

$$a, b \in \mathbb{R}$$

$$a^3 + 3ab^2 = 15$$

$$b^3 + 3a^2b = 12 \text{ ise } a+b=?$$

## Çözüm

$$a^3 + 3ab^2 = 15$$

$$b^3 + 3a^2b = 12$$

$$+ \quad \frac{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3} = 27$$

$$(a+b)^3 = 27$$

$$(a+b)^3 = 3^3$$

$$a+b=3$$

## ÖRNEK-9

$$\frac{200^3 - 8}{200^2 + 404} \cdot \frac{3}{11} = ?$$

## Çözüm

$$\frac{200^3 - 2^3}{200^2 + 404} \cdot \frac{3}{11}$$

$$= \frac{(200-2) \cdot (200^2 + 200 \cdot 2 + 2^2)}{200^2 + 404} \cdot \frac{3}{11}$$

$$= \frac{18 \cdot \cancel{198} \cdot (200^2 + 404)}{200^2 + 404} \cdot \frac{3}{11}$$

$$= 18 \cdot 3 = 54$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.  $(a+1)^2 - (a-1)^2 = ?$

- A) a B) 4a C) 2a D) 2a+2 E) a-1

Çözüm

$$\begin{aligned} & (a+1+a-1) \cdot (a+1-(a-1)) \\ & = (2a) \cdot (a+1-a+1) \\ & = 2a \cdot 2 = 4a \end{aligned}$$

Cevap B

2.  $x, y \in \mathbb{N}$

$x^2 - y^2 = 17$

$\Rightarrow x \cdot y = ?$

- A) 8 B) 9 C) 17 D) 36 E) 72

Çözüm

$(x-y)(x+y) = 17$  (Asal)

$x-y=1$  ve  $x+y=17$

$$\begin{array}{r} x-y=1 \\ x+y=17 \\ \hline 2x=18 \Rightarrow x=9 \\ y=8 \end{array}$$

Cevap E

3.  $\sqrt{21 \cdot 25 + 4} = ?$

- A) 19 B) 23 C) 25 D) 27 E) 33

Çözüm

$x=21$  olsun.

$$\begin{aligned} \sqrt{21 \cdot 25 + 4} & = \sqrt{x(x+4) + 4} \\ & = \sqrt{x^2 + 4x + 4} = \sqrt{(x+2)^2} \\ & = |x+2| = |21+2| \\ & = 23 \end{aligned}$$

Cevap B

4.  $\sqrt{\frac{1}{49} + \frac{1}{25} - \frac{2}{35}} = ?$

- A)
- $\frac{3}{49}$
- B)
- $\frac{7}{25}$
- C)
- $\frac{2}{35}$
- D)
- $\frac{2}{49}$
- E)
- $\frac{3}{35}$

Çözüm

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  den

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1}{49} + \frac{1}{25} - \frac{2}{35}} & = \sqrt{\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5}\right)^2} \\ & = \left|\frac{1}{7} - \frac{1}{5}\right| = \left|\frac{5-7}{35}\right| \\ & \quad (5) \quad (7) \\ & = \left|\frac{-2}{35}\right| = \frac{2}{35} \end{aligned}$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

5.  $a + \frac{1}{a} = 4 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = ?$

- A) 4      B) 8      C) 12      D) 14      E) 16

Çözüm

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (4)^2$$

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 16$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 16 - 2 = 14$$

Cevap D

6.  $a=3,25$

$$b=2,75 \Rightarrow a^2+b^2+2ab=?$$

- A) 36      B) 38      C) 49      D) 64      E) 81

Çözüm

$$a^2+b^2+2ab=(a+b)^2$$

$$=(3,25+2,75)^2$$

$$=(6)^2=36$$

Cevap A

7.  $(9+8) \cdot (9^2+8^2) = 3^x - 8^4$   
 $x=?$

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 12      E) 18

Çözüm

Her iki tarafı  $(9-8)$  ile çarpalım.

$$(9-8)(9+8)(9^2+8^2) = 3^x - 8^4$$

$$(9^2-8^2) \cdot (9^2+8^2) = 3^x - 8^4$$

$$(9^4-8^4) = 3^x - 8^4$$

$$(3^2)^4 = 3^x = 3^8$$

$$x = 8$$

Cevap C

8.  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 5 \Rightarrow \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b} = ?$

- A) 1      B) 5      C)  $\frac{2}{5}$       D)  $\frac{3}{5}$       E)  $\frac{1}{5}$

Çözüm

$$(a-b) = (\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) \text{ ise}$$

$$\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a}+\sqrt{b})}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1}{5}$$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

9.  $(\sqrt{2}-\sqrt{5})^3=?$

- A)  $17\sqrt{2}-11\sqrt{5}$     B)  $13\sqrt{2}-\sqrt{5}$     C)  $13\sqrt{2}+15\sqrt{5}$   
 D)  $10\sqrt{10}$     E)  $27\sqrt{2}-\sqrt{5}$

Çözüm

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

$$(\sqrt{2}-\sqrt{5})^3=(\sqrt{2})^3-3(\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{5}+3\sqrt{2} \cdot (\sqrt{5})^2-(\sqrt{5})^3$$

$$=2\sqrt{2}-3 \cdot 2 \cdot \sqrt{5}+3 \cdot \sqrt{2} \cdot 5-5\sqrt{5}$$

$$=2\sqrt{2}-6\sqrt{5}+15\sqrt{2}-5\sqrt{5}$$

$$=17\sqrt{2}-11\sqrt{5}$$

Cevap A

10.  $5^{\frac{1}{4}}+1=a$

$$\frac{(5^{\frac{1}{8}}-1)(5^{\frac{1}{8}}+1)}{(5^{\frac{1}{2}}-1)}=?$$

- A) a    B) 2a    C)  $\frac{1}{a}$     D) 5a    E)  $\frac{2a}{5}$

Çözüm

$$\frac{(5^{\frac{1}{8}})^2-1}{(5^{\frac{1}{4}})^2-1} = \frac{(5^{\frac{1}{4}}-1)}{(5^{\frac{1}{4}}-1) \cdot (5^{\frac{1}{4}}+1)}$$

$$= \frac{1}{a}$$

Cevap C

11.  $a-\sqrt{a}+3=0$  ise

$a^2+5a+19=?$

- A) 5    B) 8    C) 9    D) 10    E) 19

Çözüm

$$a-\sqrt{a}+3=0$$

$$(a+3)^2=(\sqrt{a})^2$$

$$a^2+6a+9=a$$

$$a^2+5a+9=0$$

$$a^2+5a+19=\underbrace{a^2+5a+9}_{0}+10$$

$$=10$$

Cevap D

## ÇARPANLARA AYIRMA

### 1. Ortak Çarpan Parantezine Alma

$$* ax+y-az=a(x+y-z)$$

$$* 4x^2y+12xy^2-8xy \\ =4xy(x+3y-2)$$



NOT

$$n \text{ çift} \Rightarrow x^2=(-x)^2$$

$$(x-y)^n=(y-x)^n$$

$$n \text{ tek } (-x)=-x^n$$

$$(x-y)^n=-(y-x)^n$$

### 2. Gruplandırarak Çarpanlara Ayırma

$$* 3a+4b+4a+3b=3(a+b)+4(b+a) \\ =(3+4).(a+b) \\ =7(a+b)$$

$$* a^2+2ac+ab+2b=a(a+2)+b(a+2) \\ =(a+2)(a+b)$$

ÖRNEK-1

$$\frac{ab-3a}{2a-4} \cdot \frac{a^2b-3a^2}{ab-2b} = ?$$

Çözüm

$$\frac{a(b-3)}{2(a-2)} \cdot \frac{b(a-2)}{a^2(b-3)} \\ = \frac{b}{2a}$$

ÖRNEK-2

$$\frac{x^3+x^2+x+1}{x^2+1} = ?$$

Çözüm

$$\frac{x^2(x+1)+(x+1)}{x^2+1} = \frac{(x^2+1)(x+1)}{(x^2+1)} \\ = x+1$$

ÖRNEK-3

$$\frac{4ab-2a-2b^2+b}{2a-b} = ?$$

Çözüm

$$\frac{2a(2b-1)-b(2b-1)}{2a-b} \\ = \frac{(2a-b).(2b-1)}{(2a-b)} \\ = 2b-1$$



### 3. $ax^2+bx+c$ İfadesini Çarpanlara Ayırma

$a, b, c \in \mathbb{Z}$   $a \neq 0$  olmak üzere,

$$ax^2+bx+c=(mx+n).(kx+r)$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ mx & \nearrow & n \\ kx & \searrow & r \end{array}$$

$mx.r+kx.n=bx$  olmalıdır.

### 4. $ax^2+bx$ İfadesini Çarpanlara Ayırma

$$ax^2+bx=x(ax+b)$$

### 5. $ax^2-c$ İfadesini Çarpanlara Ayırma

$$ax^2-c=0$$

$$x^2=\frac{c}{a}$$

#### ÖRNEK-4

$$\begin{array}{ccc} * & x^2+5x+6=(x+3)(x+2) & \\ & \downarrow & \downarrow \\ & x & 3 & (3x+2x=5x) \\ & \nearrow & \searrow \\ x & & 2 \\ \hline & x^2 & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} * & 5x^2+11x+2=(5x+1)(x+2) & \\ & \downarrow & \downarrow \\ & 5x & 1 \\ & \nearrow & \searrow \\ x & & 2 \end{array}$$

#### ÖRNEK-5

$$* x^2-6x=x(x-6)$$

$$* 2x^2+4x=2x(x+2)$$

#### ÖRNEK-6

$$x^2-25=0 \Rightarrow x=?$$

#### Çözüm

$$x^2=25 \Rightarrow x=\pm 5$$

#### ÖRNEK-7

$$x^2+4=0 \Rightarrow x=?$$

#### Çözüm

$$x^2=-4 \Rightarrow x=\emptyset$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \left( \frac{1 - \frac{1}{a^2}}{\frac{1}{a} + 1} \right) \left( \frac{a^2}{1-a} \right) = ?$$

- A)  $a-1$    B)  $a$    C)  $-a$    D)  $1-a$    E)  $\frac{a}{a+1}$



NOT

$$\frac{a-1}{1-a} = -1$$

$$2. \frac{(k-3)^2 + (k-1) - (3k-7)}{k(k-5)} = ?$$

- A)  $\frac{k-3}{k}$    B)  $\frac{k+3}{k}$    C)  $\frac{k-3}{k-5}$    D)  $\frac{k-3}{k+1}$    E)  $k-3$

$$3. \frac{a^4-1}{a+1} \cdot \frac{1}{-a^2-1} = ?$$

- A)  $a+1$    B)  $a$    C)  $-a+1$    D)  $a-1$    E)  $a^2-1$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \left( \frac{a^2-1}{a^2} \right) \left( \frac{a^2}{1-a} \right) \\ & \quad -1 \\ & = \frac{(a-1) \cdot (a+1)}{a^2} \cdot \frac{a}{1+a} \cdot \frac{a^2}{1-a} \\ & = -a \end{aligned}$$

Cevap C

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{(k-3)^2 + (k-1) - (3k-7)}{k(k-5)} \\ & = \frac{(k-3)^2 - 2(k-3)}{k(k-5)} \\ & = \frac{(k-3)(k-3-2)}{k(k-5)} \\ & = \frac{k-3}{k} \end{aligned}$$

Cevap A

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{(a^2)^2-1}{a+1} \cdot \frac{1}{-(a^2+1)} \\ & = \frac{(a^2-1) \cdot (a^2+1)}{a+1} \cdot \frac{1}{-(a^2+1)} \\ & = \frac{(a-1)(a+1)}{(a+1)} \cdot \frac{1}{-1} \\ & = -a+1 \end{aligned}$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$4. \frac{16-(4a-a^2)^2}{a^2-4a-4} \cdot \frac{1}{2-a} = ?$$

- A) a-2   B) a+2   C) a   D)  $\frac{1}{-a+2}$    E)  $\frac{1}{a-2}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{4^2-(4a-a^2)^2}{a^2-4a-4} \cdot \frac{1}{2-a} \\ &= \frac{(4+4a-a^2)(4-4a+a^2)}{a^2-4a-4} \cdot \frac{1}{2-a} \\ &= \frac{-\cancel{(4-4a+a^2)} \cdot (2-a)(2-a)}{(a^2-4a-4)} \cdot \frac{1}{2-a} \\ &= -(2-a) \\ &= a-2 \end{aligned}$$

Cevap A

$$5. \left( \frac{x+1+\frac{1}{x}}{x^3-1} \right) (-x^2+x) = ?$$

- A) x   B) -x   C) -1   D)  $\frac{1}{x}$    E) x+1

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{x^2+x+1}{x}}{(x-1)(x^2+x+1)} \cdot (-x^2+x) \\ &= \frac{1}{x \cdot (x-1)} \cdot -x(x-1) \\ &= -1 \end{aligned}$$

Cevap C

$$6. \frac{x^2-1}{x+1} - \frac{2x^2-3x+1}{x-1} = ?$$

- A) -2x   B) 2x+1   C)  $\frac{x-1}{x}$    D) -x   E)  $\frac{1}{x+1}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)} - \frac{(2x-1)(x-1)}{(x-1)} \\ &= x-1-2x+1 = -x \end{aligned}$$

Cevap D

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$7. \frac{x^2+3y-3x-y^2}{(x+y)^2-9} = ?$$

- A)  $\frac{x-y}{x+y+3}$       B)  $\frac{x+y}{x+y-3}$       C)  $\frac{x-y}{x-3}$   
 D)  $\frac{1}{x+y-3}$       E)  $\frac{x+y}{x-y-1}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{(x-y)(x+y)-3(x-y)}{(x+y+3)(x+y-3)} \\ &= \frac{(x-y)\cancel{(x+y-3)}}{(x+y+3)\cancel{(x+y-3)}} \\ &= \frac{x-y}{x+y+3} \end{aligned}$$

Cevap A

$$8. \frac{2^{2x+2}-2^4}{2^x+2} : \frac{2^x-2}{8} - 1 = ?$$

- A) 33      B) 32      C) 31      D) 30      E) 27

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{2^2(2^{2x}-2^2)}{(2^x+2)} \cdot \frac{8}{2^x-2} - 1 \\ &= \frac{4 \cdot (2^x-2)(2^x+2)}{2^x+2} \cdot \frac{8}{2^x-2} - 1 \\ &= 32 - 1 = 31 \end{aligned}$$

Cevap C

$$9. \frac{a^5+b^3a^2}{a^2-b^2} : \frac{\frac{a^2+b^2}{b}-a}{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}} = ?$$

- A) 1      B) a      C)  $a^2$       D)  $\frac{a}{b}$       E) ab

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{a^2(a^3+b^3)}{(a-b)(a+b)} : \frac{\frac{a^2+b^2-ab}{b}}{\frac{a-b}{ab}} \\ &= \frac{a^2(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a-b)(a+b)} \cdot \frac{b(a-b)}{ab(a^2+b^2-ab)} \\ &= a \end{aligned}$$

Cevap B

$$10. \frac{x^2-x-2}{x^3+2x^2+x} \cdot \frac{x^3-x}{x^2-5x+6} = ?$$

- A)  $\frac{x+1}{x-3}$       B)  $\frac{x-1}{x-3}$       C)  $\frac{x-1}{x-2}$       D)  $\frac{x-2}{x+3}$       E)  $\frac{x}{x-3}$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \frac{(x-2)(x+1)}{x(x^2+2x+1)} \cdot \frac{x(x^2-1)}{(x-2)(x-3)} \\ &= \frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{x(x+1)(x+1)} \cdot \frac{x(x-1)\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x-2)}(x-3)} \\ &= \frac{x-1}{x-3} \end{aligned}$$

Cevap B

## TEST - 1

1.  $x, y \in \mathbb{N}$

$x^2 - y^2 = 13 \Rightarrow x \cdot y = ?$

- A) 56    B) 42    C) 36    D) 23    E) 13

2.  $27^2 - 23^2 = 25 \cdot x \Rightarrow x = ?$

- A) 200    B) 100    C) 25    D) 8    E) 4

3.  $a + b = 6$

$a \cdot b = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = ?$

- A) 36    B) 34    C) 32    D) 1    E) 14

4.  $x - \frac{1}{x} = 7 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

- A) 53    B) 51    C) 49    D) 47    E) 43

5.  $a - c = 7$

$a - b = 2$

$\Rightarrow a \cdot b - a \cdot c - b^2 + b \cdot c = ?$

- A) 10    B) 8    C) 7    D) 6    E) 0

6.  $(26,85)^2 - (23,15)^2 = ?$

- A) 1850    B) 185    C) 18,5    D) 1,85    E) 0,185

7.  $\sqrt{52 \cdot 56 + 4} = ?$

- A) 51    B) 52    C) 53    D) 54    E) 55

8.  $a = 13$

 $b = -3$  olduğuna göre,

$\frac{(a+b)^2 - 4a \cdot b}{(a-b)^2 + 4a \cdot b} = ?$

- A)
- $\frac{69}{5}$
- B) 7    C)
- $\frac{64}{25}$
- D) 1    E)
- $\frac{1}{25}$

## TEST - 1

9.  $\frac{(5^8-1)}{(5^4+1).(5^2+1)} = ?$

- A) 625    B) 125    C) 124    D) 25    E) 24

10.  $\frac{75^3+67^3}{142} - 75.67$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 8    B) 16    C) 32    D) 49    E) 64

11.  $85^2 - 25^2 = 66.A \Rightarrow A = ?$

- A) 120    B) 100    C) 90    D) 80    E) 70

12.  $x = \sqrt{3}$

$\Rightarrow (x-1).(x+1).(x^2+1).(x^4+1) = ?$

- A) 26    B) 40    C) 80    D) 160    E) 240

13.  $x + \frac{1}{x-2} = 7 \Rightarrow (x-2)^2 + \frac{1}{(x-2)^2} = ?$

- A) 13    B) 19    C) 23    D) 29    E) 37

14.  $\frac{1}{x^2} + x^2 = 10\sqrt{5} \Rightarrow x^{-4} + x^4 = ?$

- A)  $10\sqrt{5}-2$     B) 292    C) 498    D) 500    E) 502

15.  $a-b=7$  ve  $\sqrt{a}+\sqrt{b}=7$   
 $\Rightarrow a+b = ?$

- A) 9    B) 16    C) 25    D) 36    E) 42

16.  $a-b=5$  ve  $a.b=3$   
 $\Rightarrow a^3-b^3 = ?$

- A) 170    B) 165    C) 160    D) 155    E) 150

## TEST - 2

$$1. \frac{1}{\frac{1}{a}-1} + \frac{a}{a-1} = ?$$

- A) 0    B)  $1-a$     C) 1    D)  $\frac{2a}{a-1}$     E)  $\frac{2a}{1-a}$

$$2. \frac{x-\frac{1}{2}}{2x^2-\frac{1}{2}} = ?$$

- A)  $\frac{1}{x-1}$     B)  $\frac{2x+1}{2x^2-1}$     C)  $\frac{1}{2x+1}$   
D)  $\frac{x-1}{2x^2-1}$     E)  $\frac{1}{2x-1}$

$$3. \left(\frac{a-b}{b}-\frac{b}{a}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{a}\right) = ?$$

- A)  $a^2$     B)  $\frac{a+b}{b}$     C)  $\frac{a-b}{b}$     D)  $a-b$     E)  $a+b$

$$4. \frac{2-\frac{3}{x}+x}{x-\frac{1}{x}} = ?$$

- A)  $x$     B)  $\frac{x-1}{x}$     C)  $\frac{x+3}{x+1}$     D)  $\frac{x-1}{x+1}$     E)  $\frac{x-1}{x-2}$

$$5. \left(\frac{x-2}{x}\right) \cdot \left(\frac{4-x^2}{2x^2}\right) = ?$$

- A)  $\frac{-2x}{x+2}$     B)  $\frac{2x}{x+2}$     C)  $\frac{2x}{x-2}$     D)  $\frac{-2x}{x-2}$     E)  $\frac{x-2}{x+2}$

$$6. \frac{x-\frac{y^2}{x}}{1+\frac{y}{x}} = ?$$

- A)  $x-y$     B)  $x+y$     C)  $\frac{x}{y}$     D)  $\frac{1}{x-y}$     E)  $\frac{1}{x+y}$

$$7. \left[\frac{14y-7x}{2x-4y}\right]^3 = ?$$

- A)  $\frac{7}{3}$     B)  $\left(\frac{7}{2}\right)^2$     C)  $-\left(\frac{7}{3}\right)^3$     D)  $\frac{7}{2}$     E)  $-\left(\frac{7}{2}\right)^3$

$$8. \frac{3}{\frac{1}{a}-1} - \frac{2a^2+2a}{1-a^2} = ?$$

- A)  $\frac{a+1}{a}$     B)  $\frac{a}{1-a}$     C)  $\frac{a-1}{a}$     D)  $\frac{a+1}{a-1}$     E)  $\frac{1}{a}$

## TEST - 2

$$9. \frac{a^2 - \frac{1}{a}}{a + \frac{1}{a+1}} = ?$$

- A) a+1    B) a-1    C) 1    D) a    E) 2a+1

$$10. \left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right) : \left(\frac{a+b}{a-b} - 1\right) = ?$$

- A)  $\frac{a-b}{a+b}$     B)  $\frac{a-b}{a-b}$     C)  $\frac{a}{a+b}$     D)  $\frac{b}{b-a}$     E)  $\frac{a}{b}$

$$11. \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) = ?$$

- A)  $\frac{a-b}{ab}$     B)  $\frac{ab}{a-b}$     C)  $\frac{a-b}{a+b}$     D)  $4\frac{a}{b}$     E) -4

$$12. \frac{x^2 + x - 2}{3x^2 - x - 2} : \frac{3x^2 + 4x - 4}{4x - 9x^3} = ?$$

- A) 1    B) -1    C) x    D) -x    E) 2x

$$13. \frac{a^2 + ab - 2b^2}{2a^2 - 2ab} : \frac{ab + 2b^2}{a \cdot b} = ?$$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{2}{b}$     C) a-b    D)  $\frac{a+2b}{2}$     E) 2ab

$$14. \frac{a^4 + a}{a + \frac{1}{a-1}} : (a^2 + a) = ?$$

- A) a+1    B) a-1    C) 1-a    D)  $\frac{a}{a+1}$     E)  $\frac{a}{a-1}$

$$15. \left[\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right) : \left(\frac{b^2}{a} - \frac{a^2}{b}\right)\right] \cdot (a^2 + ab + b^2) = ?$$

- A) -(a+b)    B) (a+b)    C) a-b    D) b-a    E) a<sup>2</sup>-b<sup>2</sup>

$$16. \frac{6x^3 + 4xy^2 - 14x^2y}{3x^2y - 4xy^2 - 4y^3} : \frac{2x^2 + 2xy}{y^2 + yx} = ?$$

- A)  $\frac{4x(3x+y)}{y(3x+2y)}$     B)  $\frac{y}{x+y}$     C)  $\frac{y-1}{x+1}$   
D)  $\frac{y+1}{x+1}$     E)  $\frac{3x-y}{3x+2y}$



## TEST - 3

1.  $\frac{3x}{x-y} + \frac{3y}{y-x} = ?$

- A) 3                      B)  $\frac{3}{x-y}$                       C)  $3(x+y)$   
 D)  $\frac{3x+3y}{x-y}$                       E)  $\frac{6}{x-y}$

2.  $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} + \frac{3x-1}{x^2-1} = ?$

- A)  $\frac{1}{1-x}$     B)  $\frac{x}{x-1}$     C)  $\frac{x+1}{x}$     D)  $\frac{x-1}{x+1}$     E) x

3.  $\frac{3\left(a^2 - \frac{1}{9}\right)}{3a+1} + \frac{1}{3} = ?$

- A)  $\frac{1}{3}$     B) 1    C) 3    D) a    E) 3a

4.  $\frac{321^2 - 21^2 - 200.342}{5.342} = ?$

- A) 10    B) 15    C) 20    D) 30    E) 40

5.  $\frac{2a - \frac{a^2+b^2}{a}}{1 - \frac{b}{a}} = ?$

- A) a-b    B) a+b    C) 1    D) -a    E) -ab

6.  $\left[ \frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x} \right] : \left[ \frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \right] = ?$

- A) 1    B)  $\frac{2x^2-1}{x}$     C)  $2x^2-1$     D)  $2x-1$     E)  $\frac{2x-1}{x-1}$

7.  $\left( \frac{2x-2}{x} - \frac{2x}{x+1} \right) : \left( \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right) = ?$

- A) 1-x    B)  $\frac{x-1}{x+1}$     C)  $\frac{2x-1}{x+1}$     D)  $\frac{1-x}{x^2}$     E)  $\frac{2x-1}{x-1}$

8.  $\frac{a^3+1}{a^2-1} : \left( \frac{a}{1-a} + \frac{1}{a} \right) = ?$

- A)  $\frac{1}{a}$     B) -a    C) a    D)  $-\frac{1}{a}$     E) 1

## TEST - 3

$$9. \frac{8a^2-2x^2}{8a^2-8ax+2x^2} \cdot \frac{2ax^3-8a^3x}{3ax^2-6a^2x} = ?$$

- A)  $\frac{3}{2(2a-x)}$       B)  $\frac{3(2a-x)}{2}$       C)  $\frac{2a-x}{2a+x}$   
 D)  $\frac{2a+x}{2a-x}$       E) ax

$$10. \frac{x^3+1}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x^3+x-x^2}{x^2-1} + \frac{1}{x} = ?$$

- A) -1      B)  $\frac{x-1}{x}$       C)  $\frac{x+1}{x}$       D) 1      E) x+1

$$11. \frac{x^2+mx-4}{x^2+nx+8} = \frac{x-1}{x+2}$$

$$\Rightarrow m.n=?$$

- A) 9      B) 12      C) 15      D) 18      E) 20

$$12. x = \frac{7}{2} \text{ ve } y = \frac{3}{4} \text{ için } \frac{(x^4-16y^4):(x^2+4y^2)}{x-2y} = ?$$

- A)  $\frac{49}{16}$       B)  $\frac{1}{49}$       C) 3      D) 4      E) 5

$$13. \frac{m^3+m^2}{m^2-1} - \frac{1}{m-1} = ?$$

- A) 1      B) -1      C) m      D) m+1      E) m-1

$$14. \left[ \frac{x^2+6x+9}{x+3} : \frac{x^2-9}{x^2+5x+6} \right] \cdot \frac{x-3}{x+2} = ?$$

- A) 1      B) x-3      C) x+2      D) x+3      E) (x+3)<sup>2</sup>

$$15. \frac{x^2-1}{x^3+1} : \frac{x^2-x}{x^2-x+1} = ?$$

- A) x      B)  $\frac{x}{x+1}$       C) 0      D)  $\frac{1}{x}$       E) x+1

$$16. \frac{m^3n^3-2m^2n^4}{2mn^5-m^2n^4} = ?$$

- A)  $\frac{m}{n}$       B)  $-\frac{m}{n}$       C) -mn      D) mn      E)  $-\frac{n}{m}$

## ORAN

Aynı cinsten iki çokluğun karşılaştırılmasına denir.  $b \neq 0$  olmak üzere,  $a$ 'nın  $b$  ye oranı  $\frac{a}{b}$  ile gösterilir.

## ORANTI

İki ya da daha fazla oranın eşitliğine orantı denir.

$$* \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$* \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

$$* \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ orantısı } a:c=b:d$$

## Özellikler

$$1. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d=b.c$$

$$2. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$3. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow a=bk$$

$$c=dk$$

## ÖRNEK-1

$$\frac{a-3b}{b} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{b}{a} = ?$$

## Çözüm

$$4a-12b=5b$$

$$4a=12b+5b$$

$$4a=17b$$

$$\frac{4}{17} = \frac{b}{a}$$

## ÖRNEK-2

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{a.b} = ?$$

## Çözüm

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = k \Rightarrow a = 3k, b = 5k$$

$$\frac{a^2+b^2}{a.b} = \frac{(3k)^2+(5k)^2}{(3k).(5k)}$$

$$= \frac{9k^2+25k^2}{15k^2} = \frac{34k^2}{15k^2}$$

$$= \frac{34}{15}$$

## ÖRNEK-3

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k$$

$$a+b+c=72 \Rightarrow b=?$$

## Çözüm

$$a=3k, b=4k, c=5k$$

$$a+b+c=3k+4k+5k=12k=72$$

$$k=6$$

$$\text{ise } b=4k=4.6=24$$

$$4. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = k^n$$

$$5. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a.c}{b.d} = k^2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow \frac{a.c.e}{b.d.f} = k^3$$

$$6. x, y \neq 0$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{x.a}{x.b} = \frac{y.c}{y.d} = k$$

$$\frac{xa + yc}{xb + yd} = k$$

ÖRNEK-4

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a.b.e}{b.d.f} = ?$$

Çözüm

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a.b.e}{b.d.f} = \frac{3.3.3}{2.2.2} = \frac{27}{8}$$

ÖRNEK-5

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a.b.c = 192$$

$$k = ?$$

Çözüm

$$\frac{a.b.c}{2.3.4} = k^3 \Rightarrow \frac{192}{24} = k^3$$

$$8 = k^3$$

$$2^3 = k^3$$

$$2 = k$$

ÖRNEK-6

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k \Rightarrow 3a - 2b + c = 35$$

$$\Rightarrow a = ?$$

Çözüm

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k \Rightarrow \frac{3a - 2b + c}{3.2 - 2.3 + 5} = k$$

$$\frac{35}{6 - 6 + 5} = k \Rightarrow k = 7$$

$$a = 2k \Rightarrow a = 2.7 = 14$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \frac{5a-b}{a+2b} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a}{b} = ?$$

- A)  $\frac{8}{7}$     B)  $\frac{7}{8}$     C)  $\frac{3}{5}$     D)  $\frac{5}{3}$     E)  $\frac{1}{6}$

Çözüm

$$\frac{5a-b}{a+2b} \times \frac{3}{2} \Rightarrow 10a-2b=3a+6b$$

$$\Rightarrow 7a = 8b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{8}{7}$$

Cevap A

$$2. \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{4},$$

$$3a-2b+5c=38 \Rightarrow c=?$$

- A) 4    B) 8    C) 12    D) 14    E) 19

Çözüm

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{4} = k$$

$$a=3k, b=5k, c=4k$$

$$3a-2b+5c=38$$

$$3 \cdot 3k - 2 \cdot 5k + 5 \cdot 4k = 38$$

$$9k - 10k + 20k = 38$$

$$19k = 38$$

$$k=2$$

$$c=4k=4 \cdot 2$$

$$=8$$

Cevap B

$$3. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{7+3c}{xb+3d} = k$$

$$\Rightarrow x=?$$

- A)  $\frac{a}{3}$     B)  $\frac{7}{a}$     C)  $\frac{a}{7}$     D) 7a    E) a

Çözüm

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow a = bk, c = dk$$

$$\frac{7+3c}{xb+3d} = k$$

$$7+3dk = kxb+3dk$$

$$7 = ax$$

$$\frac{7}{a} = x$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

4.  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{2}{5}$

$$2x - 3y + 5z = 4$$

$$2a + 5c = 3 \Rightarrow b = ?$$

A)  $-\frac{1}{3}$    B)  $-\frac{2}{5}$    C)  $-\frac{7}{3}$    D)  $\frac{3}{5}$    E)  $\frac{1}{2}$

Çözüm

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2x}{2a} = \frac{-3y}{-3b} = \frac{5z}{5c} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2x - 3y + 5z}{2a - 3b + 5c} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{3 - 3b} = \frac{2}{5}$$

$$6 - 6b = 20$$

$$6 - 20 = 6b \Rightarrow -14 = 6b$$

$$b = \frac{-14}{6} = \frac{-7}{3}$$

Cevap C

5.  $\frac{a}{b} = \frac{1}{7}, \frac{b}{c} = \frac{1}{4}$

$$a + b + c = 72 \Rightarrow b = ?$$

A) 8   B) 10   C) 12   D) 14   E) 28

Çözüm

$$\frac{a}{b} = \frac{1.k}{7.k} \quad \frac{b}{c} = \frac{1.7k}{4.7k}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{k}{7k} \quad \frac{b}{c} = \frac{7k}{28k}$$

$$a = k, b = 7k, c = 28k$$

$$a + b + c = k + 7k + 28k = 72$$

$$36k = 72$$

$$k = 2$$

$$b = 7k = 7 \cdot 2$$

$$= 14$$

Cevap D

6.  $a + \frac{1}{3b} = 2, \quad b + \frac{1}{3a} = 5$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = ?$$

A)  $\frac{1}{2}$    B)  $\frac{1}{5}$    C)  $\frac{2}{3}$    D)  $\frac{3}{2}$    E)  $\frac{2}{5}$

Çözüm

i.  $a + \frac{1}{3b} = 2 \Rightarrow \frac{3ab + 1}{3b} = 2 \Rightarrow 3ab + 1 = 6b \dots (I)$

ii.  $b + \frac{1}{3a} = 5 \Rightarrow \frac{3ab + 1}{3a} = 5 \Rightarrow 3ab + 1 = 15a \dots (II)$

i ve ii den

$$15a = 6b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

7.  $ax=by=cz=4, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 8$

$\Rightarrow a+b+c=?$

- A) 8    B) 16    C) 32    D) 48    E) 64

Çözüm

$ax = 4, by = 4, cz = 4$

$a = \frac{4}{x} \quad b = \frac{4}{y} \quad c = \frac{4}{z}$

$$\begin{aligned} a+b+c &= \frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} \\ &= 4 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \\ &= 4 \cdot 8 = 32 \end{aligned}$$

Cevap C

8.  $a, b, c \neq 0$

$2a=3b=4c, \frac{a^2-c^2}{ab+bc-ac} = ?$

- A)  $\frac{3}{2}$     B)  $\frac{1}{3}$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{5}{2}$     E)  $\frac{3}{4}$

Çözüm

$2a=3b=4c=12k$  (okek(2, 3, 4))

$a=6k, b=4k, c=3k$

$$\begin{aligned} \frac{a^2-c^2}{ab+bc-ac} &= \frac{(6k)^2 - (3k)^2}{6k \cdot 4k + 4k \cdot 3k - 6k \cdot 3k} \\ &= \frac{36k^2 - 9k^2}{24k^2 + 12k^2 - 18k^2} \\ &= \frac{27k^2}{18k^2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Cevap A

9.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{7}$

$\frac{a \cdot d \cdot f}{b \cdot c \cdot e} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{3}{7}$     C)  $\frac{7}{3}$     D)  $\frac{49}{9}$     E)  $\frac{7}{9}$

Çözüm

$\frac{a}{b} = \frac{3}{7}, \frac{c}{d} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{d}{c} = \frac{7}{3}$

$\frac{e}{f} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{f}{e} = \frac{7}{3}$

$\frac{a \cdot d \cdot f}{b \cdot c \cdot e} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}}$

$= \frac{7}{3}$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

10.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ,

$$\frac{a+b}{b} + \frac{d-c}{d} = ?$$

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

Çözüm

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = 0$$

$$\frac{a+b}{b} + \frac{d-c}{d} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} + \frac{d}{d} - \frac{c}{d}$$

$$= \frac{a}{b} - \frac{c}{d} + 1 + 1$$

$$= 0 + 2$$

$$= 2$$

Cevap C

11.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{k} = 1$

$$\frac{d}{f} = 2, \frac{k}{a} = 3 \Rightarrow \frac{b}{c} = ?$$

- A)
- $\frac{1}{6}$
- B)
- $\frac{1}{2}$
- C)
- $\frac{1}{3}$
- D)
- $\frac{2}{3}$
- E)
- $\frac{3}{5}$

Çözüm

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{k} = 1$$

$$\frac{a}{k} \cdot \frac{f}{d} \cdot \frac{c}{b} = 1$$

$$\frac{d}{f} = 2 \Rightarrow \frac{f}{d} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{k}{a} = 3 \Rightarrow \frac{a}{k} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{b} = 1$$

$$\frac{c}{6b} = 1 \Rightarrow c = 6b$$

$$\frac{1}{6} = \frac{b}{c}$$

Cevap A

12.  $\frac{a-1}{b} = \frac{c}{a}$

$$\frac{a}{c-2} = \frac{b+3}{a-1}$$

$$3c - 2b = ?$$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 6

Çözüm

$$\frac{a-1}{b} = \frac{c}{a} \Rightarrow a \cdot (a-1) = b \cdot c$$

$$\frac{a}{c-2} = \frac{b+3}{a-1} \Rightarrow a \cdot (a-1) = (b+3) \cdot (c-2)$$

$$b \cdot c = (b+3)(c-2)$$

$$b \cdot c = bc - 2b + 3c - 6$$

$$6 = 3c - 2b$$

Cevap E



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

13.  $a + \frac{1}{b} = 3$

$b + \frac{1}{a} = 8$

$\frac{a+b}{b-a} = ?$

- A)
- $\frac{8}{3}$
- B)
- $\frac{9}{4}$
- C)
- $\frac{11}{5}$
- D)
- $\frac{12}{7}$
- E)
- $\frac{13}{8}$

Çözüm

$a + \frac{1}{b} = 3 \Rightarrow a \cdot b + 1 = 3b$

$b + \frac{1}{a} = 8 \Rightarrow a \cdot b + 1 = 8a$

$8a = 3b \Rightarrow a = 3k$

$b = 8k$

$$\frac{a+b}{b-a} = \frac{3k+8k}{8k-3k} = \frac{11k}{5k}$$

$$= \frac{11}{5}$$

Cevap C

14.  $A, B, C \in \mathbb{Z}^+$

$\frac{A}{B} = \frac{B}{C} = \frac{2}{3}$

$A+B+C=380$

$\Rightarrow C-B=?$

- A) 50   B) 60   C) 65   D) 70   E) 75

Çözüm

$\frac{A}{B} = \frac{2 \cdot 2k}{3 \cdot 2k} = \frac{4k}{6k} \quad \frac{B}{C} = \frac{2 \cdot 3k}{3 \cdot 3k} = \frac{6k}{9k}$

$A=4k, B=6k, C=9k$

$A + B + C = 4k + 6k + 9k = 380$

$19k = 380$

$k = 20$

$C - B = 9k - 6k = 3k = 3 \cdot 20$

$= 60$

Cevap B

15.  $0 < a ; 0 < b$

$\frac{a}{4} = \frac{b}{3}$

$a^2 + b^2 = 100$

$\Rightarrow a-b=?$

- A) 2   B) 3   C) -1   D) -3   E) -4

Çözüm

$\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = k \quad a = 4k$

$b = 3k$

$a^2 + b^2 = (4k)^2 + (3k)^2 = 100$

$16k^2 + 9k^2 = 100$

$25k^2 = 100$

$k^2 = 4$

$k = 2$

$a - b = 4k - 3k = k = 2$

Cevap A

## TEST - 1

$$1. \frac{0,52}{x} = \frac{0,13}{1,5}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 8      E) 9

$$2. \frac{a-2b}{2a-b} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = ?$$

- A) -4      B) -2      C) 1      D) 2      E) 4

$$3. \frac{x}{y} = \frac{z}{t} = -2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x-y}{t}\right) \cdot \left(\frac{t-z}{y}\right) = ?$$

- A) -12      B) -9      C) 5      D) 7      E) 11

$$4. \frac{a-2b}{2a-b} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} = ?$$

- A)  $\frac{3}{5}$       B)  $\frac{5}{7}$       C)  $\frac{11}{13}$       D)  $\frac{15}{17}$       E)  $\frac{21}{29}$

$$5. \frac{a-b}{a+b} = \frac{3}{4} \quad \frac{c-d}{c+d} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{b.d}{a.c} = ?$$

- A)  $\frac{3}{5}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{20}$       D)  $\frac{1}{63}$       E)  $\frac{4}{21}$

$$6. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \quad \frac{2.a+5.b}{2.c-3.x} = k$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -5.d      B)  $-\frac{5.d}{3}$       C)  $-\frac{3.b}{5}$       D) -5.b      E) -3.d

$$7. \frac{x-1}{z} = \frac{y+2}{x} = \frac{z-3}{y} = -5$$

$$\Rightarrow x+y+z = ?$$

- A)  $-\frac{2}{3}$       B) -1      C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{3}{4}$       E)  $\frac{7}{2}$

$$8. \frac{a+b}{7} = \frac{a-b}{3} = \frac{a.b}{40}$$

$$\Rightarrow a = ?$$

- A) 8      B) 10      C) 12      D) 15      E) 20

## TEST - 1

9.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$  ve  $a+2.b-c=8$   
 $\Rightarrow b=?$

- A) 9      B) 12      C) 18      D) 24      E) 27

10.  $a-b+c=24$  ve  $ax=by=cz=18$   
 $\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = ?$

- A)  $\frac{4}{3}$       B)  $\frac{5}{4}$       C)  $\frac{4}{5}$       D) 1      E) 2

11.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 2$  olmak üzere,  
 $2a+c-e=-4$  ve  $d-f=2$   
 $\Rightarrow b=?$

- A) -4      B) -3      C) -2      D) 1      E) 3

12.  $\frac{A}{B} = \frac{3}{4}$ ,  $\frac{B}{C} = \frac{5}{6}$   
 $\Rightarrow \frac{A+B}{C} = ?$

- A)  $\frac{35}{18}$       B)  $\frac{15}{7}$       C)  $\frac{6}{7}$       D)  $\frac{7}{8}$       E)  $\frac{35}{24}$

13.  $ax=by=cz=18$  ve  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{3}$   
 $\Rightarrow a+b+c=?$

- A) 15      B) 20      C) 30      D) 35      E) 40

14.  $\frac{ax}{b} = \frac{cy}{d} = \frac{ez}{f} = 4$ ,  $a+c+e=16$   
 $\Rightarrow \frac{b}{x} + \frac{d}{y} + \frac{f}{z} = ?$

- A) 64      B) 36      C) 24      D) 4      E)  $\frac{1}{4}$

15.  $\frac{a+b}{4a} = \frac{b}{a+b}$  olduğuna göre,  
 $\frac{b}{a} = ?$

- A)  $-\frac{1}{2}$       B) -1      C)  $\frac{1}{2}$       D) 1      E)  $\frac{1}{3}$

16.  $\frac{2a+3b}{a+b} = \frac{7}{3}$   
 $\Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = ?$

- A)  $\frac{4}{3}$       B)  $\frac{3}{2}$       C)  $\frac{5}{2}$       D) 2      E) 1

## TEST - 2

1.  $\frac{x-3y}{y-3x} = 1 \Rightarrow \frac{y}{x} = ?$

- A) -11      B) -2      C) 1      D) 2      E) 6

2.  $\frac{a-1}{2} = \frac{b-2}{3} = \frac{c+3}{4} = 2 \Rightarrow \left(\frac{a \cdot b}{c}\right) = ?$

- A) 9      B) 8      C) 7      D) 6      E) 5

3.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ,  $\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = 125 \Rightarrow \frac{e}{f} = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

4.  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ,  $\frac{y}{z} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x+y}{z-x} = ?$

- A) 1      B) 2      C)  $\frac{2}{3}$       D)  $\frac{3}{5}$       E)  $\frac{4}{7}$

5.  $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} \Rightarrow \frac{c-a}{b-a} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$       B) 1      C)  $\frac{3}{2}$       D) 2      E) 3

6.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$  ve  $a-2b+3c=56 \Rightarrow b=?$

- A) 7      B) 14      C) 21      D) 28      E) 35

7.  $\frac{A}{B} = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{B}{C} = \frac{2}{3}$  ve  $C-2A=27 \Rightarrow A=?$

- A) 54      B) 47      C) 45      D) 40      E) 35

8.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$  ve  $\frac{b}{2} = \frac{c}{3}$  tür.

$a^2+b^2+c^2=532 \Rightarrow a+b+c=?$

- A) 14      B) 28      C) 34      D) 38      E) 44

9.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$

$a \cdot d \cdot f = 2$

$b \cdot c \cdot e = 16 \Rightarrow k=?$

- A) 3      B) 5      C) 7      D) 8      E) 12

10.  $ax=by=cz=k$ ,  $a+b+c=15$  ve  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{3}$

olduğuna göre,  $k=?$

- A) 9      B) 8      C) 7      D) 5      E) 4

## TEST - 2

$$11. \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{t} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3t}{2x} = ?$$

- A) 1    B)  $\frac{2}{3}$     C)  $\frac{9}{4}$     D)  $\frac{27}{8}$     E)  $\frac{81}{16}$

$$12. \frac{x}{y} = \frac{z}{t} = 0,8$$

$$\Rightarrow \left( \frac{x+z}{y+t} \right) \cdot \left( \frac{x-z}{y-t} \right) = ?$$

- A)  $\frac{2}{5}$     B)  $\frac{4}{5}$     C)  $\frac{16}{25}$     D)  $\frac{18}{25}$     E)  $\frac{25}{16}$

$$13. \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = 2 \text{ ve } a+2b+c=6$$

$$\Rightarrow \mathbf{b \text{ nedir?}}$$

- A) 2    B)  $\frac{3}{2}$     C)  $\frac{4}{3}$     D)  $\frac{5}{2}$     E) 3

$$14. \frac{a}{b+c} = \frac{1}{3} \text{ ve } \frac{a+b}{a} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{a-c}{a+c} \text{ nedir?}$$

- A)  $-\frac{1}{3}$     B)  $-\frac{7}{2}$     C)  $-\frac{4}{11}$     D)  $-\frac{11}{14}$     E)  $-\frac{7}{15}$

$$15. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k, \frac{25a^2+36}{25b^2+m^2d^2} = k^2$$

$$\Rightarrow m=?$$

- A)  $\frac{c}{4}$     B)  $\frac{4}{c}$     C)  $\frac{5}{c}$     D)  $\frac{4}{b}$     E)  $\frac{6}{c}$

$$16. \frac{1}{a-1} = \frac{2}{b-2} = \frac{3}{c-3}$$

$$\Rightarrow \frac{a+c}{c} = ?$$

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{1}{2}$     C) 1    D) 2    E)  $\frac{4}{3}$

TASARI AKADEMI YAYINLARI

$$17. 4ab=3bc=2ac \text{ ve } a^2+c^2=25$$

$$\Rightarrow \mathbf{b=?}$$

- A) 7    B) 5    C) 2    D) -1    E) -5

$$18. ax=by=cz=9, \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 3 \text{ olduğuna göre;}$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \text{ nin değeri kaçtır?}$$

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{1}{6}$     C)  $\frac{1}{9}$     D)  $\frac{1}{12}$     E)  $\frac{1}{15}$

## TEST - 3

1.  $\frac{2-x}{3} = \frac{-7}{x+2}$

$\Rightarrow x=?$

- A) 5      B) 4      C) 3      D) -2      E) -4

2.  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{2}{5}$

$3x+z-y=10$  ve  $c-b=-8$

$\Rightarrow a=?$

- A) 16      B) 14      C) 12      D) 11      E) 10

3.  $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \frac{x^2-y^2}{5 \cdot x \cdot y} = ?$

- A)  $\frac{1}{9}$       B)  $\frac{1}{8}$       C)  $\frac{1}{6}$       D) 6      E) 8

4.  $\frac{3x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{4}$  ve  $6x+2y-z=15$

$\Rightarrow z-y=?$

- A) 0      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

5.  $\frac{a+b}{a} = \frac{5}{4}$

$\Rightarrow \frac{b}{a+b} = ?$

- A)  $\frac{6}{5}$       B)  $\frac{4}{5}$       C)  $\frac{1}{5}$       D)  $\frac{1}{6}$       E)  $\frac{1}{10}$

6.  $a + \frac{3}{b} = 4$  ve  $b + \frac{3}{a} = 6$

$\Rightarrow \frac{b}{a} = ?$

- A) 3      B)  $\frac{3}{2}$       C)  $\frac{2}{3}$       D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{1}{6}$

7.  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  ve  $2y+z-3x=20$

$\Rightarrow y=?$

- A) 20      B) 15      C) 10      D) -15      E) -20

8.  $\frac{x}{3} = \frac{2y}{5}$  ve  $2x+y=85$

$\Rightarrow x \cdot y = ?$

- A) 65      B) 150      C) 330      D) 750      E) 900

## TEST - 3

9.  $a, b, c \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$\frac{3}{a} = \frac{b}{2} = \frac{c}{5} \text{ ve } \frac{abc}{4} = 45$$

$\Rightarrow a = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 2    C) 10    D) 12    E) 30

10.  $2a = 3b = 5c$

$$a + b - 2c = 13$$

$\Rightarrow 2a - b = ?$

- A) 10    B) 15    C) 20    D) 30    E) 40

11.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{c}{f} = 3$

$$\frac{f}{a} = \frac{1}{3} \text{ ve } \frac{d}{e} = 5$$

olduğuna göre,  $\frac{b}{c+2b} = ?$

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{1}{6}$     C)  $\frac{1}{7}$     D)  $\frac{1}{12}$     E)  $\frac{1}{15}$

12.  $\frac{1}{2x} = \frac{1}{3y} = \frac{1}{5z}$  ve  $y - z = 12$

$\Rightarrow x + z = ?$

- A) 36    B) 48    C) 51    D) 63    E) 77

13.  $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere,

$$\frac{a}{c} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{4}{7}$$

olduğuna göre,  $a+b$  toplamı  $a-b$  farkının kaç katıdır?

- A) 33    B) 37    C) 41    D) 47    E) 51

14.  $\frac{a+b}{a} = \frac{1}{2}$

$$\frac{b+c}{c} = \frac{2}{3}$$

$\Rightarrow \frac{c}{a} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{3}{2}$     C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{3}{4}$     E)  $\frac{4}{3}$

15.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$

$$2a - 3c = b - 3d = 12$$

$\Rightarrow a + d = ?$

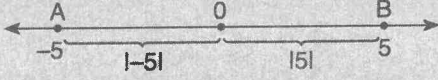
- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

16.  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$  olduğuna göre,

$$\frac{2a+b}{2a-b} = ?$$

- A) 5    B) 4    C) 2    D) 1    E) 0

Sayı doğrusu üzerinde x sayısının sıfıra uzaklığına x sayısının mutlak değeri denir ve  $|x|$  ile gösterilir.



$$|A| = |-5| = 5 \quad , \quad |B| = |5| = 5$$

$$|x| = \begin{cases} x & x > 0 \text{ ise} \\ 0 & x = 0 \\ -x & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

$$* x > 4 \Rightarrow \underbrace{|x-4|}_{+} = x-4$$

$$* x < 3 \Rightarrow \underbrace{|x-3|}_{-} = -(x-3) \\ = -x+3$$

$$* |a-b| = |b-a|$$

$$|5-8| = |8-5|$$

$$| -3| = |3|$$

$$3=3$$

$$* n \in \mathbb{N}^+$$

$${}^{2n}\sqrt{x^{2n}} = |x|$$

$${}^{2n+1}\sqrt{x^{2n+1}} = x$$

$${}^{2n+1}\sqrt{-x^{2n+1}} = -x$$

## ÖRNEK-1

$$|-7| + |-3-2| - |-4-(-3)| = ?$$

## Çözüm

$$|-7| + |-3-2| - |-4-(-3)|$$

$$= |-7| + |-5| - |-4+3|$$

$$= 7+5-1$$

$$= 11$$

## ÖRNEK-2

$$3 < x < 6 \Rightarrow |x-6| + |x-3| = ?$$

## Çözüm

$$3 < x < 6 \Rightarrow x-6 < 0$$

$$3 < x < 6 \Rightarrow x-3 > 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{|x-6|}_{-} + \underbrace{|x-3|}_{+} = -(x-6) + (x-3) \\ = -x+6+x-3 \\ = 3$$

## ÖRNEK-3

$$|a-b| - |b-a| - |-5| = ?$$

## Çözüm

$$|a-b| = |b-a|$$

$$|a-b| - |b-a| = 0$$

$$|-5| = 5$$

$$|a-b| - |b-a| - |-5| = 0-5$$

$$= -5$$



## Mutlak Değerin Özellikleri

1.  $|x| = |-x|$

2.  $|x|.|y| = |x.y|$

3.  $|x^n| = |x|^n$

4.  $y \neq 0$

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$$

5.  $x, y \in \mathbb{R}$

$$|x+y| \leq |x| + |y|$$

6.  $|x-a| = x-a \Rightarrow x-a \geq 0$

7.  $|x-a| = a-x \Rightarrow x-a \leq 0$

8.  $|x| \geq 0 \Rightarrow |x|_{\min} = 0$

9.  $a, b, c \in \mathbb{R}$

$$|a|+|b|+|c|=0$$

$$a=0, b=0, c=0$$

## ÖRNEK-4

$$|a-2|+|3b-9|+|c+5|=0$$
$$a+b+c=?$$

## Çözüm

$$|a-2|=0 \Rightarrow a-2=0$$

$$a=2$$

$$|3b-9|=0 \Rightarrow 3b-9=0$$

$$3b=9$$

$$b=3$$

$$|c+5|=0 \Rightarrow c+5=0$$

$$c=-5$$

$$a+b+c=2+3-5$$

$$=0$$

## ÖRNEK-5

$$|x| = 5 \Rightarrow \sum x = ?$$

## Çözüm

$$|x| = 5 \Rightarrow x = 5, x = -5$$

$$\sum x = 5 - 5 = 0$$

## ÖRNEK-6

$$|2x-8|=10 \Rightarrow \sum x = ?$$

## Çözüm

$$2x-8=10 \quad \text{veya} \quad 2x-8=-10$$

$$2x=10+8$$

$$2x=-10+8$$

$$2x=18$$

$$2x=-2$$

$$x=9$$

$$x=-1$$

$$\sum x = 9 - 1 = 8$$

## Mutlak Değerli Eşitsizlik

i.  $a > 0$ 

$$|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$$

ii.  $|x| \geq a \Rightarrow x \geq a$  veya  $x \leq -a$ iii.  $a, b \in \mathbb{R}^+$   $a < b$ 

$$a < |x| < b$$

$$a < x < b \quad -b < x < -a$$

iv.  $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ 

$$|a| < |b| \Rightarrow a^2 < b^2$$

## ÖRNEK-7

$$|3x-6| \leq 18$$

$$\text{ÇK}\{SS\}=?$$

## Çözüm

$$|3x-6| \leq 18 \text{ ise}$$

$$-18 \leq 3x-6 \leq 18$$

$$-18+6 \leq 3x \leq 18+6$$

$$\frac{-12}{3} \leq \frac{3x}{3} \leq \frac{24}{3}$$

$$-4 \leq x \leq 8$$

$$\text{ÇK}=[-4,8]$$

## ÖRNEK-8

$$x \in \mathbb{Z}$$

$$2 < |x+3| < 5$$

$$\sum x=?$$

## Çözüm

i.  $2 < x+3 < 5$

$$2-3 < x < 5-3$$

$$-1 < x < 2$$

$$x \in \mathbb{Z} \quad x=0,1$$

ii.  $-5 < x+3 < -2$

$$-5-3 < x < -3-2$$

$$-8 < x < -5$$

$$x \in \mathbb{Z} \quad x=-7,-6$$

$$\sum x=0+1-7-6=-12$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.  $|x-2|=|x+1|$

$\Rightarrow x=?$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{1}{3}$     C)  $\frac{1}{6}$     D)  $\frac{2}{5}$     E)  $\frac{3}{5}$

Çözüm

$|x-2|=|x+1|$

$(x-2)^2=(x+1)^2$

$x^2-4x+4=x^2+2x+1$

$4-1=2x+4x$

$3=6x \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

Cevap A

2.  $x<0$

$|x-1|+|2-x|-|x|=?$

- A)  $1-x$     B)  $3-x$     C)  $1-2x$     D)  $3-3x$     E)  $2-2x$

Çözüm

$x<0$

$\underbrace{|x-1|}_{-} + \underbrace{|2-x|}_{+} - \underbrace{|x|}_{-}$

$=(x-1)+(2-x)+x$

$=-x+1+2-x+x$

$=3-x$

Cevap B

3.  $a<0<b$

$|2a-b|+|2b-a|=?$

- A)  $a-b$     B)  $3a$     C)  $3b$     D)  $a+b$     E)  $3(b-a)$

Çözüm

$a<0<b$      $a=-1$  ve  $b=1$  olsun.

$\underbrace{|2a-b|}_{-} + \underbrace{|2b-a|}_{+}$

$=(2a-b)+(2b-a)$

$=-2a+b+2b-a$

$=3b-3a=3(b-a)$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

4.  $x, y \in \mathbb{Z}^+ - \{1\}$

$x > y$

$|y-x| + |y-1| = 5$

$\Rightarrow x = ?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

Çözüm

$x, y \in \mathbb{Z}^+ - \{1\} \quad x > y$

$\underbrace{|y-x|}_{-} + \underbrace{|y-1|}_{+} = 5$

$-(y-x) + (y-1) = 5$

$-y + x + y - 1 = 5$

$x = 5 + 1 = 6$

Cevap C

5.  $-5 < x < -1$

$|x+1| + |x+5| + k = 7$

$\Rightarrow k = ?$

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 7      E) 11

Çözüm

$-5 < x < -1$  ise

$\underbrace{|x+1|}_{-} + \underbrace{|x+5|}_{+} + k = 7$

$-(x+1) + (x+5) + k = 7$

$-x - 1 + x + 5 + k = 7$

$k = 7 - 4$

$k = 3$

Cevap A

6.  $x^{2007} < 0$

$|x| + |5-x| + |6-x| + |7-x| + |x-9| = 157$

$x = ?$

- A) -13      B) -26      C) -30      D) 100      E) 168

Çözüm

$\underbrace{|x|}_{-} + \underbrace{|5-x|}_{+} + \underbrace{|6-x|}_{+} + \underbrace{|7-x|}_{+} + \underbrace{|x-9|}_{-} = 157$

$-x + 5 - x + 6 - x + 7 - x - x + 9 = 157$

$-5x + 27 = 157$

$-5x = 130$

$x = -26$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

7.  $|a-2|+|b-4|+|c-6|=0$

$\Rightarrow a+2b+3c=?$

- A) 2    B) 8    C) 12    D) 28    E) 32

Çözüm

$\Rightarrow a-2=0, \quad b-4=0, \quad c-6=0$

$a=2 \quad b=4 \quad c=6$

$a+2b+3c=2+2.4+3.6$

$=2+8+18$

$=28$

Cevap D

8.  $|2x-3|=4$

$\Rightarrow \sum x=?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D)
- $\frac{7}{2}$
- E)
- $-\frac{1}{2}$

Çözüm

$2x-3=4 \quad \text{ve} \quad 2x-3=-4$

$2x=4+3$

$2x=-4+3$

$2x=7$

$2x=-1$

$x=\frac{7}{2}$

$=-\frac{1}{2}$

$\sum x = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Cevap C

9.  $|x-3|+4=6$

$\Rightarrow \text{ÇK}=?$

- A) {1,5}    B) {2,5}    C) {2,4}    D) {-1,2}    E) {-3,4}

Çözüm

$|x-3|=6-4=2$

i.  $x-3=2$

ii.  $x-3=-2$

$x=2+3$

$x=-2+3$

$x=5$

$x=1$

{1,5}

Cevap A

10.  $|x+2|=4$

$\Rightarrow ? \leq x \leq ?$

- A)
- $-1 \leq x \leq 2$
- B)
- $-6 \leq x \leq 2$
- C)
- $-2 \leq x \leq 6$
- 
- D)
- $-2 \leq x < 2$
- E)
- $0 \leq x \leq 6$

Çözüm

$|x+2| \leq 4$

$-4 \leq x+2 \leq 4$

$-2 \quad -2 \quad -2$

$+ \quad \quad \quad$   
 $-6 \leq x \leq 2$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

11.  $a^2 < a$ ,  $|b| > b$

$$\Rightarrow \frac{|a-b| + |b|}{|-a+2b|} = ?$$

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

Çözüm

$$a^2 < a \Rightarrow a = \frac{1}{2} > 0$$

$$|b| > b \Rightarrow b = -1 < 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\overbrace{|a-b|}^+ + \overbrace{|b|}^-}{|-a+2b|} \\ &= \frac{a-b-b}{-(-a+2b)} = \frac{a-2b}{a-2b} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Cevap D

12.  $xy > 0$  ve  $x^2y < 0$

$$\Rightarrow \frac{|x| - |x+y| - 1}{1-y} = ?$$

- A) -x      B) x      C) -1      D) 0      E) 1

Çözüm

$$\begin{array}{l} xy > 0 \\ \overline{\overline{xy}} \\ \overline{\overline{xy}} \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2y < 0 \\ \overline{\overline{x^2y}} \\ \overline{\overline{x^2y}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y < 0 \\ x < 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\overline{|x|} - \overline{|x+y|} - 1}{1-y} \\ &= \frac{-x + x + y - 1}{1-y} = \frac{y-1}{1-y} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Cevap C

13.  $a > 0$ ,  $b < 0$

$$\Rightarrow |a-b| + |3a| - \sqrt{4b^2} = ?$$

- A)  $4a+b$       B)  $4a+2b$       C)  $4a-3b$   
D)  $4a-b$       E)  $a-b$

Çözüm

$$\begin{aligned} & a > 0, b < 0 \\ & \Rightarrow |a-b| + |3a| - \sqrt{4b^2} \\ &= \underbrace{|a-b|}_+ + \underbrace{|3a|}_+ - \underbrace{|2b|}_- \\ &= a-b+3a+2b \\ &= 4a+b \end{aligned}$$

Cevap A

14.  $x \in \mathbb{R}^+$ ,  $x < \frac{1}{5}$

$$\Rightarrow -|x-1| - |x| = ?$$

- A)  $2x$       B)  $2x-1$       C)  $2x+1$   
D)  $x-1$       E)  $x+1$

Çözüm

$$x < \frac{1}{5} \quad x = \frac{1}{6} \text{ gibi}$$

$$\begin{aligned} & -|x-1| - |x| \\ &= -\underbrace{|x-1|}_+ - \underbrace{|x|}_+ \\ &= -|x-1| - x = -|2x-1| \\ &= 2x-1 \end{aligned}$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

15.  $|x-1| < 2$

$\Rightarrow |x+2| + |x-3| + |x-4| = ?$

- A)  $-x+9$       B)  $x-7$       C)  $x-3$   
 D)  $2x-1$       E)  $x-1$

Çözüm

$|x-1| < 2$

$-2 < x-1 < 2 \Rightarrow -1 < x < 3$

$$\underbrace{|x+2|}_{+} + \underbrace{|x-3|}_{-} + \underbrace{|x-4|}_{-}$$

$= x+2-x+3-x+4$

$= -x+9$

Cevap A

16.  $|x-2| + |x-1| = 13$

$\Rightarrow \sum x = ?$

- A)  $-5$       B)  $3$       C)  $5$       D)  $8$       E)  $13$

Çözüm

i.  $x < 1$  için

$$\underbrace{|x-2|}_{-} + \underbrace{|x-1|}_{-} = 13$$

$-x+2-x+1=13$

$-2x=13-3=10$

$x=-5$

ii.  $1 \leq x \leq 2$  için

$$\underbrace{|x-2|}_{-} + \underbrace{|x-1|}_{+} = 13$$

$-x+2+x-1=13$

$\text{ÇK}=\emptyset$

iii.  $x \geq 2$  için

$$\underbrace{|x-2|}_{+} + \underbrace{|x-1|}_{+} = 13$$

$x-2+x-1=13$

$2x=13+3=16$

$x=8$

$\sum x = -5+8=3$

Cevap B

17.  $|x-2| \cdot |2-x| = 9$

$\Rightarrow \sum x = ?$

- A)  $-2$       B)  $1$       C)  $2$       D)  $4$       E)  $5$

Çözüm

$|x-2| = |2-x|$  ise

$|x-2| \cdot |2-x| = 9$

$|x-2| \cdot |x-2| = 9$

$|x-2|^2 = 9 = 3^2$

$x-2=3 \quad \vee \quad x-2=-3$

$x=5 \quad \quad \quad x=-1$

$\sum x = 5-1=4$

Cevap D

## TEST - 1

1.  $a > b > 0$

$\Rightarrow |b-a| - |b| - |a-b| + |b| = ?$

- A) 0    B)
- $-2b$
- C)
- $b-a$
- D)
- $a-b$
- E)
- $-b-a$

5.  $|5-x|=2$

$\Rightarrow \prod x = ?$

- A) 10    B) 12    C) 14    D) 21    E) 28

2.  $a < 0 < b < c$

$\Rightarrow |a-1| - |c-b| + |a| = ?$

- A)
- $-a$
- B)
- $-2c+1$
- C)
- $-2a-c+b+1$
- D)
- $c-a$
- E)
- $2b-a$

6.  $a < b < 0$

$\Rightarrow |-a-b-|a|| = ?$

- A)
- $-a$
- B)
- $-a+2b$
- C)
- $-b$
- D)
- $-2a$
- E)
- $-3b$

3.  $x < 0$

$\Rightarrow |x-x-|x|| = ?$

- A)
- $x$
- B) 0    C)
- $-3x$
- D)
- $-5x$
- E)
- $-x$

7.  $-1 < a < 0$

$\Rightarrow |-a| - |a| = ?$

- A)
- $-1$
- B) 1    C)
- $2a-1$
- D)
- $2a+1$
- E)
- $a-1$

4.  $\Rightarrow |-1| + |-3| + |1-1-3-5| = ?$

- A) 10    B) 11    C) 14    D)
- $-5$
- E)
- $-16$

8.  $x < 0$

$\Rightarrow |x-2x-1-3x| = ?$

- A)
- $-6x$
- B)
- $-5x$
- C)
- $-2x$
- D) 0    E)
- $5x$



## TEST - 1

9.  $0 < a < b < c$

$\Rightarrow |a-b| + |b-c| + |c-a| = ?$

- A)  $a+b+c$       B)  $-3a$       C)  $2c-3a$   
 D)  $2c-2a$       E)  $3b$

10.  $|a| = -a$

$\Rightarrow |a - |2a - |a|| = ?$

- A)  $-4a$       B)  $-2a$       C)  $-a$       D)  $4a$       E)  $5a$

11.  $x > 0 \vee y < 0$

$\Rightarrow \sqrt{16x^2} - \sqrt{9y^2} + |x-y| = ?$

- A)  $5x-2y$       B)  $5x-2y$       C)  $-5x-2y$   
 D)  $-5x+6y$       E)  $-5x+2y$

12.  $3 \cdot 5^2 |1+4 \cdot 16 - 2| - 6| - 3^3 | = ?$

- A) 288      B) 253      C) 71      D) -71      E) 256

13.  $| -3 + 5 - (-8) + 4 \cdot | -5 | = ?$

- A) -20      B) 0      C) 10      D) 20      E) 30

14.  $a, b \in \mathbb{R}$

$|a-2| + |a-3b+4| = 0$

$\Rightarrow a \cdot b = ?$

- A) 0      B) 2      C) 4      D) 8      E) 16

15.  $x, y \in \mathbb{R}$

$|x+3| + |2x+6| + |15-5y| = 0$

$\Rightarrow x-y = ?$

- A) -6      B) -3      C) 0      D) 3      E) 6

16.  $a < |a|$

$\Rightarrow |a - |a - 1|| - |2a| = ?$

- A)  $-a$       B)  $1+2a$       C)  $1-a$       D)  $a-2$       E) 1

## TEST - 2

1.  $a < b < 0 < c$

$$\Rightarrow \frac{|a-b|+|c-b|}{|a|+|c|} = ?$$

- A)
- $a-b$
- B)
- $a-c$
- C) 1    D)
- $-1$
- E)
- $b-c$

2.  $a < b < c$

$$\Rightarrow \frac{|a-c|}{|c-b|+|b-a|} = ?$$

- A)
- $-2$
- B)
- $-1$
- C) 0    D) 1    E) 2

3.  $|2x+4|+|3y-15|=0$

$$\Rightarrow |x-y| = ?$$

- A) 11    B) 9    C) 7    D) 5    E) 3

4.  $x < \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow |2x-1|+3x-2|+2x-3| = ?$$

- A)
- $3x-4$
- B)
- $2x-3$
- C)
- $x+1$
- D)
- $3-x$
- E)
- $x-2$

5.  $a < 0 < x < b$

$$\Rightarrow |x-a|+|x-b|+\sqrt{9b^2}+\sqrt{4a^2} = ?$$

- A)
- $a-b$
- B)
- $4b-3a$
- C)
- $4x+3b$
- 
- D)
- $2x-3a+3b$
- E)
- $2x+3a+4b$

6.  $x \in \mathbb{Z}$

$|2x-3| \leq 5$

$$\Rightarrow \sum x = ?$$

- A) 9    B) 8    C) 7    D) 6    E) 5

7.  $x \in \mathbb{Z}$

$$\frac{3}{|x-2|} \geq 1$$

$$\Rightarrow \sum x = ?$$

- A) 14    B) 12    C) 10    D) 8    E) 9

8.  $x \in \mathbb{R}$

$|5x-7| = 3$

$$\Rightarrow \sum x = ?$$

- A) 1,3    B) 1,4    C) 1,5    D) 1,6    E) 2,8

## TEST - 2

9.  $a=|a|$  ve  $b<|b|$

$$\Rightarrow \sqrt{4a^2} + \sqrt{b^2} - |b-a| + \frac{ab}{|ab|} = ?$$

- A)  $b+1$       B)  $a+1$       C)  $a-1$   
D)  $2a-b-1$       E)  $2a+2b+1$

10.  $|x-1|=|x-3|$

$$\Rightarrow x=?$$

- A)  $-2$       B)  $-1$       C)  $1$       D)  $2$       E)  $4$

11.  $3 \leq |2x-1| < 11$

$$\Rightarrow \sum x=?$$

- A)  $8$       B)  $7$       C)  $6$       D)  $5$       E)  $4$

12.  $|3x-6|=x+1$

$$\Rightarrow \sum x=?$$

- A)  $5$       B)  $7$       C)  $\frac{19}{4}$       D)  $\frac{5}{4}$       E)  $\frac{7}{2}$

13.  $|2x-3|+|4y+5|+|z-1|=0$

$$\Rightarrow x+y+z=?$$

- A)  $3$       B)  $\frac{5}{4}$       C)  $\frac{4}{3}$       D)  $\frac{4}{5}$       E)  $\frac{3}{4}$

14.  $x < 3$  için,

$$\Rightarrow \sqrt{x^2-7x+13} + \sqrt{x^2-6x+9} = ?$$

- A)  $4-x$       B)  $x-4$       C)  $x+4$       D)  $x-2$       E)  $2x+1$

15.  $x < 2$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2-3x+2} + \sqrt{x^2-4x+4} = ?$$

- A)  $-x-2$       B)  $2x-4$       C)  $2-x$       D)  $x+2$       E)  $2x+4$

16.  $x < y < 0$

$$\left| \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right| - \left| \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right| = ?$$

- A)  $\frac{2}{x}$       B)  $-\frac{2}{x}$       C)  $\frac{2}{y}$       D)  $0$       E)  $-\frac{2}{y}$

## TEST - 3

1.  $x < 0$   
 $\Rightarrow |x| - |x-1| + |2x| = ?$   
 A) 0 B)  $-4x-1$  C)  $-2x$  D)  $-2x-1$  E)  $-1$
2.  $a < 0$  ve  $b < a$   
 $K = |a-b| - |b-a| - 2 \cdot |a| \cdot |b|$   
 $\Rightarrow K = ?$   
 A) a B) b C)  $-2ab$  D)  $2ab$  E)  $-2ab+2b$
3.  $x < 0 < y < z$   
 $\Rightarrow \sqrt{y^2 + 2yz + z^2} - |x-z| + |x-y| = ?$   
 A)  $2y$  B)  $2z$  C)  $2x$  D) y E) x
4.  $\left| \frac{2x-1}{3} \right| \leq 5$   
 $\Rightarrow \sum x = ?$   
 A) 7 B) 8 C) 15 D)  $-15$  E) 0
5.  $3 \cdot |x-1| + 2 \cdot |1-x| = 15$   
 $\Rightarrow \text{ÇK}\{5,5\} = ?$   
 A)  $\{4\}$  B)  $\{2,4\}$  C)  $\{2,-4\}$  D) R E)  $\{-2,4\}$
6.  $x < 0$   
 $|x + |2x + |7x|| = 8$   
 $\Rightarrow |4x+3| = ?$   
 A)  $\frac{27}{5}$  B)  $\frac{25}{3}$  C) 6 D) 5 E) 2
7.  $A = |2 - \sqrt{5}| + |1 - \sqrt{5}| + |\sqrt{5} - 3|$   
 $\Rightarrow A = ?$   
 A)  $\sqrt{5}$  B)  $-\sqrt{5}$  C) 0 D) 3 E) 6
8.  $-3 < x < 2$  olmak üzere,  
 $|x-4| - |x+3| + 2x - 1$   
 ifadesinin eşiti nedir?  
 A)  $-1$  B) 0 C)  $-8$  D)  $2x$  E)  $2x-8$

## TEST - 3

9.  $|x|=5$ ,  $|y-5|=4$  ve  $|z+1|=0$   
 $\Rightarrow \min(x+y+z)=?$

- A) -13    B) -9    C) -5    D) 0    E) 5

10.  $x < 1$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 7x + 15} + \sqrt{x^2 - 2x + 1} = ?$$

- A)  $x-3$     B)  $3-x$     C)  $x-1$     D)  $x-4$     E)  $4-x$

11.  $x < 0$

$$\Rightarrow \frac{|-2x+|4x||}{|x-|2x||} = ?$$

- A) 2    B)  $-\frac{2}{3}$     C)  $-\frac{1}{3}$     D)  $\frac{1}{3}$     E) -2

12.  $|x-6|=-x+6$  ve  $|x-2|=x-2$   
 $\Rightarrow \sum x = ?$

- A) 8    B) 12    C) 14    D) 16    E) 20

13.  $|x+4|=|x-8|$   
 $\Rightarrow \text{ÇK}=?$

- A) {1}    B) {2}    C) {2,4}    D) {1,2}    E)  $\emptyset$

14.  $x < |x|$

$$\Rightarrow |-x|+|x|+|2x|+4x=?$$

- A) -2x    B) -x    C) 0    D) x    E) 2x

15.  $3=|x-6|+2x$   
 $\Rightarrow \sum x = ?$

- A) 3    B) 2    C) 0    D) -1    E) -3

16.  $a < 0 < b < c$

$$\Rightarrow \frac{|a-b|}{a-b} + \frac{|b|}{b} - \frac{|c-a|}{c-a} = ?$$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E) 3

### Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  olmak üzere,

$$ax+b=0$$

eşitliğine birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir. Denklemi sağlayan  $x$  reel sayısına denklemin kökü, denklemin köklerinden oluşan kümeye de denklemin çözüm kümesi denir.

$$ax+b=0$$

$$ax=-b$$

$$x = -\frac{b}{a} \Rightarrow \text{ÇK} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$$

### Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler

$a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  olmak üzere,

$$ax+by+c=0$$

birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem analitik düzlemde bir doğru belirtir.

#### ÖRNEK-1

$$7x+3=4x-24$$

$$\Rightarrow x=?$$

Çözüm

$$7x+3=4x-24$$

$$7x-4x=-24-3$$

$$\frac{3x}{3} = -\frac{27}{3} \Rightarrow x=-9$$

#### ÖRNEK-2

$$0,36x-0,9=0,12x+0,3$$

$$\Rightarrow x=?$$

Çözüm

$$0,36x-0,12x=0,3+0,9$$

$$0,24x=1,2$$

$$x = \frac{1,2}{0,24} = \frac{120}{24}$$

$$x=5$$

#### ÖRNEK-3

$$\frac{4-x}{3} + \frac{x}{6} + \frac{x+6}{18} = 1 \Rightarrow x=?$$

Çözüm

$$\frac{4-x}{3} + \frac{x}{6} + \frac{x+6}{18} = 1$$

$$(6) \quad (3) \quad (1)$$

$$\frac{24-6x+3x+x+6}{18} = 1$$

$$30-2x=18$$

$$30-18=2x$$

$$12=2x \Rightarrow x=6$$

## Denklem Sistemleri

1.  $ax+by+c=0$

$dx+ey+f=0$

i.  $\frac{a}{b} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$

ilişkisi varsa çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

ii. Doğrular paralel ise

$\frac{a}{b} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$  ise

çözüm kümesi boş " $\emptyset$ " kümedir.

iii.  $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$  ise

çözüm kümesi bir elemanlıdır.

## ÖRNEK-4

$ax+2y=6$

$2x+by=12$

$\text{ÇK}=\mathbb{R} \Rightarrow a+b=?$

## Çözüm

$\text{ÇK}=\mathbb{R} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{2}{b} = \frac{6}{12}$

$\frac{a}{2} = \frac{6}{12} \Rightarrow a=1$

$\frac{2}{b} = \frac{6}{12} \Rightarrow b=4$

$a+b=1+4=5$

## ÖRNEK-5

$(2a-1)x+4y-3=0$

$ax+y+2=0$

$\text{ÇK}=\emptyset \Rightarrow a=?$

## Çözüm

$\text{ÇK}=\emptyset \Rightarrow \frac{2a-1}{a} \neq \frac{4}{1}$

$4a=2a-1$

$2a=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$

### Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemlerinin Çözümü

#### 1. Yok Etme Yöntemi

Bu yöntemde değişkenlerden birini, diğer denklemde yer alan aynı değişkenin aynı katsayılı ve zıt işaretli yapılarak değişkenlerden biri yok edilir.

#### 2. Yerine Koyma Yöntemi

Bu yöntemde değişkenlerden biri diğer değişken cinsinden yazılır. Seçilen değişken diğer denklemde yazılarak bir bilinmeyenli denklem oluşturulur.

#### ÖRNEK-6

$$\begin{aligned} 2x+y &= 11 \\ x-y &= 7 \text{ ise } x=? \end{aligned}$$

#### Çözüm

$$\begin{aligned} 2x+y &= 11 \\ + \quad x-y &= 7 \\ \hline 3x &= 18 \Rightarrow x=6 \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-7

$$\begin{aligned} a+b &= 17 \\ b-c &= 19 \text{ ise } a+c=? \end{aligned}$$

#### Çözüm

$$\begin{aligned} a+b &= 17 \\ -1/b-c &= 19 \\ \hline a+b &= 17 \\ + \quad -b+c &= -19 \\ \hline a+c &= -2 \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-8

$$\begin{aligned} y &= 2x+4 \\ y &= 3x-1 \text{ ise } y=? \end{aligned}$$

#### Çözüm

$$\begin{aligned} 3x-1 &= 2x+4 \\ 3x-2x &= 4+1 \Rightarrow x=5 \\ y &= 2 \cdot 5+4 \\ y &= 10+4 \\ y &= 14 \end{aligned}$$



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$1. \frac{4(3m+1)}{3} = \frac{m-2}{2}$$

$$\Rightarrow m=?$$

- A)  $-\frac{2}{3}$    B)  $-\frac{1}{2}$    C)  $-\frac{1}{3}$    D)  $\frac{2}{3}$    E)  $\frac{3}{8}$

Çözüm

$$\frac{4(3m+1)}{3} \cdot \frac{m-2}{2}$$

$$8(3m+1)=3(m-2)$$

$$24m+8=3m-6$$

$$24m-3m=-6-8$$

$$21m=-14$$

$$m = -\frac{14}{21} = -\frac{2}{3}$$

Cevap A

$$2. \frac{2-3x}{6} - \frac{x-3}{3} = 3$$

$$\Rightarrow x=?$$

- A) -1   B) -2   C) 0   D) 1   E) 2

Çözüm

$$\frac{2-3x}{6} - \frac{x-3}{3} = 3$$

(2)

$$\frac{2-3x-2(x-3)}{6} \rightarrow 3$$

$$2-3x-2x+6=18$$

$$-5x=18-8$$

$$-5x=10 \Rightarrow x=-2$$

Cevap B

$$3. \frac{3x}{4} - \frac{2y}{3} = \frac{x+y}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = ?$$

- A) 2   B) 3   C) 4   D)  $\frac{7}{5}$    E)  $\frac{6}{11}$

Çözüm

$$\frac{3x}{4} - \frac{2y}{3} = \frac{x+y}{4}$$

(3) (4) (3)

$$\frac{9x-8y}{12} = \frac{3x+3y}{12}$$

$$9x-8y=3x+3y$$

$$9x-3x=3y+8y$$

$$6x=11y \Rightarrow \frac{6}{11} = \frac{y}{x}$$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

4.  $\frac{4}{x} - \frac{1}{x-1} = 1$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) -1      B) 0      C) 2      D) 3      E) 4

Çözüm

$$\frac{4}{x} - \frac{1}{x-1} = 1$$

$$(x-1) \quad (x)$$

$$\frac{4x-4-x}{x^2-x} = 1$$

$$x^2-x=3x-4$$

$$x^2-4x+4=0$$

$$(x-2)^2=0 \Rightarrow x-2=0$$

$$x=2$$

Cevap C

5.  $x^3+2=3x^2$   
 $\Rightarrow 3x+\frac{6}{x^2}=?$

- A) 3      B) 4      C) 6      D) 9      E) 12

Çözüm

$$\frac{x^3+2}{x^2} = \frac{3x^2}{x^2}$$

$$\frac{x^3}{x^2} + \frac{2}{x^2} = 3 \Rightarrow x + \frac{2}{x^2} = 3$$

Buna göre;

$$3x + \frac{6}{x^2} = 3 \left( x + \frac{2}{x^2} \right)$$

$$= 3 \cdot 3 = 9$$

Cevap D

6.  $x-1=y-2$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 1$$

$$\Rightarrow x+y=?$$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 7

Çözüm

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 1 \text{ ise}$$

$$x-1=2 \text{ ve } y-2=2$$

$$x=2+1$$

$$y=2+2$$

$$x=3$$

$$y=4$$

$$x+y=3+4=7$$

Cevap E

7.  $x+y=-1$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow x \cdot y=?$$

- A) -6      B) -3      C) -1      D) 1      E) 2

Çözüm

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

$$(y) \quad (x)$$

$$\frac{y+x}{x \cdot y} = \frac{1}{6}$$

$$-\frac{1}{x \cdot y} = \frac{1}{6} \Rightarrow x \cdot y = -6$$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

8.  $x, y \in \mathbb{Z}^+$

$x \cdot y = 8, \frac{y}{x} = 2$

$\Rightarrow y = ?$

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 5      E) 8

Çözüm

$x, y \in \mathbb{Z}^+$

$\frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = 2x$

$x \cdot y = 8$

$x \cdot 2x = 8 \Rightarrow 2x^2 = 8$

$x^2 = 4$

$x = 2$  ise

$2 \cdot y = 8$

$y = 4$

Cevap C

9.  $\frac{1}{2} - 3a = \frac{1}{8} + 3b$

$\Rightarrow a + b = ?$

- A)
- $\frac{3}{4}$
- B)
- $\frac{5}{8}$
- C)
- $\frac{1}{8}$
- D)
- $\frac{5}{9}$
- E)
- $\frac{4}{9}$

Çözüm

$\frac{1}{2} - 3a = \frac{1}{8} + 3b$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = 3a + 3b$

(4)

$\frac{3}{8} = 3(a + b)$

$\Rightarrow a + b = \frac{1}{8}$

Cevap C

10.  $x - y = 5$

$y + z = 5$

$x + y + z = 17$

$\Rightarrow y = ?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

Çözüm

$x - y = 5$

$+ \quad y + z = 5$

$\hline x + z = 10$

$x + y + z = 10 + y = 17$

$y = 17 - 10 = 7$

Cevap D

11.  $a + b = 2$

$b + c = 5$

$a + c = 9$

$\Rightarrow b = ?$

- A) -1      B) 0      C) 1      D) 2      E) 3

Çözüm

$a + b = 2$

$b + c = 5$

$-1/a + c = 9$

$\hline a + b = 2$

$b + c = 5$

$-a - c = -9$

$\hline$

$2b = -2 \Rightarrow b = -1$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

12.  $4a+5b+6c=14$

$a+2b+3c=5$

$\Rightarrow a+b+c=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 5      E) 6

Çözüm

$4a+5b+6c=14$

$-1/a+2b+3c=5$

$4a+5b+6c=14$

$-a-2b-3c=-5$

+

$3a+3b+3c=9$

$3(a+b+c)=9$

$a+b+c=3$

Cevap C

13.  $x+y=20$

$y+z=25$

$x+z=33$

$\Rightarrow x=?$

- A) 14      B) 12      C) 10      D) 9      E) 8

Çözüm

$x+y=20$

$-1/y+z=25$

$x+z=33$

$x+y=20$

$-y-z=-25$

$x+z=33$

+

$2x=28 \Rightarrow x=14$

Cevap A

14.  $2x+y=z$

$x+z=3y$

$x+y+z=12$

$\Rightarrow z=?$

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

Çözüm

$2x+y=z$

$x+z=3y$

+

$3x+y+z=z+3y \Rightarrow 3x=2y$

$x=2k, y=3k, k \in \mathbb{R}$

$z=2 \cdot 2k+3k=4k+3k=7k$

$x+y+z=2k+3k+7k=12$

$12k=12$

$k=1$

$z=7k=7$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

15.  $x+y+z=4$

$xy+xz=4$

$\Rightarrow x=?$

- A) -2    B) 1    C)
- $\sqrt{2}$
- D) 2    E) 4

Çözüm

$x(y+z)=4$

$x+y+z=4 \Rightarrow y+z=4-x$

$x(4-x)=4$

$4x-x^2=4$

$0=x^2-4x+4$

$0=(x-2)^2$

$\Rightarrow x-2=0$

$x=2$

Cevap D

16.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 15$

$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 17$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = 12$

$\Rightarrow c=?$

- A)
- $\frac{1}{7}$
- B)
- $\frac{1}{14}$
- C)
- $\frac{1}{2}$
- D)
- $\frac{2}{15}$
- E)
- $\frac{1}{6}$

Çözüm

$-\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -15$

$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 17$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = 12$

$$+ \frac{2}{c} = 14$$

$c = \frac{2}{14} \Rightarrow c = \frac{1}{7}$

Cevap A

17.  $a-b=1$

$a+c=7$

$b-c=2$

$\Rightarrow 3a+c=?$

- A) 11    B) 12    C) 14    D) 15    E) 17

Çözüm

$a-b=1$

$2/a+c=7$

$b-c=2$

$a-b=1$

$2a+2c=14$

$$+ \quad b-c=2$$

$3a+c=17$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

18.  $a+2b+c=6$

$2a-b+2c=7$

$\Rightarrow a+b+c=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

Çözüm

$a+2b+c=6$

$2/2a-b+2c=7$

$a+2b+c=6$

$4a-2b+4c=14$

+

$5a+5c=20$

$5(a+c)=20 \Rightarrow a+c=4$

$a+2b+c=4+2b=6$

$2b=2$

$b=1$

$a+b+c=4+1=5$

Cevap E

19.  $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$

$x.y=36$

$x.z=48$

$y.z=12$

$\Rightarrow x+y+z=?$

- A) 12      B) 13      C) 15      D) 17      E) 19

Çözüm

$x.y=36$

$x.z=48$

$y.z=12$

$x.y=36$

$x.z=48$

+

$x.x.y.z=36.48 \Rightarrow x^2 = 144$

$\sqrt{12}$

$x = 12$

$\bullet x.y=36 \Rightarrow 12.y=36$

$y=3$

$\bullet x.z=48 \Rightarrow 12.z=48$

$z=4$

$x+y+z=12+3+4$

$=19$

Cevap E

20.  $\frac{bc}{a} = 1$

$\frac{ca}{b} = 2$

$\frac{ab}{c} = 3$

$\Rightarrow a^2+b^2+c^2=?$

- A) 6      B) 9      C) 11      D) 12      E) 15

Çözüm

i.  $\frac{bc}{a} \cdot \frac{ca}{b} = 1.2$

$c^2=2$

ii.  $\frac{b\cancel{c}}{a} \cdot \frac{\cancel{c}a}{b} = 1.3$

$b^2=3$

iii.  $\frac{\cancel{c}a}{b} \cdot \frac{a\cancel{c}}{c} = 2.3$

$a^2=6$

$a^2+b^2+c^2=6+3+2=11$

Cevap C

## TEST - 1

1.  $3(x-2)-2(x-3)=2x-7$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 6      E) 7

2.  $\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{2} = \frac{x+4}{6} - \frac{x-5}{12}$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

3.  $\frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{6} = \frac{x+1}{4} - \frac{x-3}{3} - \frac{x-15}{12}$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

4.  $3x - \frac{2x-4}{3} = 5x + 8$   
 $\Rightarrow x=?$

- A)  $-\frac{7}{2}$       B)  $-\frac{5}{2}$       C)  $-\frac{3}{2}$       D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{5}{2}$

5.  $2x - \frac{1}{3} = 4x - \frac{37}{3}$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) 2      B) 1      C) 6      D) -1      E) -2

6.  $\frac{5}{2}(x-1) - 4(x+1) = 2$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) -3      B)  $-\frac{10}{3}$       C) -4      D) -5      E)  $-\frac{17}{3}$

7.  $3(x+1) - 2(x-3) = \frac{x}{4}$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) -12      B) -6      C) -3      D) 0      E) 6

8.  $5(x-1) + 4(x-2) = 4(2x+1) - 13$   
 $\Rightarrow x=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

## TEST - 1

9.  $\frac{2x+8}{2} + x - 1 = 3x$   
 $\Rightarrow x = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

10.  $\frac{12}{3 + \frac{4}{-3 + \frac{x+2}{x-2}}} = 6$   
 $\Rightarrow x = ?$

- A) -1      B) 0      C) 1      D) 3      E) 4

11. x ve y gerçel sayılardır.

$$\begin{aligned} x - 3y &= 4 \\ x + y &= 12 \\ \Rightarrow x \cdot y &= ? \end{aligned}$$

- A) 4      B) 10      C) 15      D) 20      E) 24

12.  $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+k} = \frac{4}{x+3}$

denkleminin bir kökü  $x=3 \Rightarrow k = ?$

- A) 5      B) 2      C) 1      D) 0      E) -1

13.  $\frac{x}{x-2} + \frac{3x-1}{2-x} = 4$   
 $\Rightarrow x = ?$

- A) 1      B)  $\frac{3}{2}$       C) 2      D)  $\frac{5}{2}$       E) 3

14. x ve y gerçel sayılardır.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} &= 6 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} &= \frac{1}{3} \end{aligned} \right\}$$

olduğuna göre, x = ?

- A) 5      B) 4      C) 3      D) 2      E) 1

15.  $3x - y = 6$  ve  $2x + y = 4$

$$\Rightarrow x^y = ?$$

- A) 5      B) 4      C) 3      D) 2      E) 1

16.  $2x + y - 4 = 0$

$$3x - 2y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) -3      B) -1      C) 1      D) 3      E) 5



## TEST - 2

1.  $\frac{a}{2} + \frac{5}{a} = 4$   
 $\Rightarrow a^2 + \frac{100}{a^2} = ?$

- A) 64    B) 52    C) 48    D) 44    E) 40

2.  $2a - 3b = -6$   
 $a + 2b = 4$   
 $b^a = ?$

- A) -3    B) -2    C) -1    D) 1    E) 2

3.  $x, y \in \mathbb{R}$   
 $3x - y = 7$   
 $-x + 3y = 5$   
**olduğuna göre  $x + y = ?$**

- A) 7    B) 6    C) 5    D) 4    E) 3

4.  $\left. \begin{array}{l} 3x + 6y + 12z = 56 \\ y + 2z = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow x = ?$

- A) 10    B)  $\frac{32}{3}$     C) 11    D) 12    E)  $\frac{32}{2}$

5.  $2x - y + 3z = 13$   
 $x + y - 2z = -7$   
 $3x - z = 0$   
 **$(x - y)^2 = ?$**

- A) 1    B) 3    C) 9    D) 27    E) 33

6.  $\frac{6}{x-4} + \frac{2}{x+1} = \frac{3}{x-2} + \frac{8}{x+3}$

**olduğuna göre,  $x = ?$**

- A) -3    B) -1    C) 2    D) 1    E) 4

7.  $a - b = 5$ ,  $a^2 - b^2 = 45$  ve  $a + b + c = 17$   
 $\Rightarrow c = ?$

- A) 7    B) 8    C) 9    D) 10    E) 11

8.  $a \cdot b = 12$   
 $a \cdot c = 18$   
 **$b \cdot c = 24$  olduğuna göre  $c = ?$**

- A) 3    B) 4    C) 6    D) 9    E) 10

## TEST - 2

9.  $\left. \begin{array}{l} 2x-3=4y-1 \\ 3x-2y=x+y+4 \end{array} \right\} y=?$

- A) -3    B) -2    C) -1    D) 0    E) 2

10.  $\frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{2}$

$\frac{2}{x} - \frac{2}{y} = \frac{1}{9}$

y=?

- A) 4    B) 6    C) 9    D) 11    E) 13

11.  $\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 5$

$-\frac{1}{x} - \frac{3}{y} = 2$

olduğuna göre,  $x^y=?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 4    E) 9

12.  $\left. \begin{array}{l} a-2b+3c=8 \\ 2a-b-6c=-5 \end{array} \right\}$

olduğuna göre,  $5c-a=?$

- A) -6    B) -4    C) -2    D) 6    E) 4

13.  $a+b=9, b+c=8, a^2-c^2=7$

$\Rightarrow a+b+c=?$

- A) 13    B) 12    C) 11    D) 10    E) 9

14.  $(3x+2y+6)^4 + (x-2y+2)^2 = 0$

$\Rightarrow x=?$

- A) -3    B) -2    C) -1    D) 4    E) 5

15.  $\frac{1}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{6}{x^2-1}$

$\Rightarrow x=?$

- A) 3    B) 2    C) -1    D) 1    E) 0

16. x ve y real sayılardır.

$(4x-2y+5)^4 + (2x+4y+9)^6 = 0$

$\Rightarrow y+3x=?$

- A) -7    B) -6    C) -5    D) -4    E) -3

## TEST - 3

$$1. 6x + \frac{3}{2x+5} = x + 20 + \frac{3}{2x+5}$$

$\Rightarrow x$  kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

$$2. \begin{cases} x-y=9 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $x+y=?$

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 5      E) 6

$$3. \begin{cases} \frac{a}{2} - \frac{b}{3} = 6 \\ \frac{3a}{2} + \frac{5b}{6} = 1 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $4a + b = ?$

- A) 10      B) 11      C) 12      D) 13      E) 14

$$4. \begin{cases} x+y=3 \\ y+z=-5 \\ x+z=8 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=?$$

- A) -3      B) 3      C) 6      D) 10      E) 12

$$5. \begin{cases} 4x-3y=20 \\ 3x+5y=12 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $7x+2y$  kaçtır?

- A) 12      B) 16      C) 18      D) 24      E) 32

6.  $x, y, z$  real sayılardır.

$$\begin{cases} x \cdot y = 7 \\ y \cdot z = 13 \\ x + z = 5 \end{cases}$$

olduğuna göre  $y$  kaçtır?

- A) -2      B) 2      C) 3      D) 4      E) 6

$$7. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Rightarrow x \text{ kaçtır?}$$

- A)  $\frac{5}{7}$       B)  $\frac{3}{7}$       C)  $\frac{7}{3}$       D)  $\frac{7}{5}$       E) 1

$$8. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{3y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{8}{9} \end{cases}$$

olduğuna göre  $y$  kaçtır?

- A) -15      B) -12      C) 3      D) 12      E) 15

## TEST - 3

9. 
$$\begin{cases} 4x+6y+z=29 \\ 2x+4y-z=17 \end{cases}$$
  
olduğuna göre,  $x+y+z$  kaçtır?  
A) 3 B) 6 C) 12 D) 15 E) 18

10. 
$$\begin{cases} 3x+4y+2z=23 \\ 2x+y-2z=12 \end{cases}$$
  
olduğuna göre,  $x+y$  kaçtır?  
A) 4 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

11. 
$$\begin{cases} \frac{1}{x}+y=12 \\ x+\frac{1}{y}=3 \end{cases}$$
  
olduğuna göre,  $\frac{y}{x}$  kaçtır?  
A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{2}$  C) 1 D) 2 E) 4

12. a,b,c pozitif reel sayılardır.

$$\begin{cases} a.b=12 \\ a.c=3 \\ b.c=9 \end{cases} \Rightarrow c \text{ kaçtır?}$$

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{3}{2}$  C) 1 D)  $\frac{2}{3}$  E) 2

13.  $3a+\frac{2}{b}=3b+\frac{2}{a}$   
 $\Rightarrow a.b$  kaçtır? ( $a \neq b$ )

- A)  $\frac{-2}{3}$  B)  $\frac{-3}{2}$  C) 1 D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{3}{2}$

14. 
$$\begin{cases} x.y=12 \\ y.z=18 \\ x.z=24 \end{cases}$$

Denklemler sisteminde x,y,z pozitif reel sayılardır.

$x+y+z$  toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 12 D) 10 E) 9

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

15. 
$$\begin{cases} \sqrt{a}+\sqrt{b}=9 \\ \sqrt{a}+\sqrt{c}=12 \\ \sqrt{b}+\sqrt{c}=21 \end{cases} \Rightarrow b \text{ kaçtır?}$$

- A) 4 B) 9 C) 16 D) 81 E) 121

16. 
$$\begin{cases} 3a+2b-c=11 \\ 2a-2b-c=3 \end{cases} \Rightarrow \frac{5a-2c}{a+4b} \text{ kaçtır?}$$

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{4}{7}$  C) 1 D)  $\frac{7}{4}$  E) 2

$a \neq 0$  ve  $a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$ax+b <, ax+b >, ax+b \leq, ax+b \geq 0$$

şeklindeki ifadelere denir.

$$ax+b=0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \text{ dir.}$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
	a'nın işaretinin tersi		a'nın işaretinin aynısı

### Semboller

$>$  → Büyük

$<$  → Küçük

$\geq$  → Büyük eşit

$\leq$  → Küçük eşit

### Aralıklar

#### i. Kapalı Aralık

$$a \leq x \leq b \rightarrow [a, b]$$

#### ii. Açık Aralık

$$a < x < b \rightarrow (a, b)$$

#### iii. Yarı Açık – Yarı Kapalı

$$a \leq x < b \rightarrow [a, b)$$

$$a < x \leq b \rightarrow (a, b]$$

### ÖRNEK-1

$$3x-15 \leq 0$$

$$\Rightarrow \max(x) = ?$$

### Çözüm

$$3x-15 \leq 0$$

$$3x \leq 15$$

$$x \leq 5$$

$$\max(x) = 5$$

### ÖRNEK-2

$$-1 \leq 2x+3 < 7$$

$$\Rightarrow \text{ÇK} = ?$$

### Çözüm

$$-1 \leq 2x+3 < 7$$

$$-1-3 \leq 2x < 7-3$$

$$-4 \leq 2x < 4$$

$$-2 \leq x < 2$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$\text{ÇK} = [-2, 2)$$

## Eşitsizliklerin Özellikleri

$x, y, z, a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

1. Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir veya çıkarılırsa eşitsizlik değişmez.

$$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$$

$$a \geq b \Leftrightarrow a + c \geq b + c$$

2. Bir eşitsizliğin her iki tarafı pozitif bir reel sayı ile çarpılır veya bölünürse eşitsizlik bozulmaz.

$$a < b \text{ ve } c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$$

$$a < b \text{ ve } c > 0 \Rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

3. Bir eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir reel sayı ile çarpılır veya bölünürse eşitsizlik yön değiştirir.

$$a < b \text{ ve } c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$$

$$a < b \text{ ve } c < 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

4.  $a < b$  ve  $b < c \Rightarrow a < c$

5.  $a$  ve  $b$  aynı işaretli sayılar

$$a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

## ÖRNEK-3

$$-12 \leq -3x < -3$$

$$\Rightarrow \Sigma X = ?$$

## Çözüm

$$-12 \leq -3x < -3 \quad 4 \geq x > 1$$

$$\begin{array}{r} -3 & -3 & -3 \\ \hline \Sigma X = 2+3+4 = 9 \end{array}$$

$$\Sigma X = 2+3+4 = 9$$

## ÖRNEK-4

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$1 < a < 6$$

$$2 < b \leq 8$$

$$3 < c < 7$$

$$\Rightarrow \max(c+2b-3a) = ?$$

## Çözüm

$$c = 6, b = 8, a = 2$$

$$\max(c+2b-3a) = 6+16-6 = 16$$

## ÖRNEK-5

$$x, y \in \mathbb{R}$$

$$-2 < x < 6$$

$$3 < y < 4$$

$$\Rightarrow \max(3x+2y) = ?$$

## Çözüm

$$-2 < x < 6 \Rightarrow -6 < 3x < 18$$

$$3 < y < 4 \Rightarrow \begin{array}{r} 6 < 2y < 8 \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$0 < 3x+2y < 26$$

$$\max(3x+2y) = 25$$

$$\begin{array}{r}
 6. \quad a < b \\
 + \quad c < d \\
 \hline
 a+c < b+d
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 a > b \\
 + \quad c > d \\
 \hline
 a+c > b+d
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r}
 a < b < c \\
 + \quad d < e < f \\
 \hline
 a+d < b+d < c+f
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 a < b < c \\
 + \quad d < e < f \\
 \hline
 a+d < b+e < c+f
 \end{array}$$



**NOT**  
Eşitsizliklerde taraf tarafa çıkarma, çarpma ve bölme yapılmaz

7.  $a \cdot b > 0$  ise  $a$  ile  $b$  aynı işaretlidir.

$a \cdot b < 0$  ise  $a$  ile  $b$  zıt işaretlidir.

8.  $n \in \mathbb{N}^+$   $a < b < 0$

$a^n < b^n$   $n$  tek ise

$a^n > b^n$   $n$  çift ise

9.  $a^2 < a$  ise  $0 < a < 1$

10.  $-3 < x < 4 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 16$

$-3 < x < 2 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 9$

$(-3)^2 > 2^2$  üst sınır alınır.

**ÖRNEK-6**

$a, b, c \in \mathbb{N}^+$

$a-7=c$

$a < b+6$

$\Rightarrow \min(a+b+c)=?$

**Çözüm**

$a=c+7$

$c=1$  için  $a=8$

$a < b+6 \Rightarrow 8 < b+6$

$2 < b$

$b=3$

$\min(a+b+c)=8+3+1$

$=12$

**ÖRNEK-7**

$-4 \leq a \leq -1$

$-3 \leq b \leq 5$

olduğuna göre,  $\max(a-b)=?$

**Çözüm**

$-4 \leq a \leq -1 \Rightarrow -4 \leq a \leq -1$

$-3 \leq b \leq 5 \Rightarrow -5 \leq -b \leq 3$

$\begin{array}{r} + \\ \hline -9 \leq a-b \leq 2 \end{array}$

$\max(a-b)=2$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.  $5x-2 \leq 19-2x$   
 $\Rightarrow \max(x)=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 6

**Çözüm**

$$\begin{aligned} 5x-2 &\leq 19-2x \\ 5x+2x &\leq 19+2 \\ 7x &\leq 21 \\ x &\leq 3 \\ \max(x) &= 3 \end{aligned}$$

**Cevap C**

2.  $x \in \mathbb{Z}$   
 $3 < 2x-3 \leq 9$   
 $\Rightarrow \sum x = ?$

- A) 6      B) 8      C) 9      D) 12      E) 15

**Çözüm**

$$\begin{aligned} 3 < 2x-3 &\leq 9 \\ 3+3 < 2x &\leq 9+3 \\ 6 < 2x &\leq 12 \\ 3 < x &\leq 6 \\ \sum x &= 4+5+6=15 \end{aligned}$$

**Cevap E**

3.  $x+4 \leq 2x+5 < x+10$   
 $\Rightarrow \sum x = ?$

- A) 2      B) 5      C) 7      D) 9      E) 11

**Çözüm**

$$x+4 \leq 2x+5 < x+10$$

i.  $x+4 \leq 2x+5$   
 $4-5 \leq 2x-x \Rightarrow -1 \leq x$

ii.  $2x+5 < x+10$   
 $2x-x < 10-5 \Rightarrow x < 5$

**i ve ii den**

$$\begin{aligned} -1 &\leq x < 5 \\ \sum x &= -1+0+1+2+3+4 \\ &= 9 \end{aligned}$$

**Cevap D**

4.  $-3 \leq a < 1$   
 $-2 \leq b \leq 2$   
 $a^2+b^3 = ?$   $\text{ÇK} = ?$

- A)  $[-5,3]$       B)  $[-6,2]$       C)  $[-3,2]$   
D)  $(-8,17)$       E)  $[-8,17]$

**Çözüm**

$$\begin{aligned} -3 \leq a < 1 &\Rightarrow 0 \leq a^2 \leq 9 \\ -2 \leq b \leq 2 &\Rightarrow \begin{array}{l} -8 \leq b^3 \leq 8 \\ + \\ -8 \leq a^2 + b^3 \leq 17 \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{ÇK} = [-8,17]$$

**Cevap E**



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

5.  $\frac{2x-3}{4} - \frac{2-x}{2} < \frac{7+x}{8}$   
 $\Rightarrow \max(x)=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

Çözüm

$$\frac{2x-3}{4} - \frac{2-x}{2} < \frac{7+x}{8}$$

$$(2) \quad (4)$$

$$\frac{4x-6-8+4x}{8} < \frac{7+x}{8}$$

$$8x-14 < 7+x$$

$$8x-x < 7+14$$

$$7x < 21$$

$$x < 3$$

$$\max(x)=2$$

Cevap B

6.  $a \neq b \neq c \in \mathbb{Z}^+$

$$\frac{a+b}{b} > 4$$

$$\frac{b+c}{c} > 5$$

$$\min(a+b+c)=?$$

- A) 1      B) 5      C) 7      D) 9      E) 11

Çözüm

$$\frac{a+b}{b} > 4 \Rightarrow a+b > 4b$$

$$a > 3b$$

$$\frac{b+c}{c} < 5 \Rightarrow b+c < 5c$$

$$b < 4c$$

$$b=1 \text{ için } a > 3b \Rightarrow a > 3$$

$$a=4$$

$$b < 4c \Rightarrow 1 < 4c \Rightarrow c=2$$

$$\min(a+b+c)=(4+1+2)=7$$

Cevap C

7.  $x \in \mathbb{R}$

$$x^2 - x < 0 \text{ olmak üzere,}$$

$$5x - y + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \sum y = ?$$

- A) 22      B) 20      C) 19      D) 18      E) 16

Çözüm

$$x \in \mathbb{R} \quad x^2 - x < 0$$

$$x^2 < x \Rightarrow 0 < x < 1$$

Buna göre,

$$5x - y + 3 = 0$$

$$5x = y - 3$$

$$x = \frac{y-3}{5}$$

$$0 < \frac{y-3}{5} < 1$$

$$0 < y - 3 < 5$$

$$0 + 3 < y < 5 + 3$$

$$3 < y < 8$$

$$\sum y = 4 + 5 + 6 + 7 = 22$$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

8.  $4^{2m-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{m+7}$   
 $\Rightarrow \min(m)=?$

- A) -4      B) -3      C) -1      D) 3      E) 4

Çözüm

$$4^{2m-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{m+7}$$

$$(2^2)^{2m-1} > (2^{-4})^{m+7}$$

$$2^{4m-2} < 2^{-4m-28}$$

$$4m-2 > -4m-28$$

$$8m > -26$$

$$m > \frac{-26}{8}$$

$$\downarrow$$

$$-3$$

Cevap B

9.  $x \in Z$   
 $3^{4-x} \leq 1 \leq 5^{6-x}$   
 $\Rightarrow \sum x = ?$

- A) 10      B) 12      C) 13      D) 14      E) 15

Çözüm

$$x \in Z$$

$$3^{4-x} \leq 1 \leq 5^{6-x}$$

i.  $3^{4-x} \leq 1$  ise

$$4-x \leq 0 \Rightarrow 4 \leq x$$

ii.  $1 \leq 5^{6-x}$

$$0 \leq 6-x$$

$$\Rightarrow x \leq 6$$

O halde i ve ii den

$$4 \leq x \leq 6$$

$$\sum x = 4+5+6=15$$

Cevap E

10.  $-1 < a \leq 4$   
 $5 \leq b < 7$   
 $\Rightarrow ? > a \cdot b < ?$

- A)  $-7 < a \cdot b < 28$       B)  $-5 < a \cdot b < 20$       C)  $-7 < a \cdot b < 20$   
D)  $-5 < a \cdot b < 28$       E)  $-2 < a \cdot b < 18$

Çözüm

a \ b	-1	4
-5	-5	20
	(-7)	(28)

tablodaki en küçük ve en büyük sayılar alınır.

$$-7 < a \cdot b < 28$$

Cevap A

## TEST - 1

1.  $\frac{2}{5} < x < \frac{3}{4} \Rightarrow x = ?$

- A)  $\frac{3}{10}$     B)  $\frac{1}{3}$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{4}{5}$     E)  $\frac{5}{6}$

2.  $a < b < 0$

$$c = \frac{3a-b}{a}$$

$? < c < ?$

- A)  $2 < c < 3$     B)  $1 < c < 2$     C)  $3 < c < 4$   
D)  $8 < x < 15$     E)  $4 < c < 5$

3.  $y \in Z$

$$x^2 < x$$

$$y = 2x - 3 \Rightarrow \max(y) = ?$$

- A) -3    B) -2    C) -1    D) 0    E) 1

4.  $5 < \frac{2x-1}{3} \leq 7 \Rightarrow \text{ÇK} = ?$

- A) (5, 7]    B) (15, 21]    C) (8, 11]  
D) [8, 11]    E) (7, 11)

5.  $a, b, c \in N^+$

$$a - 7 = c$$

$$a < b + 6 \Rightarrow \min(a + b + c) = ?$$

- A) 6    B) 8    C) 9    D) 10    E) 12

6.  $a, b, c \in Z$

$$a > 4$$

$$b < 4$$

$$a - b + c = 9 \Rightarrow \max(c) = ?$$

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 10

7.  $a, b, c \in Z$

$$1 < a < 6$$

$$2 < b \leq 8$$

$$3 < c < 7$$

$$\Rightarrow \max(c + 2b - 3a) = ?$$

- A) 16    B) 17    C) 18    D) 19    E) 20

8.  $x, y \in Z$

$$-3 < x < 5$$

$$-4 < y < 2$$

$$\Rightarrow \max(x-y) = ?$$

- A) 7    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

## TEST - 1

9.  $x, y \in \mathbb{Z}$   
 $-5 < x < 2$   
 $5 < y \leq 11$   
 $\Rightarrow \max(y-2x) = ?$

- A) 11    B) 17    C) 18    D) 19    E) 20

10.  $a, b \in \mathbb{Z}$   
 $5 < a < 13$   
 $3 < b < 7$   
 $\max\left(\frac{a}{b}\right) = ?$

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

11.  $x, y \in \mathbb{Z}$   
 $3 < 2x < 11$   
 $-4 < 3y < 16$   
 $\max(x - y) = ?$

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

12.  $-4 \leq a \leq -1$   
 $-3 \leq b \leq 5$   
 $\max(a - b) = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

13.  $-5 \leq x \leq 3$   
 $-3 \leq y < 7$   
 $\max(x-2y) = ?$

- A) -6    B) -3    C) -1    D) 0    E) 9

14.  $-2 \leq x \leq 6$   
 $-5 \leq y < 4$   
 $? \leq x, y \leq ?$

- A) [-30,27]    B) [-30,30]    C) [-10,24]  
D) [-10,12]    E) [-10,30]

15.  $x, y \in \mathbb{R}$   
 $-4 \leq x \leq 1$   
 $-1 \leq y \leq 3$   
 $? \leq x, y \leq ?$

- A) [-15,1]    B) [-12,4]    C) [-4,3]  
D) [-3,3]    E) [-1,4]

16.  $9^x < 3^5$   
 $\max(x) = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

## TEST - 2

1.  $1 \leq \frac{x+6}{3} < 2$

$\Sigma x = ?$

- A) 3    B) 2    C) -2    D) -6    E) -8

2.  $x + 4 \leq 2x + 5 < x + 10$

$\Sigma x = ?$

- A) 9    B) 10    C) 11    D) 12    E) 13

3.  $\frac{2x-1}{4} + \frac{x+1}{3} > 0$

$\min(x) = ?$

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

4.  $a, b \in \mathbb{Z}^+$

$\frac{a+8}{15} < 2$

$\frac{b-4}{7} \geq 3$

$\max(a-b) = ?$

- A) -4    B) -5    C) 1    D) 4    E) 5

5.  $\frac{4x+3}{2} - 3x \geq 5$

$\max(x) = ?$

- A) -4    B) -3    C) -2    D) 2    E) 3

6.  $\frac{1}{10}(2x+1) < \frac{1}{2} - \frac{x+8}{5}$

$\Rightarrow x = ?$

- A)
- $x > -3$
- B)
- $x > 3$
- C)
- $x < -3$
- 
- D)
- $x < 5$
- E)
- $x > 5$

7.  $a \neq b \neq c \in \mathbb{Z}^+$

$\frac{a+b}{b} > 4$

$\frac{b+c}{c} < 5$

$\min(a+b+c) = ?$

- A) 5    B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

8.  $\frac{1}{5^x} < \frac{1}{625}$

$\min(x) = ?$

- A) 7    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

## TEST - 2

9.  $a < b < 0$

$$c = \frac{3a-b}{a}$$

$$? < c < ?$$

- A)  $1 < c < 2$       B)  $2 < c < 3$       C)  $3 < c < 4$   
 D)  $4 < c < 5$       E)  $5 < c < 6$

10.  $\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2-2x} > \left(\frac{2}{5}\right)^3$

$$\sum x = ?$$

- A) -1      B) 0      C) 2      D) 3      E) 6

11.  $4^{2m-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{m+7}$

$$\min(m) = ?$$

- A) -4      B) -3      C) -2      D) 1      E) 2

12.  $3^{4-x} \leq 1 \leq 5^{6-x}$

$$\sum x = ?$$

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 12      E) 15

13.  $\frac{7}{3} < \frac{x-1}{6}$

$$\min(x) = ?$$

- A) 13      B) 14      C) 15      D) 16      E) 17

14.  $a < \frac{2}{3} < b < \frac{13}{6}$

$$\Rightarrow b - a = ?$$

- A)  $\frac{3}{2}$       B)  $\frac{5}{2}$       C)  $\frac{4}{3}$       D)  $\frac{5}{3}$       E)  $\frac{7}{6}$

15.  $a^2 < a$

$$ab > b$$

$$? < b < ?$$

- A)  $0 < b < 1$       B)  $1 < b < 2$       C)  $b < 0$   
 D)  $b < 2$       E)  $b = 0$

16.  $2x + 3 \leq 1$

$$5 < 3x + 11$$

$$\text{ÇK} = ?$$

- A)  $(-1, 2]$       B)  $(-2, 1]$       C)  $(-5, 1]$   
 D)  $(-2, -1]$       E)  $[-3, 1]$

Birbirinden farklı nesnelere oluşturduğu topluluğa **küme** denir. Bir  $a$  elemanı  $A$  kümesinin elemanı ise  $a \in A$  ile bir  $b$  elemanı  $A$  kümesinin elemanı değilse  $b \notin A$  ile gösterilir.

Bir  $A$  kümesinin eleman sayısı  $n(A)$  ya da  $s(A)$  ile gösterilir.

### Boş Küme

$\emptyset$  veya  $\{ \}$

### Evrensel Küme

Bütün kümeleri içine alan en geniş kapsamlı kümeye evrensel küme denir.  $E$  ile gösterilir.

### Alt Küme

Bir  $A$  kümesinin bütün elemanları bir  $B$  kümesinin elemanı ise  $A$  kümesi  $B$  kümesinin bir **alt kümesi** denir.

$A \subset B$  ile gösterilir.

- \*  $A \subset A$  Her küme kendisinin alt kümesidir.
- \*  $\emptyset \subset A$  Boş küme her kümenin alt kümesidir.
- \*  $A \subset B$  ve  $B \subset C \Rightarrow A \subset C$
- \*  $A \subset B$  ve  $B \subset A \Rightarrow A=B$

### ÖRNEK-1

MATEMATİK

kelimesinin harflerinin oluşturduğu küme nedir?

### Çözüm

MATEMATİK

$A = \{M, A, T, E, İ, K\}$

$n(A) = 6$

### ÖRNEK-2

$A = \{a, b, c\}$

kümesinin alt kümeleri nelerdir?

### Çözüm

$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset$

### Alt Küme Sayısının Bulunması

$n$  elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı  $2^n$  dir.

### Özalt Küme

Kendisi dışındaki alt kümelerine özalt küme denir.

$2^n - 1$  dir.

\*  $n \geq r$  olmak üzere,  $n$  elemanlı bir kümenin  $r$  elemanlı alt kümelerinin sayısı

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ dir.}$$

### Tümleyen Küme

Bir  $A$  kümesinin elemanları dışındaki elemanlardan oluşan kümeye  $A$  nın tümleyeni denir.  $A'$  ile gösterilir.

### Tümleyenin Özellikleri

- \*  $(A')' = A$
- \*  $E' = \emptyset$
- \*  $\emptyset' = E$
- \*  $A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$

### ÖRNEK-3

$$A = \{1, 2, 3, a, b\}$$

kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

### Çözüm

$$n(A) = 5$$

$$2^n = 2^5 = 32 \text{ dir.}$$

### ÖRNEK-4

$$A = \{x, y, z, a, b, c\}$$

kümesinin özalt küme sayısı kaçtır?

### Çözüm

$$n(A) = 6$$

$$\text{Alt küme sayısı: } 2^6 = 64$$

$$\text{Özalt küme sayısı: } 2^6 - 1 = 64 - 1 = 63$$

### ÖRNEK-5

6 elemanlı bir kümenin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

### Çözüm

$$n = 6, r = 2$$

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2! \cdot 4!} = 15$$



### Kümelerin Birleşimi

A ve B gibi iki kümenin bütün elemanlarının yazılması ile oluşturulan kümeye A birleşim kümesi denir ve  $A \cup B$  ile gösterilir.

### Kümelerin Kesişimi

A ve B gibi iki kümenin ortak elemanlarının yazılması ile oluşturulan kümeye A kesişim kümesi denir ve  $A \cap B$  ile gösterilir.

### Birleşim ve Kesişim Özellikleri

1.  $A \cup A = A, A \cap A = A$
2.  $A \cup B = B \cup A$
3.  $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B, A \cap B = A$
4.  $A \cup \emptyset = A, A \cap \emptyset = \emptyset$
5.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
6.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
7.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
8.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
8.  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

### ÖRNEK-6

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 7\}$$

$$A \cup B = ?$$

### Çözüm

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

### ÖRNEK-7

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

$$B = \{b, c, f, g\}$$

$$A \cap B = ?$$

### Çözüm

$$A \cap B = \{b, c\}$$

### ÖRNEK-8

$$n(A) = 8$$

$$n(B) = 11$$

$$n(A \cup B) = 14 \Rightarrow n(A \cap B) = ?$$

### Çözüm

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$14 = 8 + 11 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 19 - 14 = 5$$

### İki Kümenin Farkı

Bir A kümesine ait olupta B kümesine ait olmayan elemanlardan oluşan kümeye A fark B kümesi denir.

$A - B$  veya  $A \setminus B$  ile gösterilir.

### Fark Özellikleri

1.  $A - B = A \cap B^c$
2.  $A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset$
3.  $E - A = A^c$
4.  $A - \emptyset = A$
5.  $(A - B)^c = (A \cap B)^c$

### ÖRNEK-9

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$A - B = ?, B - A = ?$$

### Çözüm

$$A - B = \{0, 2, 4\}$$

$$B - A = \{5, 7, 9\}$$

$$A - B \neq B - A$$

### ÖRNEK-10

$$n(A \cap B) = 5$$

$$n(A \cup B) = 23$$

$$n(A) = 3 \cdot n(B)$$

$$n(B \setminus A) = ?$$

### Çözüm

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$23 = n(A) + n(B) - 5$$

$$n(A) + n(B) = 28$$

↓

$$3n(B) + n(B) = 4n(B) = 28$$

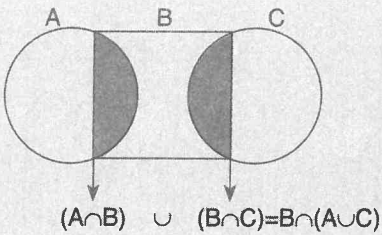
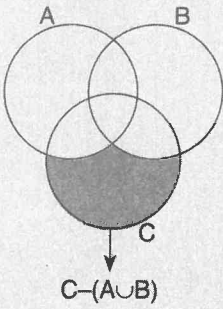
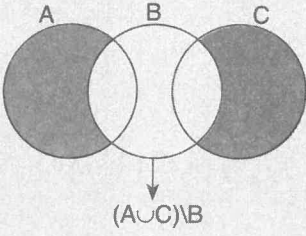
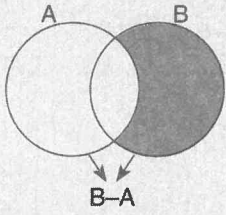
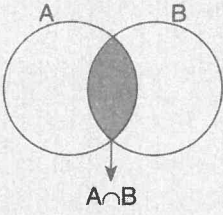
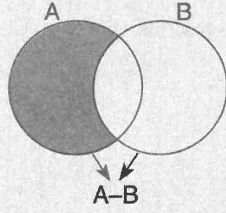
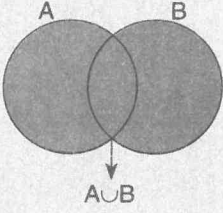
$$n(B) = 7$$

$$n(B \setminus A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 7 - 5$$

$$n(B \setminus A) = 2$$

## Tarı Alan Venn Şeması



## ÖRNEK-11

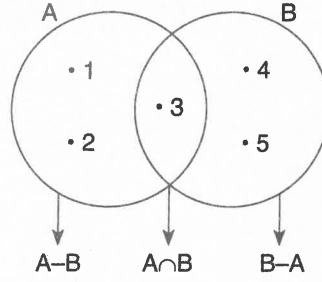
$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A - B = \{1, 2\}$$

$$B = ?$$

## Çözüm



$$B = \{3, 4, 5\}$$

## ÖRNEK-12

$$s(A - B) = 9$$

$$s(B - A) = 7$$

$A \cap B$  kümesinin alt küme sayısı 64 olduğuna göre  $n(A \cup B) = ?$

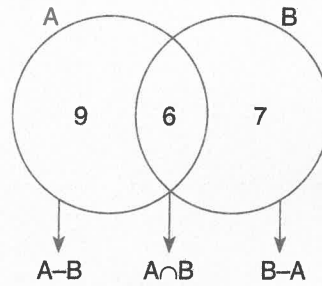
## Çözüm

$A \cap B$  kümesinin elman sayısı  $n$  olsun.

$$2^n = 64 \Rightarrow 2^n = 2^6$$

$$n = 6$$

$$n(A \cap B) = 6$$



$$n(A \cup B) = 9 + 6 + 7 = 22$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.  $A = \{a : -3 < a < 5, a \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{b : -4 < b < 4, b \in \mathbb{Z}\}$

$\Rightarrow n(A \cap B) = ?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

2.  $n(A - B) = 5$

$n(A \cap B) = 4$

$n(B) = 2 \cdot n(A)$

$\Rightarrow n(A \cup B) = ?$

- A) 27      B) 23      C) 21      D) 18      E) 15

## Çözüm

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$n(A \cap B) = 6$

Cevap C

## Çözüm

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

$5 = n(A) - 4$

$n(A) = 9$

$n(B) = 2 \cdot n(A)$

$n(B) = 2 \cdot 9 = 18$

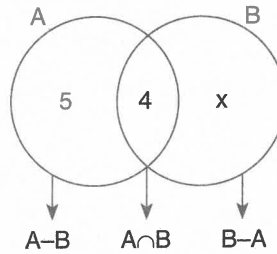
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$n(A \cup B) = 9 + 18 - 4$

$= 27 - 4$

$= 23$

## II. yol



$n(B) = 2 \cdot n(A) \Rightarrow n(B) = 2 \cdot 9 = 18$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$n(A \cup B) = 9 + 18 - 4 = 23$

Cevap C

## Çözüm

$n(A) = 4$

$n(A) \cdot n(A \cup B) = 36$

$4 \cdot n(A \cup B) = 36$

$n(A \cup B) = 9$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$9 = 4 + 8 - n(A \cap B)$

$n(A \cap B) = 12 - 9 = 3$

Cevap C

3.  $n(A) = 4, n(B) = 8$

$n(A) = n(A \cup B) = 36$

$\Rightarrow n(A \cap B) = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

4.  $n(A \cup B) + n(A \cap B) = 32$

$$n(A) - n(B) = 20$$

$$\Rightarrow n(A) = ?$$

- A) 14      B) 15      C) 16      D) 18      E) 21

**Çözüm**

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$n(A) + n(B) = 32$$

$$n(A) - n(B) = 20$$

$$2n(A) = 42$$

$$n(A) = 21$$

**Cevap E**

5.  $n(A \cup B) = 28$

$$n(A - B) = 12$$

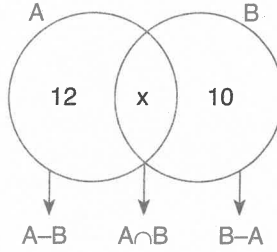
$$n(B - A) = 10$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = ?$$

- A) 4      B) 6      C) 7      D) 8      E) 10

**Çözüm**

$$n(A \cup B) = 28$$



$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$28 = 12 + x + 10$$

$$6 = x$$

$$n(A \cap B) = 6$$

**Cevap B**

6.  $A = \{x \mid 100 < x < 490, x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$

$$B = \{y \mid 65 < y < 280, y = 4k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = ?$$

- A) 10      B) 12      C) 15      D) 18      E) 20

**Çözüm**

$$A = \{x \mid 100 < x < 490, x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{y \mid 65 < y < 280, y = 4k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$A \cap B = \{z \mid 100 < z < 280, z = 12k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = \frac{280 - 100}{12} = \frac{180}{12} = 15$$

**Cevap C**

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

7.  $P=\{a, b, c, d\}$ ,  $Q=\{d, c, b\}$

$R=\{a, b\}$

$\Rightarrow (P \cap R) \cup Q = ?$

- A)  $R-Q$     B)  $P-R$     C)  $P$     D)  $Q$     E)  $R$

**Çözüm**

$P \cup R = \{a, b\}$

$(P \cap R) \cup Q = \{a, b\} \cup \{d, c, b\}$

$= \{a, b, c, d\} = P$

**Cevap C**

8.  $A=\{1, 2, 5, 7\}$

$B=\{1, 3, 4, 7\}$

$C=\{5, 6\}$

$\Rightarrow (A-B) \cup C = ?$

- A)  $\{2, 5\}$     B)  $\{2, 6\}$     C)  $\{1, 7\}$   
D)  $\{1, 3, 5, 7\}$     E)  $\{2, 5, 6\}$

**Çözüm**

$A-B = \{2, 5\}$

$(A-B) \cup C = \{2, 5\} \cup \{5, 6\}$

$= \{2, 5, 6\}$

**Cevap E**

9.  $A, B \neq \emptyset$

$3.n(A-B) = 4.n(A \cap B) = 5.(B-A)$

$\Rightarrow \min(n(A \cup B)) = ?$

- A) 40    B) 45    C) 46    D) 47    E) 50

**Çözüm**

$3.n(A-B) = 4.n(A \cap B) = 5.(B-A) = k$  olsun.

$3.n(A-B) = k \Rightarrow n(A-B) = \frac{k}{3}$

$4.n(A \cap B) = k \Rightarrow n(A \cap B) = \frac{k}{4}$

$5.n(B-A) = k \Rightarrow n(B-A) = \frac{k}{5}$

$n(A \cup B) = n(A-B) + n(B-A) + n(A \cap B)$

$= \frac{k}{3} + \frac{k}{5} + \frac{k}{4}$   
(20)    (12)    (15)

$= \frac{20k + 12k + 15k}{60} = \frac{47k}{60}$

$k=60$  için

$\min(n(A \cup B)) = \frac{47}{60} \cdot 60 = 47$

**Cevap D**

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

10. E evrensel küme

$$n(E)=9$$

$$n(A \cap B)=3$$

$$n(A \cup B)=6$$

$$n(B)=4$$

$$\Rightarrow n(A')=?$$

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

Çözüm

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$6 = n(A) + 4 - 3$$

$$n(A) = 5$$

$$n(A) + n(A') = n(E)$$

$$5 + n(A') = 9$$

$$n(A') = 4$$

Cevap B

11.  $A \subset B$ 

$$B \subset A$$

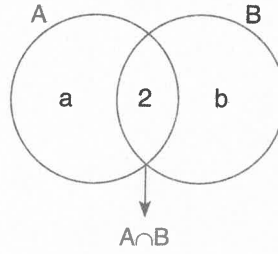
$$n(A \cup B) = 8$$

$$n(A \cap B) = 2$$

$$\Rightarrow \max(n(A)) = ?$$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

Çözüm



$$n(A \cup B) = a + b + 2 = 8$$

$$a + b = 6$$

$$b = 1 \text{ için } a = 5$$

$$\max(n(A)) = 5 + 2 = 7$$

Cevap D

12.  $n(A \cup B) = 18$ 

$$n(A - B) = 5$$

$$n(A) = n(B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = ?$$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

Çözüm

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$18 = 5 + n(B)$$

$$n(B) = 13$$

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B)$$

$$13 = 5 + n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 8$$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

13.  $P = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$Q = \{x \mid 1 < x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$

$\Rightarrow n(P \cap Q) = ?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

Çözüm

$P = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$P \cap Q = \{2, 4, 6, 8\}$

$n(P \cap Q) = 4$

Cevap A

14.  $A = \{x \mid 0 < x \leq 10, x \in \mathbb{Z}^+\}$

$B = \{y \mid y = 2k; 0 < y \leq 10, y \in \mathbb{Z}^+\}$

$\Rightarrow n(A \cap B) = ?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

Çözüm

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$A \cap B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$n(A \cap B) = 5$

Cevap B

15.  $n(A \cap B) = k - 2$

$n[A - (A \cap B)] = k$

$n[B - (A \cap B)] = 2k$

$n(A \cup B) = 54$

$\Rightarrow n(A) = ?$

- A) 14      B) 18      C) 26      D) 28      E) 30

Çözüm

$A - (A \cap B) = A - B$

$B - (A \cap B) = B - A$

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$

$54 = k + 2k + k - 2$

$56 = 4k \Rightarrow k = 14$

$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B)$

$n(A) = 14 + 12 = 26$

Cevap C

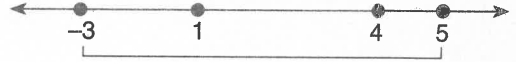


## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

16.  $[1, 5] \cup [-3, 4] = ?$

- A)  $[-3, 5]$       B)  $(1, 5]$       C)  $(4, 5]$   
 D)  $(-3, 15]$       E)  $[-2, 4]$

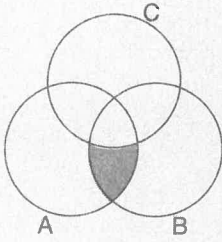
Çözüm



$[1, 5] \cup [-3, 4] = [-3, 5]$

Cevap B

17.



Taralı Alan=?

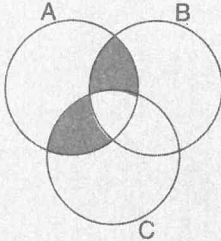
- A)  $(A \cap B) \setminus C$       B)  $C \setminus (A \cap B)$       C)  $A \cap B$   
 D)  $(A \cap C) \setminus (B \cap C)$       E)  $A - B$

Çözüm

$(A \cap B) \setminus C$

Cevap A

18.



Taralı Alan=?

- A)  $(A \cap C) \setminus (B \cap C)$   
 B)  $[A \setminus (B \cap C)] \cup [B \setminus (A \cap C)]$   
 C)  $[B \setminus (A \cap C)] \cap [A \setminus (B \cap C)]$   
 D)  $[(A \cap C) \setminus B] \cup [(A \cap B) \setminus C]$   
 E)  $(A \cap C) \cup B$

Çözüm

$[(A \cap C) \setminus B] \cup [(A \cap B) \setminus C]$

Cevap D

## TEST - 1

1.  $A=\{0, 1, 2, 3, 4\}$   
 $B=\{0, 2, 4, 6, 8\}$   
 $C=\{1, 5, 6, 7\}$   
 $\Rightarrow n(A \cup B \cup C)=?$

A) 5      B) 7      C) 9      D) 12      E) 14

2.  $A=\{3, 5, 6, 7, 8\}$   
 $B=\{4, 6, 8, 9, 10, 11\}$   
 $\Rightarrow n(A \cap B)=?$

A) 5      B) 4      C) 3      D) 2      E) 1

3.  $A=\{a, b, c, d\}$   
 $B=\{a, f, g\}$   
 $n(A-B)=?$

A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

4.  $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
 $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$   
 $s(A \cup (B \cap C))=?$

A) 2      B) 3      C) 5      D) 8      E) 10

5.  $K=\{a, b, c, d\}$   
 $L=\{d, c, b\}$   
 $M=\{a, b\}$   
 $\Rightarrow ((K \cap M) \cup L)=?$

A)  $K-L$       B)  $K-M$       C)  $K$       D)  $L$       E)  $M$

6.  $A=\{1, 2, 3\}$   
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$   
 $A-B = \{1, 2\}$   
 $\Rightarrow B=?$

A)  $\{5\}$       B)  $\{4, 5\}$       C)  $\{3, 4, 5\}$   
D)  $\{3, 4\}$       E)  $\{1, 3, 5\}$

7.  $A-B = \{1, 2, 3, 4\}$   
 $B-A = \{a, b\}$   
 $A \cap B = \{5, c, d\}$   
 $n(A \cup B)=?$

A) 10      B) 9      C) 7      D) 6      E) 5

8.  $A=\{1, 2, 5, 7\}$   
 $B=\{1, 3, 4, 7\}$   
 $C=\{5, 6\}$   
 $(A-B) \cup C=?$

A)  $\{2, 5\}$       B)  $\{2, 6\}$       C)  $\{1, 7\}$   
D)  $\{2, 4, 7\}$       E)  $\{2, 5, 6\}$

## TEST - 1

9.  $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$   
 $B \cap C = \{1, 3, 5, 6\}$   
 $s((A \cup B) \cap (A \cup C)) = ?$

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

10.  $s(A) = 9$   
 $s(B - A) = 3$   
 $s(A \cup B) = ?$

- A) 3      B) 5      C) 8      D) 11      E) 14

11.  $s(A \setminus B) = 9$   
 $s(B \setminus A) = 7$   
 $s(A \cap B) = 6$   
 $\Rightarrow s(A \cup B) = ?$

- A) 16      B) 22      C) 24      D) 26      E) 28

12.  $s(A) = 2s(B)$   
 $s(A - B) = 10$   
 $s(A \cap B) = 4$   
 $s(A \cup B) = ?$

- A) 12      B) 14      C) 17      D) 21      E) 34

13.  $n(A \cup B) = 9$   
 $n(A - B) = 5$   
 $n(B - A) = 2$   
 $n(A \cap B) = ?$

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

14.  $s(E) = 9$   
 $s(A \cap B) = 3$   
 $s(A \cup B) = 6$   
 $s(B) = 4$   
 $s(A') = ?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

15.  $s(E) = 20$   
 $s(A) = 5$   
 $s(B) = 9$   
 $s((A' \cup B) \cup (A' \cap B')) = ?$

- A) 11      B) 12      C) 14      D) 15      E) 16

16.  $s(E) = 12$   
 $s(A \setminus B) = 4$   
 $s(A' \cap B') = 3$   
 $\Rightarrow s(B) = ?$

- A) 2      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

## TEST - 2

1.  $s(A-B)=s(B-A)$

$s(A \cap B)=2$

$s(A \cup B)=12$

$\Rightarrow s(A)=?$

- A) 9      B) 8      C) 7      D) 6      E) 4

2.  $P \subset Q \subset R$

$n(P)=3$

$n(Q)=5$

$n(R)=9$

$\Rightarrow n(P \cup Q) + n(P \cap R) = ?$

- A) 12      B) 9      C) 8      D) 5      E) 3

3.  $n(A \cup B)=18$

$n(A-B)=5$

$n(A)=n(B)$

$\Rightarrow n(A \cap B) = ?$

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

4.  $n(A \cup B)=17$

$n(A)=8$

$n(A-B)=5$

$\Rightarrow n(B) = ?$

- A) 6      B) 7      C) 9      D) 12      E) 13

5.  $n(A \cap B) = k - 2$

$n[A - (A \cap B)] = k$

$n[B - (A \cap B)] = 2k$

$n(A \cup B) = 54$

$\Rightarrow n(A) = ?$

- A) 25      B) 26      C) 27      D) 28      E) 29

6.  $M, N \neq Q$

$s(N) = 4s(M)$

$s(NM) = 5s(MN)$

$\min(n(N)) = ?$

- A) 12      B) 16      C) 18      D) 20      E) 24

7.  $P = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$Q = \{x \mid 1 < x < 10; x \in \mathbb{Z}\}$

$\Rightarrow n(P \cap Q) = ?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

8.  $A = \{x \mid 11 \leq x \leq 1200, x = 4n, n \in \mathbb{N}\}$

$B = \{y \mid 8 < y < 900, y = 6k, k \in \mathbb{N}\}$

$n(A \cap B) = ?$

- A) 64      B) 66      C) 68      D) 70      E) 74

## TEST - 2

9.  $A = \{x \mid 0 < x \leq 10; x \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{y \mid y = 2k; 0 < k \leq 10; x \in \mathbb{Z}\}$

$\Rightarrow n(A \cap B) = ?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

10.  $A = \{x \mid 5 < x \leq 100; x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$

$B = \{y \mid 16 < y \leq 120; y = 3k, k \in \mathbb{N}\}$

$\Rightarrow s(A \cap B) = ?$

- A) 10      B) 11      C) 12      D) 13      E) 14

11.  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 1 \leq x \leq 50\}$

$B = \{y \mid y \in \mathbb{Z}, 1 \leq y^2 \leq 50\}$

$\Rightarrow s(A - B) = ?$

- A) 0      B) 25      C) 43      D) 47      E) 50

12.  $n, m \in \mathbb{N}$

$A = \{3n \mid 3n \leq 60\}$

$B = \{4m \mid 4m \leq 60\}$

$\Sigma(A \cap B) = ?$

- A) 120      B) 150      C) 160      D) 180      E) 200

13.  $(-1, 2] \cup [1, 5) = ?$

- A)
- $(-1, 5)$
- B)
- $(-1, 5]$
- C)
- $[-1, 5]$
- 
- D)
- $[-1, 5)$
- E)
- $(-1, 1]$

14.  $(1, 5] \cup [-3, 4) = ?$

- A)
- $(1, 4]$
- B)
- $(-3, 5]$
- C)
- $[1, 4]$
- 
- D)
- $[-3, 4]$
- E)
- $[-3, 5]$

15.  $(A \cup B) - (A \cap B) = ?$

- A)
- $A \cap (A - B)$
- 
- B)
- $A \cup (A - B)$
- 
- C)
- $(A - B) \cup (B - A)$
- 
- D)
- $(A - B) \cap (B - A)$
- 
- E)
- $(A \cup B) - (B - A)$

16.  $n(A - B) = 4$

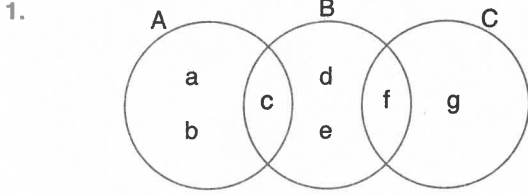
$n(B - A) = 5$

$n(A) = 6$

$n(A \cup B) = ?$

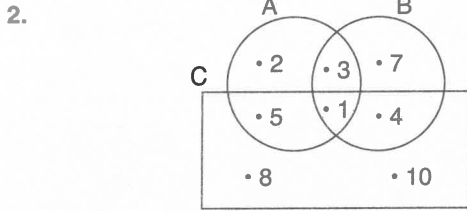
- A) 7      B) 9      C) 11      D) 13      E) 15

## TEST - 3



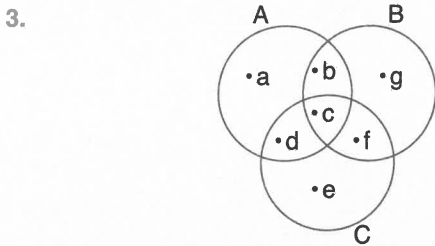
$$(A \cap B) \cup (B \cap C) = ?$$

- A) {c, f}      B) {d, e}      C) {c, d, e}  
D) {a, b, g}      E) {a, b, d}



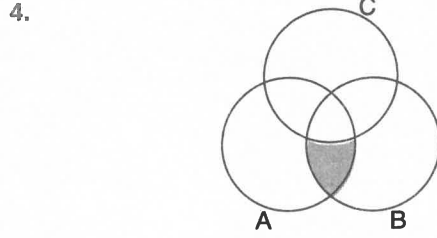
$$(A \cup C) \cap B = ?$$

- A) {1, 3, 4}      B) {1, 4, 5}      C) {1, 3, 4, 5}  
D) {1, 3, 4, 7}      E) {1, 8, 10}



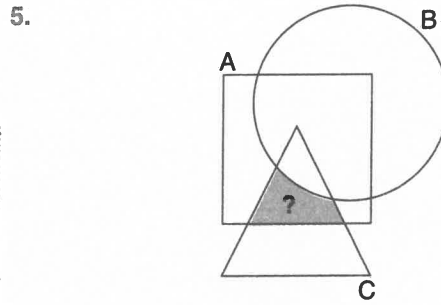
$$(A \cup B) \cap C = ?$$

- A) {a, b, c}      B) {c, d, f}      C) {a, e, g}  
D) {b, c, d, f}      E) {g, f, e}



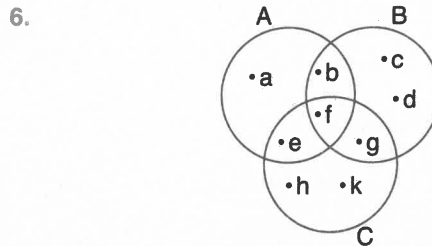
$$T.A = ?$$

- A)  $(A \cap B) \cup C$       B)  $(A - B) \cap C$       C)  $A \cap (B - C)$   
D)  $(A \cup B) \cap C$       E)  $A \cap (B \cup C)$



$$T.A = ?$$

- A)  $(A \cup B) \setminus C$       B)  $(A \cap B) \setminus C$       C)  $C \setminus (A \cap B)$   
D)  $C \setminus (A \cap B)$       E)  $(A \cap C) \setminus B$



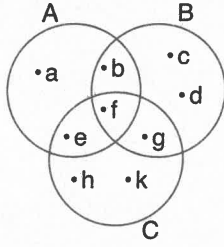
$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$(A \setminus B) \cap (C \setminus B) = ?$$

- A) d      B) e      C) f      D) g      E) h

## TEST - 3

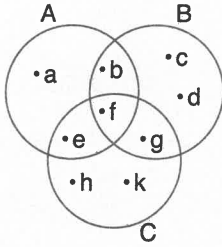
7.



$$A \cap (B \cap C) = ?$$

- A) d      B) e      C) f      D) g      E) h

8.



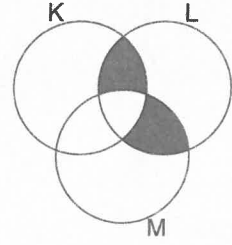
$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$B \setminus C = \{x \mid x \in B \wedge x \notin C\}$$

$$(A \setminus C) \cap (A \setminus B) = ?$$

- A) f      B) b      C) e      D) a      E) g

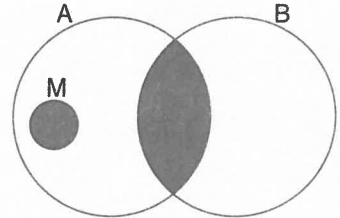
9.



$$T.A = ?$$

- A)  $K \cap L \cap M$       B)  $(K \cap L) \setminus M$   
 C)  $(M \cap L) \setminus K$       D)  $(K \cap M) \setminus (K \cap L \cap M)$   
 E)  $(L \cap (K \cup M)) \setminus (K \cap L \cap M)$

10.



$$T.A = ?$$

- A)  $(K \cap L) \cap M$       B)  $(K \cap M) \cup L$       C)  $(K \cup L) \cap M$   
 D)  $(K \cup L) \cup M$       v E)  $(L \cup M) \cap K$

1.A

2.A

3.B

4.C

5.E

6.B

7.D

8.D

9.E

10.E

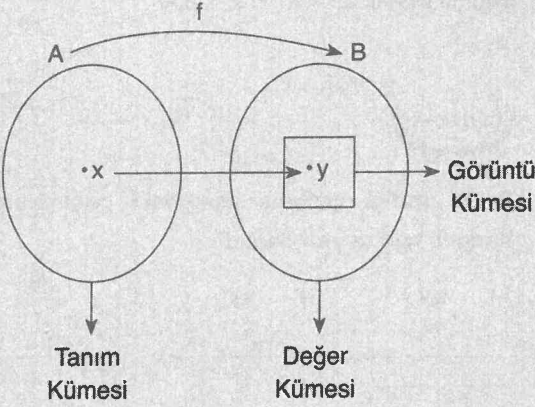
A ve B boş olmayan iki küme olsun. A'nın her bir elemanını B'nin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen  $f$  bağıntısına A'dan B'ye  $f$  fonksiyonu denir.

\*  $f: A \rightarrow A$  veya  $A \xrightarrow{f} B$  veya  $x \rightarrow y = f(x)$  biçiminde gösterilir.

\* A kümesine, fonksiyonun tanım kümesi

\* B kümesine, fonksiyonun değer kümesi

\* A kümesinin görüntülerinden oluşan  $f(A)$  kümesine fonksiyonun görüntü kümesi denir.



### Görüntü Kümesi

$f(A) = \{y \in B : y = f(x), x \in A\}$  şeklinde gösterilir.

$f(A) \subset B$  dir.

### ÖRNEK-1

$f: A \rightarrow B$

$f(x) = 2x - 3$

$A = \{-1, 0, 1\} \Rightarrow B = ?$

### Çözüm

$A = \{-1, 0, 1\}, f(x) = 2x - 3$

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1) - 3 = -5$

$x = 0 \Rightarrow f(0) = 2(0) - 3 = -3$

$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2(1) - 3 = -1$

$B = \{-5, -3, -1\}$

### ÖRNEK-2

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2x + 4 \Rightarrow f(3) = ?$

### Çözüm

$f(x) = 2x + 4$

$f(3) = 2 \cdot 3 + 4 = 6 + 4 = 10$

### ÖRNEK-3

$f: A \rightarrow B$

$f(x) = x - 3$

$B = \{-2, 0, 1\} \Rightarrow A = ?$

### Çözüm

$f(x) = x - 3$

i. $x - 3 = -2$	ii. $x - 3 = 0$	iii. $x - 3 = 1$
$x = -2 + 3$	$x = 3$	$x = 1 + 3$
$x = 1$		$x = 4$

$A = \{1, 3, 4\}$



## Eleman Sayısı

$s(A)=a$  ve  $s(B)=b$  olmak üzere

1. A dan B ye tanımlanabilecek bağıntı sayısı:  $2^{a \cdot b}$
2. A dan B ye tanımlanabilecek fonksiyon sayısı:  $b^a$  dır.

## NOT

$A \rightarrow B$  ye grafikte verilen  $f$  bağıntısının fonksiyon olup olmadığını bulmak için tanım kümesinin (A'nın) her elamının için x eksenine çizilen dikler;

- a) Grafik daima tek bir noktada kesiyor ise  $f$  bağıntısı fonksiyondur.
- b) Diklerden en az biri, grafiği birden fazla noktada kesiyor ya da grafiği kesmiyor ise  $f$  bağıntısı fonksiyon değildir.

## ÖRNEK-4

$$A=\{1, 2, 3, 4\}, B=\{x, y\}$$

kümeleri veriliyor.

**Buna göre,**

- i. A dan B ye kaç tane fonksiyon
- ii. A dan B ye kaç tane bağıntı vardır?

## Çözüm

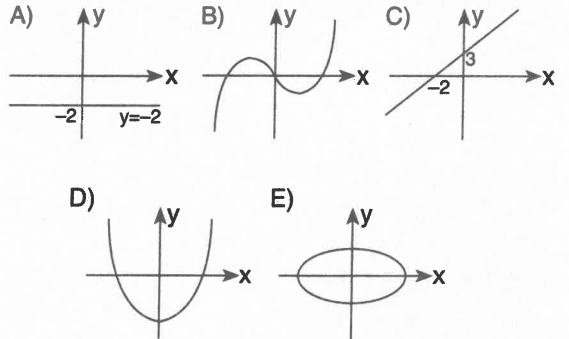
$$s(A)=4, s(B)=2$$

$$\text{Fonksiyon sayısı: } b^a = 2^4 = 16$$

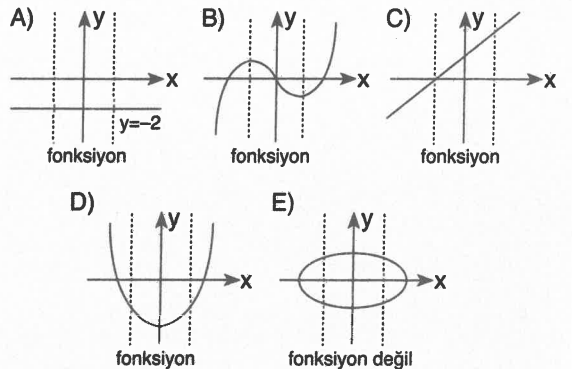
$$\text{Bağıntı sayısı: } 2^{a \cdot b} = 2^{4 \cdot 2} = 2^8 = 256$$

## ÖRNEK-5

$R \rightarrow R$  grafiği çizilmiş aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyon değildir?



## Çözüm



### Fonksiyonlarda Yapılan Cebirsel İşlemler

#### i. Toplama – Çıkarma

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$

$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$$

#### ii. Çarpma – Bölme

$$(f.g)(x)=f(x).g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$$

#### iii. Katsayılı Fonksiyon

$$(c.f(x))=c.f(x) \quad c \in \mathbb{R}$$

$$|f(x)|=|f(x)|$$

#### ÖRNEK-6

$$f(x)=4x^2-5, g(x)=3x+1 \text{ ise}$$

$$f(x)+2g(x)=?$$

#### Çözüm

$$f(x)+2g(x)=4x^2-5+2(3x+1)$$

$$=4x^2-5+6x+2$$

$$=4x^2+6x-3$$

#### ÖRNEK-7

$$f(x)=2x+1$$

$$g(x)=3x-2$$

$$\Rightarrow (f+g)(-1)=?$$

#### Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2x + 1 \\ g(x) = 3x - 2 \end{array} \right\} \Rightarrow (f+g)(x) = 5x - 1$$

$$(f+g)(-1)=5.(-1)-1$$

$$=-5-1$$

$$=-6$$

#### ÖRNEK-8

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x)=4x-1, g(x)=x+2$$

$$\Rightarrow (f.g)(2)=?$$

#### Çözüm

$$(f.g)(2)=f(2).g(2)$$

$$f(2)=4.2-1=8-1=7$$

$$g(2)=2+2=4$$

$$(f.g)(2)=7.4=28$$

## Fonksiyon Çeşitleri

### 1. Sabit Fonksiyon

Tanım kümesindeki bütün elemanları değer kümesindeki bir elemana eşleyen fonksiyona sabit fonksiyon denir.

$$f:A \rightarrow B \text{ ve } c \in B$$

$f(x)=c$  ile gösterilir.

### 2. Birim (Etkisiz) Fonksiyon

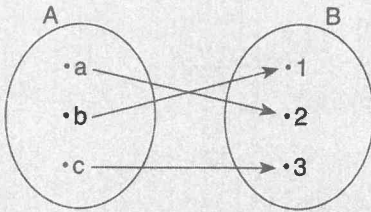
Her elemanı kendisine eşleyen fonksiyona birim fonksiyon denir.

$$f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=x$$

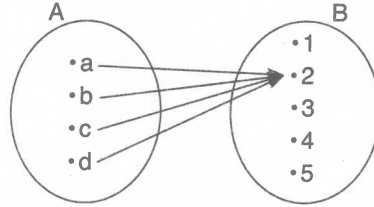
şeklinde gösterilir.

### 3. Bire-Bir Fonksiyon

Bir fonksiyonun tanım kümesindeki birbirinden farklı her elemanın görüntüleri de farklı ise bu fonksiyona bire bir fonksiyon denir.



### ÖRNEK-9



$f$  fonksiyonu  $A \rightarrow B$  ye sabit fonksiyon

$$f(a)=f(b)=f(c)=f(d)=2$$

### ÖRNEK-10

$$f(x)=(a-5)x+2b-6$$

fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre,

$$a+b=?$$

### Çözüm

$f(x)$  birim fonksiyon ise  $f(x)=x$

$$a-5=1 \quad 2b-6=0$$

$$a=6 \quad 2b=6$$

$$b=3$$

$$a+b=6+3=9$$

### ÖRNEK-11

$$f(x)=(m-3)x^2+2x-1$$

fonksiyonu  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ye bire bir bir fonksiyon olabilmesi için  $m=?$

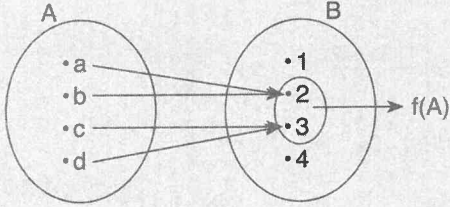
### Çözüm

$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  bire bir olması için  $x^2$  katsayısı sıfır olmalı

$$m-3=0 \Rightarrow m=3$$

#### 4. İçine Fonksiyon

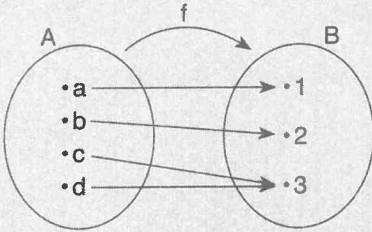
Değer kümesinde açıkta eleman kalan fonksiyonlara içine fonksiyon denir.



$f: A \rightarrow B$  içine fonksiyon ve  $f(A) \neq B$  dir.  $\{1 \text{ ve } 4 \text{ açıkta}\}$

#### 5. Örten Fonksiyon

Değer kümesinde açıkta eleman kalmayan fonksiyonlara örten fonksiyon denir.



$f: A \rightarrow B$  örten fonksiyon ve  $f(A) = B$  dir.

#### ÖRNEK-12

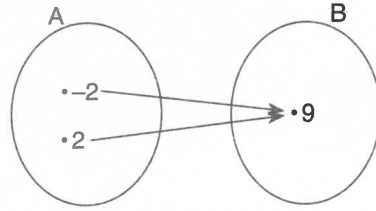
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 + 5$$

#### Çözüm

$$x = -2 \Rightarrow f(-2) = 4 + 5 = 9$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 4 + 5 = 9$$



içine fonksiyondur.

#### ÖRNEK-13

$$A = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$B = \{-2, 0, m, n\}$$

$$f: A \rightarrow B, f(x) = 2x - 4$$

fonksiyonu örten fonksiyondur.

$$m + n = ?$$

#### Çözüm

$$A = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$B = \{-2, 0, m, n\}$$

$$f(x) = 2x - 4$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2 - 4 = -2$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 4 - 4 = 0$$

$$x = 3 \Rightarrow f(3) = 6 - 4 = m$$

$$2 = m$$

$$x = 5 \Rightarrow f(5) = 10 - 4 = n$$

$$6 = n$$

$$m + n = 2 + 6 = 8$$

## Ters Fonksiyon

$f:A \rightarrow B$ ,  $y=f(x)$  bire bir ve örten bir fonksiyon olmak üzere tersi

$$f^{-1}:B \rightarrow A, x=f^{-1}(y)$$

$$f(x)=y \Leftrightarrow f^{-1}(y)=x$$

i.  $y=f(x)=ax+b$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$$

## NOT - 1

x aynen kalır sabit işaret değiştirir. x'in katsayısı payda yazılırç

ii.  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

## NOT - 2

Paydaki x'nin katsayısı ile paydadaki sabit yer ve işaret değiştirir.

## ÖRNEK-14

$$f(x) = 3x + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

$$f(x) = 5x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{5}$$

$$f(x) = \frac{3x+2}{2x-6} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{6x+2}{2x-3}$$

$$f(x) = \frac{6-2x}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{6-5x}{2}$$

$$f(x) = \frac{5}{3-2x} \Rightarrow f(x) = \frac{0x+5}{-2x+3} \quad (\text{olmayan katsayı sifir kabul edilir.})$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-3x+5}{-2x}$$

## ÖRNEK-15

$$f:R \rightarrow R$$

$$f(x)=4x-5$$

$$f^{-1}(7)=?$$

## Çözüm

$$f(x) = 4x-5 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+5}{4}$$

$$f^{-1}(7) = \frac{7+5}{4} = 3$$

## NOT

1. Sadece bire-bir ve örten fonksiyonların ters fonksiyonu vardır.
2. Bir fonksiyonun görüntü kümesi tersinin tanım kümesidir.
3.  $(f^{-1})^{-1}=f$

## NOT

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$f: \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

$f(x)$  in tanım kümesi

$f(x)$  in değer kümesi

$\{f^{-1}(x)$  tanım kümesi}

## ÖRNEK-16

$$f(x)=3 \cdot 2^{x+a} \text{ ve}$$

$$f^{-1}(48)=1 \text{ ise } a=?$$

## Çözüm

$$f^{-1}(48)=1 \Rightarrow f(1)=48$$

$$f(x)=3 \cdot 2^{x+a}$$

$$f(1)=3 \cdot 2^{1+a}=48$$

$$2^{1+a}=16$$

$$2^{1+a}=2^4$$

$$1+a=4 \Rightarrow a=3$$

## ÖRNEK-17

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$$

$$f(x) = \frac{x+5}{x-3}$$

$$\Rightarrow a+b=?$$

## Çözüm

$$f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$$

$$f(x) = \frac{x+5}{x-3} \Rightarrow a-3=0$$

$$a=3$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+5}{x-1} \Rightarrow b-1=0$$

$$b=1$$

$$a+b=3+1=4$$

## Bileşke Fonksiyon

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

ifadelerine bileşke fonksiyon denir.

## Özellikler

1.  $f \circ g(x) \neq g \circ f(x)$
2.  $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$
3.  $f \circ I = I \circ f = f$  (I birim fonksiyon)
4.  $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = I(x) = x$
5.  $(f \circ g)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
6.  $(f \circ g)(x) = h(x) \Rightarrow f(x) = (h \circ g^{-1})(x)$   
 $g(x) = (f^{-1} \circ h)(x)$

## ÖRNEK-18

$$f(x) = 3x + 2, \quad g(x) = 2x + 1 \text{ ise}$$

$$f \circ g(x) = ?$$

## Çözüm

$$f(x) = 3(x) + 2 \quad g(x) = (2x + 1)$$

$$f \circ g(x) = 3 \cdot (2x + 1) + 2$$

$$= 6x + 3 + 2$$

$$= 6x + 5$$

## ÖRNEK-19

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 3x + 2 \\ g(x) = x + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow (f \circ g)(2) = ?$$

## Çözüm

$$f \circ g(x) = 3(x + 3) + 2$$

$$= 3x + 9$$

$$f \circ g(x) = 3x + 11$$

$$f \circ g(2) = 6 + 11 = 17$$

## ÖRNEK-20

$$f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g(x) = 2x - 4$$

$$(g \circ f^{-1})^{-1} = 2x + 6$$

$$\Rightarrow f(2) = ?$$

## Çözüm

$$g(x) = 2x - 4 \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x + 4}{2}$$

$$(g \circ f^{-1})^{-1}(x) = 2x + 6$$

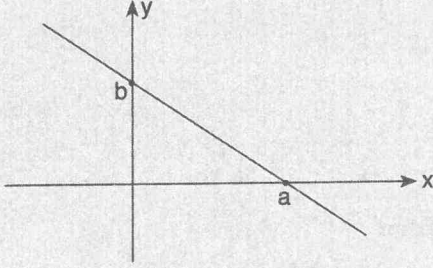
$$(f \circ g^{-1})(x) = 2x + 6 \Rightarrow f(g^{-1}(x)) = 2x + 6$$

$$f\left(\frac{x + 4}{2}\right) = 2x + 6 \quad \frac{x + 4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow x = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow f(2) = 2 \cdot 0 + 6 = 6$$

## Doğrusal Fonksiyon

 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 
 $f(x) = ax + b$  ifadesi bir doğrusal fonksiyondur.


Doğru denklemi

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

\*  $A(x_1, y_1)$   $B(x_2, y_2)$ 

noktalarından geçen doğru

$$\text{Doğrunun Eğimi: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

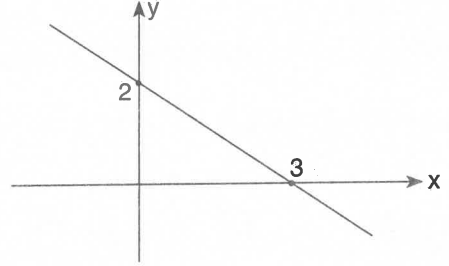
$$\text{Doğrunun Denklemi: } y - y_1 = m(x - x_1)$$

\* Bir  $f$  fonksiyonunun elemanı olan sıralı ikilileri analitik düzlemde göstererek oluşturulan kümeye  $f$  fonksiyonunun grafiği denir.

 $f: A \rightarrow B$ 

$$f: \{(x, y) : f(x) = y, x \in A \text{ ve } y \in B\}$$

## ÖRNEK-21



$$f(x) = ax + b \Rightarrow f(3) = ?$$

Çözüm

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

$$2x + 3y = 6$$

$$3y = 6 - 2x$$

$$f(x) = y = 2 - \frac{2x}{3}$$

$$f(3) = y = 2 - \frac{2 \cdot 3}{3} = 0$$

## ÖRNEK-22

$$f(x) = y$$

$$f(3) = 10$$

$$f(-2) = 5$$

$$\Rightarrow f(-4) = ?$$

Çözüm

$$f(x) = y = ax + b$$

$$f(3) = 10 \Rightarrow 3a + b = 10 \quad \left. \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 7 \end{array} \right\}$$

$$f(-2) = 5 \Rightarrow -2a + b = 5$$

$$f(x) = x + 7$$

$$f(-4) = -4 + 7 = 3$$



**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER**

1.  $f:A \rightarrow B$

$$f(x)=2x+4,$$

$$A=\{-1, 1, 2, 4\}$$

$$\Rightarrow B=?$$

A)  $\{2, 6, 8, 12\}$     B)  $\{-2, 1, 4, 8\}$     C)  $\{0, 2, 4, 6\}$

D)  $\{2, 4, 8, 10\}$     E)  $\{-1, 2, 4, 5\}$

**Çözüm**

$$A=\{-1, 1, 2, 4\}, f(x)=2x+4$$

$$x=-1 \Rightarrow f(-1)=-2+4=2$$

$$x=1 \Rightarrow f(1)=2+4=6$$

$$x=2 \Rightarrow f(2)=4+4=8$$

$$x=4 \Rightarrow f(4)=8+4=12$$

$$B=\{2, 6, 8, 12\}$$

**Cevap A**

2.  $f(3x-2)=5x+2$

$$\Rightarrow f(1)=?$$

A) 1

B) 4

C) 7

D) 8

E) 9

**Çözüm**

$$3x-2=1 \Rightarrow 3x=3$$

$$x=1$$

$$f(1)=5+2=7$$

**Cevap C**

3.  $f(2x+1)=4x-3$

$$g(3x)=2x+4$$

$$\Rightarrow \text{gof}(7)=?$$

A) -1

B) 2

C) 3

D) 5

E) 10

**Çözüm**

$$\text{gof}(7)=g(f(7))$$

$$f(7) \Rightarrow 2x+1=7$$

$$2x=6 \Rightarrow x=3$$

$$f(7)=4.3-3=12-3=9$$

$$g(f(7))=g(9)$$

$$3x=9$$

$$x=3$$

$$g(9)=2.3+4$$

$$=6+4$$

$$=10$$

**Cevap E**

4.  $f(2x+1)=3x+4$

$$f^{-1}(a)=1$$

$$\Rightarrow a=?$$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

**Çözüm**

$$f^{-1}(a)=1 \Rightarrow f(1)=a$$

$$f(1) \Rightarrow 2x+1=1$$

$$2x=0$$

$$x=0$$

$$f(1)=3.0+4=4$$

**Cevap D**

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

5.  $f: g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$g(x) = x - 1$

$f(x+1) = 2g(x-1)$

$\Rightarrow (g \circ f^{-1})(x) = ?$

A)  $\frac{x-2}{x+1}$

B)  $\frac{1}{2x}$

C)  $\frac{x+4}{2}$

D)  $\frac{3}{x-1}$

E)  $\frac{x+6}{2}$

6.  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\left. \begin{array}{l} f(2x+1) = f(2x-1) + x \\ f(7) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow f(1) = ?$$

A) -3

B) -2

C) 2

D) 1

E) 3

7.  $f\left(\frac{2x+1}{3}\right) = x-4$

$\Rightarrow f^{-1}(6) = ?$

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

Çözüm

$g(x) = x - 1$

$g(x-1) = x - 2$

$f(x+1) = 2 \cdot (x-2) = 2x - 4$

$f(x-1+1) = 2(x-1-4)$

$= 2x - 2 - 4$

$f(x) = 2x - 6$

$f^{-1}(x) = \frac{x+6}{2}$

$g\left(\frac{x+6}{2}\right) = \frac{x+6}{2} - 1 = \frac{x+4}{2}$

Cevap C

Çözüm

$f(7) = 3$

$2x+1=7 \Rightarrow 2x=6$

$x=3$

$\frac{f(7)}{3} = f(5)+3$

$f(5) = 0$

$2x+1=5 \Rightarrow 2x=4$

$x=2$

$\frac{f(5)}{0} = f(3)+2$

$f(3) = -2$

$2x+1=3 \Rightarrow x=1$

$\frac{f(3)}{-2} = f(1)+1$

$-2-1=f(1) \Rightarrow f(1)=-3$

Cevap A

Çözüm

$f\left(\frac{2x+1}{3}\right) = x-4$

$f^{-1}(x-4) = \frac{2x+1}{3}$

$x-4=6 \Rightarrow x=10$

$$f^{-1}(6) = \frac{2 \cdot 10 + 1}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

8.  $f^{-1}\left(\frac{2x+a}{x-1}\right) = 2x-4$

$f(2)=5$

$\Rightarrow a=?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**Çözüm**

$$f^{-1}\left(\frac{2x+a}{x-1}\right) = 2x-4$$

$$f(2x-4) = \frac{2x+a}{x-1}$$

↓

$$2x-4=2 \Rightarrow 2x=6$$

$$x=3$$

$$f(2) = \frac{6+a}{3-1} = 5$$

$$6+a=10$$

$$a=4$$

Cevap D

9.  $f(x)=5^{2x-1}$

$\Rightarrow f \circ f^{-1}(x) + f^{-1} \circ f(x) = ?$

- A) x      B) 2x      C) 5<sup>x</sup>      D) 5<sup>x-1</sup>      E) 1

**Çözüm**

$$f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x) = I(x) = x$$

$$\Rightarrow f \circ f^{-1}(x) + f^{-1} \circ f(x) = x + x = 2x$$

Cevap B

10.  $f(x)=x+1$

$$f \circ g^{-1}(x) = \frac{2x-1}{x+3}$$

$\Rightarrow g(x) = ?$

- A)  $\frac{3x+2}{x-1}$       B)  $\frac{-3x+2}{x-3}$       C)  $\frac{-3x-4}{x-1}$   
 D)  $\frac{2x+3}{x+2}$       E)  $\frac{2x}{x+4}$

**Çözüm**

$$f(x)=x+1$$

$$f \circ g^{-1}(x) = h(x), \quad h(x) = \frac{2x-1}{x+3}$$

$$g^{-1} = f^{-1} \circ h(x)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x-1$$

$$g^{-1}(x) = \frac{2x-1}{x+3} - 1 = \frac{x-4}{x+3}$$

$$(g^{-1}(x))^{-1} = g(x) = \frac{-3x-4}{x-1}$$

Cevap C

11.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(1-x) = x+3, \quad f\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 2x-1$$

$\Rightarrow f \circ g(1) = ?$

- A) -5      B) -4      C) -1      D) 4      E) 5

**Çözüm**

$$g(1) \Rightarrow \frac{x}{2} + 1 = 1$$

$$x=0$$

$$g(1) = 0 - 1 = -1$$

$$f(-1) \Rightarrow 1 - x = -1$$

$$2=x$$

$$f(-1) = 2 + 3 = 5$$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

12.  $f(x-3)=5 \cdot f(x-2)$

$f(2)=5$

$\Rightarrow f(11)=?$

- A)  $5^{-5}$     B)  $5^{-6}$     C)  $5^{-7}$     D)  $5^{-8}$     E)  $5^{-9}$

13.  $f: \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{7}{5} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{5} \right\}$

$5xf(x)+2=3x+7f(x)$

$\Rightarrow f^{-1}(5)=?$

- A)  $-\frac{1}{3}$     B)  $\frac{1}{2}$     C)  $\frac{3}{5}$     D)  $\frac{2}{3}$     E)  $\frac{3}{2}$

14.  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x)=4x+1$

$g^{-1} \circ f(x)=2x+1$

$\Rightarrow g(x)=?$

- A)  $2x-1$     B)  $x-1$     C)  $2x+1$     D)  $x+1$     E)  $3x-1$

Çözüm

$x=5$  için

$f(2)=5 \cdot f(3) \Rightarrow f(3)=1$

$x=6$  için

$f(3)=5 \cdot f(4) \Rightarrow f(4)=\frac{1}{5}$

$f(4)=5 \cdot f(5) \Rightarrow f(5)=\frac{1}{5^2}$

$\vdots$

$x=13$  için

$$f(10)=5 \cdot f(11) \Rightarrow f(11)=\frac{1}{5^8}$$

$$=5^{-8}$$

Cevap D

Çözüm

$5xf(x)+2=3x+7f(x)$

$5xf(x)-7f(x)=3x-2$

$f(x)(5x-7)=3x-2$

$f(x)=\frac{3x-2}{5x-7}$

$f^{-1}(x)=\frac{7x-2}{5x-3}$

$$f^{-1}(5)=\frac{35-2}{25-3}=\frac{33}{22}$$

$$=\frac{3}{2}$$

Cevap E

Çözüm

$g^{-1} \circ f(x)=2x+1$

$\underbrace{g \circ g^{-1}}_I \circ f(x)=g(2x+1)$

$f(x)=g(2x+1)$

$g(2x+1)=4x+1$

$\downarrow$   
 $2x+1=x \Rightarrow x=\frac{x-1}{2}$

$g(x)=4 \cdot \left( \frac{x-1}{2} \right) + 1$

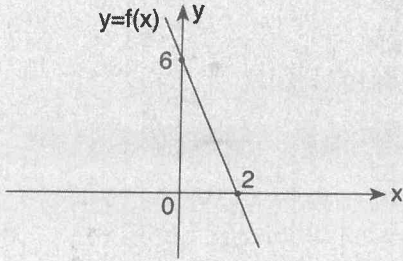
$=2x-2+1$

$g(x)=2x-1$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

15.



fof(2)=?

- A) 4      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

Çözüm

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1$$

(3)

$$3x + y = 6$$

$$f(x) = y = 6 - 3x$$

$$f \circ f(2) \Rightarrow f(3) = 6 - 6$$

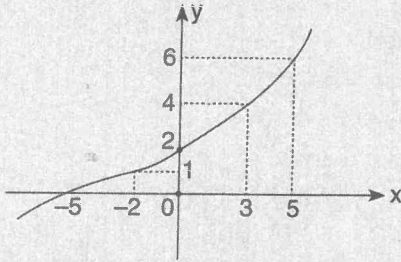
$$f(3) = 0$$

$$f(0) = 6 - 0$$

$$= 6$$

Cevap B

16.



$$\frac{f(-5) + f(-2) + f(0)}{f^{-1}(6) - f^{-1}(4)}$$

- A)  $\frac{3}{2}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{3}{4}$       D)  $\frac{5}{3}$       E)  $\frac{6}{5}$

Çözüm

$$f(-5) = 0 \quad f^{-1}(6) = 5$$

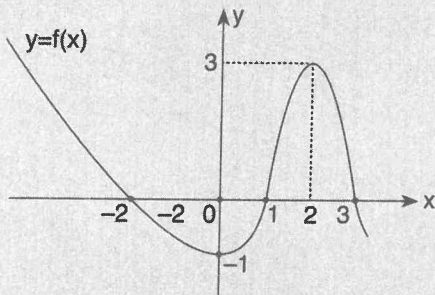
$$f(-2) = 1 \quad f^{-1}(4) = 3$$

$$f(0) = 2$$

$$\frac{f(-5) + f(-2) + f(0)}{f^{-1}(6) - f^{-1}(4)} = \frac{0 + 1 + 2}{5 - 3} = \frac{3}{2}$$

Cevap A

17.



fof(2)=?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 3

Çözüm

$$f \circ f(2) = f(\underbrace{f(2)}_3) = \underbrace{f(3)}_0$$

$$f(0) = -1$$

Cevap B

## TEST - 1

1.  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$   
 $f: A \rightarrow B$   $f(x) = x^2$   $B = ?$
- A)  $\{0, 1, 4\}$  B)  $\{-1, 0, 1\}$  C)  $\{-4, -1, 0, 1, 4\}$   
D)  $\{4, 6, 8\}$  E)  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
2.  $f: A \rightarrow B$   $f(x) = x + 2$   
 $B = \{-1, 0, 1, 3\} \Rightarrow A = ?$
- A)  $\{-3, 0, 2, 4\}$  B)  $\{-3, -2, -1, 1\}$   
C)  $\{0, -1, 2, 3\}$  D)  $\{-2, -1, 0, 1\}$   
E)  $\{-1, 0, 3, 4\}$
3.  $f(x) = 2x^2 - 1$   $(4f + g)(x) = 4x^2 - 2x + 1$   
 $g(-2) = ?$
- A) -20 B) -17 C) -16 D) -15 E) 10
4.  $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$   $g(x) = -x^2 + 2x$   
 $f(x) + 3g(x) = ?$
- A)  $6x^2 + 7x - 2$  B)  $x^2 + 7x - 2$   
C)  $6x - 2$  D)  $7x - 2$   
E)  $11x - 2$
5.  $(f + g)(x) = 6x$   $(f - g)(x) = 4$   $(f \cdot g)(2) = ?$
- A) 20 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32
6.  $f(x) = f(x + 1) + 5$   $f(4) = 14 \Rightarrow f(6) = ?$
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9
7.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = 5x + 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = ?$
- A)  $\frac{x+3}{5}$  B)  $\frac{x-3}{5}$  C)  $\frac{x+5}{3}$   
D)  $3x + 5$  E)  $\frac{x-2}{3}$
8.  $f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{5\}$   $f(x) = \frac{5x+2}{x-4} \Rightarrow f^{-1}(x) = ?$
- A)  $\frac{5x-2}{x+4}$  B)  $\frac{4x+2}{x+5}$  C)  $\frac{4x+2}{x-5}$   
D)  $\frac{2+5x}{-4+x}$  E)  $\frac{x}{6x+2}$

## TEST - 1

9.  $m > 0$ 

$$f(x) = \frac{-5x}{x+m} \quad f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow m = ?$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

10.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = 3x - 2 \quad f^{-1}(1) = ?$ 

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 3    E)
- $\frac{2}{3}$

11.  $x = \frac{f(x)+2}{3-f(x)} \quad f^{-1}(4) = ?$ 

- A) -6    B) -3    C) 1    D) 3    E) 6

12.  $f: [3, \infty) \rightarrow [0, \infty) \quad f(x) = \sqrt{2x-6} \quad f^{-1}(4) = ?$ 

- A) 11    B) 10    C) 6    D) 4    E) 2

13.  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = \sqrt[3]{2x-1} \quad g^{-1}(-1) = ?$ 

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E) 3

14.  $f: [1, \infty) \rightarrow [1, \infty) \quad f(x) = x^2 - 2x + 2 \quad f^{-1}(2) = ?$ 

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

15.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 3 \quad f^{-1}(x) = ?$ 

- A)  $\sqrt[3]{x-2} + 1$     B)  $3 + \sqrt[3]{x-2}$   
 C)  $2 + \sqrt[3]{x-2}$     D)  $\sqrt[3]{x-2} - 1$   
 E)  $3 - \sqrt[3]{x-2}$

16.  $f: (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \text{Log}_3(x+2) \quad f^{-1}(x) = ?$ 

- A)
- $3^x + 2$
- B)
- $3^x - 2$
- C)
- $3^{x+2}$
- D)
- $3^{x-2}$
- E)
- $3^{x+5}$

1.A    2.B    3.D    4.E    5.E    6.B    7.B    8.C    9.E    10.C    11.A    12.A    13.B    14.B    15.D    16.B

## TEST - 2

1.  $f : (5, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \ln(x-5)$   $f^{-1}(x) = ?$   
 A)  $e^x$  B)  $e^x - 5$  C)  $e^x + 5$  D)  $e^{x-5}$  E)  $e^{x+5}$

2.  $f(x) = 2^{3x-1} + 1$   $f^{-1}(x) = 2 \Rightarrow x = ?$   
 A) 35 B) 34 C) 33 D) 32 E) 30

3.  $f\left(\frac{3x+1}{2x-1}\right) = x+2$   $f^{-1}(3) = ?$   
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.  $f(x) = 3x + 8$   $(f^{-1}(2))^{-1} + (f^{-1})^{-1}(-2) = ?$   
 A)  $-\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{3}{2}$  E)  $\frac{5}{3}$

5.  $f(x) = \frac{2x+3}{5}$   $g(x) = \frac{x+1}{2}$   
 $(f \circ g)^{-1}(a) = 11 \Rightarrow a = ?$   
 A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

6.  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(5) = 12$   $g^{-1}(3x+6) = 2x-1$   
 $(f^{-1} \circ g)(m) = 5 \Rightarrow m = ?$   
 A) 3 B) 4 C) 7 D) 8 E) 10

7.  $f(x) = x + 2$ ,  $g(x) = 2x - 4$   
 $(f^{-1} \circ g)^{-1}(6) = ?$   
 A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

8.  $f(x+3) = 4x-1$   
 $g(x-1) = 2x+3$   $f \circ g(2) = ?$   
 A) 24 B) 23 C) 22 D) 18 E) 16



## TEST - 2

9.  $f(3x+2) = 5x + 6$   
 $f^{-1}(x) = 2 \Rightarrow x = ?$

- A) 11    B) 6    C) 5    D) 4    E) 2

10.  $f(x) = 2x + 1$   
 $g(x+3) = x+7 \quad (g^{-1} \circ f^{-1})^{-1}(x) = ?$

- A)  $2x + 9$     B)  $2x - 1$   
 C)  $2x + 4$     D)  $x + 4$   
 E)  $x - 3$

11.  $f(x) = x^3 - 5$   
 $f \circ g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 4$   
 $g(x) = ?$

- A)  $x + 1$     B)  $x - 1$     C)  $x - 3$   
 D)  $x + 4$     E)  $x + 2$

12.  $f(x) = 4^{2x+1}$   
 $f(3x) = k \cdot (f(x))^3 \quad k = ?$

- A) 16    B) 4    C)  $\frac{1}{4}$     D)  $\frac{1}{16}$     E)  $\frac{1}{64}$

13.  $f^{-1}(4) = 3$

$$f(x+1) = \frac{x+a}{x+2}$$

- A) 16    B) 15    C) 14    D) 10    E) 8

14.  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x > 2 \\ 4 & -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{x+1} & x < -1 \end{cases}$

$$f \circ f \circ f(-2) = 2$$

- A) 32    B) 24    C) 16    D) 10    E) 2

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

15.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $g(x) = 3x - 1$   
 $(g \circ f^{-1})^{-1}(x) = 4x + 5 \Rightarrow f(5) = ?$

- A) 16    B) 20    C) 21    D) 25    E) 30

16.  $f(x) = \begin{cases} x+5 & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases}$

$$f(2) - f(1) = ?$$

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

1.C    2.C    3.D    4.D    5.D    6.A    7.D    8.B    9.B    10.A    11.A    12.D    13.C    14.A    15.D    16.C

### 1. Parçalı Fonksiyon

$$* f(x) = \begin{cases} g(x) , & x < a \\ h(x) , & x \geq a \end{cases}$$

a kritik nokta.

$$* f(x) = \begin{cases} ax + b , & x < k \\ cx + d , & x \geq k \end{cases}$$

$$\Rightarrow fog(x) = f(g(x))$$

$$f(g(x)) = \begin{cases} a.g(x) + b , & g(x) < k \\ c.g(x) + d , & g(x) \geq k \end{cases}$$

#### ÖRNEK-1

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 , & x \leq 1 \\ 3x - 2 , & x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(-2) + f(3) = ?$$

#### Çözüm

$$f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$$

$$f(3) = 3 \cdot 3 - 2 = 7$$

$$f(-2) + f(3) = 5 + 7 = 12$$

#### ÖRNEK-2

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 , & x \leq 2 \\ \frac{x+4}{2} , & x > 2 \end{cases}$$

$$g(x) = x + 1$$

$$\Rightarrow f(g(x)) = ?$$

#### Çözüm

$$f(g(x)) = f(x+1) = \begin{cases} 3 \cdot (x+1) - 2 , & x+1 \leq 2 \\ \frac{x+1+4}{2} , & x+1 > 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3x + 1 , & x \leq 1 \\ \frac{x+5}{2} , & x > 1 \end{cases}$$

## 2. Mutlak Değer Fonksiyonu

$$* |f(x)| = \begin{cases} f(x) & , f(x) \geq 0 \\ -f(x) & , f(x) < 0 \end{cases}$$

$$* |f(x)| = a \quad (a \geq 0)$$

$$\Rightarrow f(x) = a \text{ veya } f(x) = -a$$

$$* |f(x)| < a \quad (a \geq 0)$$

$$\Rightarrow -a < f(x) < a$$

$$* |f(x)| > a \quad (a \geq 0)$$

$$\Rightarrow f(x) > a \text{ ve } f(x) < -a$$

$$* |x - y| = |y - x|$$

$$* a < |f(x)| < b \quad (a, b \in \mathbb{R}^+)$$

$$\Rightarrow a < f(x) < b \text{ ve } a < -f(x) < b$$

### ÖRNEK-4

$$|x+3|=5 \Rightarrow \text{Ç.K.}=?$$

### Çözüm

$$x+3=5 \quad \vee \quad x+3=-5$$

$$\boxed{x=2} \quad \boxed{x=-8}$$

$$\text{Ç.K.} = \{-8, 2\}$$

### ÖRNEK-5

$$|2x-3| \leq 5 \Rightarrow \text{Ç.K.}=?$$

### Çözüm

$$-5 \leq 2x-3 \leq 5$$

$$-5+3 \leq 2x \leq 5+3$$

$$-2 \leq 2x \leq 8$$

$$-\frac{2}{2} \leq x \leq \frac{8}{2}$$

$$\boxed{-1 \leq x \leq 4}$$

$$\text{Ç.K.} = [-1, 4]$$

### ÖRNEK-6

$$|3x+4| > 13 \Rightarrow \text{Ç.K.}=?$$

### Çözüm

$$3x+4 > 13 \text{ ve } 3x+4 < -13$$

$$3x > 9 \quad 3x < -17$$

$$x > 3 \quad x < -\frac{17}{3}$$

$$\text{Ç.K.} = \left(-\infty, -\frac{17}{3}\right) \cup (3, \infty)$$

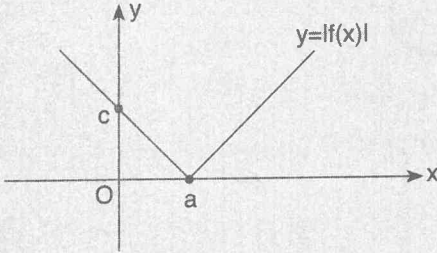
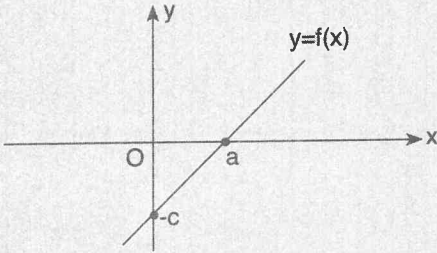
### 3. Mutlak Değer Fonksiyonunun Grafiği

#### 3. Mutlak Değer Fonksiyonunun Grafiği

$y=|f(x)|$  in grafiği

$y=f(x)$  in grafiği çizilir.

$x$  eksenini altında kalan kısım silenerek  $x$  eksenine göre simetri çizilerek bulunur.



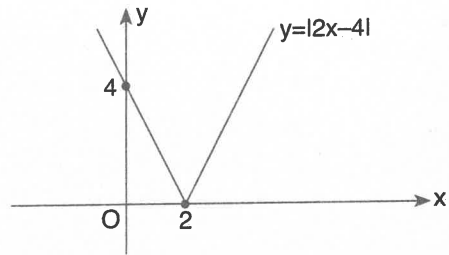
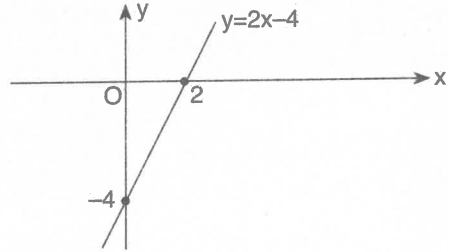
#### ÖRNEK-7

$y=|2x-4|$  ün grafiği=?

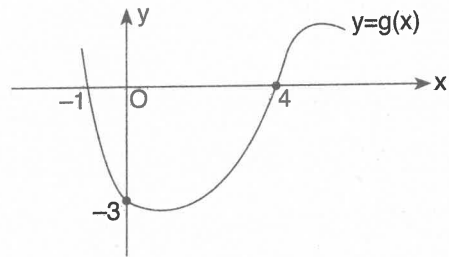
**Çözüm**

$$y=2x-4$$

$$x=0 \Rightarrow y=-4, \quad y=0 \Rightarrow x=2$$

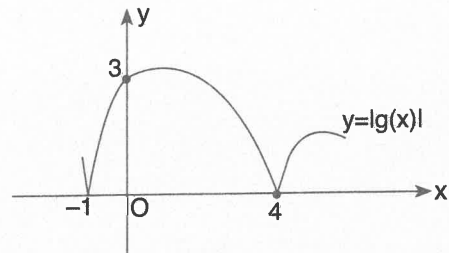


#### ÖRNEK-8



$\Rightarrow y=|g(x)|=?$

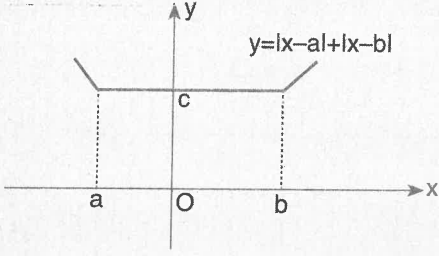
**Çözüm**



\*  $f(x)=|x-a|+|x-b|$  nin grafiği:

$x=a$  ,  $x=b$  kritik nokta

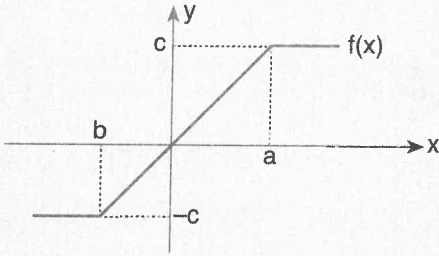
$f(a)=f(b)=c$



\*  $f(x)=|x-a|-|x-b|$  nin grafiği:

$x=a$  ,  $x=b$  kritik nokta

$f(a)=c$  olsun  $\Rightarrow f(b)=-c$



ÖRNEK-9

$f(x)=|x-1|+|x+3|$

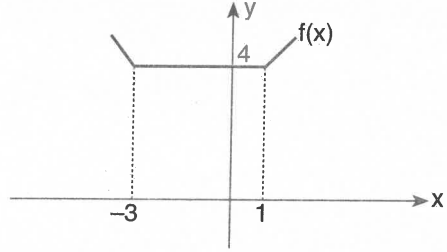
$\Rightarrow f(x)$  in grafiği=?

Çözüm

$x-1=0$        $x+3=0$

$x=1$        $x=-3$

$f(1)=f(-3)=4$



ÖRNEK-10

$f(x)=|x-2|-|x-4|$

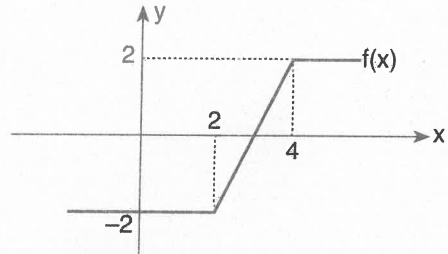
$\Rightarrow f(x)$  in grafiği=?

Çözüm

$x=2$  ,  $x=4$  kritik nokta

$f(2)=|2-2|-|2-4|=-2$

$f(4)=|4-2|-|4-4|=2$



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.  $f(x) = \begin{cases} x^2-1, & x > 3 \\ 3x-1, & x \leq 3 \end{cases}$

$\Rightarrow f(5)-f(2)=?$

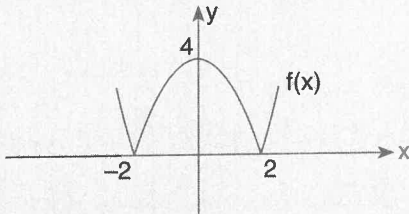
- A) 21    B) 20    C) 19    D) 18    E) 17

2.  $||x+1|+1|=6$

$\Rightarrow \text{Ç.K.}=?$

- A)  $\{-6, -1, 4\}$     B)  $\{-6, 4\}$     C)  $\{-6, 1\}$   
D)  $\{0, 1, 4\}$     E)  $\{-6, 1, 4, 6\}$

3.



$\Rightarrow f(x)=?$

- A)  $|x|+4$     B)  $|x^2+4|$     C)  $|x|-4$   
D)  $|x^2-4|$     E)  $|x-2|$

Çözüm

$f(5)=5^2-1=24$

$f(2)=3 \cdot 2-1=5$

$f(5)-f(2)=24-5=19$

Cevap C

Çözüm

$||x+1|+1|=6$

$|x+1|+1=6$  veya  $|x+1|+1=-6$

$|x+1|=5$      $|x+1|=-7$   
Ç.K.= $\emptyset$

$x+1=5$  veya  $x+1=-5$

$x=4$      $x=-6$

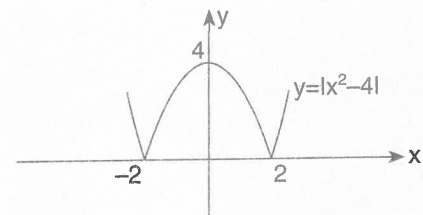
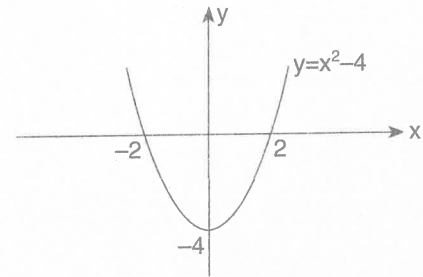
Ç.K.= $\{-6, 4\}$

Cevap B

Çözüm

$y=x^2-4$      $x=0 \Rightarrow y=-4$

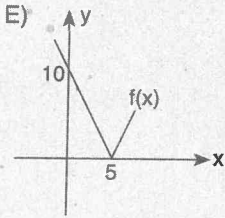
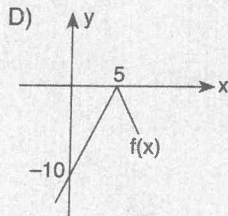
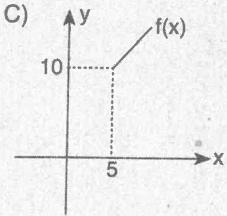
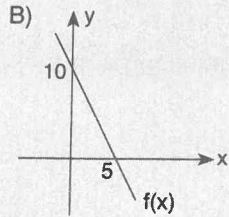
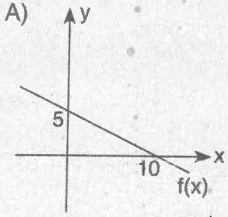
$y=0 \Rightarrow x=2, x=-2$



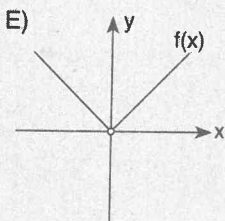
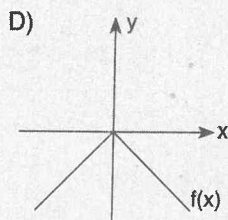
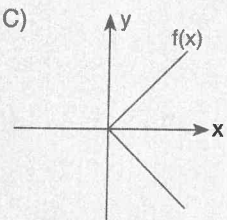
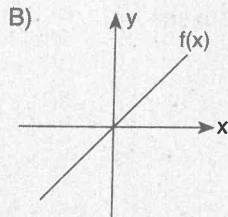
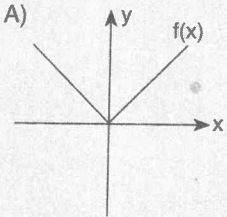
Cevap D

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

4.  $f(x)=|10-2x|$

 $\Rightarrow$  grafik=?

5.  $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

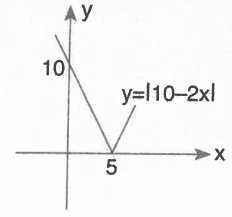
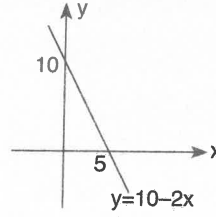
 $\Rightarrow$   $f(x)$  in grafiği=?

Çözüm

$y=10-2x$

$x=0 \Rightarrow y=10$

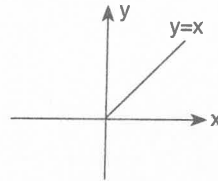
$y=0 \Rightarrow x=5$



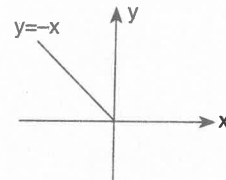
Cevap E

Çözüm

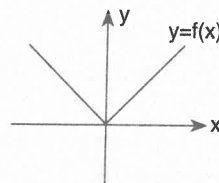
$x \geq 0 \Rightarrow y=x$



$x < 0 \Rightarrow y=-x$



İkisini birleştiririm.



Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

6.  $f(x)=|x-2|+|x+7|$   
 $\Rightarrow \min(f(x))=?$

- A) 0      B) 4      C) 5      D) 9      E) 11

**Çözüm**

$x=2$  ve  $x=-7$  kritik noktalar.

$$f(2)=f(-7)=9$$

**Cevap D**

7.  $f(x)=|x+7|-|x-3|$   
 $\Rightarrow \max(f(x))+\min(f(x))=?$

- A) 10      B) 6      C) 0      D) -6      E) -10

**Çözüm**

$x=-7$  ve  $x=3$  kritik noktalar.

$$f(-7)=-7+7-|-7-3|=-10$$

$$\min(f(x))=-10$$

$$f(3)=3+7-|3-3|=10$$

$$\max(f(x))=10$$

$$\Rightarrow 10-10=0$$

**Cevap C**

8.  $|x-4| \geq 0$   
 $\Rightarrow \text{Ç.K}=?$

- A)  $\mathbb{R}-\{4\}$       B)  $\mathbb{R}-[4, \infty)$       C)  $[4, \infty)$       D)  $\emptyset$       E)  $\mathbb{R}$

**Çözüm**

$$|x-4| \geq 0$$

$\forall x \in \mathbb{R}$  için  $|x-4| \geq 0$  olur.

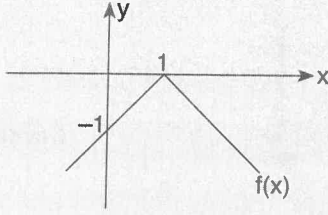
$$\text{Ç.K}=\mathbb{R}$$

**Cevap E**



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

9.

 $\Rightarrow f(x)=?$ 

- A)  $y=-|x-1|$       B)  $y=1-|x|$       C)  $y=1+|x|$   
 D)  $y=|x-1|$       E)  $y=|x+1|$

## Çözüm

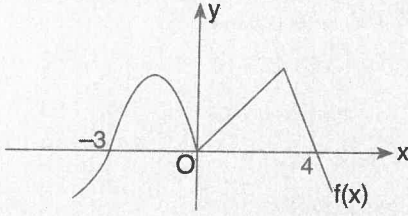
Bütün reel sayı değerleri için grafik x ekseninin altında yani negatif veya en fazla sıfır olur.

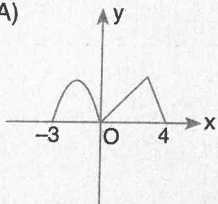
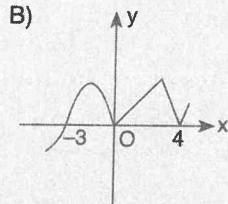
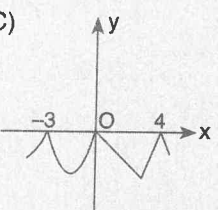
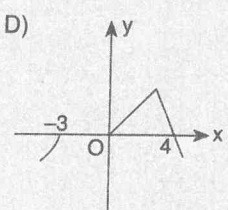
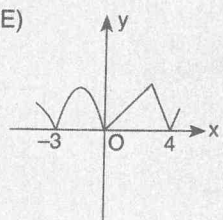
$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } f(x) \leq 0$$

Bunu sağlayan bir tek A şıkkı var.

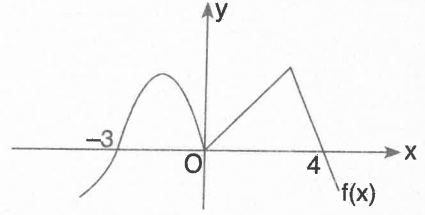
Cevap A

10.

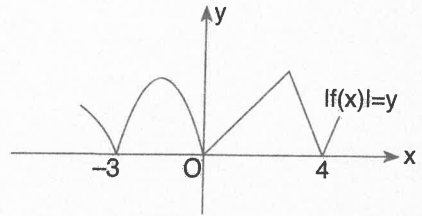
 $\Rightarrow |f(x)|=?$ 

- A)       B) 
- C)       D) 
- E) 

## Çözüm



x eksenini altındaki kısmın x eksenine göre simetrisini alalım.



Cevap E

## TEST - 1

1.  $||x-2|-4|=3$

 $\Rightarrow \text{Ç.K.}=?$ 

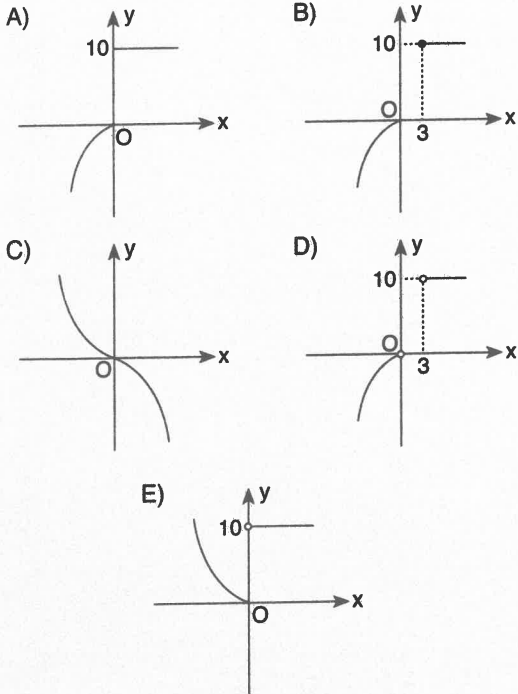
- A)  $\{-5, 1, 3, 9\}$     B)  $\{-5, 9\}$     C)  $\{-5, 2, 5, 9\}$   
 D)  $\{-9, 5, 6, 9\}$     E) R

2.  $|3x-7|<5$

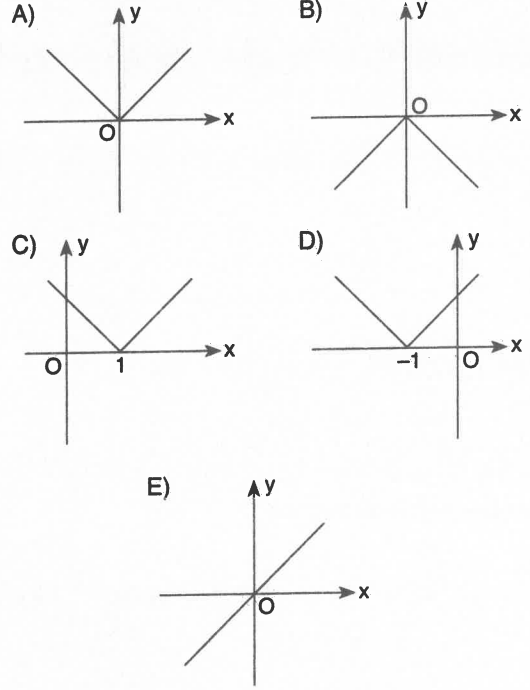
 $\Rightarrow \text{Ç.K.}=?$ 

- A)  $(-4, 4)$     B)  $(\frac{2}{3}, 4]$     C)  $[2, 3]$   
 D)  $[2, 3)$     E)  $(\frac{2}{3}, 4)$

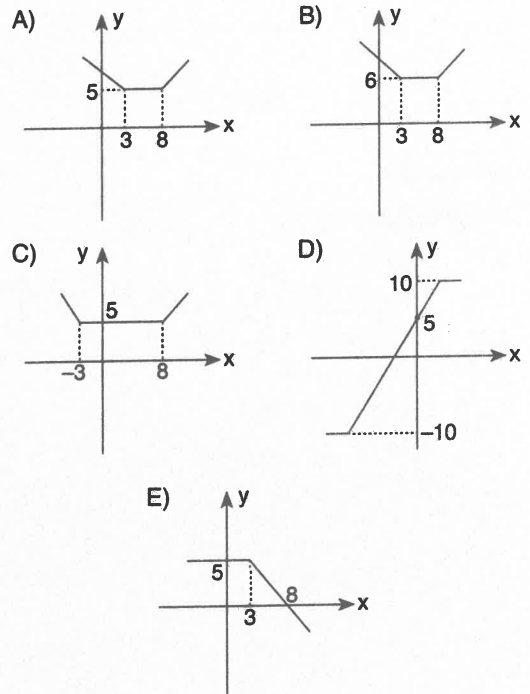
3.  $f(x) = \begin{cases} 10, & x > 3 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$



4.  $y=-|x|$  in grafiği=?



5.  $f(x)=|x-8|+|x-3|$

 $\Rightarrow f(x)$  in grafiği=?

## TEST - 1

6.  $|\log_3^{(x-1)}|=1$   
 $\Rightarrow \prod x=?$

- A) 6    B)  $\frac{17}{3}$     C)  $\frac{16}{3}$     D)  $\frac{16}{5}$     E)  $\frac{16}{7}$

7.  $f(x)=|x-4|-|x+6|$   
 $\Rightarrow \max(f(x)).\min(f(x))=?$

- A) 0    B) 50    C) -100    D) 100    E) -50

8.  $f(x)=|x-2|+|x+6|$   
 $\Rightarrow \min(f(x)).f(3)=?$

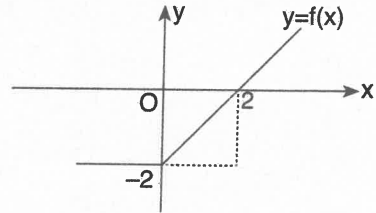
- A) 80    B) 70    C) 60    D) -50    E) -70

9.  $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & x \geq 2 \\ 3x^2-1, & x < 2 \end{cases}$

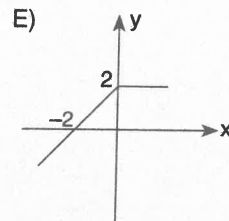
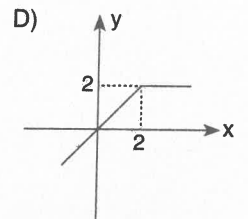
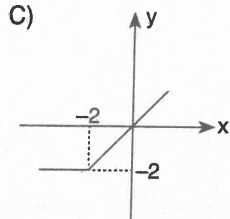
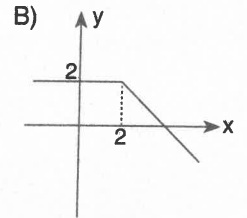
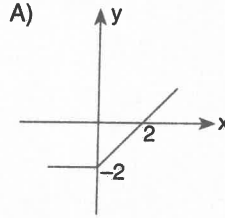
$\Rightarrow f(2)+f(3)-f(-1)=?$

- A) 13    B) 11    C) 9    D) 15    E) 19

10.



$\Rightarrow y=-f(-x)$  in grafiği = ?



1.A    2.E    3.D    4.B    5.A    6.C    7.C    8.A    9.D    10.E

$$n \in \mathbb{N}; a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$$

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + ax + a_0$$

ifadesine polinom denir.

$a_0, a_1, \dots, a_n$  polinomun katsayıları

$a_0$  sabit terim

$n$  polinomun derecesi

$\text{der}[P(x)] = n$  şeklinde gösterilir.

$a_n$  başkatsayısı (derecenin olduğu terimin katsayısı)

**Sabit Polinom:**

$$P(x) = c \quad (c \text{ sabit sayı})$$

**Sıfır Polinom:**

$P(x) = 0$  ise sıfır polinomdur.

ÖRNEK-1

$$P(x) = 3x^4 + 5x^2 - 2x + 1 \text{ polinom}$$

$$f(x) = 3x^4 + 5x^2 - 2x + 1 \text{ polinom değil}$$

$$-2 \notin \mathbb{N}$$

ÖRNEK-2

$$P(x) = 6x^5 + 2x^4 - 5x^2 - 3 \text{ polinomu veriliyor.}$$

- Katsayılar toplamını
- Sabit terimini
- Derecesini
- Başkatsayısını bulun.

Çözüm

$$a) 6 + 2 - 5 - 3 = 0$$

$$b) -3$$

$$c) \text{der}[P(x)] = 5$$

$$d) 6$$

ÖRNEK-3

$$P(x) = 3 \quad \rightarrow \text{Sabit polinom}$$

$$P(x + 4) = 5 \quad \rightarrow \text{Sabit polinom}$$

$$P(x^2 - 1) = 0 \quad \rightarrow \text{Sıfır polinom}$$

ÖRNEK-3

$$P(x) = (a - 4)x^2 + a + 3 \text{ polinomu sabit polinom ise } P(a) = ?$$

Çözüm

$$a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$P(x) = 7 \Rightarrow P(4) = 7$$

### Katsayılar Toplamı

- $P(x)$ 'in katsayıları toplamı için  $x = 1$  alınır  $P(1)$  bulunur.
- $P(x + a)$ 'nın katsayıları toplamı için  $x = 1$  alınır  $P(1 + a)$  bulunur.
- $P(x)$ 'in çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı için  $\frac{P(1) + P(-1)}{2}$  bulunur.
- Tek dereceli terimlerin katsayıları toplamı için  $\frac{P(1) - P(-1)}{2}$  bulunur.

### Sabit Terim

- $P(x)$ 'in sabit terimi için  $x = 0$  alınır ve  $P(0)$  bulunur.
- $P(x + a)$ 'nın sabit terimi için  $x = 0$  alınır ve  $P(0 + a) = P(a)$  bulunur.

#### ÖRNEK-4

$$P(x) = 3x^2 + (a + 4)x + 5$$

polinomunun katsayıları toplamı 15 ise  $a = ?$

$$P(1) = 15 \Rightarrow 3 \cdot 1^2 + (a + 4) \cdot 1 + 5 = 15$$

$$a = 3$$

#### ÖRNEK-5

$$P(x) = (x - 1)^6$$

polinomunun çift dereceli terimlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm

$$P(1) = (1 - 1)^6 = 0$$

$$P(-1) = (-1 - 1)^6 = 64$$

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{0 + 64}{2} = 32$$

#### ÖRNEK-6

$$P(x) = (3x - 3)^4 + 1$$

polinomunun sabit terimi kaçtır?

Çözüm

$$P(0) = (3 \cdot 0 - 3)^4 + 1$$

$$= 82$$

## POLİNOMLARDA İŞLEMLER

## Eşitlik

$$P(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1$$

$$Q(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(x) = Q(x) &\Rightarrow a_1 = a_2 \\ & b_1 = b_2 \\ & c_1 = c_2 \end{aligned}$$

## • Toplama - Çıkarma

$$P(x) \mp Q(x) = (a_1 \mp a_2)x^2 + (b_1 \mp b_2)x + c_1 \mp c_2$$

## • Çarpma

Bütün terimler çarpılır.

der[P(x)] = m, der[Q(x)] = n olmak üzere

$$\Rightarrow \text{der}(P(x) \mp Q(x)) = \max(m, n)$$

$$\Rightarrow \text{der}(P(x) \cdot Q(x)) = m + n$$

$$\Rightarrow \text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = m - n$$

$$\Rightarrow \text{der}[P^k(x)] = \text{der}[P(x^k)] = k \cdot m$$

## ÖRNEK-6

$$P(x) = (a - 2)x^2 + bx + 3$$

$$Q(x) = 5x + c - 2$$

$$P(x) = Q(x) \Rightarrow a \cdot b \cdot c = ?$$

## Çözüm

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$b = 5$$

$$c - 2 = 3 \Rightarrow c = 5$$

$$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$$

## ÖRNEK-7

$$P(x) = 3x^2 + 2x + 1$$

$$Q(x) = 2x^3 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow P(x) + Q(x) = ?$$

## Çözüm

$$P(x) + Q(x) = 2x^3 + 3x^2 + 6x + 5$$

## ÖRNEK-8

$$\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 8$$

$$\text{der}[P(x) / Q(x)] = 2$$

$$\Rightarrow x^2 \cdot P(x) \text{ 'in derecesi kaçtır?}$$

## Çözüm

$$\text{der}[P(x)] = m, \text{ der}[Q(x)] = n \text{ olsun.}$$

$$m + n = 8$$

$$+ m - n = 2$$

$$\hline 2m = 10$$

$$m = 5 \Rightarrow P(x) = x^5 \text{ olsun.}$$

$$\Rightarrow \text{der}[x^2 \cdot P(x)] = \text{der}[x^2 \cdot x^5] = \text{der}[x^7]$$

$$= 7$$

## Bölme

$$\begin{array}{r} P(x) \\ \hline B(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} Q(x) \\ \hline K(x) \end{array} \right. \rightarrow \text{Polinom bölmesi}$$

$$\Rightarrow P(x) = Q(x) \cdot B(x) + K(x)$$

$P(x)$ 'in  $(x - a)$  ile bölümünden kalan  $P(a)$ 'dir.

$$(x - a = 0, \quad x = a, \quad P(a) = ?$$

$P(ax + b)$  nin  $(x - c)$  ile bölümünden kalan

$P(a \cdot c + b)$  dir.

$(x - a)$ ,  $P(x)$  in bir çarpanı ise  $P(a) = 0$  dir.

## ÖRNEK-9

$$P(x) = 3x^2 + 4x + 1$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} P(x) \\ \hline \end{array} \left| \begin{array}{l} x + 1 \\ \hline \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

## Çözüm

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 4x + 1 \\ \hline 3x^2 + 3x \\ \hline x + 1 \\ \hline x + 1 \\ \hline 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} x + 1 \\ \hline 3x + 1 \\ \hline \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

0  $\rightarrow$  Kalan : 0

## ÖRNEK-10

$$P(x) = 3x^2 + 4x - 4$$

polinomunun  $x - 2$  ile bölümünden kalan kaçtır?

## Çözüm

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow P(2) = ?$$

$$P(2) = 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 - 4 = 12 + 8 - 4 = 16$$

## ÖRNEK-11

$$P(2x + 1) = x^2 - 3x - 4$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} P(2x + 1) \\ \hline \end{array} \left| \begin{array}{l} x - 2 \\ \hline \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

## Çözüm

$$x - 2 = 0 \quad x = 2$$

$$P(2 \cdot 2 + 1) = P(5) = ?$$

$$P(5) = 2^2 - 3 \cdot 2 - 4 = -6$$

$P(x)$ 'in  $(x^m - a)$  ile bölümünden kalan için  $P(x)$ 'te  $x^m = a$  alınarak kalan bulunur.

$P(x)$  polinomu  $(x-a)$  ve  $(x-b)$  ile ayrı ayrı bölünüyorsa  $(x-a) \cdot (x-b)$  ile de bölünür.  
(Karşıtıda doğrudur)

$P(x)$  polinomu  $(x-a)^n$  ile tam bölünüyorsa  
 $P(a) = 0$   
 $P'(a) = 0$   
 $P''(a) = 0$   
 $\vdots$   
 $P^{(n-1)}(a) = 0$  dir.

ÖRNEK-12

$$P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4a$$

$(x-1)$ ,  $P(x)$ 'in bir çarpanı ise  $a = ?$

Çözüm

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$\Rightarrow P(1)=0$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 4a = 0$$

$$4a = -1$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

ÖRNEK-13

$$P(x) = x^{12} - 2x^5 + 3 \Rightarrow P(x) \begin{array}{l} | \\ \hline x^4 + 2 \\ \hline \end{array}$$

?

Çözüm

$$x^4 + 2 = 0 \Rightarrow x^4 = -2$$

$$x^{12} - 2x^5 + 3 = (x^4)^3 - 2 \cdot x^4 \cdot x + 3$$

$$= (-2)^3 - 2 \cdot (-2) \cdot x + 3$$

Kalan =  $4x - 5$

ÖRNEK-14

$$P(x) \begin{array}{l} | \\ \hline x-2 \\ \hline \end{array}$$

-1

$$P(x) \begin{array}{l} | \\ \hline x+1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow P(x) \begin{array}{l} | \\ \hline (x-2) \cdot (x+1) \\ \hline \end{array}$$

-7                      ?

Çözüm

$$P(x) = (x-2) \cdot (x+1) \cdot B(x) + ax + b$$

$$\begin{array}{l} P(2) = -1 \\ P(-1) = 7 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 2a + b = -1 \\ -a + b = -7 \end{array}$$

$$\underline{\hspace{1.5cm}}$$

$$3a = 6$$

$$a = 2 \Rightarrow b = -5 \Rightarrow \text{Kalan} = 2x - 5$$



## ÇÖZÜMLÜ TEST

1.  $P(x) = x^{4-n} + x^{n-4} + n$

polinomu sabit polinom ise  $P(4) + P(5) = ?$

- A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13

2.  $P(x) = x^4 - 2x^3 + x + 1$

$Q(x) = x^3 + 2x^2 + x - 3$

$\Rightarrow P(x) - Q(x) = ?$

- A)  $x^4 - x^3$   
 B)  $x^4 - x^3 + x$   
 C)  $x^4 - x^3 + 2x^2 + 4$   
 D)  $x - 4$   
 E)  $x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 4$

3.  $P(x) = \frac{a-4}{x} + (b-2) \cdot \sqrt[3]{x} + 4x + a + b$

ifadesi polinom ise  $P(3) = ?$

- A) 18      B) 12      C) 6      D) 0      E) -6

4.  $P(x) = (a-2)x^3 + (b+1)x^2 + 4x + 5$

$Q(x) = 3x^2 + (c-1)x + d - 1$

$P(x) = Q(x) \Rightarrow a + b + c + d = ?$

- A) 10      B) 12      C) 13      D) 14      E) 15

5.  $P(2x-3) = (2x-1)^6 + 4x + 1$

$\Rightarrow P(-1) = ?$

- A) -1      B) 0      C) 2      D) 4      E) 6

6.  $\text{der} \left[ \frac{P(x)}{Q(x^4)} \right] = 4$

$\text{der}[P(x) \cdot Q(x^2) + Q(x+2)] = 16$

$\Rightarrow \text{der} \left[ \frac{P(x)}{Q(x)} \right] = ?$

- A) 4      B) 10      C) 12      D) 14      E) 16

## ÇÖZÜMLÜ TEST

$$7. \frac{7x+4}{x^2+2x-8} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = ?$$

- A)  $\frac{4}{3}$     B)  $\frac{5}{3}$     C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{3}{5}$     E)  $\frac{7}{3}$

$$8. \frac{P(x-5)}{Q(x)} = x^2 - 5x + 7$$

$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x+4 \\ \hline \phantom{P(x)} \quad | \quad \phantom{x+4} \\ \hline 12 \end{array} \Rightarrow Q(1) = ?$$

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

$$9. P(x) = 3x^3 + 9x^2 + 9x + 3$$

$$\Rightarrow P(\sqrt[3]{7}-1) = ?$$

- A) 3    B) 7    C) 21    D) 28    E) 29

$$10. \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x+2 \\ \hline \phantom{P(x)} \quad | \quad \phantom{x+2} \\ \hline -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x-5 \\ \hline \phantom{P(x)} \quad | \quad \phantom{x-5} \\ \hline 16 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x^2-3x-10 \\ \hline \phantom{P(x)} \quad | \quad \phantom{x^2-3x-10} \\ \hline ? \end{array}$$

- A)  $4x-5$     B)  $3x+1$     C)  $3x+4$   
D)  $2x+6$     E)  $x-1$

$$11. P(x) = x^2 + mx + n - 3$$

$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad (x-1) \cdot (x-2) \\ \hline \phantom{P(x)} \quad | \quad \phantom{(x-1) \cdot (x-2)} \\ \hline 0 \end{array} \Rightarrow m \cdot n = ?$$

- A) -3    B) -5    C) -2    D) -10    E) -15

$$12. P(2x-1) + P(x+2) = 9x - 11$$

$$\Rightarrow P(x) = ?$$

- A)  $3x-7$     B)  $3x+5$     C)  $-3x-2$   
D)  $3x+9$     E)  $4x-1$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

$$13. \begin{array}{r} P(x) \mid x-5 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} Q(x) \mid x-2 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} x^3 \cdot P(x+2) - 2Q(x-1) \mid x-3 \\ \hline ? \end{array}$$

- A) 162 B) 152 C) 142 D) 102 E) 52

$$14. P(x) = x^3 + ax^2 + 4x + 2b$$

$$\begin{array}{r} P(x) \mid (x-1)^2 \\ \hline 0 \end{array} \Rightarrow a \cdot b = ?$$

- A)  $-\frac{7}{2}$  B)  $\frac{2}{7}$  C)  $\frac{21}{8}$  D)  $\frac{11}{8}$  E)  $-\frac{21}{8}$

$$15. P(x^2) = (a-3)x^5 + 2x^4 - (b-1)x^3 + 2 + a$$

$$\Rightarrow P(2) = ?$$

- A) 5 B) 15 C) 30 D) 13 E) 42

$$16. P(x) = 3x^2 \cdot Q(x+1) + 4x - 2$$

$$\Rightarrow \frac{P(3) - 10}{Q(4)} = ?$$

- A) 24 B) 25 C) 27 D) 36 E) 37

$$17. \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{x^2}{7} - x - 3$$

$$\begin{array}{r} Q(6x-1) \mid 3x-4 \\ \hline -2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} P(x) \mid x-7 \\ \hline ? \end{array}$$

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$18. P(x) = 2x^3 - (m+1)x^2 - nx + 3m - 1$$

$$\begin{array}{r} P(x) \mid x^2 - x \\ \hline 0 \end{array} \Rightarrow m - n = ?$$

- A)  $-\frac{1}{3}$  B)  $-\frac{1}{2}$  C)  $\frac{3}{2}$  D) 2 E) 3

## ÇÖZÜMLER

1.  $4 - n \geq 0$     $n - 4 \geq 0$

$$4 \geq n \quad n \geq 4$$

$$n = 4$$

$$P(x) = 1 + 1 + 4$$

$$P(x) = 6 \Rightarrow P(4) + P(5) = ?$$

$$6 + 6 = 12$$

Cevap: D

2.  $P(x) - Q(x) = ?$

$$x^4 - 2x^3 + x + 1 - (x^3 + 2x^2 + x - 3)$$

$$x^4 - 3x^3 + 4 - 2x^2$$

$$x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 4$$

Cevap: E

3.  $P(x) = (a - 4) \cdot x^{-1} + (b - 2) \cdot x^{\frac{1}{3}} + 4x + a + b$   
 $a = 4$     $b = 2$

$$\Rightarrow P(x) = 4x + 6$$

$$P(3) = 4 \cdot 3 + 6 = 18$$

Cevap: A

4.  $P(x) = Q(x)$

$$\Rightarrow a - 2 = 0$$

$$a = 2$$

$$b + 1 = 3$$

$$b = 2$$

$$c - 1 = 4$$

$$c = 5$$

$$d - 1 = 5$$

$$d = 6$$

$$a + b + c + d = 2 + 2 + 5 + 6 = 15$$

Cevap: E

5.  $P(2x - 3) = (2x - 1)^6 + 4x + 1$

$$2x - 3 = -1$$

$$x = 1 \Rightarrow P(-1) = (2 \cdot 1 - 1)^6 + 4 \cdot 1 + 1$$

$$P(-1) = 6$$

Cevap: E

6.  $\text{der}[P(x)] = m$

$$\text{der}[Q(x)] = n \text{ olsun.}$$

$$\Rightarrow -/ \quad m - 4n = 4 \quad n = 2 \quad \boxed{m = 12}$$

$$+ \quad m + 2n = 16$$

$$\hline 6n = 12$$

$$n = 2$$

$$\left[ \frac{P(x)}{Q(x)} \right] = 12 - 2 = 10$$

Cevap: B

**ÇÖZÜMLER**

$$7. \frac{7x+4}{x^2+2x-8} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{x-2}$$

$$\frac{7x+4}{x^2+2x-8} = \frac{Ax-2A+Bx+4B}{x^2+2x-8}$$

$$7x+4 = (A+B)x + 4B - 2A$$

$$2/ \quad A+B=7 \quad B=3 \Rightarrow \boxed{A=4}$$

$$+ \quad 4B - 2A = 4$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$6B = 18$$

$$B = 3$$

$$\frac{A}{B} = \frac{4}{3}$$

**Cevap: A**

$$8. \quad P(x) \overline{) x+4}$$

$$\underline{\hspace{1cm}}$$

$$12 \quad \Rightarrow P(-4) = 12$$

$$\Rightarrow \frac{P(x-5)}{Q(x)} = x^2 - 5x + 7$$

$$x = 1 \text{ için } \frac{P(-4)}{Q(1)} = 3$$

$$12 = 3Q(1) \Rightarrow Q(1) = 4$$

**Cevap: A**

$$9. P(x) = 3(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)$$

$$P(x) = 3(x+1)^3$$

$$P(\sqrt[3]{7}-1) = 3(\sqrt[3]{7}-1+1)^3$$

$$= 3 \cdot 7$$

$$= 21$$

**Cevap: C**

$$10. P(-2) = -5$$

$$P(5) = 16$$

**Kalan: ax + b olsun.**

$$P(x) \overline{) x^2 - 3x - 10}$$

$$\underline{\hspace{1cm}}$$

$$ax + b$$

$$\Rightarrow -/ \quad -2a + b = -5 \quad a = 3 \Rightarrow \boxed{b = 1}$$

$$+ \quad 5a + b = 16$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$7a = 21$$

$$a = 3$$

**Kalan : 3x + 1**
**Cevap: B**

$$11. P(1) = 0 \quad P(2) = 0$$

$$\Rightarrow 1 + m + n - 3 = 0, \quad 4 + 2m + n - 3 = 0$$

$$\Rightarrow -/ \quad m + n = 2$$

$$+ \quad 2m + n = -1$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$m = -3 \quad \boxed{n = 5}$$

$$m \cdot n = -15$$

**Cevap: E**

$$12. P(x) = ax + b \text{ olsun.}$$

$$P(2x-1) + P(x+2) = 9x - 11$$

$$a \cdot (2x-1) + b + a \cdot (x+2) + b = 9x - 11$$

$$2ax - a + b + ax + 2a + b = 9x - 11$$

$$3a = 9 \quad a + 2b = -11$$

$$a = 3 \quad 3 + 2b = -11$$

$$2b = -14$$

$$b = -7$$

$$\Rightarrow P(x) = 3x - 7$$

**Cevap: A**

## ÇÖZÜMLER

13.  $P(5) = 6$

$Q(2) = 5$

$$\Rightarrow x^3 \cdot P(x+2) - 2Q(x-1) \Big| x-3$$

$$= \frac{\quad}{\quad} \Big| x-3$$

$$= \frac{\quad}{\quad} \Big| x-3$$

$\Rightarrow x = 3$  için

$27 \cdot P(5) - 2 \cdot Q(2) = ?$

$27 \cdot 6 - 2 \cdot 5 = 152$

Cevap: B

$$14. \frac{P(x)}{0} \Big| \frac{(x-1)^2}{0} \Rightarrow P(1) = 0$$

$$P'(1) = 0$$

$\Rightarrow 1 + a + 4 + 2b = 0$

$a + 2b = -5$

$P'(x) = 3x^2 + 2ax + 4$

$3 + 2a + 4 = 0$

$2a = -7$

$a = -\frac{7}{2}$

$-\frac{7}{2} + 2b = -5 \Rightarrow b = -\frac{3}{4}$

$\Rightarrow a \cdot b = \frac{21}{8}$

Cevap: C

15.  $P(x^2) \Rightarrow x$  in kuvvetleri çift olmalı

$\Rightarrow a - 3 = 0 \quad -(b - 1) = 0$

$a = 3 \quad b = 1$

$\Rightarrow P(x^2) = 2x^4 + 5$

$P(2) = 2 \cdot 2^2 + 5 \Rightarrow P(2) = 13$

Cevap: D

16.  $P(3) = 3 \cdot 3^2 Q(4) + 4 \cdot 3 - 2$

$P(3) = 27 \cdot Q(4) + 10$

$\Rightarrow \frac{P(3) - 10}{Q(4)} = 27$

Cevap: C

17.  $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{x^2}{7} - x - 3$

$3x - 4 = 0$

$x = \frac{4}{3}$

$Q(6 \cdot \frac{4}{3} - 1) = -2$

$Q(7) = -2$

$\Rightarrow \frac{P(7)}{Q(7)} = \frac{7^2}{7} - 7 - 3$

$\frac{P(7)}{-2} = 7 - 7 - 3$

$P(7) = 6$

Cevap: A

18.  $x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0 \Rightarrow P(0) = 0$

$x = 0 \quad x = 1 \quad P(1) = 0$

$\Rightarrow 2 \cdot 1^3 - (m+1) \cdot 1^2 - n \cdot 1 + 3m - 1 = 0$

$2 - m - 1 - n + 3m - 1 = 0$

$2m - n = 0$

$\Rightarrow 2 \cdot 0 - (m+1) \cdot 0 - n \cdot 0 + 3m - 1 = 0$

$m = \frac{1}{3}$

$n = \frac{2}{3}$

$m - n = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$

Cevap: A

## TEST - 1

1.  $P(x - 3) = 3x^2 + 4x + 3$

$\Rightarrow P(2) = ?$

- A) 23    B) 98    C) 103    D) 110    E) 115

2.  $P(x - 1) = 8x^2 + 2ax - 3$

ve  $P(1) = 9 \Rightarrow a = ?$

- A) -5    B) -4    C) -3    D) -2    E) -1

3.  $P(2x + 3) = x^5 + 2x^4 + 3x^2 - 3$

ise  $P(x)$  in katsayılar toplamı kaçtır?

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E) 3

4.  $P(x) = 3x^3 - 2mx^2 + 3$

$$\begin{array}{r} \text{ve } P(x) \mid x + 1 \\ \underline{\hspace{1cm}} \\ 0 \end{array}$$

$\Rightarrow m = ?$

- A) -2    B) 0    C) 1    D) 2    E) 5

5.  $P(x) = 3x^2 + 2x + a + 3$  ve

$$\begin{array}{r} P(x) \mid x \\ \underline{\hspace{1cm}} \\ 2 \end{array}$$

$\Rightarrow a = ?$

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

6.  $P(x + 2) = x^2 - 3x + k$  ve

$$\begin{array}{r} P(x - 2) \mid x - 1 \\ \underline{\hspace{1cm}} \\ 5 \end{array}$$

$\Rightarrow k = ?$

- A) -18    B) -12    C) 5    D) 12    E) -13

## TEST - 1

7.  $P(x+3) = (x^2 - 3x - 4) \cdot Q(x) + x^2 + 2x + 4$

ve 
$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x-3 \\ \hline -8 \end{array}$$

$\Rightarrow Q(0) = ?$

- A) -1    B) 3    C) 4    D) 6    E) 8

8.  $P(x) + P(3x) = 4x + 6$

$\Rightarrow P(5) = ?$

- A) 8    B) 10    C) 12    D) 14    E) 16

9.  $P(x) = 2x^{13} + 3x^7 - 2x + 1$

$\Rightarrow \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x^6 + 1 \\ \hline ? \end{array}$

- A) 1    B) 3    C)  $3x + 3$   
D)  $-3x - 6$     E)  $-3x + 1$

10.  $P(x)$  başkatsayısı 1 ve 3 dereceden bir polinom olmak üzere

üzerine

$P(1) = P(2) = P(3) = 0 \Rightarrow P(4) = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 6

11.  $P(x^2) = (a-1)x^4 + (a-2)x^3 + 2x^2 + 1$

$\Rightarrow P(3) = ?$

- A) 3    B) 6    C) 16    D) 81    E) 128

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $P(x) = (x^2 + x + 2)^3 + 3 \cdot (x^2 + x - 1)^2 + 1$

$\Rightarrow \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x^2 + x + 3 \\ \hline ? \end{array}$

- A) 0    B) -1    C) 18    D) 48    E) 124

1.B    2.A    3.C    4.B    5.B    6.E    7.B    8.A    9.E    10.E    11.C    12.D



## TEST - 2

1.  $(x-2) \cdot P(x) = x^3 + 4x^2 + ax - 24$

$\Rightarrow P(3) = ?$

- A) -24 B) 27 C) 39 D) 51 E) 65

2.  $P(x) = x^3 + 3x^2 + mx + 4$

$$\begin{array}{r|l} P(x-4) & x-5 \\ \hline & 17 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} P(x) & x+2 \\ \hline & ? \end{array}$$

- A) -10 B) -12 C) -14 D) -18 E) -20

3.  $P(x, y) = (x-y-3)^3 + 2(x-y+1)^2 - x + y + 4$

$$\begin{array}{r|l} P(x, y) & x-y-2 \\ \hline & ? \end{array}$$

- A) -3 B) -2 C) 4 D) 19 E) 23

4.  $P(x) = (x^3 - 9x) \cdot Q(x) + ax + b$

ve  $P(0) = 4$  ,  $P(3) = 19$

$\Rightarrow a + b = ?$

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

5.  $P(x) = x^{\frac{36}{n}} + 4x^{n-2} + 2\sqrt{3} - 4$

$\Rightarrow \max(\text{der}[P(x)]) = ?$

- A) 36 B) 34 C) 18 D) 9 E) 6

6.  $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 10$

$\text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(2x)}\right] = 2$

$\Rightarrow \text{der}[P(x)] = ?$

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

## TEST - 2

7.  $P(x)$ , 3. dereceden ve başkatsayısı 1 olan bir polinom

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x-1 \\ \hline - & 5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} P(x) & x-3 \\ \hline - & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x-5 \\ \hline - & 5 \end{array}$$

$$\Rightarrow P(6) = ?$$

- A) 20    B) 30    C) 40    D) 50    E) 60

8. 
$$\begin{array}{r|l} P(x) & x+5 \\ \hline - & -5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} Q(x) & x+5 \\ \hline - & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6P(x) + 10Q(x) & x+5 \\ \hline - & ? \end{array}$$

- A) -10    B) -5    C) 0    D) 5    E) 6

9.  $P(x) = 3x^2 - 3ax + 6$

$$\begin{array}{r|l} P(x) & (x-2)^2 \\ \hline - & 0 \end{array} \Rightarrow a = ?$$

- A) -3    B) -1    C)  $\frac{3}{2}$     D) 3    E) 4

10.  $(2x^2 + 3x + 4) \cdot (x^3 + x^2 + 2x - 2) = \dots + ax^4 + \dots$

$$\Rightarrow a = ?$$

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) -8

11.  $P(x)$  bir polinom

$$x^4 \cdot P(x) = (6-a)x^8 + (b+2)x^7 + (a+3)x^3 + b+3$$

$$\Rightarrow a + b = ?$$

- A) 9    B) 6    C) -6    D) -3    E) -9

12.  $P(x) + P(a) = x^4 - ax^3 + 20$

$$\Rightarrow P(a) = ?$$

- A) 5    B) 10    C) 20    D) 30    E) 35

## TEST - 3

1.  $P(x, y) = x^2y + 3y^2 + 2xy + 3$

$P(1, -2) = ?$

- A) 3    B) 6    C) 9    D) 11    E) 14

2.  $P(x) = x^{\frac{n}{2}} + 3x^{8-n} + x^{n-1}$

ifadesi bir polinom ise  $n$  kaç farklı tamsayı değeri alır?

- A) 5    B) 4    C) 3    D) 2    E) 1

3.  $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 9$

$\text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = 5$

$0 \Rightarrow \text{der}[Q[P^2(2x+1)]] = ?$

- A) 9    B) 5    C) 4    D) 28    E) 35

4.  $P(x) = (2a - 4)x^3 + 3x^2 + (b + 1)x + cx^2$  dir.

$P(x) = 0$  a.b.c = ?

- A) 0    B) 2    C) 3    D) 4    E) 6

5.  $P(x) + P\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 - 8$

$P(2) + P\left(\frac{1}{2}\right) = ?$

- A) -4    B) 10    C) 5    D) 6    E) -2

## TEST - 3

7.  $P(x) = (x + 2)^3 + 3(x + 2)^2 + 3x + 7$   
 $P(\sqrt[3]{6} - 3) = ?$

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

8.  $P(x - 1) + P(x + 1) = 2x^2 - 2x + 10$   
 $P(x) = ?$

- A)  $x^2 - x + 4$   
 B)  $2x^3 - 3$   
 C)  $x^2 + 2x - 1$   
 D)  $3x^2 + 4x + 2$   
 E)  $x^2 + 1$

9.  $P(x - 2) = x^3 - x + 7$  polinomu veriliyor.

$$\begin{array}{r|l} P(2x+1) & x+1 \\ \hline & B(x) \\ \hline & k \Rightarrow k = ? \end{array}$$

- A) -2    B) 0    C) 5    D) 6    E) 7

10. 
$$\begin{array}{r|l} P(x) & x^2 - x - 2 \\ \hline & Q(5x - 2) \text{ olduğuna göre,} \\ \hline & x^3 - 2x \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} P(x+1) & x-1 \quad K = ? \\ \hline & K \end{array}$$

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 8

11.  $P(x) = x^3 + 3x^2 - mx + n$

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x^2 + 1 \\ \hline & \Rightarrow m + n = ? \\ \hline & 3x - 2 \end{array}$$

- A) -3    B) -2    C) -1    D) 0    E) 1

12.  $P(x) = m \cdot x^{2017} + n \cdot x^{2016}$

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x+2 \\ \hline & \Rightarrow (2m - n) = ? \\ \hline & 0 \end{array}$$

- A) 0    B) 1    C) 2    D)  $2^{2017}$     E)  $2^{2018}$

## TEST - 3

$$13. \begin{array}{l} P(x) \\ \hline x^3 - 8 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} P(x) \\ \hline x^2 + 2x + 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \hline \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \hline \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} x^2 + 3 \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ K = ?$$

- A)  $-3x$       B)  $-2x - 3$       C)  $-2x - 1$   
D)  $2x$       E)  $3x - 2$

$$14. P(3) = 7, P(2) = 5$$

$$\begin{array}{l} P(x) \\ \hline x^2 - 5x + 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \hline \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ ?$$

- A)  $2x + 1$       B)  $4x + 2$       C)  $3x + 3$   
D)  $2x - 3$       E)  $5x + 6$

$$15. P(x + 3) = Q(x + 1) \cdot (x^3 + 2)$$

$$\begin{array}{l} Q(x) \\ \hline x - 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} P(x) \\ \hline x - 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \hline \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \hline \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ 5 \quad \quad \quad ?$$

- A) 105    B) 135    C) 145    D) 185    E) 195

$$16. P(x) = x^{16} - 3x^8 + 4x^4 + 5$$

$$\begin{array}{l} P(x) \\ \hline x^4 - 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \hline \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ ?$$

- A) 16    B) 17    C) 18    D) 19    E) 20

$$17. P(3x + 1) + P(2x - 1) = 15x - 8$$

$$\begin{array}{l} P(x) \\ \hline x + 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \hline \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ ?$$

- A)  $-16$     B)  $-4$     C)  $2$     D)  $4$     E)  $8$

$$18. \begin{array}{l} P(x) \\ \hline x^2 + 2x + 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} P^2(x) \\ \hline x^2 + 2x + 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \hline \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \hline \\ \hline \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \\ 2x + 3 \quad \quad \quad ?$$

- A)  $3x$       B)  $3x + 1$       C)  $3x - 3$   
D)  $4x + 1$       E)  $4x + 4$

1.C 2.B 3.D 4.E 5.A 6.C 7.D 8.A 9.E 10.B 11.A 12.A 13.C 14.A 15.C 16.B 17.A 18.D

## EXTRA SORULAR

1.  $P(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-4)$

$$\begin{array}{r} P(x+1) \mid x+2 \\ \underline{\quad\quad} \quad B(x) \\ \quad\quad\quad k \end{array} \Rightarrow k = ?$$

- A) 5    B) 13    C) -11    D) -18    E) -30

2.  $P\left(\frac{3x+7}{5}\right) = x^3 - 4x^2 + 2ax - 5$

$$P(2) = 0 \Rightarrow a = ?$$

- A) -3    B) -2    C) 1    D) 2    E) 4

3.  $P(x) = (x+1) \cdot (x+2) \cdot Q(x) + px + r$

$$P(-1) = 3, \quad P(-2) = 9$$

$$\Rightarrow p + r = ?$$

- A) 2    B) -9    C) 4    D) -7    E) -5

4.  $P(x-1) \cdot P(x+1) = 9x^2 - 6x - 8$

$$\Rightarrow P(x) = ?$$

- A)  $3x-1$     B)  $3x+1$     C)  $3x+2$   
D)  $3x-2$     E)  $3x+3$

5.  $P(x) = 2x^7 - 3x^3 + 4x^2 + mx$

$$P(-1) = 0 \Rightarrow m = ?$$

- A) -5    B) -3    C) 0    D) 3    E) 5

6.  $P(x) = 4x^2 - x + 12$

$$\Rightarrow P(3x+1) \mid x+2$$

$$\begin{array}{r} \underline{\quad\quad} \quad \quad \quad \\ \quad\quad\quad ? \end{array}$$

- A) 110    B) 112    C) 117    D) 121    E) 125

## EXTRA SORULAR

$$7. \begin{array}{r} P(x) \\ - \end{array} \begin{array}{r} x+1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} P(x) \\ - \end{array} \begin{array}{r} x-2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} P(x) \\ - \end{array} \begin{array}{r} (x+1) \cdot (x-2) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ax+b \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow ax + b = ?$$

- A)  $4x + 2$       B)  $4x - 2$       C)  $2x - 2$   
D)  $x - 4$       E)  $2x + 4$

$$8. P(x) = (x^2 - 1) \cdot Q(x) + 4x + 5$$

$$P(x) = (x - 1) \cdot K(x) + R$$

$$\Rightarrow R = ?$$

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

$$9. P(x) = 0$$

$$P(x) = (2a - b)x^3 + (b - 4)x^2 + b - a - 2c$$

$$\Rightarrow c = ?$$

- A) -2      B) 0      C) 1      D) 3      E) 5

$$10. P(x) = x^6 + 2x^4 - x^3 + x - 1$$

polinomunun  $(x^3 - 2)$  ile bölümünden kalan kaç-  
tır?

- A)  $3x + 1$       B)  $5x + 2$       C)  $5x + 1$   
D)  $3x - 1$       E)  $3x + 2$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

$$11. (x + 1) \cdot P(x) + k = x^3 + x^2 - 4x$$

$$\Rightarrow k = ?$$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

$$12. \begin{array}{r} x^6 - x^4 + x^2 + m \\ - \end{array} \begin{array}{r} x^2 - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} B(x) \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow m = ?$$

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

1. E    2. E    3. B    4. A    5. E    6. C    7. B    8. C    9. C    10. C    11. D    12. B

$$ax^2 + bx + c = 0$$

şeklindeki eşitliğin ikinci dereceden denk olması için;

1.  $a \neq 0$
2.  $a, b, c \in \mathbb{R}$  olmalıdır.

## 2. DERECEDEEN DENKLEMLERİN ÇÖZÜM KÜMESİ

### 1. Çarpanlara Ayırma

$$K(x) = 0$$

↓

$$f(x) \cdot g(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \text{ veya}$$

$$g(x) = 0$$

ÖRNEK-1

$$2x^{a-3} + 4x + 5 = 0$$

ifadesi 2. dereceden bir denklem ise

$$a = ?$$

Çözüm

$$a - 3 = 2$$

$$a = 5$$

ÖRNEK-2

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \quad \nearrow -4 \\ x \quad \searrow +2 \end{array}$$

$$2x - 4x = -2x$$

$$\Rightarrow (x - 4) \cdot (x + 2) = 0$$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$\text{Ç.K} = \{-2, 4\}$$

ÖRNEK-3

$$2x^2 + 11x + 5 = 0$$

$$\text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$2x^2 + 11x + 5 = 0$$

$$\begin{array}{l} 2x \quad \nearrow +1 \\ x \quad \searrow +5 \end{array}$$

$$\Rightarrow (2x + 1) \cdot (x + 5) = 0$$

$$2x + 1 = 0$$

$$x + 5 = 0$$

$$\text{Ç.K} = \{-5, -\frac{1}{2}\}$$

$$2x = -1$$

$$x = -5$$

$$x = -\frac{1}{2}$$



## 2. DERECEDEKİ DENKLEME DÖNÜŞTÜRÜLEBİLEN DENKLEMLER

### a. Değişken Değiştirme

Tekrar eden yada ilişkili ifadeler yardımcı bir bilinmeyene eşitlenerek çözülür.

ÖRNEK-4

$$(x^2 - x)^2 - 22(x^2 - x) + 40 = 0$$

$$\text{Ç.K.} = ?$$

Çözüm

$$x^2 - x = t \text{ olsun.}$$

$$t^2 - 22t + 40 = 0$$

$$t \quad -20$$

$$t \quad -2$$

$$(t - 20) \cdot (t - 2) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$t = 20 \quad t = 2$$

$$\Rightarrow x^2 - x = 20 \Rightarrow x^2 - x = 2$$

$$x^2 - x - 20 = 0 \quad x^2 - x - 2 = 0$$

$$x \quad -5 \quad x \quad -2$$

$$x \quad +4 \quad x \quad +1$$

$$(x - 5) \cdot (x + 4) = 0 \quad (x - 2) \cdot (x + 1) = 0$$

$$x = 5, \quad x = -4 \quad x = 2, \quad x = -1$$

$$\text{Ç.K.} = \{-4, -1, 2, 5\}$$

ÖRNEK-5

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \quad \text{Ç.K.} = ?$$

Çözüm

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = t \text{ olsun.}$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$\begin{array}{l} t \quad -9 \\ t \quad -4 \end{array}$$

$$(t - 9) \cdot (t - 4) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$t = 9 \quad t = 4$$

$$\Rightarrow x^2 = 9, \quad x^2 = 4$$

$$x = 3 \quad x = -3 \quad x = 2 \quad x = -2$$

$$\text{Ç.K.} = \{-3, -2, 2, 3\}$$

ÖRNEK-6

$$4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \quad \text{Ç.K.} = ?$$

Çözüm

$$2^x = a \text{ olsun.}$$

$$a^2 - 6 \cdot a + 8 = 0$$

$$a \quad -4$$

$$a \quad -2$$

$$(a - 4) \cdot (a - 2) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$a = 4 \quad a = 2$$

$$\Rightarrow 2^x = 4, \quad 2^x = 2$$

$$2^x = 2^2 \quad x = 1$$

$$x = 2$$

$$\text{Ç.K.} = \{1, 2\}$$

## b. Köklü İfadeler

Köklü kısım yalnız bırakıldıktan sonra her iki tarafın karesi alınarak çözülür.



## NOT - 1

Kökü derecesi çift ise bulunan köklerinden denklemini sağlayıp sağlamadığı kontrol edilir.

$$2n+1\sqrt{f(x)} = g(x) \Rightarrow f(x) = [g(x)]^{2n+1}$$

$$2n\sqrt{f(x)} = g(x) \Rightarrow f(x) = [g(x)]^{2n}$$

$$(f(x) \geq 0 \text{ ve } g(x) \geq 0)$$

## c. Mutlak Değer

Mutlak Değerin içi pozitif ve negatif kabul edilerek iki türlü çözüm yapılır.



## ÖRNEK-7

$$\sqrt{x+3} - x = 1$$

$$\text{Ç.K.} = ?$$

Çözüm

$$\sqrt{x+3} = x+1$$

$$x+3 = (x+1)^2$$

$$x+3 = x^2 + 2x + 1$$

$$0 = x^2 + x - 2$$

$$\begin{array}{l} x \quad +2 \quad x = -2 \\ x \quad -1 \quad x = 1 \end{array}$$

$$\sqrt{x+3} - x = 1$$

$$\sqrt{x+3} - x = 1$$

$$\sqrt{-2+3} - (-2) = 1$$

$$3 \neq 1$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{1+3} - 1 = 1 \\ 2 - 1 = 1 \\ 1 = 1 \end{array}$$

$$\text{Ç.K.} = \{1\}$$

## ÖRNEK-8

$$x^2 - 2|x| - 8 = 0$$

$$\text{Ç.K.} = ?$$

Çözüm

$$\bullet x \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \quad -4 \quad x = 4 \\ x \quad +2 \quad x = -2 < 0 \end{array}$$

$$\bullet x < 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \quad +4 \\ x \quad -2 \quad x = -4 \quad x = 2 > 0 \end{array}$$

$$\text{Ç.K.} = \{-4, 4\}$$

## 3. Diskriminant Yardımıyla Çözme:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

1.  $\Delta > 0$  ise iki farklı reel kök vardır.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2.  $\Delta = 0$  ise çift katlı (çakışık) yani tek kökü vardır.

$$x_1 = x_2 \text{ 'dir.}$$

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

3.  $\Delta < 0$  ise reel kök yoktur.



## NOT - 1

$$x_1 = m + \sqrt{n} \Rightarrow x_2 = m - \sqrt{n} \text{ dir.}$$

**ÖRNEK-9**

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad \text{Ç.K.} = ?$$

**Çözüm**

$$a = 1, b = 3, c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_1 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$$

**ÖRNEK-10**

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \quad \text{Ç.K.} = ?$$

**Çözüm**

$$a = 1, b = -6, c = 9$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

$$x_1 = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3 = x_2$$

$$\text{Ç.K.} = \{3\}$$

**ÖRNEK-11**

$x^2 - 4x + m = 0$  denkleminin tek kökü olduğuna göre  $m = ?$

**Çözüm**

Tek kökü varsa  $\Delta = 0$ 'dır.

$$(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = 0$$

$$16 = 4m$$

$$m = 4$$

**Kök - Katsayı İlişkisi**

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olsun.

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2$$

**NOT - 1**

Simetrik iki kök varsa

$$x_1 = -x_2$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

**ÖRNEK-12**

$2x^2 - 3x - 5 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$x_1 + x_2 = ?$$

$$x_1 \cdot x_2 = ?$$

**Çözüm**

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-5}{2}$$

**ÖRNEK-13**

$$f(x) = 3x^2 + (m-2)x + 4 \quad f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$$x_1 + x_2 = 2 \quad m = ?$$

**Çözüm**

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2$$

$$-\frac{(m-2)}{3} = 2 \quad -m + 2 = 6$$

$$m = -4$$

## ÖRNEK-14

$x^2 - (a + 3)x + 6 = 0$  denkleminin simetrik iki kökü olduğuna göre  $a = ?$

Çözüm

$$x_1 = -x_2 \text{ dir.}$$

$$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow -\frac{(a+3)}{1} = 0$$

$$a + 3 = 0$$

$$a = -3$$

## ÖRNEK-16

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$$x_1 = 2 - \sqrt{3}, \quad x_2 = 2 + \sqrt{3}$$

$f(x)$  ikinci dereceden bir fonksiyon ise  $f(x) = ?$

Çözüm

$$f(x) = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$$

$$x_1 \cdot x_2 = (2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 1 = 0$$

## Kökleri Verilen Denklemini Yazma

$f(x)$  in kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olsun.

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$$1) \quad f(x) = (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

$$2) \quad f(x) = x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

## ÖRNEK-15

Kökleri 3 ve  $-2$  olan 2. dereceden denklemini yazın.

Çözüm

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -2$$

$$\Rightarrow (x - 3) \cdot (x - (-2)) = 0$$

$$(x - 3) \cdot (x + 2) = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

1.  $5x = x^2 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A) {5}                      B) {1, 5}                      C) {0, 5}  
D) {-5, 5}                      E) {-5, 1}

2.  $2x^2 - 3x - 20 = 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $\{-\frac{5}{2}, 4\}$                       B)  $\{-4, \frac{5}{2}\}$                       C) {-5, 4}  
D) {-4, 5}                      E) {-4, -5}

3.  $x^2 + 2x + m = 0$  denkleminin reel kökü olmadığına göre m nin en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 6                      B) 5                      C) 4                      D) 3                      E) 2

4.  $x^2 - (a + 4)x + 2a = f(x)$   $f(x_1) = f(x_2) = 0$   
 $x_1 + x_2 = 2x_1 \cdot x_2 \Rightarrow a = ?$

- A) 1                      B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{2}{3}$                       D)  $\frac{4}{3}$                       E) 4

5.  $x^2 + 6x + m = f(x)$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$x_1 - x_2 = 4 \Rightarrow m = ?$

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

6.  $x^2 - 4x - 3 = f(x)$

$f(x_1) = f(x_2) = 0 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = ?$

- A) 16                      B) 22                      C) 24                      D) 28                      E) 30

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

7.  $f(x) = -x^2 + (a - 1)x + a = 0$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$x_1 = x_2 \Rightarrow a = ?$

- A) -2                      B) -1                      C) 0                      D) 1                      E) 2

8.  $f(x) = x^2 - 2x - 5$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$\Rightarrow \frac{24}{x_1^2 - 2x_1 + 3} + \frac{20}{x_2^2 - 2x_2 + 5} = ?$

- A) 5                      B) 6                      C) 8                      D) 10                      E) 11

## ÇÖZÜMLÜ TEST

9.  $(a - 1)x^2 + (a^2 - 1)x - 4a = 0$   
denkleminin simetrik ( $x_1 = -x_2$ )  
iki kökü varsa  $a = ?$

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

10.  $f(x_1) = f(x_2) = 0$   
 $x_1 = 4 - \sqrt{2} \Rightarrow f(x) = ?$

- A)  $x^2 - 8x + 14 = 0$  B)  $x^2 - 8x - 14 = 0$   
C)  $x^2 - 8x + 8 = 0$  D)  $x^2 + 8x - 8 = 0$   
E)  $x^2 + 8x + 10 = 0$

11.  $(x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24 = 0$   
 $\Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $\{-2, -1, 3, 4\}$  B)  $\{-4, -3, -2, -1\}$   
C)  $\{-2, -1, 0, 1\}^2$  D)  $\{0, 1, 2, 3\}$   
E)  $\{-2, 3\}$

12.  $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

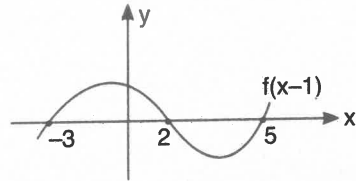
- A)  $\{0\}$  B)  $\{1, 2\}$  C)  $\{0, 2\}$   
D)  $\{2\}$  E)  $\{\emptyset\}$

13.  $f(x) = x^2 + 5x - 7 = 0$

$f(x_1) = 0 \Rightarrow x_1 - \frac{7}{x_1} = ?$

- A) -7 B) -6 C) -5 D) 5 E) 7

14.



$\Rightarrow f(x)$  in kökler toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 4 E) 7

## ÇÖZÜMLÜ TEST

$$15. \frac{x+1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2+x}$$

$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 1      B) 0      C) -1      D) -2      E) -3

$$16. x^2 - 8x + 4 = f(x)$$

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}} + \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} = ?$$

- A) 0      B) 2      C) 4      D) 6      E) 8

$$17. (a+3)x^2 - 2ax + 5 = f(x)$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow a = ?$$

- A) 1      B) 4      C) 6      D) 8      E) 9

$$18. f(x) = x^2 + 4x - 2$$

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$$\text{ve } g(x_1 + 2) = g(x_2 + 2) = 0 \Rightarrow g(x) = ?$$

- A)  $x^2 - 6$       B)  $x^2 - x - 6$       C)  $x^2 + 6$   
D)  $x^2 + x + 6$       E)  $x^2 - 2x - 6$

$$19. x^2 - (3m - 9)x + m^2 + 2 = f(x)$$

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$$x_1 \neq x_2 \text{ ve } |x_1| = x_2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = ?$$

- A) 11      B) 12      C) 13      D) 14      E) 15

$$20. x^2 + |x + 2| - 4 = 0$$

denkleminin kökleri toplamı kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

## ÇÖZÜMLER

$$\begin{aligned}
 1. \quad 5x &= x^2 \Rightarrow x^2 - 5x = 0 \\
 &x(x-5) = 0 \\
 &x = 0, x = 5 \\
 \text{Ç.K} &= \{0, 5\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad 2x^2 - 3x - 20 &= 0 \\
 2x \quad +5 &\rightarrow 2x = -5 \\
 x \quad -4 &x = -\frac{5}{2} \\
 &x = 4 \\
 \text{Ç.K} &= \left\{-\frac{5}{2}, 4\right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad x^2 + 2x + m &= 0 \text{ reel kök yok ise } \Delta < 0 \\
 \Delta &= b^2 - 4ac \\
 2^2 - 4 \cdot m \cdot 1 &< 0 \\
 4 - 4m &< 0 \\
 4 < 4m &\Rightarrow 1 < m \\
 m \text{ en az } 2 &\text{ olur.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad x_1 + x_2 &= a + 4 \quad x_1 \cdot x_2 = 2a \\
 a + 4 &= 4a \\
 a &= \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad x_1 + x_2 &= -6 \\
 x_1 - x_2 &= 4 \Rightarrow 2x_1 = -2 \\
 &x_1 = -1 \\
 f(-1) &= 0 \Rightarrow (-1)^2 + 6 \cdot (-1) + m = 0 \\
 &m = 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad x^2 - 4x - 3 &= 0 \text{ ise} \\
 x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 \\
 &= (+4)^2 - 2 \cdot (-3) \\
 &= 22
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7. \quad x_1 = x_2 &\Rightarrow \Delta = 0 \text{ dir.} \\
 (a-1)^2 + 4 \cdot 1 \cdot a &= 0 \\
 a^2 - 2a + 1 + 4a &= 0 \\
 a^2 + 2a + 1 &= 0 \\
 (a+1)^2 &= 0 \\
 a + 1 &= 0 \\
 a &= -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. \quad x^2 - 2x - 5 &= 0 \\
 f(x_1) &= 0 \Rightarrow x_1^2 - 2x_1 = 5 \\
 f(x_2) &= 0 \Rightarrow x_2^2 - 2x_2 = 5 \\
 \frac{24}{5+3} + \frac{20}{5+5} &= 3 + 2 = 5
 \end{aligned}$$



## ÇÖZÜMLER

9.  $x_1 + x_2 = 0$

$$\frac{-(a^2-1)}{a-1} = 0$$

$$\frac{(a-1) \cdot (a+1)}{a-1} = 0$$

$$-(a+1) = 0 \Rightarrow a = -1$$

10.  $x_1 = 4 - \sqrt{2}$

$x_2 = 4 + \sqrt{2}$

$$f(x) = x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2$$

$x_1 + x_2 = 8$

$x_1 \cdot x_2 = 14$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 8x + 14$$

11.  $x^2 - 2x = a$  olsun.

$a^2 - 11a + 24 = 0$

$a = -8 \rightarrow a = 8$

$a = -3 \rightarrow a = 3$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$x = -4$

$x = +2$

$x = 4$

$x = -2$

$\text{Ç.K} = \{-2, -1, 3, 4\}$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$x = -3$

$x = +1$

$x = 3$

$x = -1$

12.  $3^x = a$  olsun.

$a^2 - 10a + 9 = 0$

$a = -9 \rightarrow a = 9$

$a = -1 \rightarrow a = 1$

$3^x = 9 \quad 3^x = 1$

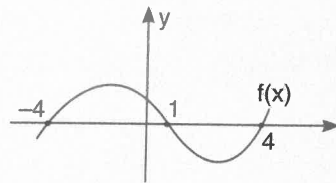
$x = 2 \quad x = 0$

$\text{Ç.K} = \{0, 2\}$

13.  $x^2 + 5x - 7 = 0$

$\Rightarrow x_1^2 + 5x_1 - 7 = 0 \Rightarrow x_1^2 - 7 = -5x_1$

$x_1 - \frac{7}{x_1} = \frac{x_1^2 - 7}{x_1} = \frac{-5x_1}{x_1} = -5$

14.  $f(x-1)$  in grafiği  $f(x)$  in 1 birim sağa ötelenmiş halidir.Kökleri  $-4, 1, 4$ 

$-4 + 1 + 4 = 1$

## ÇÖZÜMLER

$$15. \frac{x+1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2+x}$$

$$(x+1)(x)$$

$$\frac{(x+1)^2+x}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$$

$$x^2+2x+1+x=1$$

$$x^2+3x=0$$

$$x(x+3)=0$$

$$x=0 \quad x=-3$$

↓

Paydada tanımsız yapar.

$$16. x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}} + \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} = \frac{\sqrt{x_1 \cdot x_2}}{x_2} + \frac{\sqrt{x_1 \cdot x_2}}{x_1}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x_2} + \frac{2}{x_1} = \frac{2(x_1+x_2)}{x_1 \cdot x_2} = \frac{2 \cdot 8}{4} = 4$$

$$17. f(1) = 0 \Rightarrow$$

$$(a+3) \cdot 1^2 - 2a \cdot 1 + 5 = 0$$

$$a+3-2a+5=0$$

$$a=8$$

$$18. g(x) = x_2 - (x_1 + 2 + x_2 + 2)x + (x_1 + 2) \cdot (x_1 + 2)$$

$$g(x) = x^2 - (x_1 + x_2 + 4)x + x_1 \cdot x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4$$

$$x_1 + x_2 = -4$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - (-4+4)x - 2 + 2 \cdot (-4) + 4$$

$$g(x) = x^2 - 6$$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

$$19. |x_1| = x_2 \Rightarrow x_1 \neq x_2 \Rightarrow x_1 = -x_2$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \text{ (Simetrik kök)}$$

$$3m - 9 = 0$$

$$3m = 9 \Rightarrow m = 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = m^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$$

$$20. x^2 + |x+2| - 4 = 0$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \text{ Kritik nokta}$$

$$x < -2 \Rightarrow x^2 - x - 2 - 4 = 0 \quad x < -2$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \quad x < -2$$

$$x - 3 \Rightarrow x = 3 \text{ İkiside alınmaz.}$$

$$x + 2 \Rightarrow x = -2$$

$$x \geq -2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$x + 2 \rightarrow x = -2$$

$$x - 1 \rightarrow x = 1$$

$$\text{Kökler } \{-2, 1\} \Rightarrow -2 + 1 = -1$$

## TEST - 1

1.  $f(x) = x^2 - mx + 6$   
 $f(2) = 0$   $m = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

2.  $2x^2 + 6x + a = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$ 'dir.

$x_1 - x_2 = 5 \Rightarrow a = ?$

- A) -2      B) -4      C) -5      D) -7      E) -8

3.  $f(x) = x^2 - 5x + 5$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$\Rightarrow x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = ?$

- A) 5      B) 10      C) 15      D) 16      E) 25

4.  $(x-2) \cdot (x-3) \cdot (x-4) \cdot (x-5) = 24$

$\sum x = ? (x \in \mathbb{Z})$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

5.  $x^2 - 4x + k = 0$  denkleminin iki farklı reel kökü olduğuna göre  $k$ 'nın alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

6.  $f(x) = x^2 + 4x + 2$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = ?$

- A) -3      B) -2      C) -1      D) 0      E) 1

## TEST - 1

7.  $3x^2 - ax + 6 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$ 'dir.  
 $x_1^2 \cdot x_2 = -4$   $a = ?$

- A) -10 B) -9 C) -8 D) -7 E) -5

8.  $x > 0$

$x - \frac{7}{x} = 6$   $x = ?$

- A) 2 B) 6 C) 7 D) 12 E) 14

9.  $3x^2 + \frac{1}{x-4} = 48 - \frac{1}{4-x}$

$\text{Ç.K} = ?$

- A)  $\{-4\}$  B)  $\{4\}$  C)  $\{-4, 4\}$  D)  $\emptyset$  E) R

10.  $\frac{x \cdot (3-x) \cdot (x-5)}{25-x^2} = 0 \Rightarrow \text{ÇK} = ?$

- A)  $\{-5\}$  B)  $\{0, -5\}$  C)  $\{0, 3\}$   
D)  $\{-5, 0, 3\}$  E)  $\{-5, 0, 3, 5\}$

11.  $f(x) = (2-a)x^2 - (a^2-4)x - 1$

$f(x_1) = f(-x_1) = 0$   $a = ?$

- A) -2 B) 2 C) 4 D) 5 E) 8

12.  $f(x) = x^2 - 3x - 6$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$\frac{20}{x_1^2 - 3x_1 - 2} + \frac{12}{x_2^2 - 3x_2 - 4} = ?$

- A) 6 B) 11 C) 12 D) 24 E) 28

## TEST - 2

1.  $(m - 3)x^3 + 2x^{n-2} - 5x + 1 = 0$  denklemi ikinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklem olduğuna göre  $m \cdot n$  kaçtır?

- A) 1      B) 12      C) 20      D) 32      E) 40

2.  $9^x - 6 \cdot 3^x + 9 = 0$       Ç.K = ?

- A) {1}      B) {-1, 1}      C) {1, 2}  
D) {0, 1}      E) {0, 1, 2}

3.  $\sqrt{2x+7} = x - 4$        $x \in \mathbb{Z}$        $\sum x = ?$

- A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13

4.  $(x^2 - x)^2 - 4(x^2 - x) - 12 = 0$        $\sum x = ?$   
 $(x \in \mathbb{Z})$

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 2      E) 3

5.  $|x^2 - 3x + 4| = x + 9$        $\prod x = ?$        $(x \in \mathbb{Z})$

- A) -12      B) -5      C) -4      D) -3      E) 1

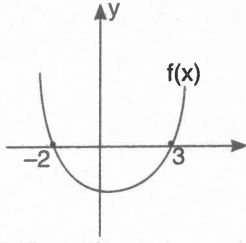
6.  $ax^2 + bx - c = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$x_1 + x_2 = 4 \cdot x_1 \cdot x_2 \Rightarrow \frac{b}{c} = ?$$

- A) 3      B)  $\frac{1}{3}$       C) 4      D)  $\frac{1}{4}$       E) -4

## TEST - 2

7.



$$f(x) = x^2 + bx + c \quad b \cdot c = ?$$

- A) -6    B) -1    C) -2    D) 3    E) 6

8.  $x^2 - 7x - m - 1 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$ 'dir.  
 $|x_1 - x_2| = 9$   $m = ?$

- A) -5    B) 0    C) 4    D) 7    E) 9

9.  $x^2 - 2x - 4 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.  
Kökleri  $(x_1 - 3)$  ve  $(x_2 - 3)$  olan 2. dereceden denklemin hangisidir?

- A)  $x^2 - 3x - 7 = 0$                       B)  $x^2 - 4x - 1 = 0$   
C)  $x^2 + 4x + 1 = 0$                       D)  $x^2 + 4x - 1 = 0$   
E)  $-x^2 + x - 1 = 0$

10.  $m \cdot x^2 + (2m - 1)x + m + 1 = 0$  denkleminin çakışık iki kökü olduğuna göre  $m = ?$

- A)  $\frac{3}{2}$     B) 1    C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{1}{4}$     E)  $\frac{1}{8}$

11.  $x^2 - 18x + 2a - 6 = 0$  denkleminin kökleri 4 ve 5 ile orantılı olduğuna göre  $a = ?$

- A) 30    B) 40    C) 43    D) 53    E) 86

12.  $x^2 - (a - 2)x + 5b = f(x)$

$$f(a) = f(b) = 0 \quad a \cdot b = ?$$

- A) -10    B) -9    C) -8    D) -7    E) -6

1.B    2.A    3.A    4.B    5.B    6.C    7.E    8.D    9.D    10.E    11.C    12.A

## TEST - 3

1.  $(x^2 + 1)^2 - 17(x^2 + 1) + 16 = 0$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 8 D) 16 E) 17

2.  $4^{x+1} - 12 \cdot 2^x + 8 = 0$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3.  $x^2 + ax - b = 0$  denkleminin bir kökü  $5 + 2\sqrt{2}$  ise  $a \cdot b = ?$

- A) -170 B) -100 C) 25 D) 100 E) 170

4.  $f(x) = x^2 - 2x + 4a = 0$

$g(x) = x^2 + ax - 8 = 0$

$$\left. \begin{array}{l} f(x_1) = f(x_2) = 0 \\ g(x_1) = g(x_3) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a = ?$$

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

5.  $3x^2 - 6x - a = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$3x_1 - 2x_2 = 1 \Rightarrow a = ?$

- A) -4 B) -3 C) 1 D) 4 E) 5

6.  $\frac{3}{5} + \frac{2}{x} - \frac{3}{5x^2} = f(x) = 0$

$f(x_1) = f(x_2) = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = ?$

- A)
- $\frac{5}{3}$
- B)
- $\frac{3}{5}$
- C)
- $-\frac{10}{3}$
- D)
- $\frac{3}{10}$
- E)
- $-\frac{3}{10}$

## TEST - 3

7.  $x^2 - (2m - 1)x + 4 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3 \Rightarrow m = ?$$

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 12

8.  $x^2 - 2mx + m + 2 = f(x) = 0$

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \Sigma M = ?$$

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

9.  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$\Rightarrow$  Kökleri  $\frac{1}{x_1}$  ve  $\frac{1}{x_2}$  olan denklemi aşağıdaki-  
lerden hangisidir?

- A)  $x^2 - 2x - 6 = 0$       B)  $3x^2 - 4x + 13 = 0$   
 C)  $3x^2 - 4x - 1 = 0$       D)  $3x^2 - 4x + 1 = 0$   
 E)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$

10.  $f(x_1) = f(x_2) = 0$

$$2x_1 + 2x_2 - x_1 \cdot x_2 = 1$$

$$x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = ?$$

- A)  $x^2 + x = 0$       B)  $x^2 - x - 6 = 0$   
 C)  $3x^2 - 4x - 1 = 0$       D)  $x^2 - x + 1 = 0$   
 E)  $2x^2 + 4x - 1 = 0$

11.  $x^2 + 3x + c = f(x)$

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

$$x_1^3 x_2 + x_2^3 \cdot x_1 = 9 \Rightarrow c = ?$$

- A)
- $\frac{1}{2}$
- B) 1      C)
- $\frac{3}{2}$
- D) 2      E) 4

12.  $f(x) = 3x^2 + (m - 1)x - 9 = 0$

$$f(x_1) = 0$$

$$x_1 - \frac{3}{x_1} = 2 \Rightarrow m = ?$$

- A) -1      B) -2      C) -3      D) -4      E) -5

1.A    2.A    3.E    4.B    5.B    6.C    7.B    8.B    9.D    10.D    11.C    12.E



## EXTRA SORULAR

1.  $f(x) = x^2 + x + m$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$x_1 = 2x_2 \Rightarrow m = ?$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

A)  $\frac{2}{3}$  B)  $\frac{7}{5}$  C)  $\frac{7}{11}$  D)  $\frac{3}{4}$  E)  $\frac{2}{9}$

2.  $f(x) = x^2 - 2mx + 8$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$x_1 = x_2^2 \Rightarrow 3x_1 + 2x_2 = ?$

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

3.  $\frac{-3}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 0 \Rightarrow x = ?$

A)  $-\frac{2}{9}$  B)  $-\frac{2}{7}$  C)  $\frac{2}{8}$  D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{1}{5}$

4.  $f(x) = mx^2 + 6x - n$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$x_1 = x_2 \Rightarrow m \cdot n = ?$

A) -11 B) -10 C) -9 D) -8 E) -7

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

5.  $x^2 + (m^2 - 16)x - 2 + m = 0$

$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow m = ?$

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

6.  $m > 0$

$m - \frac{6}{m} = 1 \Rightarrow m = ?$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

## EXTRA SORULAR

7.  $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = ?$

- A) -3    B)
- $-\frac{3}{2}$
- C)
- $-\frac{1}{2}$
- D) 2    E) 3

8.  $2^{4x+1} - 2^{2x+2} = 96 \Rightarrow x = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D)
- $\frac{3}{2}$
- E)
- $\frac{5}{2}$

9.  $f(x) = x^2 - (a+1)x + 3a + 4$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$x_1 + x_2 = k$

$x_1 \cdot x_2 = m \Rightarrow m = ?$

- A)
- $k+1$
- B)
- $3k+1$
- C)
- $1-3k$
- 
- D)
- $\frac{5k-2}{3}$
- E)
- $\frac{6k+1}{2}$

10.  $f(x) = x + \frac{2}{x} + 3$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$x_1 + x_2 = ?$

- A) -4    B) -3    C) 1    D) 2    E) 3

11.  $x^2 - x - 2 = 0$

$x^4 - 2x^3 + x^2 = ?$

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 6    E) 8

12.  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+2x+1} = 0$

$\Rightarrow x = ?$

- A) -8    B) -4    C) -2    D) 2    E) 4

1.E    2.B    3.B    4.C    5.A    6.C    7.E    8.D    9.B    10.E    11.C    12.C

$a \neq 0$  ve  $a, b \in \mathbb{R}$

$ax + b > 0, \quad ax + b \geq 0$

$ax + b < 0, \quad ax + b \leq 0$

şeklindeki ifadelere eşitsizlik denir.

$ax + b = 0$  dan  $x = -\frac{b}{a}$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	a'nın işaretini tersi	a'nın işaretinin aynı	

$a \neq 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}$

$f(x) = ax^2 + bx + c$  'nin

işareti incelenirken

1.  $\Delta > 0$  ise iki farklı kök vardır.

$f(x) = 0$

–  $f(x)$  in kökleri bulunur.

– Küçükten büyüğe sıralanır.

–  $f(x) = 0$  yapan değerlerden tek sayıda olan kökler tek katlı kök

ÖRNEK-1

$(x - 1)^3 = 0 \quad x = 1 \quad 3$  tane

$(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 1)^4 = 0$

$\underbrace{x = 1}_1 \quad \underbrace{x = 1}_4 \rightarrow 5$  tane

$x = 1$  tek katlı

ÖRNEK-2

$5x - 22 \leq 0$

$\Rightarrow x \in \mathbb{N}, \quad \sum x = ?$

Çözüm

$5x = 22$

$x = \frac{22}{5}$

x	$-\infty$	$\frac{22}{5}$	$+\infty$
$5x - 22$	-	.	+

$x \leq \frac{22}{5}$

$x \rightarrow 0, 1, 2, 3, 4$

$0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$

ÖRNEK-3

$x^2 - 3x - 4 \leq 0$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sum x = ?$

Çözüm

$x^2 - 3x - 4 = 0$

x      -4

x      +1

$x = 4 \quad x = -1$

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
f(x)		.	.	
	+	-	+	

-1, 0, 1, 2, 3, 4

$-1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 9$

Çift sayıda kökleri çift katlı köktür.

ÖRNEK-4

$$(x - 1)^2 = 0 \quad x = 1 \text{ çift katlı}$$

$$(x - 1)^{2016} = 0 \quad x = 1 \text{ çift katlı}$$

- Her çarpanın en büyük dereceli teriminin işareti alınıp çarpılarak  $f(x)$  in işareti belirlenir.
- En sağdan  $f(x)$  in işareti ile başlanır.
- Tek katlı köklerde işaret değiştirilir, çift katlı köklerde işaret değiştirilmez.

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$f(x)$	a'nın işaretinin aynısı	a'nın işaretinin tersi	a'nın işaretinin aynısı	

ÖRNEK-5

$$\frac{x+6}{x-4} \leq 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\oplus x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$$

$$\oplus x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$x$	$-\infty$	$-6$	$4$	$+\infty$
$f(x)$	+	•	○	+

$$\text{Ç.K} = [-6, 4)$$

Paydanın kökleri dahil edilmez.

ÖRNEK-6

$$(16 - x^2) \cdot (x + 3)^{2016} \geq 0$$

$$\text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\ominus 16 - x^2 = 0$$

$$x = 4$$

$$x = -4$$

$\oplus$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3 \text{ çift katlı}$$

$x$	$-\infty$	$-4$	$-3$	$4$	$+\infty$
$f(x)$	-	•	•	•	-

$$\text{Ç.K} = [-4, 4]$$

2.  $\Delta = 0 \Rightarrow$  eşit veya çakışık iki reel kök vardır.

	$-\infty$		$+\infty$
x			
f(x)		a'nın işaretinin aynısı	

3.  $\Delta < 0 \Rightarrow$  Reel kök yoktur.

	$-\infty$		$+\infty$
x			
f(x)		a'nın işaretinin aynısı	

ÖRNEK-7

$$x^2 - 4x + 4 > 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\oplus x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x \quad -2$$

$$x \quad -2$$

$$x = 2 \quad x = 2$$

	$-\infty$		2		$+\infty$
x					
f(x)		+		+	

$$\text{Ç.K} = \mathbb{R} - \{2\}$$

ÖRNEK-8

$$x^2 + 2x + 6 > 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = -20 < 0$$

kök yok

	$-\infty$				$+\infty$
x					
f(x)		+	+	+	+

$$\text{Ç.K} = \mathbb{R}$$

•  $f(x) < g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) < 0$   
veya  $0 < g(x) - f(x)$   
yapılarak çözülür.

•  $f(x) < g(x) < h(x)$   
 $\Rightarrow f(x) - g(x) < 0$   
 $0 < h(x) - g(x)$

şeklinde eşitsizlik sistemine dönüştürülerek çözülür.

ÖRNEK-9

$$\frac{4x-6}{x+1} < 2 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\frac{4x-6}{x+1} - 2 < 0$$

$$\frac{4x-6-2x-2}{x+1} < 0$$

$$\oplus \frac{2x-8}{x+1} < 0$$

$$\oplus \begin{array}{l} 2x-8=0 \quad x+1=0 \\ x=4 \quad \quad x=-1 \end{array}$$

x	-1	4	
f(x)	+	-	+

$\Rightarrow \text{Ç.K} = (-1, 4)$

ÖRNEK-10

$$-2 < x^2 + 3x \leq 10 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$0 < x^2 + 3x + 2$$

$$\begin{array}{l} x \quad +2 \\ x \quad +1 \end{array}$$

$$x = -1 \quad x = -2$$

$$\oplus x^2 + 3x - 10 \leq 0$$

$$\begin{array}{l} x \quad +5 \\ x \quad -2 \end{array}$$

$$x = -5 \quad x = 2$$

x	-5	-2	-1	2
$0 < x^2 + 3x + 2$	+	+	-	+
$x^2 + 3x - 10 \leq 0$	+	-	-	+

$$\text{Ç.K} = [-5, -2) \cup (-1, 2]$$

•  $f(x) = ax^2 + bx + c$

1.  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) > 0$   
 $\Rightarrow a > 0$  ve  $\Delta < 0$  olmalıdır.

2.  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) < 0$   
 $\Rightarrow a < 0$  ve  $\Delta < 0$  olmalıdır.

ÖRNEK-11

$\forall x \in \mathbb{R}$  için

$x^2 - 2(a-1)x + a + 1 > 0$  koşulu gerçeğlendiğine göre a'nın çözüm aralığını bulun.

Çözüm

$\Delta < 0$  olmalıdır.

$$\Delta = [-2(a-1)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a+1) < 0$$

$$4(a-1)^2 - 4(a+1) < 0$$

$$a^2 - 2a + 1 - a - 1 < 0$$

$$a^2 - 3a < 0 \Rightarrow a(a-3) < 0$$

$$a = 0 \quad a = 3$$

a	0	3	
	+	-	+

$\Rightarrow 0 < a < 3$

ÖRNEK-13

$\forall x \in \mathbb{R}$  için

$$-x^2 + mx - m - 3 < 0$$

$\Rightarrow m$  nin alabileceği kaç tane tamsayı değeri vardır?

Çözüm

$$a = -1 < 0$$

$$\Rightarrow \Delta < 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$a = m^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-m - 3) < 0$$

$$m^2 - 4m - 12 < 0$$

$$m \quad -6 \Rightarrow m = 6$$

$$m \quad +2 \Rightarrow m = -2$$

x	-2	6	
f(x)	+	-	+

$$-2 < m < 6 \Rightarrow m \Rightarrow -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

7 tane tamsayı değeri vardır.

## ÇÖZÜMLÜ TEST

1.  $\frac{(x^2-16) \cdot (x+5)}{x+3} \leq 0$

$\Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $[-5, -4]$       B)  $(-3, 16]$       C)  $(-3, -4]$   
 D)  $[-5, -4] \cup (-3, 4]$       E)  $(-3, 4] - \{2\}$

2.  $\frac{x+1}{x-1} < \frac{x-1}{2x+1}$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \Sigma x = ?$

- A) -12    B) -10    C) 0    D) 10    E) 12

3.  $\sqrt{3x^2+6} \geq 2x+1$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \Sigma x = ?$

- A) -14    B) 0    C) 14    D) -24    E) -16

4.  $x^2 - 7x - 8 \leq 0$

$25 - x^2 \geq 0$

eşitsizlik sistemini sağlayan kaç tane  $x$  tamsayısı vardır?

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 10    E) 12

5.  $\frac{|x+7| \cdot (x^2-6x-16)}{4^x \cdot (x^2+4)} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan  $x$  tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 34    B) 26    C) 18    D) -18    E) -24

## ÇÖZÜMLÜ TEST

7.  $\frac{2^x \cdot (x-6)}{|x^2+5x+4|} < 0$

$\Rightarrow$  Ç.K = ?

- A)  $[-1, 1]$       B)  $(0, \infty)$       C)  $(0, 6)$   
D)  $(-\infty, 6)$       E)  $(-\infty, 6) - \{-4, -1\}$

8.  $(m+4) \cdot x^2 + (m-2)x + 7 - m = 0$

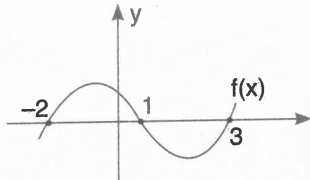
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$x_1 + x_2 < 0$  ve  $x_1 \cdot x_2 > 0$

$\Rightarrow$  m nin çözüm aralığı kaçtır?

- A)  $(-\infty, -4)$       B)  $(-4, 2)$       C)  $[0, 2]$   
D)  $(2, 7)$       E)  $(2, \infty)$

9.



$(x-1) \cdot f(x) \geq 0 \Rightarrow$  Ç.K = ?

- A)  $(-\infty, \infty) - \{1\}$   
B)  $\emptyset$   
C)  $(-\infty, 2]$   
D)  $[-2, 3] \cup 5$   
E)  $(-\infty, -2] \cup [3, \infty) \cup \{1\}$

10.  $x^2 - (m-7)x + 2 - m = f(x)$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$x_1 < 0 < x_2$  ve  $|x_1| > |x_2|$ ,  $m \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \sum m = ?$

eşitsizlik sistemini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 3      B) 7      C) 18      D) 11      E) 28

11.  $\frac{|x-1|-2}{x+3} \leq 0$

$\Rightarrow$  Ç.K = ?

- A)  $(-\infty, -3) \cup (-1, 3)$       B)  $(-\infty, 3)$       C)  $(-3, -4)$   
D)  $\mathbb{R}$       E)  $\emptyset$

12.  $(x-3)^2, (x+1)^{2012}, (x+5)^{2013} \leq 0$

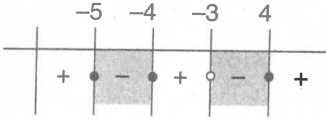
$\Rightarrow$  Ç.K = ?

- A)  $(-\infty, -5]$   
B)  $(-\infty, -5)$   
C)  $(-\infty, -5] \cup \{-1, 3\}$   
D)  $[-5, 8)$   
E)  $(-\infty, -5] \cup [-1, 3]$



**ÇÖZÜMLER**

1.  $\oplus x^2 - 16 = 0$     $\oplus x + 5 = 0$     $\oplus x + 3 = 0$   
 $x^2 = 16$     $x = -5$     $x = -3$   
 $x = 4, x = -4$



$\text{Ç.K} = [-5, -4] \cup (-3, 4]$

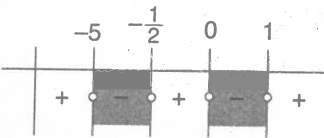
2.  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{2x+1} < 0$   
 $(2x+1)(x-1)$

$\frac{2x^2 + 3x + 1 - (x^2 - 2x + 1)}{(x-1)(2x+1)} < 0$

$\frac{x^2 + 5x}{(x-1)(2x+1)} < 0$

$\frac{x(x+5)}{(x-1)(2x+1)} < 0$

$\oplus x = 0$ ,    $\oplus x + 5 = 0$ ,    $\oplus x - 1 = 0$ ,    $\oplus 2x + 1 = 0$ ,  
 $x = -5$     $x = 1$     $x = -\frac{1}{2}$



$\text{Ç.K} = (-5, -\frac{1}{2}) \cup (0, 1)$

$-4, -3, -2, -1$

Toplamı = -10

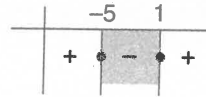
3.  $(\sqrt{3x^2+6})^2 \geq (2x+1)^2$

$3x^2 + 6 \geq 4x^2 + 4x + 1$

$0 \geq \oplus x^2 + 4x - 5$

$x + 5 \Rightarrow x = -5$

$x - 1 \Rightarrow x = 1$



$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$

Toplamı = -14

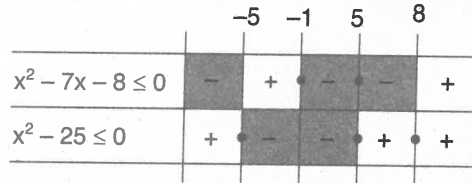
4.  $\oplus x^2 - 7x - 8 \leq 0$

$x - 8 \Rightarrow x = 8$

$x + 1 \Rightarrow x = -1$

$\oplus x^2 - 25 \leq 0$

$x = 5$     $x = -5$



$\text{Ç.K} = [-1, 5]$

$-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \rightarrow 7$  tane

5.  $\frac{|x+7| \cdot (x^2-6x-16)}{4^x \cdot (x^2+4)} \leq 0$

$\oplus (x^2 - 6x - 16)$

$x - 8 \Rightarrow x = 8$

$x + 2 \Rightarrow x = -2$

$\oplus x^2 + 4 = 0$

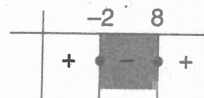
$x^2 = -4$

Kök yok

$\oplus 4^x = 0$  Kök yok

$\oplus |x + 7| \geq 0$

$x = -7 \rightarrow$  Çift katlı kabul edilir.



$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, -7$

Toplam = 26

## ÇÖZÜMLER

6.  $x^2 + 2x + 7 < 0$

$\Delta < 0$  Kök yok

$\forall x \in \mathbb{R}$  için  $x^2 + 2x + 7 > 0$  olduğundan  $\text{Ç.K} = \emptyset$

7.  $\frac{2^x \cdot (x-6)}{|x^2 + 5x + 4|} < 0$

$2^x > 0$   $|x^2 + 5x + 4| \geq 0$

$x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$

$x + 1 < 0 \Rightarrow x < -1$

$x - 6 < 0 \Rightarrow x < 6$

$\text{Ç.K} = (-\infty, 6) - \{-4, -1\}$

8.  $x_1 + x_2 < 0$

$\frac{-(m-2)}{m+4} < 0$

$x_1 \cdot x_2 > 0$

$\frac{7-m}{m+4} > 0$

$\oplus \frac{m-2}{m+4} > 0$

$\ominus \frac{7-m}{m+4} > 0$

$m = 2$

$m = -4$

$m = 7$

$m = -4$

	-4	2	7	
$\frac{m-2}{m+4} > 0$	+	-	+	+
$\frac{7-m}{m+4} > 0$	-	+	+	-

$\text{Ç.K} = (2, 7)$

9.  $(x-1) = 0$   
 $x = 1$

$f(x) = 0$

$x = -2, x = 1, x = 3$

	-2	1	3	
f(x)	-	+	-	+
x-1	-	-	+	+
	+	-	-	+

İki fonksiyonun çarpımı pozitif olmalı

$\text{Ç.K} = (-\infty, -2] \cup [3, \infty) \cup \{1\}$

10.  $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 < 0$

$2 - m < 0$

$2 < m$

$\Rightarrow 2 < m < 7$

$|x_1| > |x_2| \Rightarrow x_1 + x_2 < 0$  3, 4, 5, 6

$m - 7 < 0$

$m < 7$

$3 + 4 + 5 + 6 = 18$

11.  $\oplus |x-1| - 2 = 0$

$|x-1| = 2 \Rightarrow x = 3$

$x = -1$

$\oplus x + 3 = 0$

$x = -3$

	-3	-1	3	
	-	+	-	+

$\text{Ç.K} = (-\infty, -3] \cup (-1, 3)$

12.  $\oplus (x-3)^2 = 0$

$x = 3$  çift katlı

$\oplus (x+1)^{2012} = 0$

$x = -1$  çift katlı

$\oplus (x+5)^{2013} = 0$

$x = -5$  tek katlı

	-5	-1	3	
	-	+	+	+

$\text{Ç.K} = (-\infty, -5] \cup \{-1, 3\}$

eşitlik varsa kökler dahil edilir.

## TEST - 1

1.  $x^2 - 4x - 5 < 0, x \in Z$

$\Rightarrow \sum x = ?$

- A) 10 B) 14 C) 15 D) 6 E) 3

2.  $x^2 - 4x + 4 > 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A) R B)
- $R - \{2\}$
- C)
- $(2, \infty)$
- 
- D)
- $(-\infty, 2)$
- E)
- $\emptyset$

3.  $\frac{x+3}{x-2} \leq 2 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)
- $(-\infty, 7]$
- B)
- $(2, 7)$
- C)
- $(2, \infty)$
- 
- D)
- $(-\infty, 2) \cup [7, \infty)$
- E)
- $[3, \infty)$

4.  $\frac{x^2-4}{x^2+3x+2} \leq 0, x \in Z \Rightarrow \sum x = ?$

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 1 E) 3

5.  $\frac{(x+1)^{37} \cdot (x-3)^{40}}{(x+8)^{20}} \leq 0, x \in Z \Rightarrow \max(x) = ?$

- A) -8 B) -1 C) 0 D) 3 E) 10

6.  $\frac{3^x \cdot (x+6) \cdot (x-3)}{|x+2|} \leq 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

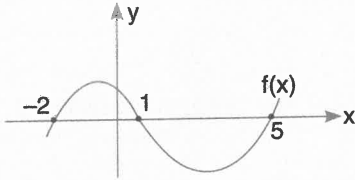
- A)
- $(-\infty, -6)$
- B)
- $(-\infty, 3]$
- C)
- $R - \{-2\}$
- 
- D)
- $[-6, 3] - \{-2\}$
- E)
- $[-6, -2]$

## TEST - 1

7.  $\frac{9^{x-3} \cdot x^5}{x^2 - 4x + 4} > 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $\mathbb{R} - \{2\}$       B)  $\mathbb{R} - [0, 2]$       C)  $\mathbb{R}^+ - \{2\}$   
 D)  $\mathbb{R}^1 - (0, 2]$       E)  $\mathbb{R} - \{0, 2\}$

8.



$f(x) > 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $[-2, 1]$       B)  $(-2, 1)$       C)  $(5, \infty)$   
 D)  $(1, 5) \cup (5, \infty)$       E)  $(-2, 1) \cup (5, \infty)$

9.  $\frac{x^2 - x - 30}{x^2 + 6x + 5} \leq 0$

$\Rightarrow$  Kaç tane  $x$  tamsayısı vardır?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

10.  $\frac{125 - x^3}{x^2 - 16} \leq 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $(-4, 4)$       B)  $(-4, 5)$       C)  $(5, \infty)$   
 D)  $(-4, 4) \cup [5, \infty)$       E)  $(-4, \infty)$

11.  $\frac{x+3}{x-1} < 1 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

$\frac{x+5}{x-2} < 0$

- A)  $(-5, 1)$       B)  $(-5, -1)$       C)  $(-1, 2)$   
 D)  $(2, 4)$       E)  $(4, +\infty)$

12.  $\frac{(2-x) \cdot (x^2 + x - 6)}{x^5 + x} \geq 0 \quad x \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \sum x = ?$

- A) -6      B) -5      C) -4      D) -3      E) -2

1.A    2.B    3.D    4.E    5.D    6.D    7.C    8.E    9.B    10.D    11.A    12.C

## TEST - 2

1.  $(x-3) \cdot (x+4) \leq 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $(-4, 3)$       B)  $[-4, 3)$       C)  $[-4, 3]$   
 D)  $(-3, 4)$       E)  $[-4, -3]$

2.  $\frac{(x^4+6) \cdot (x^2+3x-4)}{(x^5-1)} > 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $(-4, 1)$       B)  $(-4, 1]$       C)  $(-4, \infty)$   
 D)  $(-4, \infty) - \{1\}$       E)  $(-\infty, -1)$

3.  $\frac{5^x \cdot |x-3| \cdot (x+4)}{x^7} \leq 0 \Rightarrow x \in Z$

$\Rightarrow \sum x = ?$

- A) -10    B) -9    C) -8    D) -7    E) -6

4.  $\frac{3^{x^2+2x-1} \cdot (x^2-3x-4)}{|x+1|} \leq 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $[-3, 1)$       B)  $[-1, 4]$       C)  $(-1, 4)$   
 D)  $(-1, 4)$       E)  $(-1, \infty]$

5.  $\frac{(x-4)^2 \cdot x}{x-3} \leq 0, x \in Z \Rightarrow \max(x) = ?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 3    E) 4

6.  $-x^2 + 6x + m + 2 < 0$  eşitsizliği daima sağlandığına göre m nin alabileceği max. tamsayı değeri kaçtır?

- A) -13    B) -12    C) -11    D) -10    E) -9

## TEST - 2

7.  $\frac{(x^2 + x + 2) \cdot (x^2 - 2x - 15)}{(x^2 - 4)^6} \leq 0$ ,

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sum x = ?$

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 9

8.  $a < b < 0$

$\frac{a(x-b)}{x+a} > 0$  ,  $\Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A) (b, -a)      B) (-b, a)      C) (a, -a)  
D) (b, -b)      E) (a, -b)

10.  $\frac{(8-x) \cdot \sqrt{x-4}}{\sqrt[3]{x-2}} \geq 0$

$\Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $(-8, \infty)$       B) (2, 8)      C) [4, 8]  
D)  $(-\infty, 4)$       E) (2, 4]

11.  $\frac{x-m}{x-n} \leq 0$

$\Rightarrow \text{Ç.K} = (-3, 4] \Rightarrow m - n = ?$

- A) -7      B) -4      C) -1      D) 3      E) 7

9.  $\frac{(x^2 + x + 3)(-x^2 - 9)}{|x - 5|} \leq 0$ ,

$\Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $(-\infty, -3)$       B) (5,  $\infty$ )      C) [-3, 5)  
D)  $\mathbb{R} - \{5\}$       E)  $\mathbb{R}$

12.  $x - 7 < 2x - 3 < x + 13$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 17      B) 18      C) 19      D) 20      E) 21

## TEST - 3

1.  $\left. \begin{array}{l} x^2 + 2x - 24 > 0 \\ 81 - x^2 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A) [4, 9]      B) [-6, 9]      C)  $\mathbb{R} - \{4, 9\}$   
D)  $[-9, -6) \cup (4, 9]$       E)  $[-6, 4) \cup (6, 9]$

2.  $x^2 + 5x + m + 3 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$x_1 < x_2 < 0$  ise  $m$  kaç farklı tamsayı değeri alır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

3.  $\frac{1}{5} < \frac{3}{x+2} < \frac{4}{5}$

ise kaç farklı  $x$  tamsayısı vardır?

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

4.  $\frac{|x-3|}{|x+1|-2} \leq 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A) (-3, 1)      B) (-3, 1]      C)  $(-3, 1) \cup \{3\}$   
D) (1,  $\infty$ )      E) [3,  $\infty$ )

5.  $|x - 4| \leq 3 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A) [-1, 7)      B) (1, 7)      C) [-3, 3]  
D) [1, 7]      E) [7,  $\infty$ )

6.  $\frac{8}{x} \leq \sqrt{x} \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A) [0, 4]      B) (0, 4)      C)  $(-\infty, 0)$   
D) (0,  $\infty$ )      E) [4,  $\infty$ )

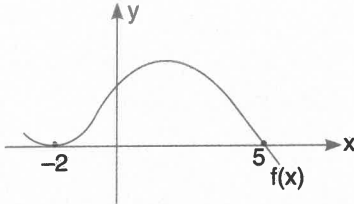
## TEST - 3

7.  $e^{x+3} \cdot (x^2 - 8x + 16) \cdot |x - 3| \leq 0$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sum x = ?$

- A) -9 B) -7 C) 2 D) 7 E) 10

8.

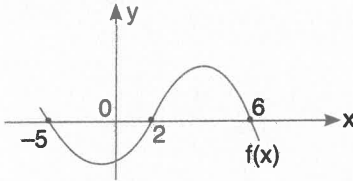


$f(x) \cdot (x^2 - 8x + 15) \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x pozitif tamsayısı vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 10

9.



$\frac{x \cdot f(x) \cdot (x-2)}{(x+5)} \geq 0, x \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \sum x = ?$

- A) -1 B) 5 C) 14 D) 16 E) 21

10.  $\frac{(x^2 + 2x - 3) \cdot |x + 5|}{|x + 3| + 2} \leq 0$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sum x = ?$

- A) -11 B) -10 C) -5 D) -3 E) 0

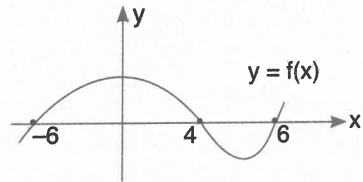
11.  $\frac{(2^x - 1) \cdot (x^2 - x - 2)}{|x + 1| \cdot (x^2 - 2x)} \leq 0$

$\Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)
- $(-\infty, -1)$
- B)
- $(-1, 3)$
- C)
- $(-1, 0)$
- 
- D)
- $(-1, \infty)$
- E)
- $(0, \infty)$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.



$\frac{f(2x-4)}{x-1} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1.D 2.B 3.E 4.C 5.D 6.E 7.D 8.A 9.E 10.B 11.C 12.D



$$f(x) = y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R})$$

fonksiyonunun grafiğine parabol denir.

### Grafik Çizilirken

i)  $a > 0$  ise kollar yukarı  $\cup$

$a < 0$  ise kollar aşağı  $\cap$

ii)  $TN(r, k)$  Tepe noktası bulunur.

$$r = \frac{-b}{2a} \quad \text{ve} \quad k = f(r) \quad \vee \quad k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

iii) Eksenleri kestiği noktalar bulunur.

$x = 0$  için  $y = c$ ,  $y$  eksenini  $c$  noktasında keser.

$$y = 0 \text{ için } ax^2 + bx + c = 0$$

$x$  eksenini kestiği noktalar bulunur.

ÖRNEK-1

$$y = x^2 - 4x + 3$$

fonksiyonunun grafiğini çizin.

Çözüm

$$a = 1 > 0 \text{ kollar } \cup$$

$$TN(r, k) = ?$$

$$r = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$$

$$\left. \begin{array}{l} r = 2 \\ k = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow k = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

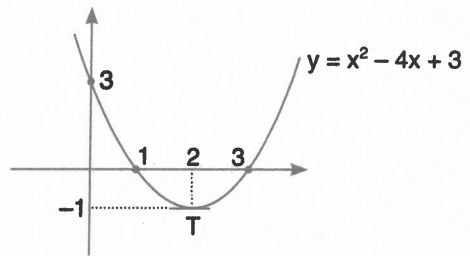
Eksenleri kestiği noktalar

$$x = 0 \Rightarrow y = 3$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = x^2 - 4x + 3$$

$$x \rightarrow -3 \Rightarrow x = 3$$

$$x \rightarrow -1 \Rightarrow x = 1$$



$$y = ax^2 + bx + c \text{ için}$$

- $ax^2 + bx + c = 0$  denkleminde

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

1)  $\Delta > 0$  ise x eksenini iki farklı noktada keser.

2)  $\Delta = 0$  ise x eksenine teğettir. ( $x_1 = x_2 = r$ )

ÖRNEK-2

$$y = x^2 - 3x - 4$$

fonksiyonunun grafiği = ?

Çözüm

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 1 = 25 > 0$$

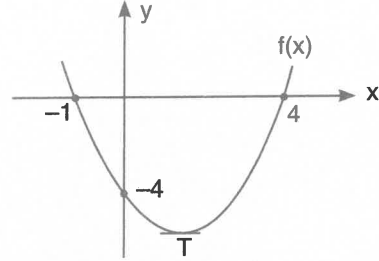
$$a = 1 > 0 \cup$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -4$$

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x - 4 \Rightarrow x = 4$$

$$x + 1 \Rightarrow x = -1$$



ÖRNEK-3

$$y = -x^2 + 6x - 9$$

fonksiyonunun grafiği = ?

Çözüm

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9) = 0$$

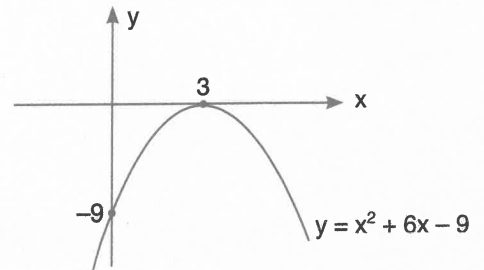
$$a = -1 < 0 \cap$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -9$$

$$y = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$-x + 3 \Rightarrow x = 3$$

$$+x - 3 \Rightarrow x = 3$$



3)  $\Delta < 0$  ise x eksenini kesmez.

(Tepe noktası bulunarak çizilir.)

• Simetri Ekseni

$x = r = -\frac{b}{2a}$  simetri eksenidir.

ÖRNEK-4

$$y = x^2 + 4x + 5$$

fonksiyonunun grafiği = ?

Çözüm

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -4 < 0$$

$$a > 0 \quad \cup$$

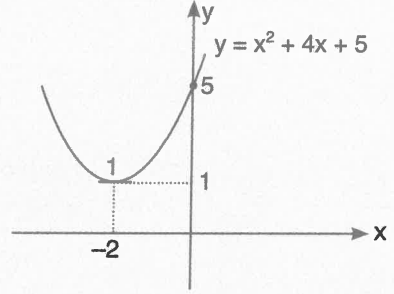
$$x = 0 \Rightarrow y = 5$$

$$TN(r, k) = ?$$

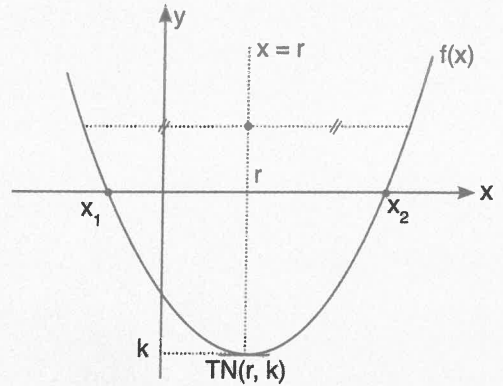
$$r = -\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow f(-2) = k$$

$$k = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 5$$

$$k = 1$$



ÖRNEK-5



$$|x_1 - r| = |x_2 - r|$$

- $y = ax^2 + bx + c$  nin

max. ve min değerleri

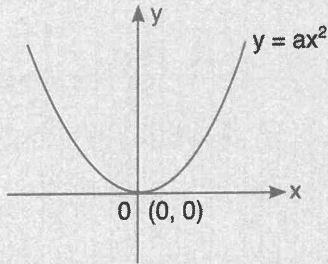
$a > 0$  ise min değeri  $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$  dir.

- $a < 0 \Rightarrow$  max değeri

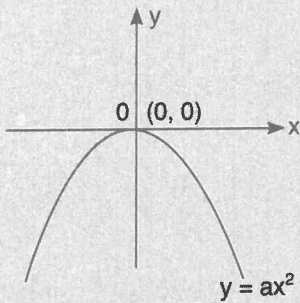
$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$  dir.

- $y = ax^2$  nin grafiği:

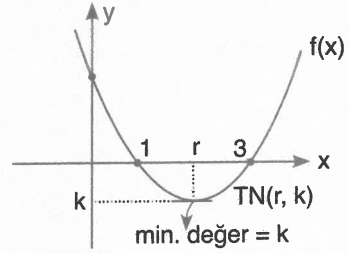
$a > 0$  ise



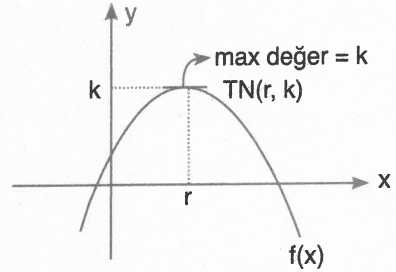
$a < 0$  ise



ÖRNEK-6

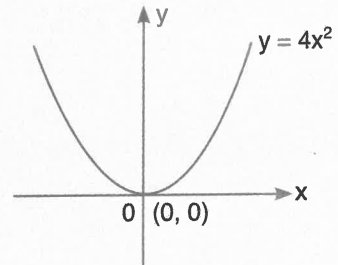


ÖRNEK-7

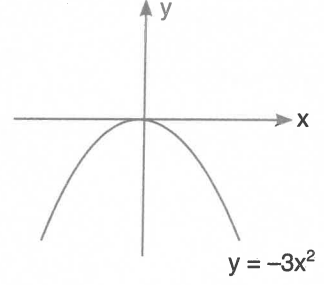
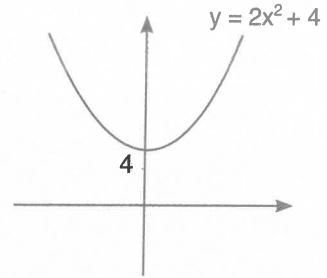
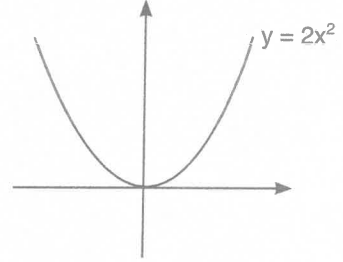


ÖRNEK-8

$y = 4x^2$  grafiği = ?

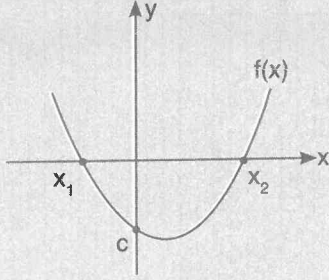


- $y = ax^2 + c$  nin grafiği  
 $c > 0$  ise c birim yukarı  
 $c < 0$  ise c birim aşağı ötelenir.

**ÖRNEK-9**
 $y = -3x^2$  grafiği = ?

**ÖRNEK-10**
 $y = 2x^2 + 4$  grafiği = ?


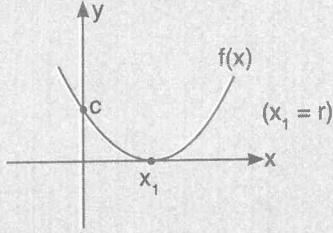
**GRAFİĞİ VERİLEN PARABOLÜN DENKLEMİNİ YAZMA**

i)



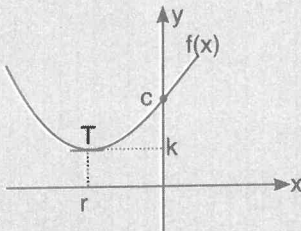
$$\Rightarrow f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

ii)



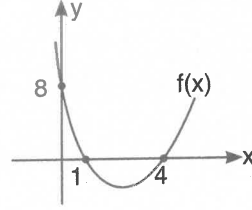
$$\Rightarrow f(x) = a \cdot (x - x_1)^2$$

iii)



$$f(x) = a \cdot (x - r)^2 + k$$

ÖRNEK-1



$$\Rightarrow f(x) = ?$$

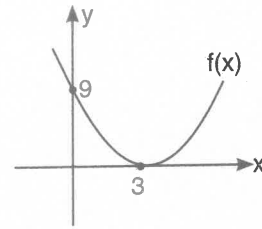
Çözüm

$$f(x) = a \cdot (x - 1) \cdot (x - 4)$$

$$x = 0 \text{ için } 8 = a \cdot (-1) \cdot (-4) \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 4)$$

ÖRNEK-2



$$\Rightarrow f(x) = ?$$

Çözüm

$$f(x) = a \cdot (x - 3)^2$$

$$x = 0 \text{ için } 9 = a \cdot (0 - 3)^2$$

$$9 = a \cdot 9 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - 3)^2$$

### Parabol ile Doğrunun Durumu

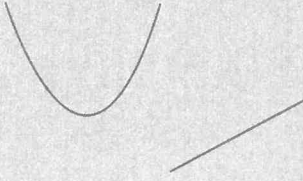
• Parabol:  $y = ax^2 + bx + c$

Doğru:  $y = mx + n$

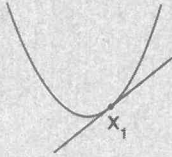
$ax^2 + bx + c = mx + n$

$ax^2 + (b - m)x + c - n = 0$

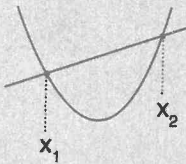
i)  $\Delta < 0$  ise kesişmezler.



ii)  $\Delta = 0$  ise teğetler

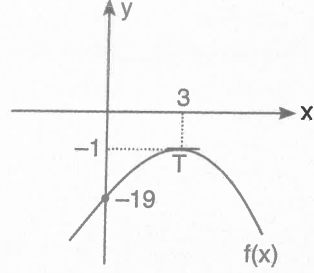


iii)  $\Delta > 0$  ise iki farklı noktada kesişirler.



Not: Aynı durum iki parabol için de geçerlidir.

ÖRNEK-3



$\Rightarrow f(x) = ?$

Çözüm

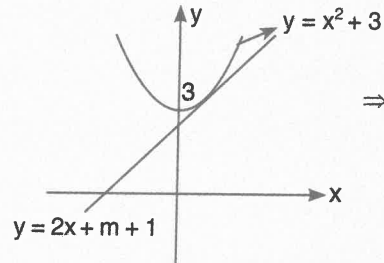
$$f(x) = a \cdot (x - 3)^2 - 1$$

$$x = 0 \Rightarrow -19 = a \cdot (0 - 3)^2 - 1$$

$$-18 = 9a \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = -2 \cdot (x - 3)^2 - 1$$

ÖRNEK-4



$\Rightarrow m = ?$

Çözüm

Teğet olduklarına göre  $\Delta = 0$  dır.

$$x^2 + 3 = 2x + m + 1$$

$$x^2 - 2x + 2 - m = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2 - m) = 0$$

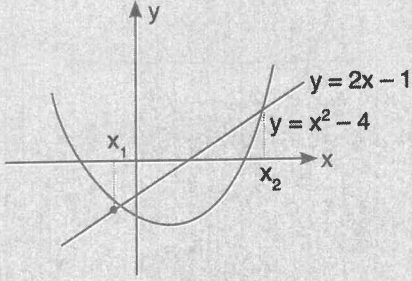
$$4 - 4(2 - m) = 0$$

$$4 - 8 + 4m = 0$$

$$4m = 4$$

$$m = 1$$

ÖRNEK-5



$$\Rightarrow 2x_1 + 3x_2 = ?$$

Çözüm

$$x^2 - 4 = 2x - 1$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x - 3 \Rightarrow x = 3$$

$$x + 1 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow x_1 = -1, \quad x_2 = 3$$

$$2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 = 7$$



## ÇÖZÜMLÜ TEST

1.  $f(x) = 3x^2 + 2mx + 4$

parabolü A(2, 5) noktasından geçtiğine göre m = ?

- A) -4      B)  $-\frac{11}{4}$       C) -3  
D) 2      E) 6

2.  $x^2 - 6x + 4 = f(x)$

 $\Rightarrow \min(f(x)) = ?$ 

- A) -5      B) -4      C) -3      D) -2      E) -1

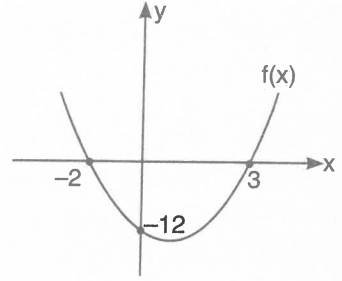
3.  $f(x) = 2x^2 - (m-3)x + 2m$

f(x) in simetri eksenini

 $x = -2$  ise m = ?

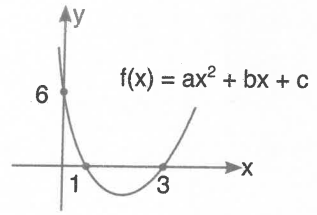
- A) -1      B) -2      C) -3      D) -4      E) -5

4.

 $\Rightarrow f(4) = ?$ 

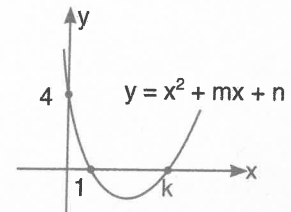
- A) 4      B) 6      C) 10      D) 12      E) 16

5.

 $\Rightarrow a + b + c = ?$ 

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

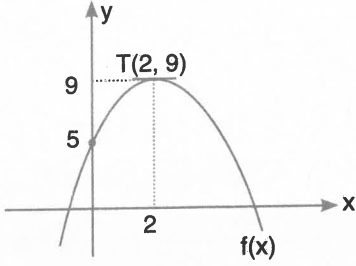
6.

 $\Rightarrow m - k = ?$ 

- A) 4      B) 5      C) 6      D) -4      E) -9

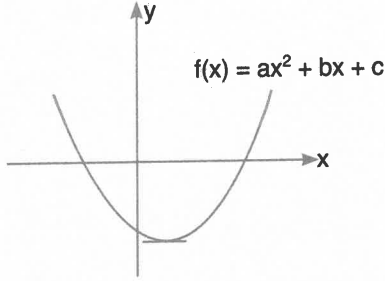
## ÇÖZÜMLÜ TEST

7.

 $\Rightarrow f(1) = ?$ 

- A) 8                      B)  $\frac{15}{2}$                       C) 6  
D) 5                      E)  $\frac{9}{2}$

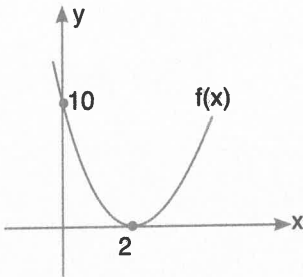
8.



Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

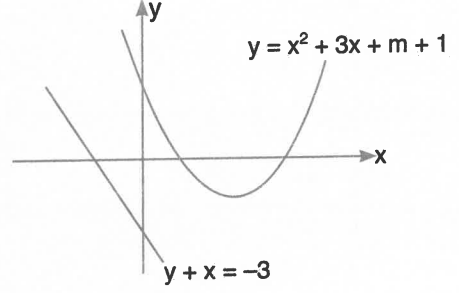
- A)  $a > 0$                       B)  $b^2 - 4ac > 0$                       C)  $a \cdot c > 0$   
D)  $a \cdot b < 0$                       E)  $b \cdot c > 0$

9.

 $\Rightarrow f(6) = ?$ 

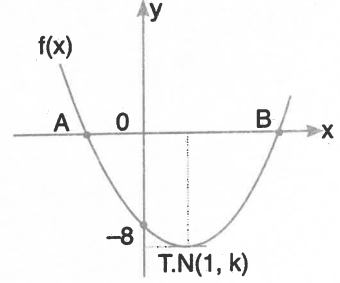
- A) 20                      B) 30                      C) 40                      D) 50                      E) 60

10.

 $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \min(m) = ?$ 

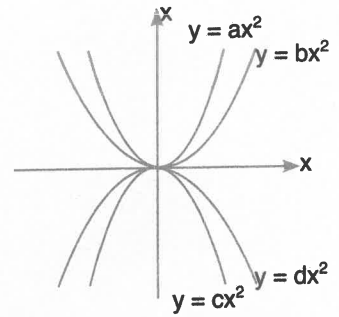
- A) -1                      B) 0                      C) 1                      D) 2                      E) 3

11.


 $2|AO| = |OB|$   
 $\Rightarrow f(3) = ?$ 

- A) 2                      B) 1                      C) -12                      D) -8                      E) -5

12.

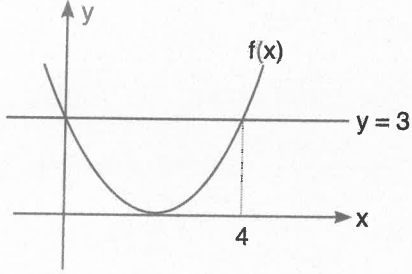


Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $a < b < c < d$                       B)  $d < c < a < b$   
C)  $c < d < b < a$                       D)  $d < c < b < a$   
E)  $c < d < a < b$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

13.

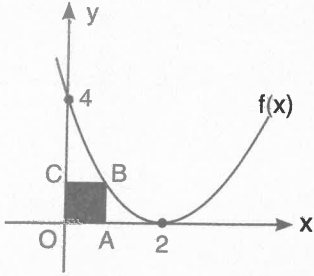


$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$\Rightarrow f(2) = ?$$

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 2    E) 3

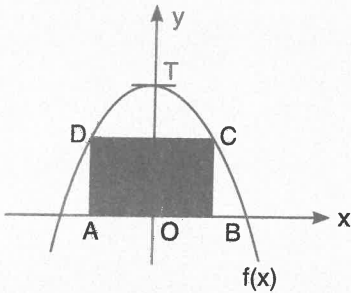
14.



OABC kare A(OABC) = ?

- A) 1    B) 2    C) 4    D) 9    E) 16

15.



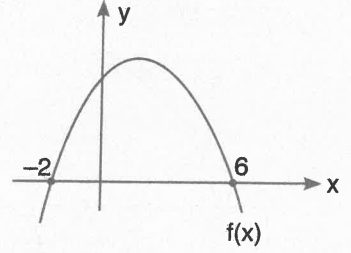
ABCD kare

$$f(x) = -x^2 + (m-2)x + 4m$$

$$\Rightarrow \text{Ç(ABCD)} = ?$$

- A) 10    B) 12    C) 16    D) 20    E) 24

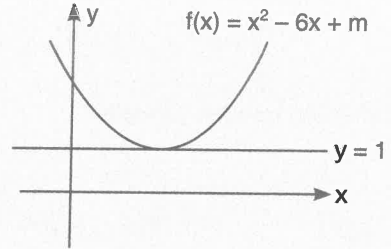
16.



$$\Rightarrow \frac{f(3)}{f(2)} = ?$$

- A)  $\frac{7}{8}$     B)  $\frac{9}{13}$     C) 4  
D)  $\frac{15}{16}$     E)  $\frac{15}{32}$

17.



$$\Rightarrow m = ?$$

- A) -26    B) -12    C) 4    D) 10    E) 16

18.  $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$

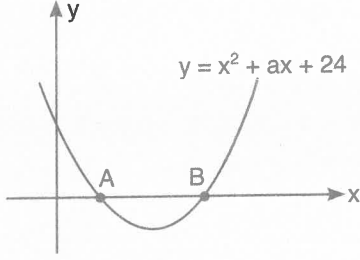
$$f(x) = x^2 - 2x + 5$$

$\Rightarrow f(x)$  in min değeri kaçtır?

- A) -2    B) 0    C) 1    D) 2    E) 4

## ÇÖZÜMLÜ TEST

19.



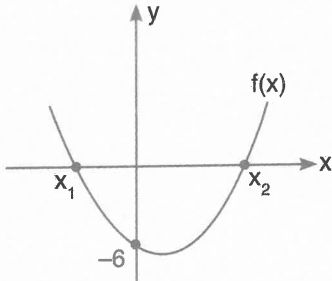
$$|AB| = 5 \Rightarrow a = ?$$

- A) -4    B) -6    C) -9    D) -11    E) -12

20.  $f(x) = 2x^2 + (a - 4)x + b - 3$   
 TN(2, 8)  $\Rightarrow b = ?$

- A) 10    B) 13    C) 18    D) 19    E) 20

21.

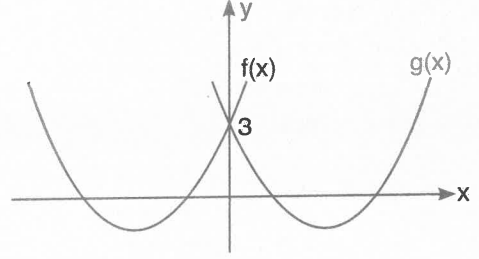


$$f(x) = x^2 - (m + 3)x + m + 4$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = ?$$

- A) -7    B) -6    C) 1    D) 6    E) 7

22.

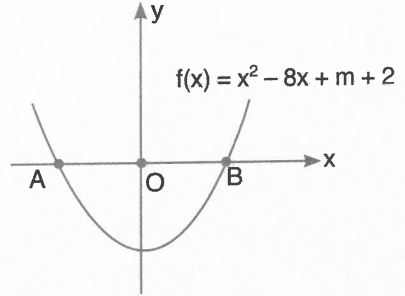


$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^2 + 6x + a - 2 \\ g(x) = x^2 - 4x + b + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = ?$$

- A) 5    B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

23.



$$3|AOI| = |OBI|$$

$$\Rightarrow f(-3) = ?$$

- A) -100    B) -15    C) -10    D) 40    E) 75

24.  $f(x) = (a - 4)x^2 + 2ax + 6$

parabolünün simetri eksenini  $x = 3$  ve  $f(x_1) = f(x_2) = 0$   
 $\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = ?$

- A) 4    B) 2    C) -1    D) -4    E) -6

## ÇÖZÜMLER

1.  $A(2, 5) \Rightarrow f(2) = 5$

$$3 \cdot 2^2 + 2m \cdot 2 + 4 = 5$$

$$4m = 5 - 16$$

$$m = -\frac{11}{4}$$

Cevap : B

4.  $x_1 = -2 \quad x_2 = 3$

$$f(x) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 3)$$

$$x = 0 \text{ için } -12 = a \cdot 2 \cdot (-3) \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2 \cdot (x + 2) \cdot (x - 3)$$

$$f(4) = 2 \cdot (4 + 2) \cdot (4 - 3)$$

$$f(4) = 12$$

Cevap : D

2.  $f(x) = x^2 - 6x + 4$

$$\min(f(x)) = k \quad (T(r, k))$$

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3$$

$$k = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 4 = -5$$

Cevap : A

5.  $x_1 = 1 \quad x_2 = 3$

$$f(x) = a \cdot (x - 1) \cdot (x - 3)$$

$$x = 0 \text{ için } 6 = a \cdot (-1) \cdot (-3) \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 3)$$

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6$$

$$a = 2 \quad a + b + c = 2 - 8 + 6 = 0$$

$$b = -8$$

$$c = 6$$

Cevap : C

3.  $f(x) = 2x^2 - (m - 3)x + 2m$  simetri eksenini : r

$$r = -2 \Rightarrow \frac{-(m-3)}{2 \cdot 2} = -2$$

$$m - 3 = -8$$

$$m = -5$$

Cevap : E

6.  $x_1 = 1 \quad x_2 = k$

$$x = 0 \text{ için } 4 = 0^2 + m \cdot 0 + n \Rightarrow n = 4$$

$$\Rightarrow y = x^2 + mx + 4$$

$$0 = 1^2 + m \cdot 1 + 4 \Rightarrow m = -5$$

$$y = x^2 - 5x + 4$$

$$x \quad -1 \Rightarrow x_1 = 1$$

$$x \quad -4 \Rightarrow x_2 = 4 \Rightarrow k = 4$$

$$m - k = -5 - 4 = -9$$

Cevap : E

## ÇÖZÜMLER

7.  $r=2$  ,  $k=9$

$$f(x) = a \cdot (x-2)^2 + 9$$

$$5 = a \cdot (0-2)^2 + 9 \Rightarrow 5 = 4a + 9$$
$$\Rightarrow a = -1$$

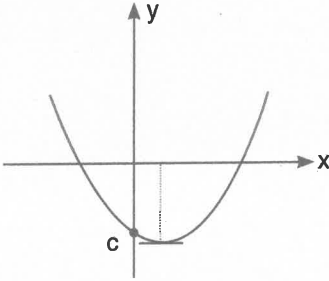
$$f(x) = -1(x-2)^2 + 9$$

$$f(1) = -1 \cdot (1-2)^2 + 9$$

$$f(1) = 8$$

Cevap : A

8.



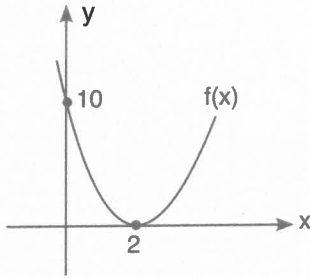
$a > 0$

$c < 0$

$r = -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b < 0$

Cevap : C

9.



$r = 2$

$$f(x) = a(x-2)^2$$

$x=0$  için  $10 = a \cdot 4 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$

$$f(x) = \frac{5}{2} \cdot (x-2)^2$$

$$f(6) = \frac{5}{2} \cdot (6-2)^2 = \frac{5}{2} \cdot 16$$

$$f(6) = 40$$

Cevap : C

10. Kesişmediklerine göre  $\Delta < 0$

$$x^2 + 3x + m + 1 = -x - 3$$

$$x^2 + 4x + m + 4 = 0$$

$$4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m+4) < 0$$

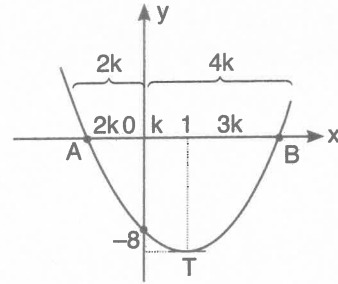
$$16 < 4m + 16 \Rightarrow 0 < 4m$$

$$0 < m$$

$$\min(m) = 1$$

Cevap : C

11.



$2|AOI| = |OBI|$

$2k \quad 4k$

$k = 1$

$A = -2$

$B = 4$

$f(x) = a \cdot (x+2) \cdot (x-4)$

$x=0 \Rightarrow -8 = a \cdot 2 \cdot (-4) \Rightarrow a = 1$

$f(x) = (x+2) \cdot (x-4)$

$f(3) = (3+2) \cdot (3-4)$

$f(3) = -5$

Cevap : E

12.  $y = ax^2 \Rightarrow$  lal büyüdükçe kollar y eksenine doğru kapanır.

$a > 0$

$c < 0$

$b > 0$

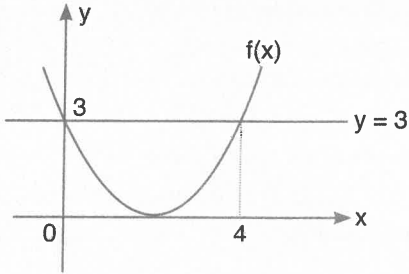
$d < 0$

$\Rightarrow c < d < b < a$

Cevap : C

## ÇÖZÜMLER

13.



$$f(0) = 3$$

$$0^2 + a \cdot 0 + b = 3$$

$$b = 3$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3 = -1$$

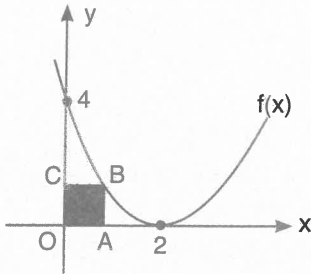
$$f(4) = 3$$

$$4^2 + 4a + 3 = 3$$

$$a = -4$$

Cevap : B

14.



$$f(x) = a \cdot (x - 2)^2$$

$$x = 0 \text{ için } 4 = a \cdot 4 \Rightarrow a = 1$$

$$f(x) = (x - 2)^2$$

$$x = k \text{ için } y = k$$

$$k = (k - 2)^2$$

$$k = k^2 - 4k + 4$$

$$k^2 - 5k + 4 = 0$$

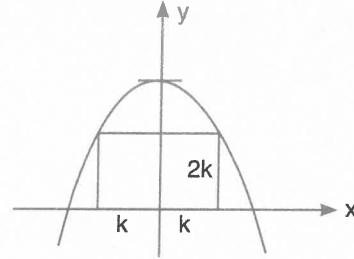
$$k \quad -4 \Rightarrow k = 4$$

$$k \quad -1 \Rightarrow k = 1$$

$$A(OACB) = 1 \cdot 1 = 1$$

Cevap : A

15. Tepe noktası y ekseninde ise



$$r = -\frac{b}{2a} = 0$$

$$\frac{-(m-2)}{-1,2} = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$f(x) = -x^2 + 8$$

$$2k = -k^2 + 8$$

$$k^2 + 2k - 8 = 0$$

$$k \quad +4$$

$$k \quad -2$$

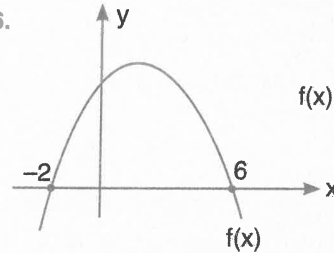
$$k = -4$$

$$k = 2 \text{ dir.}$$

$$\text{Çevre} = 8k = 8 \cdot 2 = 16$$

Cevap : C

16.



$$f(x) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 6)$$

$$\Rightarrow f(3) = a \cdot 5 \cdot (-3)$$

$$f(2) = a \cdot 4 \cdot (-4) \Rightarrow \frac{f(3)}{f(2)} = \frac{-15a}{-16a}$$

$$\frac{f(3)}{f(2)} = \frac{15}{16}$$

Cevap : D

## ÇÖZÜMLER

17.  $f(x)$  ile  $y = 1$  teğet olduğu için  $\Delta = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + m = 1 \Rightarrow x^2 - 6x + \underbrace{m - 1}_{9} = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow m = 10$$

Cevap : D

18.  $f: [-1, 2] \Rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$\min = k = ?$$

$$r = -\frac{-2}{2} = 1, f(1) = k = 1^2 - 2 \cdot 1 + 5 = 4$$

$$i) k = 4$$

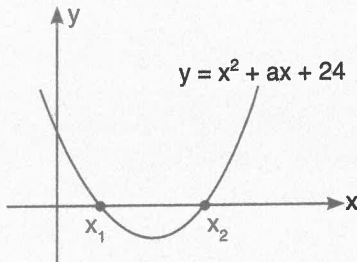
$$ii) [-1, 2] \text{ için } f(-1) = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 5 = 8$$

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 5 = 5$$

$$\Rightarrow \min(f(x)) = 4$$

Cevap : E

19.



$$|AB| = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 5$$

$$\Delta = a^2 - 4 \cdot 24 \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2 - 96}}{1} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2 - 96} = 5$$

$$a^2 - 96 = 25$$

$$a^2 = 121 \Rightarrow a = 11$$

$$a = -11 \quad (r > 0)$$

Cevap : D

20.  $f(x) = 2x^2 + (a - 4)x + b - 3$

$$r = 2, \quad k = 8$$

$$\frac{-(a-4)}{2 \cdot 2} = 2 \Rightarrow -a + 4 = 8$$

$$a = -4$$

$$f(x) = 2x^2 - 8x + b - 3$$

$$f(2) = 8 \Rightarrow 8 = 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + b - 3$$

$$\Rightarrow b = 19$$

Cevap : D

21.  $x = 0$  için  $f(0) = -6$

$$0^2 - (m + 3) \cdot 0 + m + 4 = -6$$

$$m = -10$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 7x - 6$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 = -7$$

Cevap : A

22.  $f(0) = 3$

$$g(0) = 3$$

$$\Rightarrow f(0) = 0^2 + 6 \cdot 0 + a - 2 = 3 \Rightarrow a = 5$$

$$\Rightarrow g(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 + b + 1 = 3 \Rightarrow b = 5$$

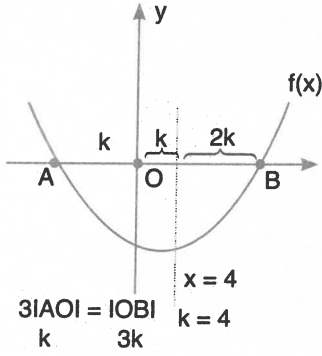
$$a + b = 7$$

Cevap : C



## ÇÖZÜMLER

23.



$$\Rightarrow x_1 = -4 \quad f(-4) = 0$$

$$(-4)^2 - 8 \cdot (-4) + M + 2 = 0$$

$$M = -50$$

$$f(x) = x^2 - 8x - 48$$

$$f(-3) = (-3)^2 - 8 \cdot (-3) - 48$$

$$f(-3) = -15$$

Cevap : B

$$24. f(x) = (a - 4)x^2 + 2ax + 6$$

$$r = 3 \Rightarrow \frac{-2a}{2 \cdot (a - 4)} = 3$$

$$-a = 3a - 12 \Rightarrow 4a = 12$$

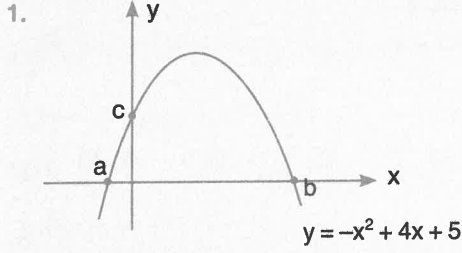
$$a = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 6x + 6$$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -6$$

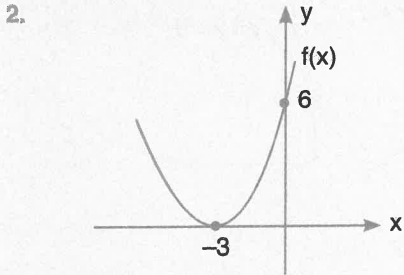
Cevap : E

## TEST - 1



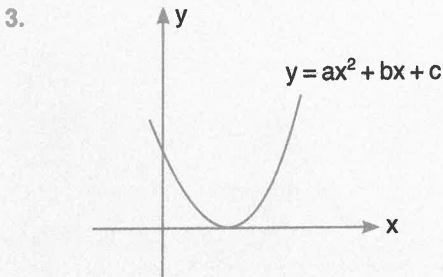
$$\Rightarrow a + b + c = ?$$

- A) 6                      B) 7                      C) 8  
D) 9                      E) 10



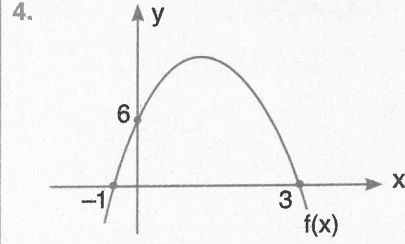
$$\Rightarrow f(3) = ?$$

- A) 24                      B) 10                      C) 8  
D) 4                      E) 2



$\Rightarrow$  aşağıdakilerden kaç tanesi yanlıştır?

- I.  $b^2 = 4ac$   
II.  $a > 0$   
III.  $b > 0$   
IV.  $b = 0$   
V.  $c > 0$   
A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4



$$\Rightarrow f(4) - f(-2) = ?$$

- A) -20                      B) -10                      C) 0  
D) 10                      E) 20

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

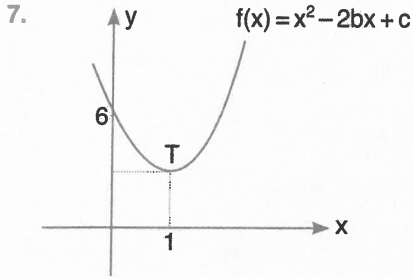
5.  $y = mx^2 - (3m - 15)x + m^2 + 1$   
tepe noktası y ekseninde ise  $m = ?$

- A) 1    B) 4    C) 5    D) 7    E) 10

6.  $y = x^2 - 6x + 1$   
 $\Rightarrow$  simetri eksenini = ?

- A)  $x + 5 = 0$                       B)  $x - 3 = 0$                       C)  $x - 4 = 0$   
D)  $x + 1 = 0$                       E)  $x - 1 = 0$

**TEST - 1**

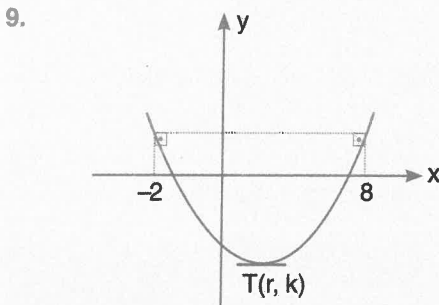


$\Rightarrow b + c = ?$

- A) 5    B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

8.  $y = 3(x - 2)^2 - 2$   
fonksiyonunun tepe noktası  $T_1$   
 $y = 2(x + 2)^2 + 3$   
fonksiyonunun tepe noktası  $T_2$   
 $\Rightarrow |T_1 T_2| = ?$

- A) 6    B) 8    C) 10  
D)  $2\sqrt{5}$     E)  $\sqrt{41}$

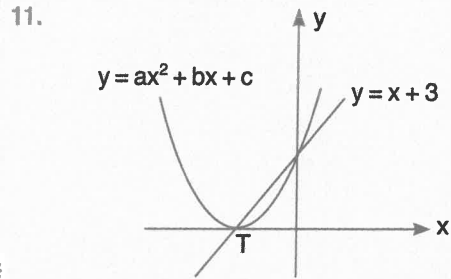


$f(x) = x^2 + bx + c \Rightarrow b = ?$

- A) -6    B) -4    C) -2  
D) 4    E) 6

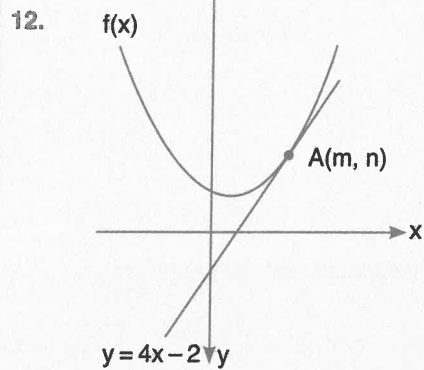
10.  $A = x^2 - 6x + 3$   
 $B = -x^2 + 4x - 3$   
 $\Rightarrow \min(A - B) = ?$

- A) -8    B)  $\frac{13}{2}$     C)  $\frac{7}{2}$     D) 8    E) 10



$\Rightarrow a + b + c = ?$

- A) 2    B) 4    C) 8  
D)  $\frac{16}{5}$     E)  $\frac{16}{3}$



$f(x) = x^2 - 4x + k - 1 \Rightarrow k = ?$

- A) 15    B) 16    C) 17    D) 18    E) 19

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

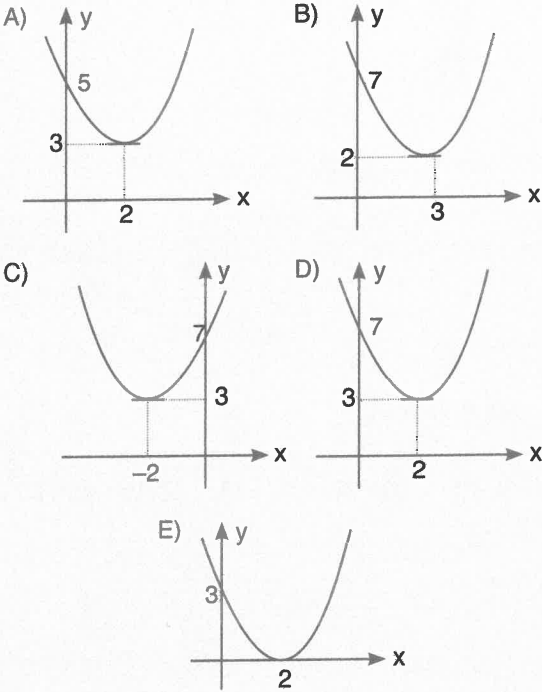
1.D    2.A    3.C    4.C    5.C    6.B    7.C    8.E    9.A    10.B    11.E    12.A

## TEST - 2

1.  $f(x) = 2x^2 - 6x + 2$   
 $TN(r, k) \Rightarrow r + k = ?$

- A)  $-\frac{5}{2}$       B)  $-\frac{3}{2}$       C) -1  
 D) 2      E)  $\frac{5}{2}$

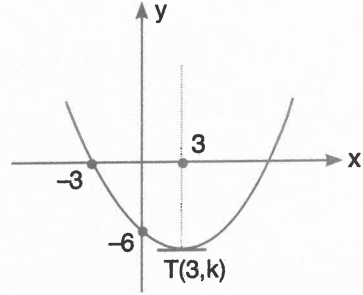
2.  $f(x) = (x - 2)^2 + 3$   
 $\Rightarrow$  grafiği = ?



3.  $y = 2x^2 + x - 6$  ile  $y = x + n$   
 teğet ise  $n = ?$

- A) -7      B) -6      C) -5      D) 6      E) 7

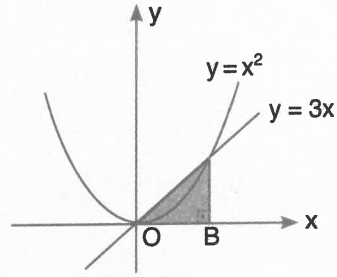
4.



$\Rightarrow k = ?$

- A) -5      B) -7      C) -8      D) -12      E)  $-\frac{15}{2}$

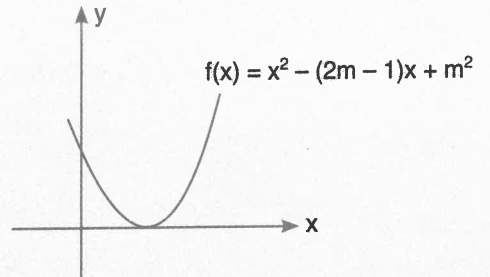
5.



$\Rightarrow A(AOB) = ?$

- A)  $\frac{27}{2}$       B) 9      C)  $\frac{27}{4}$       D) 3      E)  $\frac{3}{2}$

6.

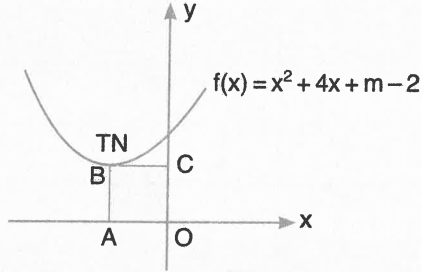


$\Rightarrow m = ?$

- A)  $-\frac{1}{2}$       B)  $-\frac{1}{4}$       C) 1      D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{1}{4}$

## TEST - 2

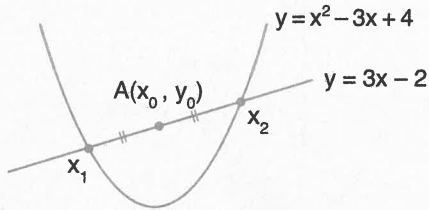
7.



$$A(AOCB) = 12 \Rightarrow m = ?$$

- A) 6    B) 8    C) 12    D) -12    E) -8

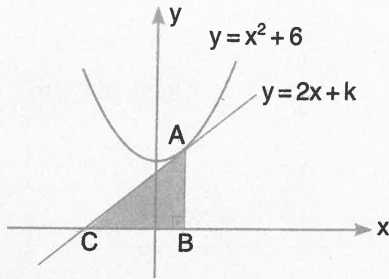
8.



$$\Rightarrow x_0 + y_0 = ?$$

- A)  $\frac{3}{2}$     B) 5    C) 7    D) 9    E) 10

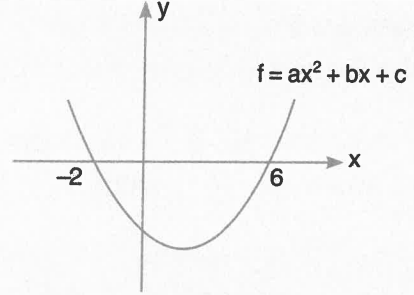
9.



$$\Rightarrow A(ABC) = ?$$

- A)  $\frac{49}{4}$     B)  $\frac{42}{3}$     C) 84    D) 7    E) 6

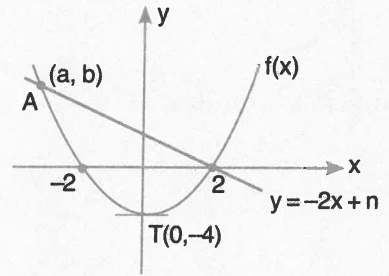
10.



$$\Rightarrow \frac{b+c}{a} = ?$$

- A) -20    B) -16    C) -12    D) 16    E) 20

11.



$$A(a, b) \Rightarrow b = ?$$

- A) -20    B) -16    C) -12    D) 10    E) 12

12.  $y = (m - 1)x^2 + x + 2$  ile  
 $y = 2x - 3$  kesişmediğine göre  $\min(m) = ?$  ( $m \in \mathbb{N}$ )

- A) 2    B) 3    C) 5    D) 7    E) 8

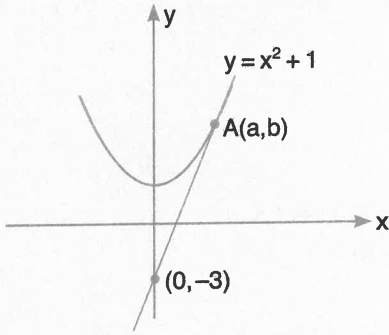
1.C    2.D    3.B    4.C    5.A    6.E    7.C    8.E    9.A    10.B    11.E    12.A

## TEST - 3

1.  $f(x) = (m - 3)x^3 + 2x^2 - 4mx + 5$   
 $f(x)$  parabol  $\Rightarrow \min(f(x)) = ?$

- A) -36 B) -18 C) -13 D) -5 E) 2

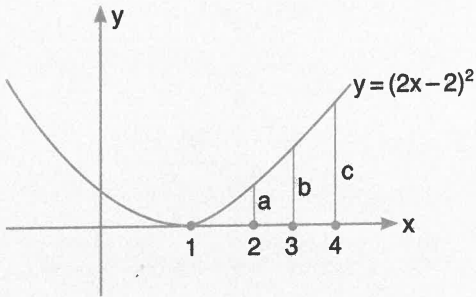
2.



$\Rightarrow a + b = ?$

- A) 3 B) 6 C) 7 D) 16 E) 18

3.



Uzunlukları  $a$ ,  $b$ ,  $c$  olan doğru parçaları için

$a + b + c = ?$

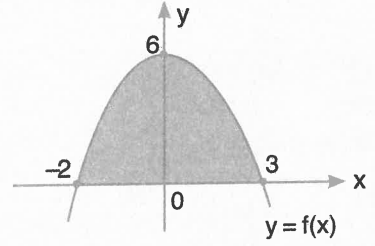
- A) 10 B) 16 C) 40 D) 56 E) 60

4.  $y = x^2 - 6x + 4$

$TN(r, k) \Rightarrow r + 2k = ?$

- A) -10 B) -9 C) -8 D) -7 E) -6

5.



Taralı Alan = ?

A)  $y \leq -x^2 + x + 6$

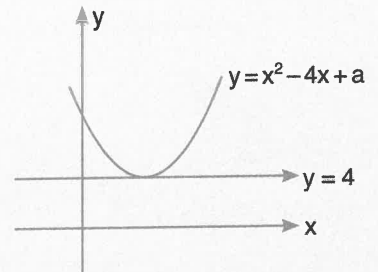
B)  $y \leq -x^2 + x$

C)  $y \geq -x^2 + x$

D)  $y \leq -x^2 + x$

E)  $y \geq x^2 - x - 5$

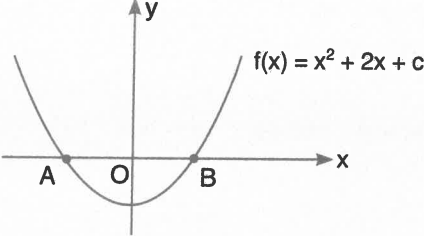
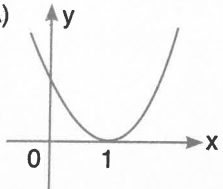
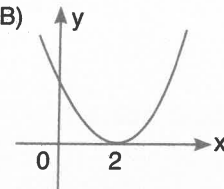
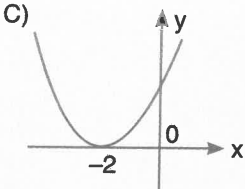
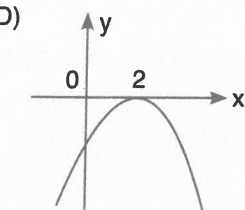
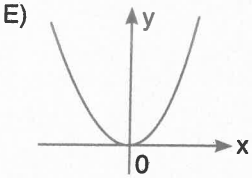
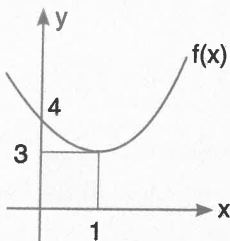
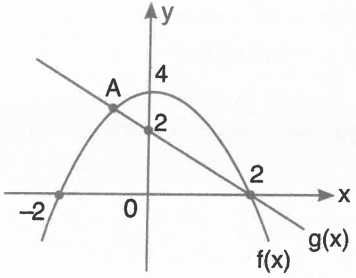
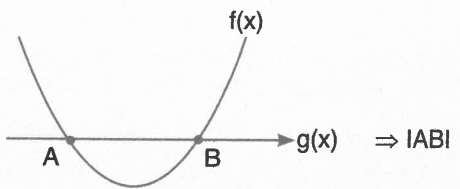
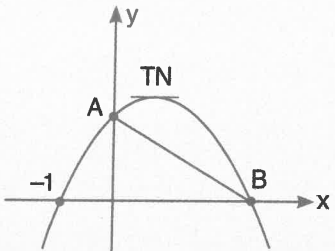
6.



$\Rightarrow a = ?$

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

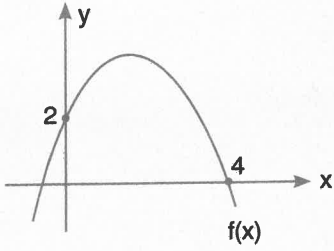
## TEST - 3

7.   $f(x) = x^2 + 2x + c$
- $2|AO| = 3|OB| \Rightarrow f(6) = ?$
- A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60
8.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x - 2$   
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = x^2$   
 $\Rightarrow \text{gof}(x)$  in grafiği = ?
- A)  B) 
- C)  D) 
- E) 
9.   $f(x)$
- $\Rightarrow f(-x) = ?$
- A)  $x^2 + 2x + 4$  B)  $x^2 + 2x + 2$   
 C)  $x^2 + x + 4$  D)  $x^2 + x + 3$   
 E)  $x^2 + 4x + 4$
10.   $f(x)$   $g(x)$
- $A(m, n) \Rightarrow n = ?$
- A) -2 B) 2 C)  $\frac{5}{2}$  D) 3 E)  $\frac{7}{2}$
11.  $f(x) = x^2 - 3x + 4$   
 $g(x) = 3x - 1$
- $= ?$    $\Rightarrow |AB|$
- A) 4 B) 5 C)  $2\sqrt{10}$  D) 7 E)  $4\sqrt{10}$
12.   $TN$
- $TN(2, 9) \Rightarrow |AB| = ?$
- A)  $3\sqrt{2}$  B)  $4\sqrt{2}$  C)  $5\sqrt{2}$  D)  $6\sqrt{2}$  E)  $7\sqrt{2}$

1.C 2.C 3.D 4.D 5.A 6.E 7.B 8.B 9.A 10.D 11.E 12.C

## EXTRA SORULAR

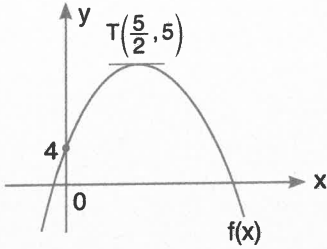
1.



$$f(x) = -x^2 + kx + m \Rightarrow f(2) = ?$$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 5    E) 9

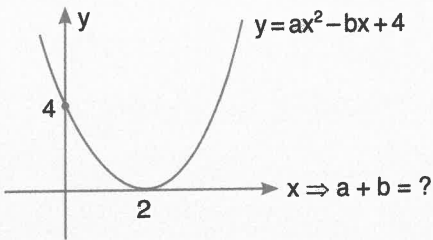
2.



$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow b = ?$$

- A)  $-\frac{4}{25}$     B)  $-\frac{4}{5}$     C)  $\frac{4}{25}$     D)  $\frac{4}{5}$     E)  $\frac{5}{4}$

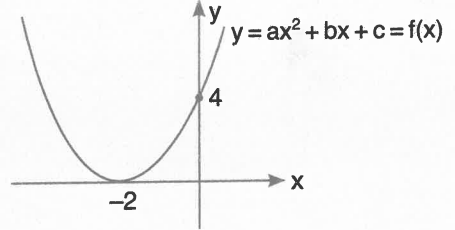
3.



$$\Rightarrow a + b = ?$$

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

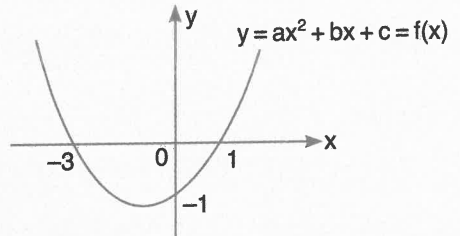
4.



$$\Rightarrow f(-3) = ?$$

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

5.



$$\Rightarrow 3a + 6b + 2c = ?$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

1.D    2.D    3.B    4.D    5.C



**Derece:**

Çemberin  $\frac{1}{360}$  lık yayını gören açıya 1 derece ( $1^\circ$ ) denir.

$$\left. \begin{array}{l} 1^\circ = 60' \text{ (dk)} \\ 1' = 60'' \text{ (sn)} \end{array} \right\} 1^\circ = 60' = 3600''$$

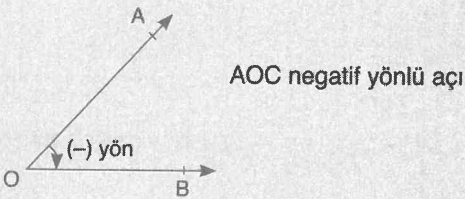
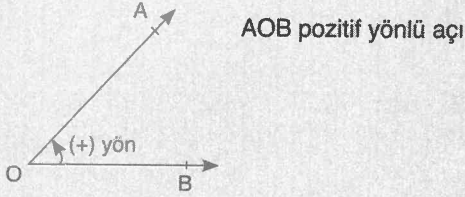
**Radyan:**

Bir çemberde yarıçap uzunluğunda yayı gören merkez açıya 1 radyan denir.

$$\Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \text{ dir.}$$

D → Derece

R → Radyan

**Yönlü Açılar****ÖRNEK-1**

$40^\circ$  kaç dk'dır?

Çözüm

$$1^\circ = 60'$$

$$\Rightarrow 40^\circ = 40 \cdot 60 = 2400' \text{ dir.}$$

**ÖRNEK-2**

$120^\circ$  kaç R'dir?

Çözüm

$$\frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{2\pi}{3} = R$$

**ÖRNEK-3**

$$\frac{2\pi}{5} = ?$$

Çözüm

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$\Rightarrow D = 180 \cdot \frac{2\pi}{5\pi} = 36.2 = 72$$

$$\frac{2\pi}{5} = 72^\circ$$

**Esas Ölçü:**

$$0 \leq \theta < 360 \text{ ya da}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi$$

ve  $k \in \mathbb{Z}$  olmak üzere,

$$(\theta + k \cdot 360) \text{ veya } (\theta + k \cdot 2\pi)$$

açıların esas ölçüsü  $\theta$  dir.

**NOT - 1**

Pozitif olarak verilen bir açının esas ölçüsü, verilen açının 360 ile bölümünden kalandır.

$$\begin{array}{r|l} \alpha & 360 \\ \hline \_ & \end{array}$$

$\theta \rightarrow$  Esas ölçü

$\alpha$  negatif ise  $(360 - \theta)$  esas ölçü.

Verilen açı radyan cinsinden ise paydanın iki katına bölünerek bulunur.

$\Rightarrow x, y \in \mathbb{Z}^+, \frac{x}{y} \cdot \pi$  nin esas ölçüsü:  $\theta$

$$\begin{array}{r|l} x & 2y \\ \hline \_ & \end{array} - \theta = \frac{k \cdot \pi}{y} \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow \theta = 2\pi - \frac{k \cdot \pi}{y} \text{ dir.}$$

**ÖRNEK-4**

$$900^\circ = \theta + 360 \cdot k \Rightarrow \theta = ?$$

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 900 & 360 \\ \hline 720 & 2 \\ \hline 180 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \theta = 180^\circ$$

**ÖRNEK-5**

$$-600^\circ = \theta + 360 \cdot k \Rightarrow \theta = ?$$

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 600 & 360 \\ \hline 360 & 1 \\ \hline 240 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \theta = 360 - 240 = 120$$

**ÖRNEK-6**

$$\frac{28\pi}{5} = \theta + 2k \cdot \pi \Rightarrow \theta = ?$$

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 28 & 10 \\ \hline 20 & 2 \\ \hline 8 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{8\pi}{5}$$

**ÖRNEK-7**

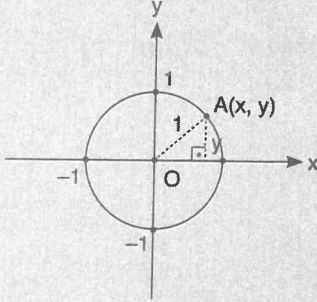
$$\frac{-37\pi}{6} = \theta + 2k \cdot \pi \Rightarrow \theta = ?$$

Çözüm

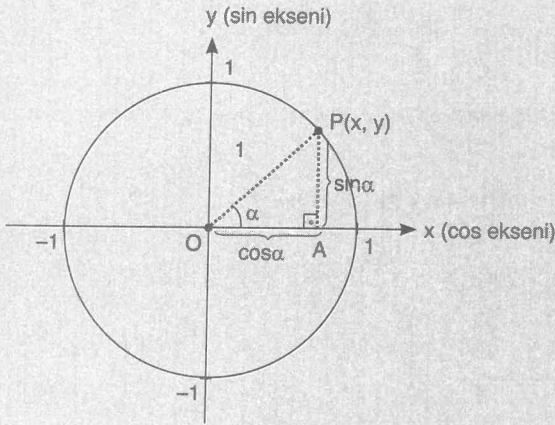
$$\begin{array}{r|l} 37 & 12 \\ \hline 36 & 3 \\ \hline 1 & \end{array} \Rightarrow \theta = 2\pi - \frac{1 \cdot \pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

## TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

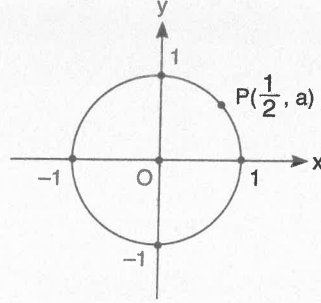
Birim Çember:

A noktası birim çember üzerinde ise  $x^2 + y^2 = 1$ 

Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları:

 $\cos: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1] \Rightarrow -1 \leq \cos \alpha \leq 1$  $\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1] \Rightarrow -1 \leq \sin \alpha \leq 1$ 

ÖRNEK-8

 $\Rightarrow a = ?$ 

Çözüm

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ÖRNEK-9

$$A = \frac{4 + 6 \sin 3x}{5} \Rightarrow ? \leq A \leq ?$$

Çözüm

$$-1 \leq \sin 3x \leq 1$$

$$-6 \leq 6 \sin 3x \leq 6$$

$$-2 \leq 6 \sin 3x + 4 \leq 10$$

$$-\frac{2}{5} \leq \frac{6 \sin 3x + 4}{5} \leq \frac{10}{5} \Rightarrow -\frac{2}{5} \leq A \leq 2$$

ÖRNEK-10

$$m = \frac{5 \cos 2x + 6}{2}, (m \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \max(m) = ?$$

Çözüm

$$-1 \leq \cos 2x \leq 1$$

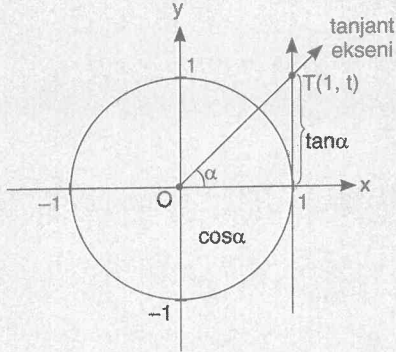
$$-5 \leq 5 \cos 2x \leq 5$$

$$1 \leq 5 \cos 2x + 6 \leq 11$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{5 \cos 2x + 6}{2} \leq \frac{11}{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{11}{2} \Rightarrow \max(m) = 5$$

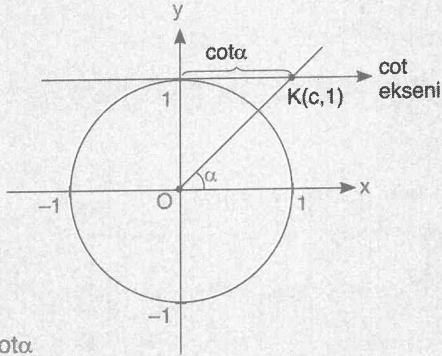
## Tanjant ve Kotanjant Fonksiyonları:



$$t = \tan \alpha$$

$$\tan: \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$-\infty < \tan \alpha < \infty$$

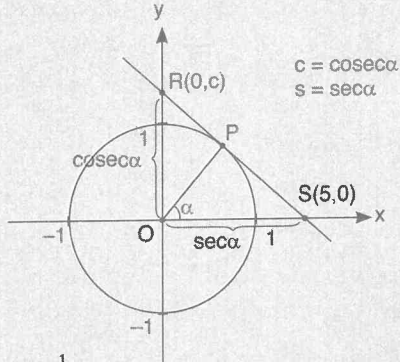


$$c = \cot \alpha$$

$$\cot: \mathbb{R} - \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$-\infty < \cot \alpha < \infty$$

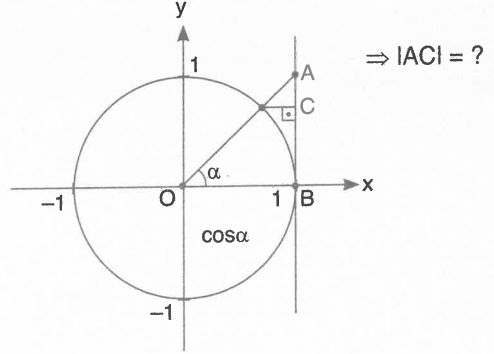
## Sekant ve Kosekant Fonksiyonları



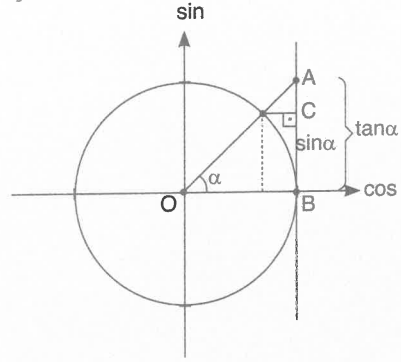
$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

## ÖRNEK-11



Çözüm



$$\Rightarrow |AC| = \tan \alpha - \sin \alpha$$

## TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

$$\rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\rightarrow \tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\rightarrow \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\rightarrow \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\rightarrow \sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\rightarrow \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$$

$$x + y = 90$$

$$\Rightarrow \sin x = \cos y$$

$$\tan x = \cot y$$

$$a + b = 180$$

$$\Rightarrow \sin a = \sin b$$

$$\cos a = -\cos b$$

$$\tan a = -\tan b$$

$$\cot a = -\cot b$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

$$\cot(-x) = -\cot x$$

ÖRNEK-12

$$\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ = 1$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{5} + \cos^2 \frac{\pi}{5} = 1$$

ÖRNEK-13

$$\frac{1}{\sin x} - \frac{\cos^2 x}{\sin x} = ?$$

Çözüm

$$\frac{1 - \cos^2 x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x}{\sin x} = \sin x$$

ÖRNEK-14

$$\frac{\sin x - \cos x}{2 \sin x + 3 \cos x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan x = ?$$

Çözüm

$$3 \cdot \sin x - 3 \cos x = 2 \sin x + 3 \cos x$$

$$\sin x = 6 \cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = 6 \Rightarrow \tan x = 6$$

ÖRNEK-15

$$\sin 70^\circ = \cos 20^\circ$$

$$\tan 50^\circ = \cot 40^\circ$$

ÖRNEK-16

$$\tan 120^\circ = -\tan 60^\circ$$

$$\cot 160^\circ = -\cot 20^\circ$$

$$\sin 40^\circ = \sin 140^\circ$$

$$\cos 70^\circ = -\cos 110^\circ$$

ÖRNEK-17

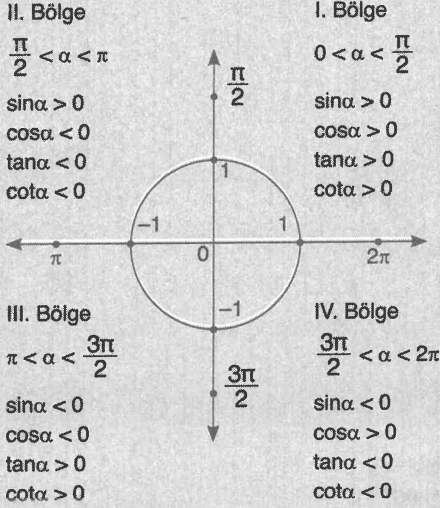
$$\sin(-30) = -\sin 30$$

$$\cos(-60) = \cos 60$$

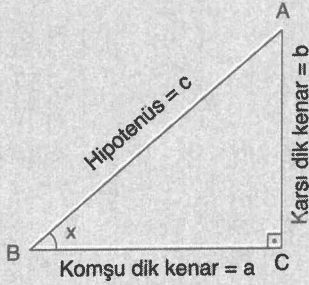
$$\tan(-20) = -\tan 20$$

$$\cot(-150) = -\cot 150$$

## Trigonometrik Fonksiyonların İşareti:



## Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar:



$$\sin x = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos x = \frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{a}{c}$$

$$\tan x = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Komşu dik kenar}} = \frac{b}{a}$$

$$\cot x = \frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Karşı dik kenar}} = \frac{a}{b}$$

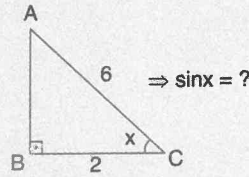
## ÖRNEK-18

$$\left. \begin{array}{l} \sin 70^\circ \\ \sin 140^\circ \\ \cos 130^\circ \\ \tan 240^\circ \\ \cot 300^\circ \\ \sin 320^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{İşaretleri} = ?$$

## Çözüm

$$\begin{array}{ll} \sin 70^\circ \rightarrow + 1. \text{ Bölge} & \sin 140^\circ \rightarrow + 2. \text{ Bölge} \\ \cos 130^\circ \rightarrow - 2. \text{ Bölge} & \tan 240^\circ \rightarrow + 3. \text{ Bölge} \\ \cot 300^\circ \rightarrow + 4. \text{ Bölge} & \sin 320^\circ \rightarrow + 4. \text{ Bölge} \end{array}$$

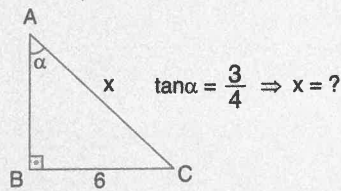
## ÖRNEK-19



## Çözüm

$$\begin{array}{l} a^2 + 2^2 = 6^2 \\ a^2 = 32 \\ a = 4\sqrt{2} \\ \Rightarrow \sin x = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{array}$$

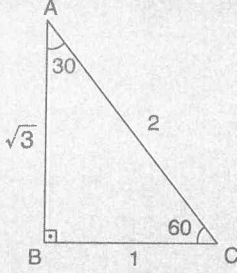
## ÖRNEK-20



## Çözüm

$$\begin{array}{l} \tan \alpha = \frac{6}{a} = \frac{3}{4} \\ a = 8 \\ \Rightarrow 8^2 + 6^2 = x^2 \\ x^2 = 100 \Rightarrow x = 10 \end{array}$$

30 – 45 – 60 in trigonometrik değerleri:

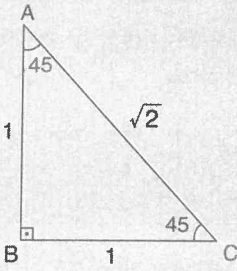


$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot 30^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$$

$$\rightarrow \sin 90^\circ = 1, \sin 270^\circ = -1$$

$$\sin 0^\circ = \sin 180^\circ = 0$$

$$\rightarrow \cos 0^\circ = 1, \cos 180^\circ = -1$$

$$\cos 90^\circ = \cos 270^\circ = 0$$

$$\rightarrow \tan 0^\circ = \tan 180^\circ = 0$$

$$\tan 90^\circ = \text{tanımsız}$$

$$\tan 270^\circ = \text{tanımsız}$$

$$\rightarrow \cot 90^\circ = \cot 270^\circ = 0$$

$$\cot 0^\circ = \text{tanımsız}$$

$$\cot 180^\circ = \text{tanımsız}$$

ÖRNEK-21)

$$\sqrt{12} \cdot \cos 30^\circ + \sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ = ?$$

Çözüm

$$\sqrt{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{6}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

ÖRNEK-22)

$$\frac{\tan 45^\circ \cdot \sin 30^\circ + \cot 45^\circ \cdot \cos 45^\circ}{1 + \cos^2 45^\circ}$$

Çözüm

$$\frac{1 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}+1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}+1}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+1}{3}$$

ÖRNEK-22)

$$\frac{\sin 90^\circ \cdot \cos 270^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ + \sin 30^\circ}{\tan 45^\circ \cdot \cos 60^\circ}$$

Çözüm

$$\frac{1 \cdot 0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}}{1 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

## Birim Çemberde Özdeşlikler:

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ olmak üzere}$$

## 1. Bölge

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cot a$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \tan a$$

## 2. Bölge

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\sin a$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\cot a$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\tan a$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

## 3. Bölge

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = -\cos a$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = -\sin a$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = \cot a$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = \tan a$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

## ÖRNEK-23

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \tan x$$

## Çözüm

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

## ÖRNEK-24

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = ?$$

## Çözüm

$$\begin{aligned} \sin\left[-\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right] &= -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \\ &= -\cos x \end{aligned}$$

## ÖRNEK-25

$$\sin\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = ?$$

## Çözüm

$$-\frac{7\pi}{2} = \theta + k \cdot 2\pi \Rightarrow \theta = ?$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ 4 & 1 \\ \hline & 3 \end{array} \quad \theta = 2\pi - \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$$



## 4. Bölge

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = -\cos a$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = \sin a$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = -\cot a$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = -\tan a$$

$$\sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(2\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(2\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$



NOT - 1

$\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$  'li işlemlerde isim değişirken  $[\pi, 2\pi]$ 'li işlemlerde isim değiştirmiyor.

## Sıralama:

$$\rightarrow 0 < \alpha < \frac{\pi}{4} \text{ ise ;}$$

$$\sin \alpha < \cos \alpha$$

$$\sin \alpha < \cot \alpha$$

$$\sin \alpha < \tan \alpha$$

$$\tan \alpha < \cot \alpha$$

$$\cos \alpha < \cot \alpha$$

$$\rightarrow \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ ise ;}$$

$$\cos \alpha < \sin \alpha$$

$$\cos \alpha < \tan \alpha$$

$$\cos \alpha < \cot \alpha$$

$$\cot \alpha < \tan \alpha$$

$$\sin \alpha < \tan \alpha \text{ dir.}$$

ÖRNEK-26

$$\sin 240^\circ = ?$$

$$\tan 135^\circ = ?$$

$$\cot 300^\circ = ?$$

$$\cos 210^\circ = ?$$

Çözüm

$$\rightarrow \sin 240^\circ = \sin(180 + 60)$$

$$= -\sin 60$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\rightarrow \tan 135^\circ = \tan(90 + 45)$$

$$= -\cot 45$$

$$= -1$$

$$\rightarrow \cot 300^\circ = \cot(360 - 60)$$

$$= -\cot 60$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow \cos 210^\circ = \cos(180 + 30)$$

$$= -\cos 30$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

ÖRNEK-27

$$\sin 10^\circ < \cos 10^\circ < \cot 10^\circ$$

ÖRNEK-28

$$a = \sin 100^\circ, b = \sin 140^\circ, c = \tan 60^\circ$$

$$\Rightarrow ? < ? < ?$$

ÖRNEK-29

$$\tan 60^\circ > 1$$

$$\sin 100^\circ, \sin 140^\circ < 1$$

$$\sin 100^\circ = \sin 80^\circ$$

$$\sin 140^\circ = \sin 40^\circ \Rightarrow \sin 40^\circ < \sin 80^\circ < \tan 60^\circ$$

$$\Rightarrow b < a < c \text{ dir.}$$

### Trigonometrik Oranlardan Biri Verildiğinde Diğerini Bulma:

Verilen değer dik üçgende yerleştirilerek diğer değerler bulunur. Verilen açının bölgesine dikkat edilir.

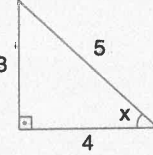
ÖRNEK-30

$$0 < x < \frac{\pi}{2},$$

$$\sin x = \frac{3}{5} \Rightarrow \tan x \cdot \cos^2 x = ?$$

Çözüm

$$\sin x = \frac{3}{5} \Rightarrow$$



$$\tan x = \frac{3}{4} \quad \cos x = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \tan x \cdot \cos^2 x = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{25} = \frac{12}{25}$$

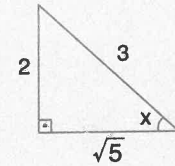
ÖRNEK-31

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi$$

$$\sin x = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos x = ?$$

Çözüm

$$\sin x = \frac{2}{3}$$



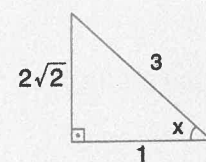
$$\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

ÖRNEK-32

$$270 < x < 360$$

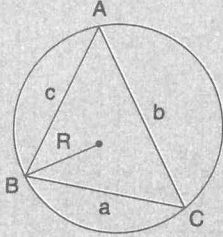
$$\cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = ?$$

Çözüm



$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x = \frac{1}{2\sqrt{2}} = +\frac{\sqrt{2}}{4}$$

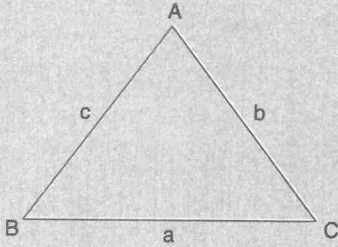
## SİNÜS TEOREMİ



R çevrel çemberin yarıçapı

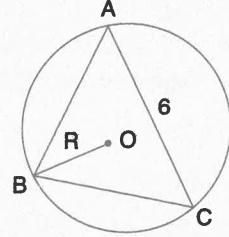
$$\Rightarrow \frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

## ALAN TEOREMİ



$$\begin{aligned} A(ABC) &= \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \hat{A} \\ &= \frac{1}{2} \cdot b \cdot a \cdot \sin \hat{C} \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin \hat{B} \end{aligned}$$

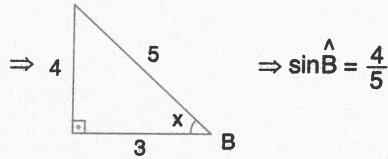
## ÖRNEK-33



$$\cos \hat{B} = \frac{3}{5} \Rightarrow R = ?$$

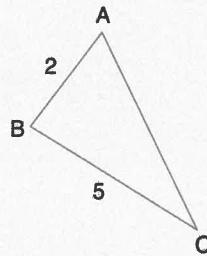
Çözüm

$$\cos \hat{B} = \frac{3}{5}$$



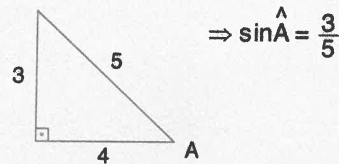
$$\frac{b}{\sin \hat{B}} = 2R \Rightarrow \frac{6}{\frac{4}{5}} = 2R \Rightarrow R = \frac{15}{4}$$

## ÖRNEK-34



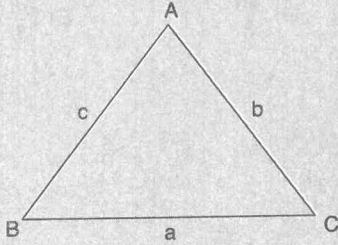
$$\tan \hat{A} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \hat{C} = ?$$

Çözüm



$$\frac{5}{3} = \frac{2}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{6}{25}$$

## KOSİNÜS TEOREMİ

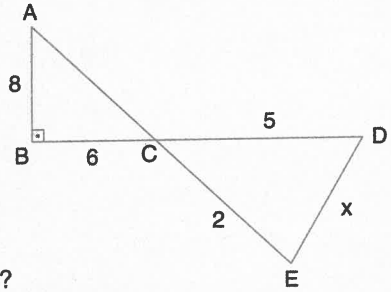


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

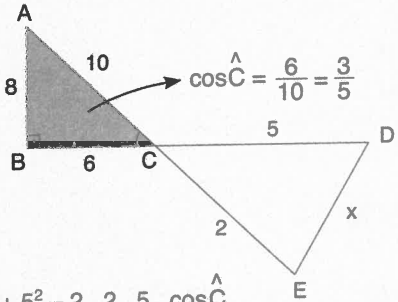
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

## ÖRNEK-35



$$\Rightarrow x = ?$$

Çözüm

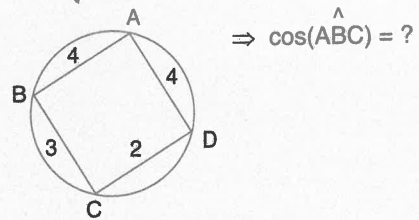


$$x^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cos \hat{C}$$

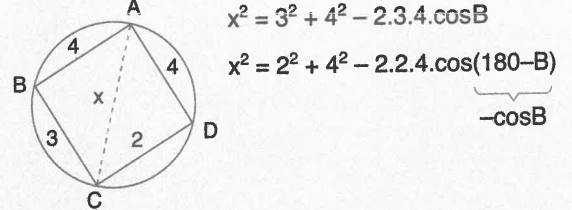
$$x^2 = 29 - 4 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 29 - 12$$

$$x^2 = 17 \Rightarrow x = \sqrt{17}$$

## ÖRNEK-36



Çözüm



$$x^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \hat{B}$$

$$x^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos(180 - \hat{B})$$

-cosB

$$2^2 + x^2 + 16 \cos \hat{B} = 3^2 + 4^2 - 24 \cos \hat{B}$$

$$40 \cos \hat{B} = 5$$

$$\cos \hat{B} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1.  $160^\circ = ?R$

- A)  $\frac{5\pi}{9}$       B)  $\frac{2\pi}{3}$       C)  $\frac{7\pi}{9}$   
 D)  $\frac{8\pi}{9}$       E)  $\pi$

2.  $\frac{5\pi}{6} = ?D$

- A)  $150^\circ$       B)  $190^\circ$       C)  $240^\circ$   
 D)  $300^\circ$       E)  $340^\circ$

3.  $-1170^\circ = \theta + 360 \cdot k \Rightarrow \theta = ?$

- A) 150      B) 270      C) 300  
 D) 320      E) 540

4.  $\frac{26\pi}{3} = \theta + 2\pi \cdot k \Rightarrow \theta = ?$

- A)  $\frac{\pi}{3}$       B)  $\frac{2\pi}{3}$       C)  $\pi$   
 D)  $\frac{4\pi}{3}$       E)  $\frac{5\pi}{3}$

5.  $A = 4\cos\alpha + 5\sin3\beta$   
 $\Rightarrow \max(A) = ?$

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

6.  $6\sin2x - 3m = -8 - m$   
 $\Rightarrow \max(m) = ?$

- A) 6      B) 10      C) 9      D) 8      E) 7

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

7.  $\cos 0 + \sin 90 + \sin \pi - \cos \pi = ?$

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

8.  $\cos \frac{3\pi}{2} + \sin \frac{3\pi}{2} + \sin 0 + \cos 2\pi = ?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E) 3

9.  $1 - \sin^2 x = \frac{5}{6}$

$\Rightarrow \cos^2 x = ?$

- A)
- $\frac{6}{7}$
- B)
- $\frac{5}{6}$
- C)
- $\frac{4}{5}$
- D)
- $\frac{3}{4}$
- E)
- $\frac{2}{3}$

10.  $\sin x + \cot x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} = ?$

- A)
- $\frac{1 + \cos x}{\sin x}$
- B)
- $\frac{1 + \cos x}{\sin x}$
- C)
- $\frac{1 + \sin x}{\cos x}$
- 
- D)
- $\frac{1 + \cos x}{\cos x}$
- E)
- $\sec x$

11.  $\frac{\operatorname{cosec} x \cdot \tan x}{1 + \tan^2 x} = ?$

- A) 1    B)
- $\cot x$
- C)
- $\sin x$
- 
- D)
- $\tan x$
- E)
- $\cos x$

12.  $0 < x < \frac{\pi}{2}$

$\sin x = \frac{3}{5} \Rightarrow \tan x + \operatorname{cosec} x = ?$

- A)
- $\frac{15}{11}$
- B)
- $\frac{21}{5}$
- C)
- $\frac{29}{12}$
- 
- D)
- $\frac{26}{17}$
- E)
- $\frac{5}{12}$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

$$13. \frac{\tan 30^\circ - \cot 30^\circ}{1 - \cot 30^\circ \cdot \cot 45^\circ} = ?$$

A)  $\frac{2}{3}$

B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C)  $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$

D)  $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$

E)  $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

$$14. a = \cos 48^\circ, b = \cos 33^\circ, c = \cos 88^\circ, d = \tan 65^\circ$$

$$\Rightarrow ? < ? < ? < ?$$

A)  $c < a < b < d$

B)  $d < a < b < c$

C)  $c < b < a < d$

D)  $d < b < a < c$

E)  $c < d < a < b$

$$15. a = \sin 245^\circ$$

$$b = \cos 181^\circ$$

$$c = \cot 400^\circ$$

$$d = \tan 193^\circ$$

$$\Rightarrow \text{İşaretleri} = ?$$

A) -, +, +, -

B) -, -, +, +

C) -, -, -, +

D) +, -, +, +

E) +, +, +, +

$$16. \sin 50^\circ = ?$$

A)  $\sin 230^\circ$

B)  $-\cos 40^\circ$

C)  $\cos(-40^\circ)$

D)  $\cos 140^\circ$

E)  $\sin 40^\circ$

$$17. x = \frac{\pi}{23}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 12x}{\sin 11x} = ?$$

A) -1

B)  $\frac{12}{11}$

C)  $\frac{11}{12}$

D)  $\sin x$

E) 1

$$18. \frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = ?$$

A) 1

B) -1

C)  $\tan x$

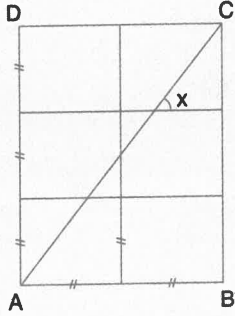
D)  $\cot x$

E) -

$$\tan x$$

ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

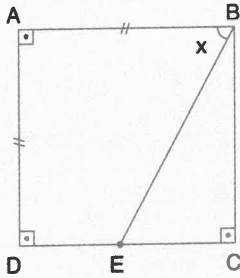
19.



$\Rightarrow \tan x = ?$

- A) 1    B) 2    C)  $\frac{3}{2}$     D)  $\frac{4}{3}$     E)  $\frac{5}{3}$

20.

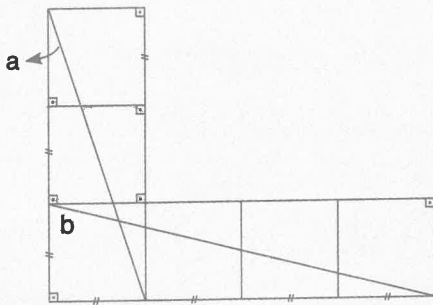


$|EC| = 2|ED|$

$\Rightarrow \cot x = ?$

- A) 1    B)  $\frac{5}{2}$     C) 2    D)  $\frac{3}{2}$     E)  $\frac{2}{3}$

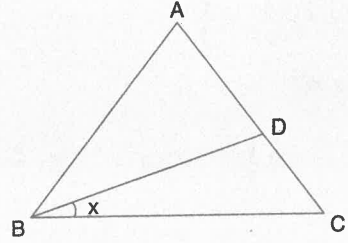
21.



$\Rightarrow \cot a - \tan b = ?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E) 3

22.



$|DC| = \frac{1}{4} \cdot |AC|$ , ABC eşkenar üçgen

$\Rightarrow \tan x = ?$

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{10}$     B)  $\frac{\sqrt{3}}{7}$     C)  $\frac{3\sqrt{3}}{5}$   
D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     E)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

23.  $\tan x + \cot x = \frac{6}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow \tan^2 x + \cot^2 x = ?$

- A)  $\frac{23}{5}$     B)  $\frac{24}{5}$     C) 5  
D)  $\frac{26}{5}$     E)  $\frac{27}{5}$

24.  $\tan x - \cot x = 4$

$\Rightarrow \tan^3 x - \cot^3 x = ?$

- A) 48    B) 52    C) 64    D) 76    E) 88



## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

$$25. \frac{2\sin x - 3\cos x}{5\cos x - 4\sin x} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \tan x = ?$$

- A)  $\frac{7}{5}$     B)  $\frac{6}{5}$     C) 1    D)  $\frac{5}{6}$     E)  $\frac{5}{7}$

$$26. \frac{\sin 200^\circ \cdot \sin 310^\circ}{\cos 40^\circ \cdot \cos 70^\circ} = ?$$

$$\Rightarrow \tan x = ?$$

- A)  $\tan 10^\circ$     B)  $\tan 20^\circ$     C)  $\tan 40^\circ$   
D) -1    e) 1

$$27. \frac{\cos^4 x - \sin^4 x + \sin^2 x + 2\cos x + 1}{\cos^2 x + \cos x + \sin^2 x} = ?$$

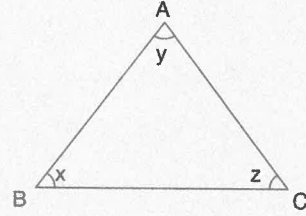
- A)  $\cos x$     B)  $\sin x$     C)  $\cot x$   
D)  $1 + \sin x$     e)  $1 + \cos x$

$$28. \sin x + \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^3 x + \cos^3 x = ?$$

- A)  $\frac{5}{16}$     B)  $\frac{7}{16}$     C)  $\frac{5}{8}$   
D)  $\frac{11}{16}$     E)  $\frac{13}{16}$

29.



$$\sin(x + y) = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cot z = ?$$

- A)  $\frac{2}{3}$     B)  $\frac{4}{3}$     C) 1    D)  $\frac{2}{5}$     E)  $\frac{1}{5}$

$$30. \alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(2\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = ?$$

- A)  $\frac{4}{5}$     B)  $\frac{4}{3}$     C)  $-\frac{3}{4}$     D)  $\frac{3}{4}$     E)  $-\frac{4}{3}$

## ÇÖZÜMLER

$$1. \frac{16\theta}{18\theta} = \frac{R}{\pi}$$

$$\Rightarrow R = \frac{8}{9}\pi$$

Cevap: D

$$2. \frac{5}{6}\pi = \frac{5 \cdot \frac{30}{180}}{\frac{1}{1}} = 5.30 = 150^\circ$$

Cevap: A

$$3. \begin{array}{r|l} 1170 & 360 \\ \underline{1080} & 3 \\ \hline 90 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \theta = 360 - 90$$

$$\theta = 270$$

Cevap: B

$$4. \begin{array}{r|l} 26 & 6 \\ \underline{24} & 4 \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

Cevap: B

$$5. -1 \leq \cos\alpha \leq 1, -1 \leq \sin 3\beta \leq 1$$

$$-4 \leq 4\cos\alpha \leq 4, -5 \leq 5\sin 3\beta \leq 5$$

$$-4 \leq 4\cos\alpha \leq 4$$

$$-5 \leq 5\sin 3\beta \leq 5$$

$$+$$

$$-9 \leq A \leq 9 \Rightarrow \max(A) = 9$$

Cevap: C

$$6. 6\sin 2x + 8 = 2m$$

$$m = 3\sin 2x + 4$$

$$-1 \leq \sin 2x \leq 1$$

$$-3 \leq 3\sin 2x \leq 3$$

$$1 \leq \underbrace{3\sin 2x + 4}_{m} \leq 7$$

$$+1 \leq m \leq 7$$

$$\Rightarrow \max(m) = 7$$

Cevap: E

$$7. \cos 0 = 1 \quad \sin \pi = 0$$

$$\sin 90 = 1 \quad \cos \pi = -1$$

$$\Rightarrow 1 + 1 + 0 - (-1) = 3$$

Cevap: D

$$8. \cos \frac{3\pi}{2} = 0 \quad \sin 0 = 0$$

$$\sin \frac{3\pi}{2} = -1 \quad \cos 2\pi = 1$$

$$\Rightarrow 0 - 1 + 0 + 1 = 0$$

Cevap: B

$$9. 1 = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \cancel{\sin^2 x} + \cos^2 x - \cancel{\sin^2 x} = \frac{5}{6}$$

$$\cos^2 x = \frac{5}{6}$$

Cevap: B

$$10. \frac{\sin x}{1} + \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\cos^2 x}{\sin x}$$

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x + \cos x}{\sin x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$$

Cevap: A

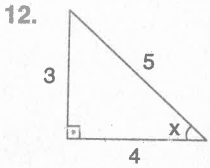
## ÇÖZÜMLER

$$11. \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{\sin x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\frac{1}{\cos x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\cos^2 x}{1} = \cos x$$

Cevap: E



$$\Rightarrow \tan x = \frac{3}{4}, \quad \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{5}{3} = \frac{29}{12}$$

Cevap: C

$$13. \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \cdot 1} = \frac{-\frac{2\sqrt{3}}{3}}{1 - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{-\frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot (1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{-\frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot (1 + \sqrt{3})}{1 - 3}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

Cevap: D

14.  $\tan 65 > 1$  en büyüğü 0'a yakın olan açının kosinüsü daha büyüktür.  
 $\cos 88 < \cos 48 < \cos 33 < \tan 65$   
 $\Rightarrow c < a < b < d$

Cevap: A

15.  $\sin 245 \rightarrow 3.$  Bölge: -  
 $\cos 181 \rightarrow 3.$  Bölge: -  
 $\cot 400 \rightarrow 1.$  Bölge: +  
 $\tan 193 \rightarrow 3.$  Bölge: +  
 $\Rightarrow -, -, +, +$

Cevap: B

16.  $\sin 50 = \cos 40$   
 $\Rightarrow \cos(-40) = \cos 40 = \sin 50$

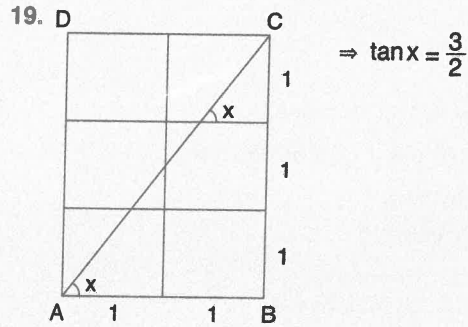
Cevap: C

17.  $\pi = 23x$  ( $a + b = \pi \Rightarrow \sin a = \sin b$ )  
 $\Rightarrow \sin 12x = \sin 11x$  ( $11x + 12x = 23x$ )  
 $\Rightarrow \frac{\sin 12x}{\sin 11x} = 1$

Cevap: E

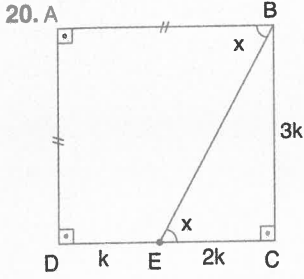
$$18. \frac{\left( \frac{1}{\sin^2 x + \cos^2 x} \right) \cdot (\sin^2 x - \cos^2 x)}{\sin^2 x - \cos^2 x} = 1$$

Cevap: A



Cevap: C

## ÇÖZÜMLER



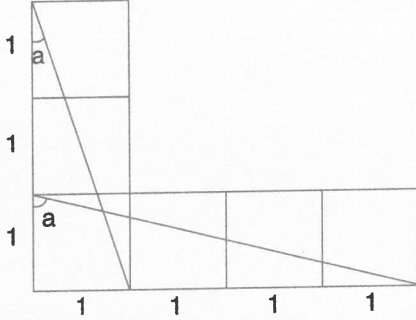
$$|EC| = 2|ED|$$

$$\frac{2k}{k}$$

$$\Rightarrow \cot x = \frac{2k}{3k} = \frac{2}{3}$$

Cevap: E

21.



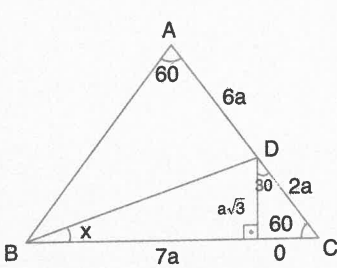
$$\cot a = \frac{3}{1} = 3$$

$$\tan b = \frac{4}{1} = 4$$

$$3 - 4 = -1$$

Cevap: A

22.



$$|DC| = \frac{1}{4}|AC|$$

$$\frac{2a}{8a}$$

$$\Rightarrow \tan x = \frac{a\sqrt{3}}{7a} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

Cevap: B

$$23. (\tan x + \cot x)^2 = \left(\frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$\tan^2 x + 2 \cdot \frac{\tan x \cdot \cot x}{1} + \cot^2 x = \frac{36}{5}$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x = \frac{36}{5} - 2 = \frac{26}{5}$$

Cevap: D

$$24. \tan x - \cot x = 4$$

$$\tan^3 x - \cot^3 x = (\tan x - \cot x)^3 + 3 \cdot \tan x \cdot \cot x \cdot (\tan x - \cot x)$$

$$= 4^3 + 3 \cdot 1 \cdot 4$$

$$= 64 + 12$$

$$= 76$$

Cevap: D

$$25. \frac{2 \sin x - 3 \cos x}{5 \cos x - 4 \sin x} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 6 \sin x - 9 \cos x = 5 \cos x - 4 \sin x$$

$$10 \cdot \sin x = 14 \cos x$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

Cevap: A

$$26. \sin 200 = \sin(180 + 20) = -\sin 20$$

$$\sin 310 = \sin(270 + 40) = -\cos 40$$

$$\cos 70 = \sin 20$$

$$\Rightarrow \frac{-\sin 20 \cdot (-\cos 40)}{\cos 40 \cdot \sin 20} = 1$$

Cevap: E

## ÇÖZÜMLER

$$27. \cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x + 2 \cos x + 1}{\cos^2 x + \sin^2 x + \cos x}$$

$$\frac{(\cos x + 1)^2}{1 + \cos x} = 1 + \cos x$$

Cevap: E

$$28. \sin x + \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3 \sin x \cos x \cdot \frac{1}{2}$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$2 \sin x \cos x = \frac{1}{4} - 1$$

$$\sin x \cos x = -\frac{3}{8}$$

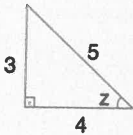
$$\Rightarrow \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{1}{8} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{1}{8} + \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{16}$$

Cevap: D

$$29. x + y + z = 180 \Rightarrow \sin(x + y) = \sin z$$

$$\sin z = \frac{3}{5}$$



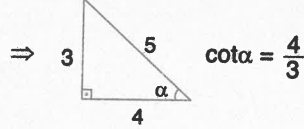
$$\Rightarrow \cot z = \frac{4}{3}$$

Cevap: B

$$30. \sin(2\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$$

$$\sin(\alpha + \beta + \alpha) = \frac{3}{5}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} \alpha\right) = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$$



Cevap: D

## TEST - 1

1.  $1960^\circ = \theta + 360 \cdot k \Rightarrow \theta = ?$

$\Rightarrow \theta = ?$

- A) 160    B) 180    C) 200    D) 220    E) 240

2.  $\frac{29\pi}{3} = \theta + 2\pi \cdot k$

$\Rightarrow \theta = ?$

- A)  $\pi$     B)  $\frac{4\pi}{3}$     C)  $\frac{5\pi}{3}$   
 D)  $\frac{7\pi}{5}$     E)  $\frac{9\pi}{5}$

3.  $-\frac{29\pi}{3} = \theta + 2\pi \cdot k$

$\Rightarrow \theta = ?$

- A)  $\frac{2\pi}{3}$     B)  $\frac{3\pi}{5}$     C)  $\frac{4\pi}{3}$   
 D)  $\pi$     E)  $\frac{\pi}{3}$

4.  $\left. \begin{array}{l} a = \sin 100^\circ \\ b = \sin 200^\circ \\ c = \tan 300^\circ \\ d = \cot 259^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a, b, c, d \\ ? ? ? ? \end{array}$

- A) -, -, +, +    B) +, -, -, +  
 C) -, +, +, -    D) +, +, -, -  
 E) -, -, -, -

5.  $\left. \begin{array}{l} a = \cos(-130^\circ) \\ b = \sin(-270^\circ) \\ c = \tan(-160^\circ) \\ d = \cot 150^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a, b, c, d \\ ? ? ? ? \end{array}$

- A) -, -, -, +    B) -, +, +, -  
 C) +, +, -, -    D) -, +, -, +  
 E) +, -, +, -

6.  $\sin 750^\circ + \cos 570^\circ + \tan 720^\circ = ?$

- A)  $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$     B) 1    C) 2  
 D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     E)  $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

## TEST - 1

7.  $m = 3\cos\alpha - 2\sin\theta + 7$

$\Rightarrow \text{Ç.K.} = ?$

- A) (-2, 7)      B) [-2, 7]      C) [1, 12]  
D) [2, 10]      E) [2, 12]

$$\left. \begin{array}{l} 8. \ a = \cos 70^\circ \\ \ b = \sin 130^\circ \\ \ c = \cos 40^\circ \\ \ d = \cot 130^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow ? < ? < ? < ?$$

- A)  $d < a < b = c$       B)  $c < b < a = d$   
C)  $a < b < c < d$       D)  $d < b = c < a$   
E)  $d < a < b < c$

9.  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ,

I.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\sin a$

II.  $\sin(\pi + a) = \sin a$

III.  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = -\cos a$

IV.  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = -\cos a$

V.  $\sin(2\pi - a) = -\sin a$

kaç tanesi doğrudur?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

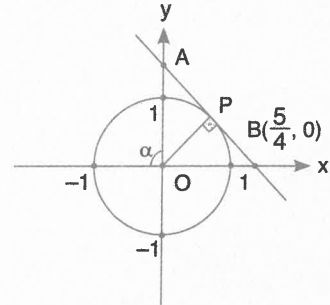
10.  $\frac{3\pi}{2} < a < b < c < 2\pi$

$x = \tan a$ ,  $y = \tan b$ ,  $z = \tan c$

$\Rightarrow ? < ? < ?$

- A)  $x < y < z$       B)  $y < z < x$       C)  $z < y < x$   
D)  $z < x < y$       E)  $x < z < y$

11.



$\Rightarrow \tan \alpha = ?$

- A)  $\frac{3}{4}$       B)  $-\frac{3}{4}$       C)  $\frac{3}{5}$   
D)  $\frac{4}{5}$       E)  $-\frac{3}{5}$

12.  $f(x) = \sqrt{12 - 3\sin x}$

$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = ?$

- A)  $3 + \sqrt{15}$       B) 3      C)  
 $3 - \sqrt{15}$   
D) 6      E)  $\sqrt{12} - \sqrt{15}$

1.A 2.C 3.E 4.B 5.B 6.E 7.E 8.A 9.C 10.A 11.B 12.A

## TEST - 2

1.  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

$$\sqrt{\sin^2 x} + \sqrt{\cos^2 x} + \sin x = ?$$

- A)  $2\sin x$                       B)  $2\sin x + \cos x$   
 C)  $2\sin x - \cos x$             D)  $\sin x$   
 E)  $\cos x$

2.  $\frac{3\sin x - 2\cos x}{2\sin x + \cos x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan x = ?$

- A)  $\frac{8}{7}$                       B)  $\frac{8}{5}$                       C)  $\frac{7}{8}$   
 D)  $\frac{5}{8}$                       E)  $\frac{5}{7}$

3.  $\frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} + \sin x = ?$

- A) 0                      B)  $\sin x$                       C)  $\cot x$   
 D)  $\cos x$                       E) 1

4.  $\operatorname{cosec} x \left( \sec x - \frac{\cos x}{1 + \sin x} \right) = ?$

- A)  $\sec x$                       B)  $\cos x$                       C)  $\sin x$   
 D)  $-1$                       E) 1

5.  $\tan x - \cot x = 2$   
 $\Rightarrow \tan^2 x + \frac{1}{\tan^2 x} = ?$

- A) 5                      B) 6                      C) 7                      D) 8                      E) 9

6.  $\frac{1 + \cot 50^\circ}{\cos 50^\circ + \sin 50^\circ} = ?$

- A)  $\tan 50^\circ$                       B)  $\sec 50^\circ$                       C)  $\operatorname{cosec} 50^\circ$   
 D)  $\sin 40^\circ$                       E)  $\cos 40^\circ$



## TEST - 2

7.  $\frac{1}{1+\tan x} + \frac{1}{1+\cot x} = ?$

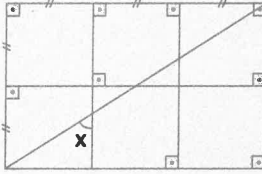
- A) 1                      B)  $\sin x$                       C)  $\cos x$   
D)  $\tan x$                       E)  $-1$

8.  $0 < x < \frac{\pi}{2}$

$\left(1 + \frac{1}{\tan^2 x}\right) \cdot \sqrt{1 - \cos^2 x} = ?$

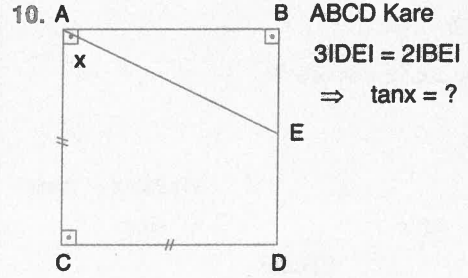
- A)  $\cot x$                       B)  $\tan x$                       C)  $\operatorname{cosec} x$   
D)  $\sec x$                       E)  $\cos x$

9.



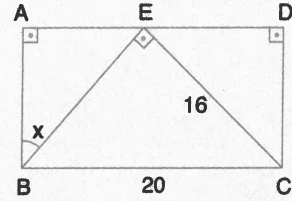
$\Rightarrow \sin x = ?$

- A)  $\frac{1}{\sqrt{13}}$                       B)  $\frac{3}{\sqrt{13}}$                       C)  $\frac{2}{\sqrt{13}}$   
D)  $\frac{12}{\sqrt{13}}$                       E)  $\frac{2}{9}$



- A)  $\frac{3}{5}$                       B)  $\frac{5}{3}$                       C)  $\frac{5}{2}$   
D)  $\frac{2}{5}$                       E)  $\frac{2}{3}$

11.



ABCD dikdörtgen

$\Rightarrow \cot x = ?$

- A)  $\frac{4}{5}$                       B)  $\frac{5}{3}$                       C)  $\frac{3}{5}$   
D)  $\frac{4}{3}$                       E)  $\frac{3}{4}$

12.  $0 < x < \frac{\pi}{2}$

$\sin x = \frac{2}{5} \Rightarrow \cot x = ?$

- A)  $\frac{\sqrt{21}}{2}$                       B)  $\frac{\sqrt{21}}{5}$                       C)  $\frac{2}{\sqrt{21}}$   
D)  $\frac{5}{\sqrt{21}}$                       E)  $\frac{5}{2}$

1.E 2.B 3.E 4.A 5.B 6.C 7.A 8.C 9.B 10.B 11.D 12.A

## TEST - 3

1.  $\tan x = -3$

$\Rightarrow \sin x \cdot \cos x = ?$

A)  $\frac{3}{10}$

B)  $\frac{2}{10}$

C)  $-\frac{3}{10}$

D)  $-\frac{2}{10}$

E)  $-\frac{1}{2}$

2.  $x \in (0, \frac{\pi}{2}) - \{\frac{\pi}{4}\}$

$\frac{\tan x - 1}{1 - \cot x} = 2 \Rightarrow \sec x = ?$

A) 2

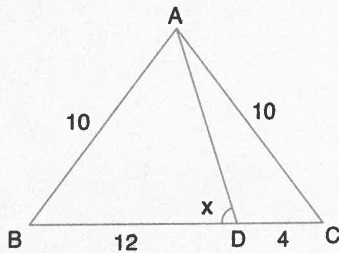
B)  $\sqrt{5}$

C)  $\sqrt{6}$

D)  $\sqrt{7}$

E)  $2\sqrt{2}$

3.



$\Rightarrow \tan x = ?$

A)  $\frac{5}{7}$

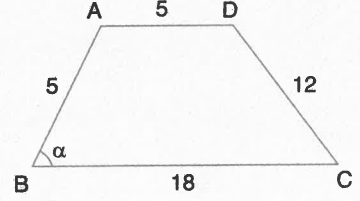
B)  $\frac{3}{5}$

C)  $\frac{4}{5}$

D)  $\frac{5}{3}$

E)  $\frac{3}{2}$

4.



$\Rightarrow \sin \alpha = ?$

A)  $\frac{5}{7}$

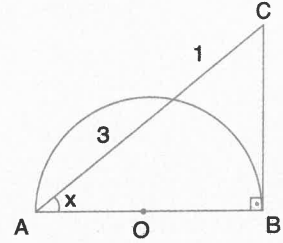
B)  $\frac{5}{12}$

C)  $\frac{5}{11}$

D)  $\frac{12}{13}$

E)  $\frac{5}{18}$

5.



[AB] → çap

O merkez

$\Rightarrow \sin x = ?$

A)  $\frac{1}{2}$

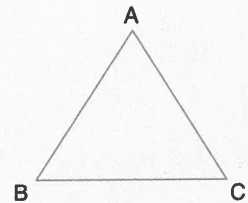
B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{2}{3}$

D)  $\frac{2}{5}$

E)  $\frac{3}{5}$

6.



$\Rightarrow \frac{\sin(\hat{B} + \hat{C}) + \sin \hat{A}}{\tan(\hat{B} + \hat{C}) - \tan \hat{A}} = ?$

A)  $\sec \hat{A}$

B)  $\cot \hat{B}$

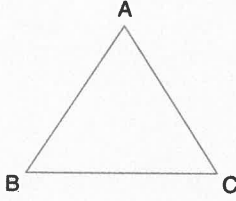
C)  $\tan \hat{B}$

D)  $-\cos \hat{A}$

E)  $-\sin \hat{A}$

## TEST - 3

7.



$$\Rightarrow \tan\left(\frac{A+B}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{C}{2}\right) = ?$$

- A)  $\tan C$  B)  $-\tan C$  C)  $\tan B$  D) 1 E)  $-1$

$$8. \frac{\cos(3\pi - x) + \cos(3\pi + x)}{\sin(2\pi - x) - \sin(5\pi - x)} = ?$$

- A)  $\cos x$  B)  $\tan x$  C)  $-\tan x$   
D)  $-\cot x$  E)  $\cot x$

$$9. x + y = \frac{\pi}{2}$$

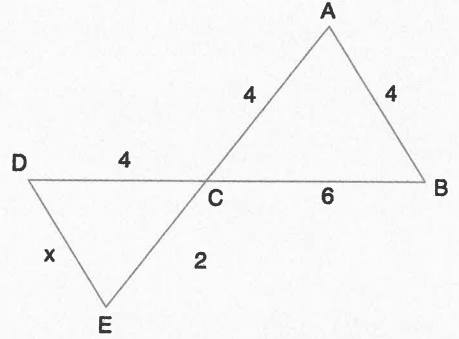
$$\Rightarrow \tan(3x + 4y) \cdot \tan y = ?$$

- A)  $\cot x$  B)  $-1$  C) 1  
D)  $\tan x$  E)  $\cot^2 x$

$$10. \Rightarrow \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} - \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$$

- A)  $2\tan x$  B)  $\tan x$  C)  $2\cot x$   
D)  $\cot x$  E)  $2\csc x$

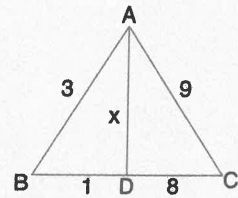
11.



$$\Rightarrow x = ?$$

- A)  $2\sqrt{2}$  B)  $2\sqrt{3}$  C)  $\sqrt{13}$  D)  $\sqrt{17}$  E)  $4\sqrt{2}$

12.



$$\Rightarrow x = ?$$

- A) 3 B) 2 C)  $\frac{11}{6}$  D)  $\frac{13}{5}$  E)  $\frac{7}{3}$

1.C 2.B 3.E 4.D 5.A 6.D 7.D 8.E 9.B 10.C 11.A 12.A

## TOPLAM - FARK FORMÜLLERİ

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$$

$$\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$$

$$\cot(x + y) = \frac{1}{\tan(x + y)}$$

## ÖRNEK-1

$$\tan 15^\circ = ?$$

Çözüm

$$\tan 15^\circ = \tan(45 - 30)$$

$$\tan(45 - 30) = \frac{\tan 45 - \tan 30}{1 + \tan 45 \cdot \tan 30}$$

$$= \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$= \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6(3 + \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$$

## ÖRNEK-2

$$\sin 47^\circ \cdot \cos 13^\circ + \cos 47^\circ \cdot \sin 13^\circ = ?$$

Çözüm

$$\sin(47 + 13) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

## ÖRNEK-3

$$\frac{\tan 78^\circ - \tan 18^\circ}{1 + \tan 78^\circ \cdot \tan 18^\circ} = ?$$

Çözüm

$$\tan(78 - 18) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

## ÖRNEK-4

$$0 < x < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < y < \frac{\pi}{2}$$

$$\tan x = 4, \quad \tan y = 2$$

$$\Rightarrow \tan(x - y) = ?$$

Çözüm

$$\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$$

$$= \frac{4 - 2}{1 + 4 \cdot 2} = \frac{2}{9}$$

## YARIM AÇI FORMÜLLERİ

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

$$\begin{aligned} \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 2\cos^2 x - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2 x \end{aligned}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\cot 2x = \frac{1}{\tan 2x}$$

## ÖRNEK-5

$$\sin 15 \cdot \cos 15 = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot \sin 15 \cdot \cos 15}{2} &= \frac{\sin 30}{2} \\ &= \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

## ÖRNEK-6

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) &= \cos 2 \cdot \frac{\pi}{8} \\ &= \cos \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

## ÖRNEK-7

$$0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$\tan x = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan 2x = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \tan 2x &= \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{9}} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

## ÖRNEK-8

$$6 - 12\sin^2 15 = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} 6(1 - 2\sin^2 15) &= 6 \cdot \cos 30 \\ 6(1 - 2\sin^2 15) &= 6 \cdot \cos 30 \\ &= 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

1.  $0 < x < \frac{\pi}{4}$

$\sin x = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan 2x = ?$

- A)  $-\frac{24}{7}$       B)  $-\frac{24}{5}$       C)  $-\frac{24}{7}$   
 D)  $\frac{24}{5}$       E)  $\frac{8}{5}$

2.  $\sin x + \cos x = m$   
 $\Rightarrow \sin 2x = ?$

- A)  $m$       B)  $m - 1$       C)  $m + 1$   
 D)  $m^2 - 1$       E)  $m^2 + 1$

3.  $\cos x \cdot \cos 2x = \frac{1}{16 \sin x}$

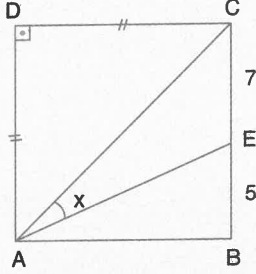
$\Rightarrow \sin 4x = ?$

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4.  $3 \sin x - 4 \cos x = 0$   
 $\Rightarrow |\cos 2x| = ?$

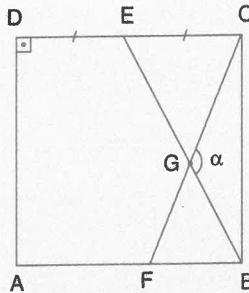
- A)  $\frac{3}{4}$       B)  $\frac{3}{5}$       C)  $\frac{4}{5}$   
 D)  $\frac{7}{25}$       E)  $\frac{9}{25}$

5. ABCD kare  
 $\Rightarrow \tan x = ?$



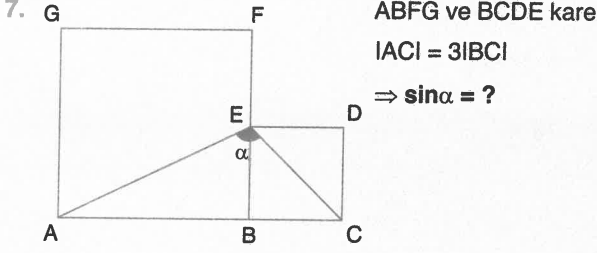
- A)  $\frac{3}{17}$       B)  $\frac{4}{17}$       C)  $\frac{5}{17}$   
 D)  $\frac{6}{17}$       E)  $\frac{7}{17}$

6. ABCD kare  
 $3|BF| = |AF|$   
 $\Rightarrow \tan x = ?$



- A)  $\frac{3}{5}$       B)  $-\frac{6}{7}$       C)  $\frac{7}{8}$       D)  $-\frac{5}{6}$       E)  $-\frac{3}{5}$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 2



- A)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$       B)  $\frac{4}{3}$       C)  $\frac{1}{5}$   
 D)  $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$       E)  $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$

8.  $\sin 5^\circ = 2x$        $\Rightarrow \cos 40^\circ = ?$   
 $\cos 5^\circ = 2y$

- A)  $\sqrt{2}(x+y)$       B)  $\sqrt{2} \cdot (x-y)$       C)  $\frac{x+y}{\sqrt{2}}$   
 D)  $\frac{x-y}{\sqrt{2}}$       E)  $\frac{x-y}{x+y}$

9.  $\frac{\cos 15^\circ}{\cos 5^\circ} - \frac{\sin 15^\circ}{\sin 5^\circ} = ?$

- A) -3      B) -2      C) -1  
 D) 0      E) 1

10.  $\cos 50^\circ = a$   
 $\Rightarrow \tan 25^\circ = ?$

- A)  $\frac{1-a}{1+a}$       B)  $\frac{1+a}{1-a}$       C)  $\frac{\sqrt{1+a^2}}{1+a}$   
 D)  $\frac{\sqrt{1-a^2}}{1+a}$       E)  $\frac{\sqrt{a}}{1+a}$

11.  $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = ?$

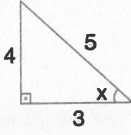
- A) -1      B) 0      C) 2  
 D)  $\sec x$       E)  $\operatorname{cosec} x$

12.  $\frac{\sin^3 15^\circ - \cos^3 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{\sin 30}{\sin 15}$       C)  $\sin 35$   
 D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{5}{4}$

## ÇÖZÜMLER

1.  $\sin x = \frac{4}{5}$



$\Rightarrow \tan x = \frac{4}{3}$

$$\Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \cdot \frac{4}{3}}{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{\frac{8}{3}}{-\frac{7}{9}} = \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{9}{7}\right) = -\frac{24}{7}$$

Cevap: C

2.  $(\sin x + \cos x)^2 = m^2$

$\sin^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = m^2$

$\sin 2x$

$1 + \sin 2x = m^2$

$\sin 2x = m^2 - 1$

Cevap: D

3.  $\cos x \cdot \cos 2x = \frac{1}{16 \cdot \sin x}$

$8 \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = 1$

$\sin 2x$

$8 \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x = 1$

$4 \cdot 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x = 1$

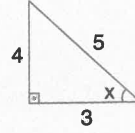
$\sin 4x$

$4 \cdot \sin 4x = 1$

$\sin 4x = \frac{1}{4}$

Cevap: A

4.  $3 \sin x = 4 \cos x \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan x = \frac{4}{3}$



$\Rightarrow \sin x = \frac{4}{5}$

$\cos 2x = 1 - 2 \cdot \sin^2 x$

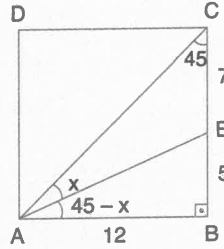
$= 1 - 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{32}{25}$

$\Rightarrow |\cos 2x| = \frac{7}{25}$

$= -\frac{7}{25}$

Cevap: D

5.



$\tan(45 - x) = \frac{5}{12}$

$\frac{\tan 45 - \tan x}{1 + \tan 45 \cdot \tan x} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \frac{5}{12}$

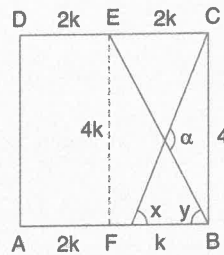
$\Rightarrow 12 - 12 \tan x = 5 + 5 \tan x$

$7 = 17 \tan x$

$\tan x = \frac{7}{17}$

Cevap: E

6.



$3|BFI| = |AFI|$

$\frac{k}{3k}$

$\alpha = x + y$

$\tan \alpha = \tan(x + y) = ?$

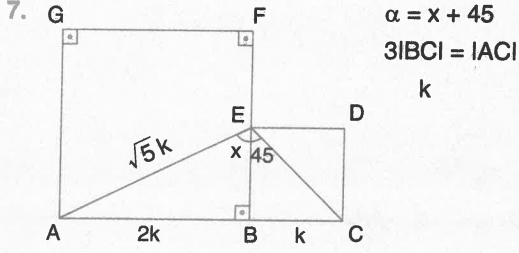
$\tan x = \frac{4k}{k} = 4, \quad \tan \alpha = \tan(x + y) = \frac{2 + 4}{1 - 2 \cdot 4} = \frac{6}{-7}$

$\tan y = \frac{4k}{2k} = 2$

Cevap: B



## ÇÖZÜMLER



$$\left. \begin{aligned} \sin x &= \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \sin 45 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned} \right\} \sin \alpha = \sin x \cdot \cos 45 + \sin 45 \cdot \cos x$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$$

Cevap: E

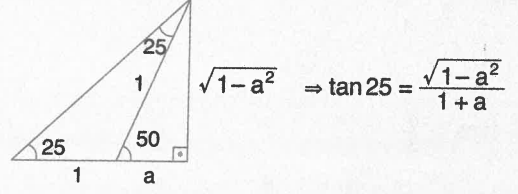
8.  $\cos 40 = \cos(45 - 5)$   
 $\cos(45 - 5) = \cos 45 \cdot \cos 5 + \sin 45 \cdot \sin 5$   
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2y + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2x$   
 $= \sqrt{2}y + \sqrt{2}x$   
 $= \sqrt{2}(x + y)$

Cevap: A

9.  $\frac{\cos 15}{\sin 5} - \frac{\sin 15}{\cos 5}$   
 $= \frac{\cos 15 \cdot \sin 5 - \sin 15 \cdot \cos 5}{\sin 5 \cdot \cos 5}$   
 $= \frac{\sin(5 - 15)}{\sin 5 \cdot \cos 5}$   
 $= \frac{\sin(-10)}{\sin 5 \cdot \cos 5}$   
 $= -\frac{\sin 10}{\sin 5 \cdot \cos 5}$   
 $= -\frac{2 \cdot \sin 5 \cdot \cos 5}{\sin 5 \cdot \cos 5}$   
 $= -2$

Cevap: B

10.  $\cos 50 = a$



Cevap: D

11.  $\frac{\sin 3x}{\cos x} - \frac{\cos 3x}{\sin x} = ?$   
 $= \frac{\sin 3x \cdot \cos x - \cos 3x \cdot \sin x}{\sin x \cdot \cos x}$   
 $= \frac{\sin(3x - x)}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{2 \cdot \sin x \cdot \cos x}{\sin x \cdot \cos x} = 2$

Cevap: C

12.  $\frac{\sin^3 15 - \cos^3 15}{\sin 15 - \cos 15} = ?$  ( $a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ )  
 $= \frac{(\sin 15 - \cos 15) \cdot (\sin^2 15 + \sin 15 \cdot \cos 15 + \cos^2 15)}{\sin 15 - \cos 15}$   
 $= 1 + \sin 15 \cdot \cos 15$   
 $= 1 + \frac{2 \cdot \sin 15 \cdot \cos 15}{2}$   
 $= 1 + \frac{\sin 30}{2}$   
 $= 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

Cevap: E

## DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ

$$\sin a + \sin b = 2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a - \cos b = -2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\frac{x+z}{2} = y \text{ ise}$$

$$\frac{\sin x + \sin y + \sin z}{\cos x + \cos y + \cos z} = \frac{\sin y}{\cos y} = \tan y$$

Tersi de geçerlidir.

## TERS DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ

$$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

## ÖRNEK-1

$$\frac{\sin 70 + \sin 20}{\sin 65} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{\sin 70 + \sin 20}{\sin 65} &= \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{70+20}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{70-20}{2}\right)}{\sin 65} \\ &= \frac{2 \cdot \sin 45 \cdot \cos 25}{\cos 25} \\ &= 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

## ÖRNEK-2

$$8x = 180,$$

$$\frac{\cos 7x \cdot \cos 2x}{\cos 13x + \cos x} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \cos 13x + \cos x &= 2 \cdot \cos \frac{13x+x}{2} \cdot \cos \frac{13x-x}{2} \\ \Rightarrow \frac{\cos 7x \cdot \cos 2x}{2 \cdot \cos 7x \cdot \cos 6x} &= \frac{\cos 2x}{2 \cdot \cos 6x} \quad (2x+6x=180) \\ &= \frac{\cos 2x}{2 \cdot (-\cos 2x)} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

## ÖRNEK-3

$$4 \cdot \sin 80^\circ - \frac{1}{\sin 40^\circ}$$

Çözüm

$$\begin{aligned} &4 \cdot \sin 80^\circ \cdot \frac{\sin 40^\circ}{\sin 40^\circ} - 1 \\ &= \frac{4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (\cos 120^\circ - \cos 40^\circ) - 1}{\sin 40^\circ} \\ &= \frac{-2 \cdot \cos 120^\circ + 2 \cdot \cos 40^\circ - 1}{\sin 40^\circ} \\ &= \frac{-2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 \cos 40^\circ - 1}{\sin 40^\circ} \\ &= \frac{2 \cos 40^\circ}{\sin 40^\circ} = 2 \cot 40^\circ \end{aligned}$$

### ARKSİNÜS FONKSİYONU

$$\sin x = f(x) \Rightarrow f^{-1}(x) = \arcsin x$$

$$\sin: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$$

$$\arcsin: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y$$

$$\arcsin(\sin x) = x$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$

### Arkkosinüs fonksiyonu:

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f^{-1}(x) = \arccos x$$

$$\cos: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$$

$$\arccos: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$$

$$y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y$$

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

$$\arccos(\cos x) = x$$

#### ÖRNEK-4

$$\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = ?$$

Çözüm

$$\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

#### ÖRNEK-5

$$\sin\left(\pi + \arcsin \frac{4}{5}\right) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \sin\left(\pi + \underbrace{\arcsin \frac{4}{5}}_x\right) &= \sin(\pi + x) \\ &= -\sin x \\ &= ? \end{aligned}$$

$$\arcsin \frac{4}{5} = x$$

$$\sin x = \frac{4}{5} \Rightarrow -\sin x = -\frac{4}{5}$$

#### ÖRNEK-6

$$\arccos\left(\frac{1}{2}\right) + \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = ?$$

Çözüm

$$x + y = ?$$

$$\begin{aligned} \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = x & \left. \begin{array}{l} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = y & \\ \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} & \\ y = \frac{\pi}{6} & \end{aligned}$$

$$x + y = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

**Arktanjanant fonksiyonu:**

$$f(x) = \tan x \Rightarrow f^{-1}(x) = \arctan x$$

$$\tan: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\arctan: \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y$$

$$\arctan(-x) = -\arctan x$$

$$\arctan(\tan x) = x$$

**Arkkottanjanant fonksiyonu:**

$$f(x) = \cot x \Rightarrow f^{-1}(x) = \operatorname{arccot} x$$

$$\cot: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\operatorname{arccot}: \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$$

$$y = \operatorname{arccot} x \Leftrightarrow x = \cot y$$

$$\operatorname{arccot}(-x) = \pi - \operatorname{arccot} x$$

$$\operatorname{arccot}(\cot x) = x$$

**ÖRNEK-7**

$$\tan\left(2 \arctan \frac{3}{4}\right) = ?$$

Çözüm

$$\tan\left(\underbrace{2 \arctan \frac{3}{4}}_x\right) = ?$$

$$\tan(2x) = ?$$

$$\arctan \frac{3}{4} = x$$

$$\tan x = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

**ÖRNEK-8**

$$\arctan(\sqrt{3}) + \arctan(1) = ?$$

Çözüm

$$\underbrace{\arctan(\sqrt{3})}_x + \underbrace{\arctan(1)}_y = x + y =$$

$$\arctan(\sqrt{3}) = x$$

$$\tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$\arctan(1) = y$$

$$\tan y = 1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} \arctan(\sqrt{3}) = x \\ \arctan(1) = y \\ \tan y = 1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12}$$

**ÖRNEK-9**

$$\arcsin(12x) = \arccos(5x)$$

$$\Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$\arcsin(12x) = \alpha, \arccos(5x) = \alpha$$

$$\sin \alpha = 12x, \cos \alpha = 5x$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$(12x)^2 + (5x)^2 = 1$$

$$144x^2 + 25x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{169}$$

$$x = \frac{1}{13}$$

## TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

$$\sin f(x) = \sin g(x)$$

$$\Rightarrow \text{i) } f(x) = g(x) + 2k\pi$$

$$\text{ii) } f(x) = \pi - g(x) + 2k\pi$$

$$\cos f(x) = \cos g(x)$$

$$\Rightarrow \text{i) } f(x) = g(x) + 2k\pi$$

$$\text{ii) } f(x) = -g(x) + 2k\pi$$

$$\sin f(x) = \cos g(x)$$

$$\sin f(x) = \sin(90 - g(x))$$

## ÖRNEK-1

$$2\sin x = 1 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\sin x = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} = \sin 30$$

$$\Rightarrow \sin x = \sin 30$$

$$\Rightarrow \text{i) } x = 30 + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\text{ii) } x = 180 - 30 + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\text{Ç.K} = \left\{ x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \cup \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\}$$

## ÖRNEK-2

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \text{i) } x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$\text{ii) } x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$\text{Ç.K} = \left\{ x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad \cup \quad x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \right\}$$

## ÖRNEK-3

$$\sin 2x = \cos x \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \text{i) } 2x = \frac{\pi}{2} - x + 2k\pi$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}$$

$$\text{ii) } 2x = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2k\pi$$

$$2x = \pi - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\text{Ç.K} = \left\{ x = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \quad \cup \quad \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$$

$$\bullet \tan f(x) = \tan g(x)$$

$$\Rightarrow f(x) = g(x) + k \cdot \pi$$

$$\bullet \cot f(x) = \cot g(x)$$

$$\Rightarrow f(x) = g(x) + k\pi$$

$$\bullet \tan f(x) = \cot g(x)$$

$$\Rightarrow \tan f(x) = \tan \left( \frac{\pi}{2} - g(x) \right)$$

ÖRNEK-4

$$\tan 2x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\tan 2x = \tan 30$$

$$\tan 2x = \tan \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{6} + k \cdot \pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$$

$$\text{Ç.K} = \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \right\}$$

ÖRNEK-5

$$\tan 2x - \tan x = 0 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\tan x (\tan x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \tan x = 0 \cup \tan x - 1 = 0$$

$$\tan x = 0, \quad \tan x = 1$$

$$\Rightarrow x = 0 + k\pi \quad \tan x = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\Rightarrow \text{Ç.K} = \left\{ x = k\pi \cup x = \frac{\pi}{4} + k\pi \right\}$$

ÖRNEK-5

$$\tan x = \cot \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$$

Çözüm

$$\tan x = \tan \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\tan x = \tan \left( \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi$$

$$\Rightarrow \text{Ç.K} = \left\{ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \right\}$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 3

1.  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$

2.  $\cot x - 3 = 0 \Rightarrow \sin 2x = ?$

A)  $\frac{5}{12}$

B)  $\frac{13}{12}$

C)  $\frac{5}{13}$

D)  $\frac{11}{13}$

E)  $\frac{12}{13}$

2.  $\frac{3}{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = ?$

A) 6

B) 12

C) 18

D) 3

E) 4

3.  $x = \frac{\pi}{17} \Rightarrow \frac{\sin 11x}{\sin 6x} = ?$

A) -1

B) 1

C)  $\cos 6x$

D)  $\tan 17x$

E)  $\sin 11x$

4.  $\cos 46^\circ = a$

$\Rightarrow \sin 67^\circ = ?$

A)  $\sqrt{\frac{a+1}{2}}$

B)  $\sqrt{\frac{a-1}{2}}$

C)  $\frac{a-1}{2}$

D)  $\frac{a+1}{2}$

E)  $\sqrt{a^2+2}$

5.  $\sin 14^\circ \cdot \cos 14^\circ \cdot \cos 28^\circ = a$

$\Rightarrow \cos 34^\circ = ?$

A) 2a

B) 3a

C) 4a

D) 6a

E) 8a

6.  $a - b = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow (\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2 = ?$

A)  $1 + \sqrt{3}$

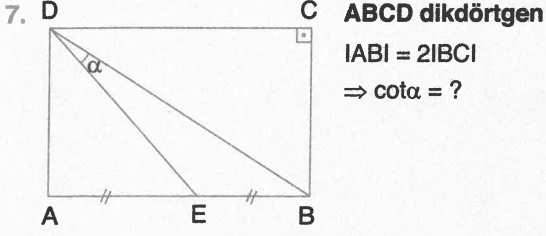
B) 2

C)  $2 - \sqrt{3}$

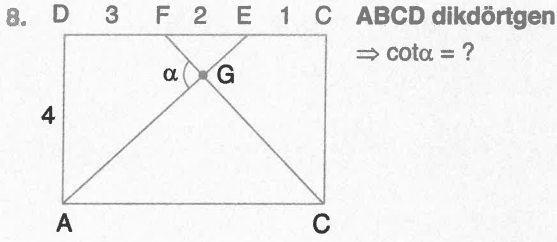
D) 3

E)  $2 + \sqrt{3}$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 3



- A) 1      B) 2      C) 3      D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{3}{2}$



- A)  $\frac{2}{3}$       B) -30      C)  $-\frac{1}{30}$       D) -32      E)  $-\frac{1}{32}$

9.  $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = ?$

- A)  $\frac{1}{8}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{2}$   
D)  $\frac{1}{\sin 20}$       E)  $\frac{\sin 20}{\cos 160}$

10.  $\frac{\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}{1 - 2\cos^2 10^\circ} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $2\cot 20^\circ$       C)  $\cot 20^\circ$   
D)  $-\frac{\tan 20^\circ}{2}$       E)  $-\tan 20^\circ$

11.  $\frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\cos 2x} = ?$

- A) -1      B) 1      C)  $\cos 2x$   
D)  $\tan 2x$       E)  $\cos 2x$



## ÇÖZÜMLÜ TEST - 3

$$13. \frac{\sin 2x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos 2x}{\cos 4x \cdot \cos x + \sin 4x \cdot \sin x} = ?$$

- A)  $\tan 3x$       B)  $\cot 3x$       C)  $\sin 3x$   
D)  $\cos 4x$       E)  $\tan 2x$

$$14. \cos(2\arcsin x) = ?$$

- A)  $1 - 2x^2$       B)  $1 + 2x^2$       C)  $\sqrt{1 - x^2}$   
D)  $\sqrt{1 + x^2}$       E)  $\frac{1}{1 + x^2}$

$$15. x = \frac{\pi}{18}$$

$$\frac{\sin 6x}{\cos x} - \frac{\cos 6x}{\sin x} = ?$$

- A) 2      B) 1      C) -2      D) -3      E) -4

$$16. \sin(\arctan 3) = ?$$

- A)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       C)  $\frac{4}{5}$       D)  $\frac{3}{5}$       E)  $\frac{1}{5}$

$$17. 8x = 2\pi$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x + \cos 3x}{\cos x \cdot \sin x} = ?$$

- A) 1      B) 0      C) 4      D) 6      E) 8

$$18. 20x = \pi \Rightarrow$$

$$\frac{\cos 4x - \cos 8x}{\cos 4x \cdot \cos 8x} = ?$$

- A) 0      B) 1      C) -1      D) 2      E) -2

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 3

19.  $\frac{\sin x + \sin 5x + \sin 9x}{\cos x + \cos 5x + \cos 9x} = ?$

- A)  $\sin 5x$       B)  $\cos 5x$       C)  $\tan 5x$   
 D)  $\cot 5x$       E)  $\tan 3x$

20.  $\frac{\sin 20 + \sin 40}{1 + \cos 20 + \cos 40} = ?$

- A) 0      B) 1      C)  $\sin 30$   
 D)  $\tan 20$       E)  $\cot 40$

21.  $\sin 15 \cdot \sin 75 = ?$

- A) 2      B)  $2 + \sqrt{3}$       C) 1      D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{1}{4}$

22.  $\tan x = -3$

$\Rightarrow \frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 3x + \cos x} = ?$

- A) -1      B)  $-\frac{3}{4}$       C)  $-\frac{1}{3}$       D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{3}{4}$

23.  $\frac{\cos 56 + \cos 34}{\sin 56 + \sin 34} = ?$

- A) 1      B) -1      C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$   
 D)  $\sqrt{3}$       E)  $3\sqrt{3}$

24.  $\frac{\sin^2 20}{\sin 10} - \sin 10 = ?$

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D)  $\frac{3}{2}$       E) 2

**ÇÖZÜMLÜ TEST - 3**

25.  $\sin x = \cos 3x \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $\left\{x : x = \frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$   
 B)  $\left\{x : x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \vee x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$   
 C)  $\left\{x : x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = \frac{\pi}{8} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$   
 D)  $\{x : x = k\pi \vee x = -k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$   
 E)  $\left\{x : x = \frac{3\pi}{5} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

26.  $\tan 3x = 1$  denkleminin  $[0, 2\pi]$  aralığında kaç kökü vardır?

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

27.  $m = 3\cos 4x - 4\sin 4x$

$\Rightarrow \max(m) = ?$

- A) -7    B) 7    C) 5    D) 4    E)  $\sqrt{17}$

28.  $\arctan\left(\tan\left(\frac{3\pi}{5}\right)\right) + \tan\left(\arctan\left(\frac{\pi}{5}\right)\right) = ?$

- A)  $\frac{\pi}{10}$     B)  $\frac{2\pi}{7}$     C)  $\frac{4\pi}{5}$     D)  $\pi$     E)  $2\pi$

29.  $\tan 4x = \tan 80$  denkleminin  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 'da kaç kökü vardır?

- A) 5    B) 4    C) 3    D) 2    E) 1

30.  $\cos^2 x + 6\sin x - 6 = 0$

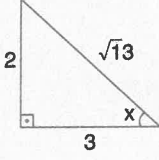
denkleminin  $\left[\frac{\pi}{4}, \pi\right]$ 'daki kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{\pi}{6}$     B)  $\frac{\pi}{5}$     C)  $\frac{\pi}{4}$     D)  $\frac{\pi}{3}$     E)  $\frac{\pi}{2}$

## ÇÖZÜMLER

1.  $2\cot x = 3$

$$\cot x = \frac{3}{2}$$



$$\sin x = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\cos x = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\begin{aligned} \sin 2x &= 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \\ &= 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} \end{aligned}$$

$$\sin 2x = \frac{12}{13}$$

Cevap: E

2. 
$$\frac{2 \cdot 3}{2 \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ} = \frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$$

Cevap: B

3.  $17x = \pi$

$$\frac{\sin 11x}{\sin 6x}$$

$$11x + 6x = \pi \Rightarrow \sin 11x = \sin 6x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 11x}{\sin 6x} = 1$$

Cevap: B

4.  $\cos 46 = a, \quad \sin 67 = \cos 23 = ?$

$$\cos 46 = 2 \cdot \cos^2 23 - 1$$

$$a = 2 \cdot \cos^2 23 - 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 23 = \frac{a+1}{2}$$

$$\cos 23 = \sqrt{\frac{a+1}{2}}$$

Cevap: A

5.  $2 \cdot \sin 14^\circ \cdot \cos 14^\circ \cdot \cos 28^\circ = a \cdot 2$

$$2 \cdot \sin 28^\circ \cdot \cos 28^\circ = 2a \cdot 2$$

$$\sin 56^\circ = 4a$$

$$\sin 56^\circ = \cos 34^\circ = 4a$$

Cevap: C

6.  $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2 = ?$

$$\cos^2 a + 2\cos a \cdot \cos b + \cos^2 b + \sin^2 a + 2\sin a \cdot \sin b + \sin^2 b$$

$$= \cos^2 a + \sin^2 a + \cos^2 b + \sin^2 b + 2(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b)$$

$$= 2 + 2 \cdot (\cos(a - b))$$

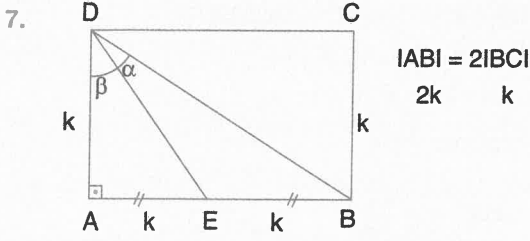
$$= 2 + 2 \cdot \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= 2 + 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 3$$

Cevap: D

## ÇÖZÜMLER



$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{2k}{k} = 2, \quad \tan\beta = 1$$

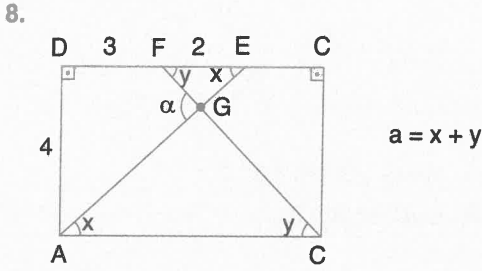
$$\frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta} = 2 \Rightarrow \frac{\tan\alpha + 1}{1 - \tan\alpha} = 2$$

$$\tan\alpha + 1 = 2 - 2\tan\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \cot\alpha = 3$$

Cevap: C



$$\tan(x + y) = ?$$

$$\tan x = \frac{4}{5}, \quad \tan y = \frac{4}{3}$$

$$\tan(x + y) = \frac{\frac{4}{5} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{3}} = \frac{\frac{32}{15}}{-\frac{1}{15}} = -32$$

$$\tan\alpha = -32 \Rightarrow \cot\alpha = -\frac{1}{32}$$

Cevap: E

9.  $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = x$  olsun.

$$2 \cdot \underbrace{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}_{\sin 40^\circ} \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = 2 \cdot \sin 20^\circ \cdot x$$

$$2 \cdot \sin 240^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = 2 \cdot \sin 20^\circ \cdot x \cdot 2$$

$$\sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ = 4 \cdot \sin 20^\circ \cdot x$$

$$2 \cdot \sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ = 2 \cdot 4 \cdot \sin 20^\circ \cdot x$$

$$\sin 160^\circ = 8 \cdot \sin 20^\circ x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{8}$$

Cevap: A

10.  $= \frac{2 \cdot \sin 10^\circ}{2 \cdot (-\cos 20^\circ)}$

$$= \frac{\sin 20^\circ}{-2 \cos 20^\circ} = -\frac{\tan 20^\circ}{2}$$

Cevap: D

11.  $\frac{(\sin^2 x + \cos^2 x) \cdot (\cos^2 x - \sin^2 x)}{\cos^2 x - \sin^2 x}$

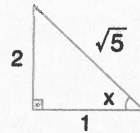
$$= 1$$

Cevap: B

12.  $\sin\left(2 \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = ?$

$$\sin 2x = ?$$

$$\arccos \frac{1}{\sqrt{5}} = x \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$



$$\Rightarrow \sin x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

$$= 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{4}{5}$$

Cevap: C

## ÇÖZÜMLER

$$13. \frac{\sin(2x+x)}{\cos(4x-x)} = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = \tan 3x$$

Cevap: A

$$14. \cos\left(\underbrace{2\arcsin x}_a\right) = ?$$

$$\cos 2a = ?$$

$$\arcsin x = a \Rightarrow \sin a = x$$

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$$

$$= 1 - 2x^2$$

Cevap: A

$$15. \frac{\sin 6x}{\cos x} - \frac{\cos 6x}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin 6x \cdot \sin x - \cos 6x \cdot \cos x}{\sin x \cdot \cos x}$$

$$= -\frac{\cos(6x+x)}{\sin x \cdot \cos x}$$

$$= -\frac{2 \cdot \cos 7x}{2 \cdot \sin x \cdot \cos x}$$

$$= -\frac{\cos 7x}{\sin 2x}$$

$$= -2$$

$$18x = \pi$$

$$9x = \frac{\pi}{2}$$

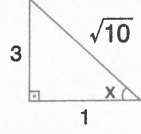
$$\Rightarrow \cos 7x = \sin 2x$$

Cevap: C

$$16. \sin\left(\underbrace{2\arctan 3}_x\right) = ?$$

$$\sin 2x = ?$$

$$\arctan 3 = x \Rightarrow \tan x = 3$$



$$\sin x = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{3}{5}$$

Cevap: D

$$17. 8x = 2\pi \Rightarrow x = 45$$

$$\frac{\cos 45 + \cos 135}{\cos 45 \cdot \sin 45} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{0}{1} = 0$$

Cevap: B

$$18. \frac{\cos 4x - \cos 8x}{\cos 4x \cdot \cos 8x} = \frac{2 \cdot \left[ \sin\left(\frac{4x+8x}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{4x-8x}{2}\right) \right]}{\cos 4x \cdot \cos 8x}$$

$$= \frac{2 \cdot \sin 6x \cdot \sin(-2x)}{\cos 4x \cdot \cos 8x} \quad \begin{matrix} 10x = \frac{\pi}{2} \\ 20x = \pi \end{matrix}$$

$$= 2 \cdot \frac{\sin 6x}{\cos 4x} \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 8x}$$

$$= 2$$

Cevap: D

## ÇÖZÜMLER

$$19. \frac{\sin x + \sin 5x + \sin 9x}{\cos x + \cos 5x + \cos 9x} = \frac{\sin 5x}{\cos 5x}$$

$$= \tan 5x$$

$$\left(\frac{x+9x}{2} = 5x\right)$$

Cevap: C

$$20. \frac{\sin 20 + \sin 40}{1 + \cos 20 + \cos 40} = ?$$

$$\frac{\sin 0 + \sin 20 + \sin 40}{\cos 0 + \cos 20 + \cos 40} = \frac{\sin 20}{\cos 20}$$

$$= \tan 20$$

Cevap: C

$$21. \sin 15 \cdot \sin 75 = ?$$

$$\sin 15 \cdot \sin 75 = -\frac{1}{2} \cdot [\cos(15+75) - \cos(15-75)]$$

$$= -\frac{1}{2} [0 - \cos 60]$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{4}$$

Cevap: E

$$22. \frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 3x + \cos x} = ?$$

$$\frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 3x + \cos x} = \frac{2 \cdot \left[\sin\left(\frac{3x+x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3x-x}{2}\right)\right]}{2 \cdot \left[\cos\left(\frac{3x+x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3x-x}{2}\right)\right]}$$

$$= \frac{2 \cdot \sin 2x \cdot \cos x}{2 \cdot \cos 2x \cdot \cos x} = \tan 2x$$

$$\tan x = -3 \Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \cdot (-3)}{1 - (-3)^2} = \frac{-6}{-8}$$

$$= \frac{3}{4}$$

Cevap: E

$$23. \frac{\cos 56 + \cos 34}{\sin 56 + \sin 34} = \frac{2 \cdot \cos 45 \cdot \cos 22}{2 \cdot \sin 45 \cdot \cos 22}$$

$$= 1$$

Cevap: A

$$24. \frac{\sin^2 20}{\sin 10} - \sin 10 = \frac{\sin^2 20 - \sin^2 10}{\sin 10}$$

$$= \frac{(\sin 20 - \sin 10) \cdot (\sin 20 + \sin 10)}{\sin 10}$$

$$= \frac{2 \cdot \cos 15 \cdot \sin 5 \cdot 2 \cdot \sin 15 \cdot \cos 5}{\sin 10}$$

$$= \frac{\sin 30 \cdot \sin 10}{\sin 10}$$

$$= \sin 30$$

$$= \frac{1}{2}$$

Cevap: B

## ÇÖZÜMLER

25.  $\sin x = \cos 3x$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos 3x$$

$$\Rightarrow \text{i) } 3x = \frac{\pi}{2} - x + 2k\pi$$

$$4x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$$

$$\text{ii) } 3x = -\frac{\pi}{2} + x + 2k\pi$$

$$2x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\Rightarrow \text{C.K} = \left\{ \frac{\pi}{8} + 2k\pi, -\frac{\pi}{4} + k\pi \right\}$$

Cevap: B

26.  $\tan 3x = 1$

$$\tan 3x = \tan 45$$

$$\Rightarrow 3x = 45 + 180 \cdot k$$

$$x = 15 + 60k$$

$$[0, 2\pi] \text{ 'da } k=0 \Rightarrow x=15$$

$$k=1 \Rightarrow x=75$$

$$k=2 \Rightarrow x=135$$

$$k=3 \Rightarrow x=195$$

$$k=4 \Rightarrow x=255$$

$$k=5 \Rightarrow x=315$$

6 tane

Cevap: A

27.  $M = 3\cos 4x - 4\sin 4x$

$$\Rightarrow \max(m) = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

$$\min(m) = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = -5$$

Cevap: C

28.  $\arctan\left(\tan\left(\frac{3\pi}{5}\right)\right) + \tan\left(\arctan\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)!$

$$\frac{3\pi}{5} + \frac{\pi}{5} = \frac{4\pi}{5}$$

Cevap: C

29.  $\tan 4x = \tan 80$

$$\Rightarrow 4x = 80 + 180 \cdot k$$

$$x = 20 + 45k$$

$$\Rightarrow k=0 \Rightarrow x=20 \quad [0, 90] \text{ da}$$

$$k=1 \Rightarrow x=65$$

$$k=2 \Rightarrow x=110$$

2 tane

Cevap: D

30.  $\cos^2 x + 6\sin x - 6 = 0$

$$1 - \sin^2 x + 6\sin x - 6 = 0$$

$$\sin^2 x - 6\sin x + 5 = 0$$

$$\sin x \quad -5$$

$$\sin x \quad -1$$

$$\Rightarrow \sin x = 5 \Rightarrow \text{Ç.K} = \emptyset$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

Cevap: E



## TEST - 1

1.  $\frac{3\pi}{5} = D = ?$

- A) 72    B) 108    C) 120    D) 150    E) 160

2.  $-\frac{73\pi}{4} = a + 2k\pi$

$\Rightarrow \alpha = ?$

- A)  $\frac{3p}{4}$     B)  $\pi$     C)  $\frac{5p}{4}$   
D)  $\frac{3p}{2}$     E)  $\frac{7p}{4}$

3.  $-1105 = \alpha + 360.k$

$\Rightarrow \alpha = ?$

- A) 25    B) 155    C) 235    D) 300    E) 335

4.  $\left. \begin{array}{l} a = \sin 110^\circ \\ b = \cos 260^\circ \\ c = \tan 130^\circ \\ d = \cot 46^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{İşaretleri} = ?$

A) +, +, +, -

B) +, -, +, -

C) +, -, -, +

D) -, +, +, -

E) -, -, -, +

5.  $\sin 120 + \tan 225 + \cos 30 = ?$

A)  $1 - \sqrt{3}$

B)  $\frac{3}{2}$

C)  $\frac{4}{3}$

D)  $\sqrt{3} + 1$

E) -1

6.  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

$\cos x = -\frac{12}{13}$

$\Rightarrow \cot x = ?$

A)  $-\frac{12}{5}$

B)  $\frac{12}{5}$

C)  $\frac{5}{13}$

D)  $-\frac{5}{13}$

E)  $\frac{12}{13}$

## TEST - 1

$$\left. \begin{array}{l} 7. \ x = \sin 75^\circ \\ \quad y = \cos 170^\circ \\ \quad z = \tan 268^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow ? < ? < ?$$

- A)  $x < y < z$                       B)  $y < z < x$   
 C)  $y < x < z$                       D)  $x < z < y$   
 E)  $x = y < z$

$$8. \ \frac{\sin x + \sec x}{\cos x + \operatorname{cosec} x} = ?$$

- A) 1                      B)  $\sin x$                       C)  $\cos x$   
 D)  $\tan x$                       E)  $\cot x$

$$9. \ \sin x + \cos x = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = ?$$

- A)  $-\frac{24}{25}$                       B)  $\frac{24}{25}$                       C)  $\frac{1}{5}$   
 D)  $\frac{2}{25}$                       E)  $\frac{7}{25}$

$$10. \ \frac{1 - \cos^2 x}{\tan x} = ?$$

- A)  $\sin^2 x$                       B)  $\cos^2 x$                       C)  $\cot x$   
 D)  $\frac{\sin 2x}{2}$                       E)  $\tan x$

$$11. \ A = 4 \sin 3x - 6$$

$$\Rightarrow \min(A) = ?$$

- A) -12                      B) -10                      C) -6  
 D) 1                      E) -4

$$12. \ \frac{\sin 450^\circ + \cos 840^\circ}{\cos 540^\circ + \sin 630^\circ} = ?$$

- A) 2                      B) 1                      C) 0  
 D)  $-\frac{1}{2}$                       E)  $-\frac{1}{4}$

1.B    2.E    3.E    4.C    5.D    6.A    7.C    8.D    9.A    10.D    11.B    12.E

## TEST - 2

1.  $\frac{\cos(7\pi - x) + \cos(15\pi + x)}{\sin(\frac{\pi}{2} - x) - \sin(\frac{7\pi}{2} - x)} = ?$

- A) -1    B) 1    C)  $\sqrt{2}$     D)  $-\sqrt{2}$     E)  $-\sqrt{3}$

2.  $\sin(-\frac{\pi}{2}) \cdot \tan(225^\circ) + \cos(-\frac{\pi}{3}) \cdot \cot(315^\circ) = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C)  $-\frac{3}{2}$   
D)  $-\frac{2}{\sqrt{5}}$     E)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

3.  $\cos^2 35^\circ + \tan(\frac{\pi}{5}) \cdot \tan(\frac{3\pi}{10}) + \cos^2 55^\circ = ?$

- A) -3    B) -2    C) 0    D) 1    E) 2

4.  $\frac{1 - \tan x}{1 - \cot x} = ?$

- A)  $-\tan x$     B)  $-\cot x$     C)  $\tan x$   
D)  $\cot x$     E)  $-\sin x$

5.  $\frac{\sin^2 \frac{3\pi}{14} + \sin^2 \frac{2\pi}{7}}{1 + \tan \frac{3\pi}{10} \cdot \tan \frac{\pi}{5}} = ?$

- A)  $-\frac{1}{2}$     B) -1    C) 0  
D)  $\frac{1}{2}$     E) 1

6.  $\frac{3\pi}{2} < \pi < 2\pi,$   
 $\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} + \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} = ?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E)  $\frac{1}{2}$

## TEST - 2

7.  $(\sec x + \operatorname{cosec} x), \frac{\tan x}{\sin x + \cos x} = ?$

- A)  $\sin x$                       B)  $\cos x$                       C)  $\cos^2 x$   
 D)  $\sec^2 x$                       E)  $\operatorname{cosec}^2 x$

8.  $\tan x - \cot x = 6 \Rightarrow \tan^3 x - \cot^3 x = ?$

- A) 256    B) 234    C) 256    D) 264    E) 284

9.  $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \tan x = ?$

- A)  $-\frac{2}{7}$                       B)  $-\frac{3}{7}$                       C)  $-\frac{1}{7}$   
 D)  $\frac{3}{7}$                       E)  $\frac{2}{3}$

10.  $\sin 65^\circ = a \Rightarrow \cos 50^\circ = ?$

- A)  $2a^2 - 1$                       B)  $2a^2 + 1$                       C)  $a^2 + 1$   
 D)  $a^2 - 1$                       E)  $a^2 + 1$

11.  $\hat{A} + \hat{B} = \pi,$

$\cos(3A + 2B) = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \hat{B} = ?$

- A)  $\frac{2\sqrt{2}}{5}$                       B)  $\frac{2}{9}$                       C)  $\frac{\sqrt{2}}{9}$   
 D)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       E)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

12.  $3\cos(\pi - x) - 4 \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$

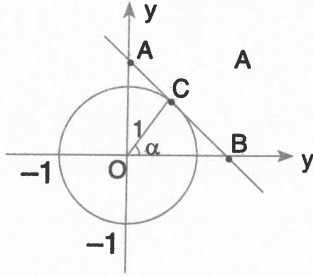
$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = ?$

- A)  $-\frac{4}{3}$     B)  $-\frac{3}{4}$     C)  $\frac{4}{3}$     D)  $\frac{3}{4}$     E)  $-\frac{2}{3}$

1.A    2.C    3.E    4.A    5.D    6.B    7.D    8.B    9.C    10.A    11.E    12.A

## TEST - 3

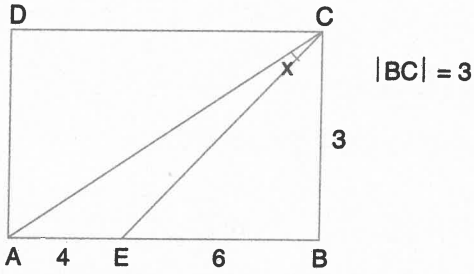
1.



$$\Rightarrow A(\widehat{BOC}) = ?$$

- A)  $\sin 2\alpha$       B)  $\cos 2\alpha$       C)  $\sec 2\alpha$   
 D)  $\operatorname{cosec} 2\alpha$       E)  $\frac{\tan \alpha}{2}$

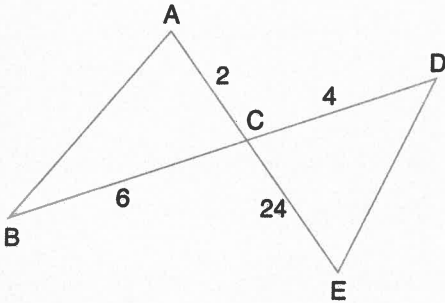
2.



ABCD dikdörtgen  $\Rightarrow \tan x = ?$

- A)  $\frac{4}{23}$       B)  $\frac{5}{23}$       C)  $\frac{6}{23}$       D)  $\frac{7}{23}$       E)  $\frac{8}{23}$

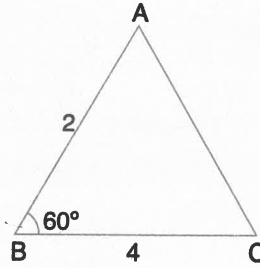
3.



$$\Rightarrow \frac{A(ABCD)}{A(CDE)} = ?$$

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{8}$       D)  $\frac{1}{16}$       E)  $\frac{3}{16}$

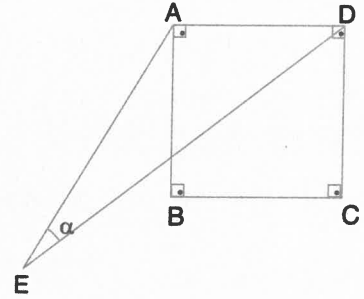
4.



$$\Rightarrow m(\widehat{C}) = ?$$

- A) 20      B) 30      C) 45      D) 60      E) 75

5.



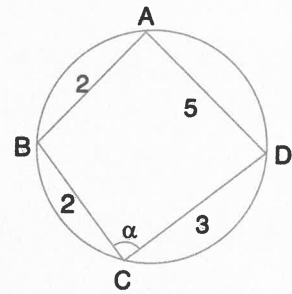
$$2|DBI| = |AEI|$$

ABCD kare

$$\Rightarrow \cos = ?$$

- A)  $\frac{\sqrt{15}}{4}$       B)  $\frac{\sqrt{15}}{3}$       C)  $\frac{15}{2}$   
 D)  $\frac{2\sqrt{15}}{3}$       E)  $\sqrt{15}$

6.

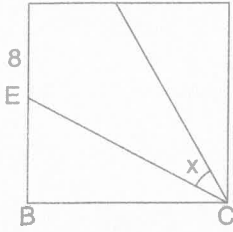


$$\Rightarrow m(\widehat{C}) = ?$$

- A) 90      B) 105      C) 120      D) 135      E) 135

## TEST - 3

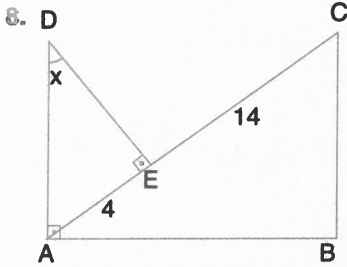
7. A 6 F 6 D



ABCD kare

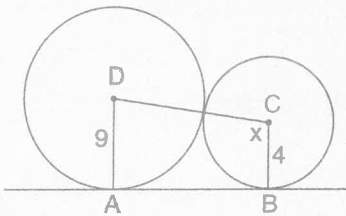
 $\Rightarrow \tan x = ?$ 

- A) 1 B) 2 C) 3 D)
- $\frac{5}{7}$
- E)
- $\frac{7}{9}$

 $|BC| = 2|AD|$  $\Rightarrow \sin x = ?$ 

- A)
- $\frac{1}{2}$
- B)
- $\frac{2}{3}$
- C)
- $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- D)
- $\frac{3}{2}$
- E) 2

9.

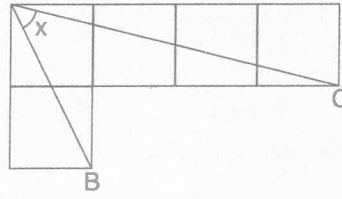


D ve C merkez

 $\Rightarrow \sin x = ?$ 

- A)
- $\frac{5}{13}$
- B)
- $-\frac{5}{13}$
- C)
- $\frac{5}{12}$
- D)
- $-\frac{12}{13}$
- E)
- $\frac{12}{13}$

10. A

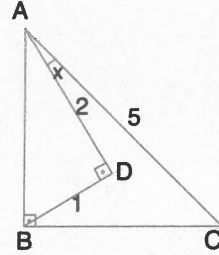


Kareler özdeş

 $\Rightarrow \tan \alpha = ?$ 

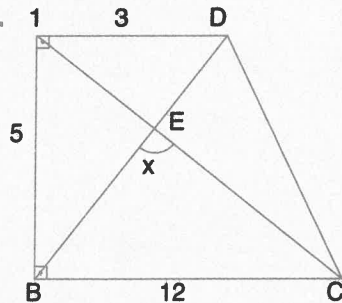
- A)
- $\frac{4}{5}$
- B)
- $\frac{3}{4}$
- C)
- $\frac{4}{3}$
- D)
- $\frac{7}{6}$
- E)
- $\frac{6}{5}$

11.

 $\Rightarrow \sin x = ?$ 

- A)
- $\frac{4}{5}$
- B)
- $\frac{3}{5}$
- C)
- $\frac{3}{7}$
- D)
- $\frac{1}{2}$
- E)
- $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

12.



ABCD dik yamuk

 $\Rightarrow \cot x = ?$ 

- A)
- $\frac{5}{13}$
- B)
- $-\frac{11}{17}$
- C)
- $-\frac{11}{15}$
- D) 11 E)
- $\frac{11}{15}$

1E 2A 3C 4B 5A 6C 7A 8B 9E 10D 11B 12C

## TEST - 4

$$1. \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{1 + \tan(\pi - x)} + \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}{1 + \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}$$

- A)  $\cot x$                       B)  $\tan x$                       C)  $-1$   
D)  $\cos x + \sin x$             E)  $1$

$$2. \frac{29\pi}{3} = 0 + 2k\pi \Rightarrow 0 = ?$$

- A)  $90^\circ$                       B)  $120^\circ$                       C)  $150^\circ$   
D)  $270^\circ$                       E)  $300^\circ$

$$3. x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin x = 0,8 \Rightarrow \tan x \cdot \sec x = ?$$

- A)  $\frac{20}{9}$     B)  $\frac{5}{2}$     C)  $\frac{20}{7}$     D)  $\frac{9}{20}$     E)  $\frac{2}{5}$

$$4. \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180$$

$$\frac{\cos^2\left(\frac{\hat{A}}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\hat{B} + \hat{C}}{2}\right)}{\tan\frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} \cdot \tan\frac{\hat{A}}{2}} = ?$$

- A)  $-1$                       B)  $1$                       C)  $0$   
D)  $\tan \hat{A}$                       E)  $\cot \hat{B}$

$$5. \tan\left(\arcsin \frac{2}{3}\right) = ?$$

- A)  $\frac{2\sqrt{2}}{5}$     B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     C)  $\frac{2}{5}$     D)  $\frac{2\sqrt{5}}{7}$     E)  $\frac{\sqrt{5}}{7}$

$$6. \operatorname{arccot} 3 + \operatorname{arccot} 5 = \arctan x \Rightarrow x = ?$$

- A)  $-\frac{4}{7}$     B)  $-\frac{5}{7}$     C)  $-1$     D)  $\frac{4}{7}$     E)  $\frac{5}{7}$

## TEST - 4

7.  $\arccos \frac{3}{5} + \arctan \left( \frac{x-3}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow x = ?$

- A)  $\frac{9}{2}$     B) 3    C)  $\frac{9}{1}$     D)  $\frac{4}{5}$     E) 2

8.  $2\cos x + 4\sin x = 5$

denkleminin  $[0, 2\pi]$  aralığında kaç farklı kökü vardır?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

9.  $\frac{\sin 3x + \sin 2x + \sin x}{1 + \cos x + \cos 2x} = ?$

- A)  $\sin x$     B)  $2\sin x$     C)  $\tan x$   
D)  $2\tan x$     E)  $\cot x$

10.  $9x = \pi \Rightarrow \frac{\cos 4x + \cos 8x}{\cos 3x \cdot \cos 2x} = ?$

- A) 1    B) 0    C) -1    D) -2    E) -3

11.  $4 \cdot \sin 10^\circ \cdot \sin 20^\circ \cdot \sin 30^\circ - \sin 80^\circ = ?$

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     B)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     C)  $-\frac{1}{2}$     D)  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$     E)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

12.  $\sin 2x - \sin x = 0$

$\Rightarrow (180, 360)$ 'da  $\Ç.K = ?$

- A)  $\{210^\circ, 300^\circ, 330^\circ\}$   
B)  $\{210^\circ, 300^\circ\}$   
C)  $\{300^\circ, 330^\circ\}$   
D)  $\{300^\circ\}$   
E)  $\{300^\circ, 315^\circ\}$



## TEST - 5

1.  $x, y, z \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

$\sin x = 0,8$  ,  $\sin y = 0,6$  ,  $\sin z = 0,4$

$\Rightarrow ? < ? < ?$

- A)  $x < y < z$       B)  $x < z < y$       C)  $z < x < y$   
 D)  $z < y < x$       E)  $y < x < z$

2.  $\tan 2\theta = x \Rightarrow \frac{1 + \cot(110^\circ)}{1 + \tan(110^\circ)} = ?$

- A)  $a$       B)  $-a$       C)  $\frac{2}{a}$       D)  $-\frac{2}{a}$       E)  $0$

3.  $\left. \begin{array}{l} a = \cos(\overline{n}140^\circ) \\ b = -\sin(\overline{n}65^\circ) \\ c = \tan(145^\circ) \\ d = \cot(28^\circ) \end{array} \right\} \text{isaretleri} = ?$

- A)  $+-+-$       B)  $----+$       C)  $----+$   
 D)  $++--$       E)  $-++-$

4.  $f(x) = \cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = ?$

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $1$       D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

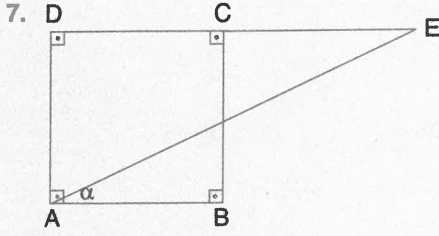
5.  $\left(\frac{1 + \tan x}{\sin x}\right) \cdot \sin 2x - 2 \cos x = ?$

- A)  $2 \sin x$       B)  $2$       C)  $1$   
 D)  $\cos x$       E)  $\cos^2 x$

6.  $\cos 16^\circ = a \Rightarrow \sin 58^\circ = ?$

- A)  $2a^2 + 1$       B)  $2^a$       C)  $2a^2 - 1$   
 D)  $2a^2 - 2$       E)  $2a^2 - 3$

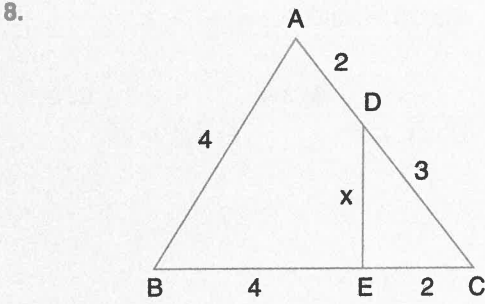
## TEST - 5



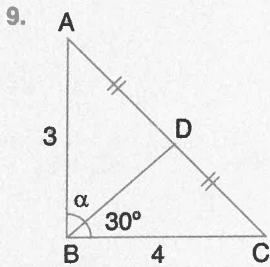
3ICEI = IDEI, ABCD kare

ise  $\frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\cot \alpha} = ?$

- A)  $\frac{5}{7}$  B)  $\frac{7}{9}$  C)  $\frac{9}{7}$  D)  $\frac{15}{7}$  E)  $\frac{13}{6}$



- A) 2 B)  $\frac{5}{2}$  C) 3 D) 4 E) 5



IADI = IDCI

$\Rightarrow \sin \alpha = ?$

- A)  $\frac{2}{3}$  B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{3}{4}$  D)  $\frac{3}{5}$  E)  $\frac{5}{6}$

10.  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180$

$\sin \hat{A} \cdot \sin \hat{B} = \frac{1}{4}$  ,  $\sin \hat{A} \cdot \sin \hat{C} = \frac{3}{4}$  ,

$\Rightarrow m(\hat{C}) = ?$

- A) 60 B) 90 C) 120 D) 150 E) 160

11.  $\sin(\arccos x) = ?$

- A)  $\sqrt{x}$  B)  $\sqrt{x^2+1}$  C)  $\sqrt{x^2-1}$   
D)  $\sqrt{1-x^2}$  E)  $1-x^2$

12.  $\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$

$\Rightarrow [0, 360]'$ 'da kaç kökü vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

1.D 2.B 3.C 4.C 5.A 6.C 7.E 8.A 9.A 10.C 11.D 12.B

## EXTRA SORULAR

$$1. \left( \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin^2 x}{\tan x + \operatorname{cosec} x} \right) : \cos x = ?$$

- A)  $\sin x$                       B)  $\cos x$                       C)  $\tan x$   
D)  $\cot x$                       E) 1

$$2. \sin x - \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin 2x = ?$$

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{1}{5}$       C)  $\frac{3}{5}$       D)  $\frac{3}{6}$       E)  $\frac{5}{3}$

$$3. \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = ?$$

- A)  $\sin x$                       B)  $\cos x$                       C)  $2\sin x$   
D)  $\sin x \cdot \cos x$                       E)  $\tan x$

$$4. \sin(-2580^\circ) = ?$$

- A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C)  $-\frac{1}{2}$   
D)  $\frac{1}{2}$                       E) -1

$$5. \sin 45^\circ \cdot \cos 225^\circ + \tan 60^\circ \cdot \sin 130^\circ = ?$$

- A) 1                      B)  $3\sqrt{2}$                       C) 2  
D)  $\sqrt{3} + \sqrt{3}$                       E)  $2\sqrt{2} - \sqrt{2}$

$$6. \cos(\alpha - 3\pi) + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$$

- A)  $\cos \alpha$                       B)  $\cos 2\alpha$                       C)  $\sin \alpha$   
D)  $-2\cos \alpha$                       E)  $-2\sin \alpha$

## EXTRA SORULAR

7.  $\tan x + \cot x = \frac{4}{\sqrt{3}}$   
 $\Rightarrow \tan^3 x + \cot^3 x = ?$

- A)  $\frac{4}{3}$     B)  $\frac{10}{3}$     C)  $\frac{25}{4}$     D)  $\frac{4}{9}$     E) 1

8.  $\frac{1}{\tan x} \cdot \frac{\cos 2x - 1}{\sin 2x} = ?$

- A)  $-\sin x$     B)  $-\cos x$     C)  $-1$   
 D)  $\sin x$     E)  $\frac{1}{\cos x}$

9.  $\frac{\sin \frac{5\pi}{6} + \cos \frac{3\pi}{6}}{\sin \frac{11\pi}{6}} = ?$

- A)  $\sqrt{2}$     B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     C)  $\sqrt{2} - 1$   
 D)  $-1$     E)  $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

10.  $\frac{\sin x}{3} = \frac{\cos}{4} \Rightarrow \tan x = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{3}{2}$     C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{3}{4}$     E)  $\frac{4}{3}$

11.  $\frac{\cos 310 \cdot \sin 290}{\sin 40 \cdot \cos 20} = ?$

- A) 0    B) 1    C)  $-1$     D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12.  $\frac{\cos 15}{\sin 75} = ?$

- A) 0    B)  $-1$     C) 1    D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**EXTRA SORULAR**

13.  $\cot x - \sin x = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow \sin 2x = ?$

- A)  $\frac{25}{24}$    B)  $\frac{24}{25}$    C)  $\frac{8}{25}$    D)  $\frac{25}{8}$    E)  $\frac{12}{25}$

14.  $\tan(x + 45) = 2$

$\Rightarrow \sin x = ?$

- A)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$    B)  $\frac{1}{3}$    C)  $\frac{1}{2}$    D)  $\frac{2}{\sqrt{10}}$    E)  $\frac{3}{\sqrt{10}}$

15.  $\sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = ?$

- A) 1   B)  $\frac{1}{2}$    C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$    D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$    E) 0

16.  $\sin x = 0,6 \Rightarrow \sin 2x = ?$

- A)  $\frac{25}{24}$    B)  $\frac{4}{3}$    C)  $\frac{6}{5}$    D)  $\frac{3}{4}$    E)  $\frac{24}{25}$

17.  $\tan\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = ?$

- A) 1   B) 0   C)  $\sqrt{3}$    D) -1   E)  $-\sqrt{3}$

18.  $\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$    B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$    C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$    D)  $\sqrt{2}$    E) 1

2. dereceden denklemlerde  $\Delta < 0$  iken reel sayılarda çözüm yoktu. Çünkü reel sayılarda çift kuvveti negatif olan sayı yoktur. Ama karmaşık sayılarda çift kuvveti negatif olan sayı vardır. Dolayısıyla  $\Delta < 0$  olsa bile çözüm vardır.

Bu sayıya sanal sayı denir.

$$\sqrt{-1} = i \quad (i^2 = -1)$$

Karmaşık Sayılar Kümesi: C

$C = \{ a + bi \mid a, b \in \mathbb{R} \}$  şeklinde gösterilir.

$i$ 'nin kuvvetleri 4'e bölünerek kalan alınır.

$$i^{4n+0} = i^0 = 1 \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$i^{4n+1} = i^1 = i$$

$$i^{4n+2} = i^2 = -1$$

$$i^{4n+3} = i^3 = -i$$

$i$ 'nin ardışık dört kuvvetinin toplamı 0'dır.

$$i^k + i^{k+1} + i^{k+2} + i^{k+3} = 0$$

$$(1 + i)^2 = 2i$$

$$(1 - i)^2 = -2i$$

ÖRNEK-1

$$\frac{\sqrt{-25} + \sqrt{-81}}{\sqrt{-9} + \sqrt{-16}} = ?$$

Çözüm

$$\sqrt{-25} = 5 \cdot i \quad (\sqrt{-1} = i)$$

$$\sqrt{-81} = 9i$$

$$\sqrt{-9} = 3i$$

$$\sqrt{-16} = 4i$$

$$\Rightarrow \frac{5i + 9i}{3i + 4i} = \frac{14i}{7i} = 2$$

ÖRNEK-2

$$i^{27} + i^{53} = ?$$

Çözüm

$$i^{27} = i^3 = -i$$

$$i^{53} = i^1 = i$$

$$= i^{27} + i^{53} = -i + i = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 4 \\ \hline 24 & 6 \end{array}$$

③

$$\begin{array}{r|l} 53 & 4 \\ \hline 52 & 13 \end{array}$$

①

ÖRNEK-3

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + \dots + i^{96} + i^{97} + i^{98} = ?$$

Çözüm

$$i + i^2 + i^3 + i^4 = 0$$

$$i^5 + i^6 + i^7 + i^8 = 0$$

4'er 4'er toplamları 0

$$\underbrace{i^1 + i^2 + \dots + i^{96}}_{\text{①}} + i^{97} + i^{98} = \frac{97}{4} \quad \frac{98}{4}$$

$$= 0 + i + i^2 = i - 1$$

ÖRNEK-4

$$\frac{(2 + 2i)^{10}}{(1 - i)^{20}} = ?$$

Çözüm

$$\frac{2^{10} \cdot (1 + i)^{10}}{(1 - i)^{20}} = 2^{10} \cdot \frac{[(1 + i)^2]^5}{[(1 - i)^2]^{10}} = \frac{2^{10} \cdot (2i)^5}{(-2i)^{10}}$$

$$= \frac{2^{10} \cdot 2^5 \cdot i}{2^{10} \cdot (-1)} = -32i$$

$z = a + bi$  Karmaşık sayı

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(z) &= a & \text{Reel kısım: } \operatorname{Re}(z) \\ \operatorname{Im}(z) &= b & \text{İmajiner kısım: } \operatorname{Im}(z) \end{aligned}$$

İki karmaşık sayının eşitliği:

$$\begin{aligned} z_1 &= a + bi \\ z_2 &= c + di \\ z_1 = z_2 &\Rightarrow \operatorname{Re}(z_1) = \operatorname{Re}(z_2) \\ &\quad \operatorname{Im}(z_1) = \operatorname{Im}(z_2) \text{ dir.} \\ \text{Yani } a &= c \\ & \quad b = d \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖRNEK-5

$$\begin{aligned} z = 3 + 4i &\Rightarrow \operatorname{Re}(z) = 3 \\ &\quad \operatorname{Im}(z) = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z = -2 + 5i &\Rightarrow \operatorname{Re}(z) = -2 \\ &\quad \operatorname{Im}(z) = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z = 4i &\Rightarrow \operatorname{Re}(z) = 0 \\ &\quad \operatorname{Im}(z) = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z = 6 &\Rightarrow \operatorname{Re}(z) = 6 \\ &\quad \operatorname{Im}(z) = 0 \end{aligned}$$

ÖRNEK-6

$$\begin{aligned} z &= (x - 3) + (2 - x)i \\ \operatorname{Re}(z) = 2 &\Rightarrow \operatorname{Im}(z) = ? \end{aligned}$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(z) = 2 & \quad \operatorname{Im}(z) = (2 - x) \\ x - 3 = 2 & \quad \operatorname{Im}(z) = (2 - 5) \\ x = 5 & \quad \operatorname{Im}(z) = -3 \end{aligned}$$

ÖRNEK-7

$$\begin{aligned} z_1 &= (x - 3) + (y + 4)i \\ z_2 &= 5 + (x - 2)i \\ z_1 = z_2 &\Rightarrow x \cdot y = ? \end{aligned}$$

Çözüm

$$\begin{aligned} z_1 = z_2 &\Rightarrow \\ x - 3 = 5 & \quad y + 4 = x - 2 \\ x = 8 & \quad y + 4 = 8 - 2 \\ & \quad y = 2 \\ \Rightarrow x \cdot y &= 8 \cdot 2 = 16 \end{aligned}$$

**Eşlenik:**

$\bar{z} \rightarrow z$  nin eşleniği

$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$  dir.

**Eşlenik Özellikleri**

$z = a + ib$  olmak üzere

i)  $\overline{\bar{z}} = z$

ii)  $\overline{z_1 \mp z_2} = \bar{z}_1 \mp \bar{z}_2$

iii)  $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$

iv)  $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

v)  $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$

**Dört İşlem :**

$z_1 = a + bi$  ,  $z_2 = c + di$

$\rightarrow z_1 \mp z_2 = (a \mp c) + (b \mp d)i$

$\rightarrow z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di)$

$= (ac - bd) + (ad + bc)i$

$\rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2}$

**ÖRNEK-8**

$z = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i$

$z = 4 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 4 - 5i$

$z = 2i \Rightarrow \bar{z} = -2i$

$z = 6 \Rightarrow \bar{z} = 6$

**ÖRNEK-8**

$\bar{z} = (2 + i)z - 2$

$\Rightarrow \bar{z} = ?$

**Çözüm**

$z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$

$x - yi = (2 + i) \cdot (x + yi) - 2$

$x - yi = 2x + xi + 2yi - y - 2$

$x - yi = (2x - y - 2) + (x + 2y)i$

$\Rightarrow x = 2x - y - 2$  ,  $-y = x + 2y$

$x = y + 2$                        $x = -3y$

$-3y = y + 2$

$y = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow z = \frac{3}{2} - \frac{i}{2} \Rightarrow \bar{z} = \frac{3}{2} + \frac{i}{2}$

**ÖRNEK-9**

$z_1 = x + 2 + (y + 3)i$

$z_2 = 3 + xi$

$z_1 + z_2 = 7 - 4i \Rightarrow x \cdot y = ?$

**Çözüm**

$z_1 + z_2 = (x + 5) + (x + y + 3)i$

$(x + 5) + (x + y + 3)i = 7 - 4i$

$\Rightarrow x + 5 = 7$      $x + y + 3 = -4$

$x = 2$      $2 + y + 3 = -4$

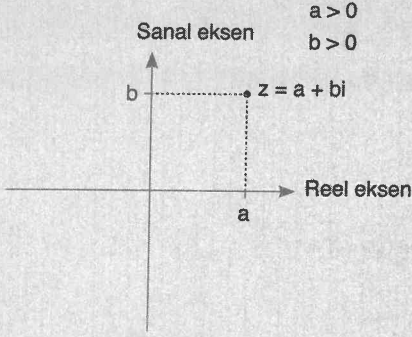
$y = -9$

$x \cdot y = 2 \cdot (-9) = -18$

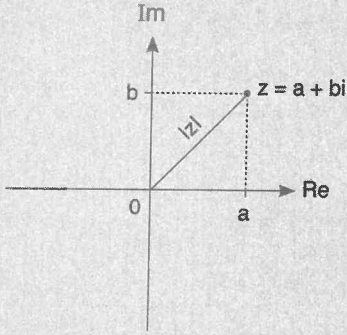


### Karmaşık Sayıların Analitik Düzlemde Gösterilmesi

$$z = a + bi$$



### Bir Karmaşık Sayının Mutlak Değeri (Modülü) (Orijine olan uzaklık)



$$|z|^2 = a^2 + b^2$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$i) |z| = |\bar{z}| = |-z| = |-\bar{z}| = |z| = |-z|$$

$$ii) z \cdot \bar{z} = |z|^2$$

$$iii) |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$$

$$iv) \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

$$v) |z^n| = |z|^n$$

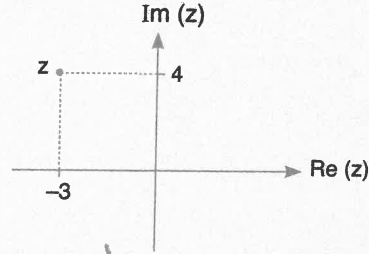
#### ÖRNEK-10

$$z = -3 + 4i$$

$$z = ?$$

Karmaşık sayısını Analitik düzlemde gösteriniz.

#### Çözüm

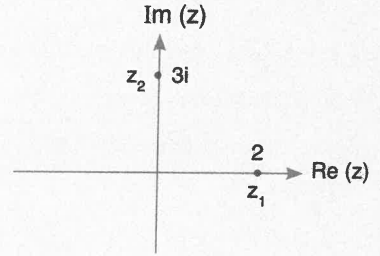


#### ÖRNEK-11

Karmaşık sayılarını Analitik düzlemde gösteriniz.

$$z_1 = 2$$

$$z_2 = 3i$$



#### ÖRNEK-11

$$z = 6 - 8i \Rightarrow |z| = ?$$

#### Çözüm

$$|z| = \sqrt{6^2 + (-8)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$\Rightarrow |z| = 10$$

#### ÖRNEK-12

$$z = \frac{(3 - 4i) \cdot (2 + 3i)^2 \cdot (2i)}{(5 + 12i) \cdot (-6 + 8i)} \Rightarrow |z| = ?$$

#### Çözüm

$$|z| = \frac{|3 - 4i| \cdot |2 + 3i|^2 \cdot |2i|}{|5 + 12i| \cdot |-6 + 8i|}$$

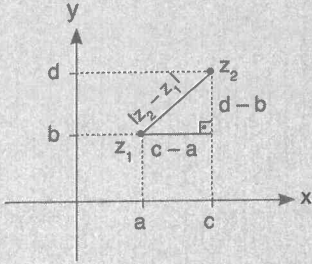
$$|z| = \frac{\sqrt{3^2 + 4^2} \cdot \sqrt{2^2 + 3^2} \cdot \sqrt{0^2 + 2^2}}{\sqrt{5^2 + 12^2} \cdot \sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{5 \cdot 13 \cdot 2}{13 \cdot 10} = 1$$

$$\Rightarrow |z| = 1$$

## İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık

$$z_1 = a + bi$$

$$z_2 = c + di$$



$$\Rightarrow |z_2 - z_1| = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$$

## Karmaşık Sayı Çember İlişkisi

$|z| = r \rightarrow$  Merkezi orijin yarıçapı  $r$  birim olan çember

$|z - z_0| = r \rightarrow$  Merkezi  $z_0$   
yarıçapı  $r$  birim olan çember

$|z - z_0| \leq r$  (Çember ve İç bölgesi)

$|z - z_0| \geq r$  (Çember ve Dış bölgesi)

## ÖRNEK-13

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$z_2 = 4 - 3i$$

$$\Rightarrow |z_2 - z_1| = ?$$

## Çözüm

$$|z_2 - z_1| = \sqrt{(4-2)^2 + (-3-3)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 36}$$

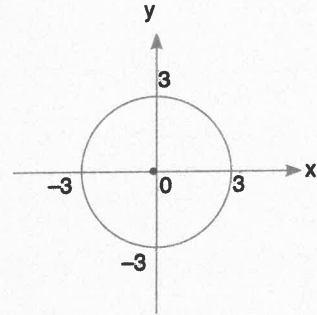
$$|z_2 - z_1| = 2\sqrt{10}$$

## ÖRNEK-14

$$|z| = 3 \Rightarrow z = ?$$

Karmaşık sayısını koordinat düzleminde gösteriniz.

## Çözüm

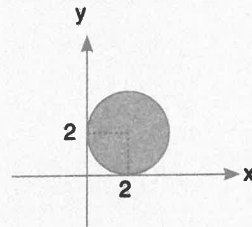


## ÖRNEK-15

$$|z - 2 - 2i| \leq 2 \Rightarrow z = ?$$

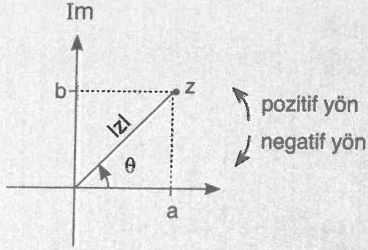
## Çözüm

$$|z - (2 + 2i)| \leq 2$$



## Kutupsal Gösterim

$z = a + bi$  olsun.



$z$  sayısının pozitif yönde aldığı  $\theta$  açısına  $z$ 'nin argümenti denir ve  $\arg(z)$  şeklinde gösterilir.

$0 \leq \theta < 2\pi \Rightarrow \theta$  esas argüment ve  $\arg(z)$  şeklinde gösterilir.

$$\Rightarrow z = |z| \cdot (\cos\theta + i\sin\theta)$$

veya  $z = |z| \cdot \text{cis}\theta$  şeklindeki gösterim kutupsal gösterimdir.

$$\cos\theta = \frac{a}{|z|}, \quad \sin\theta = \frac{b}{|z|}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a} \text{ şeklinde bulunur.}$$

$$z = r \cdot \text{cis}\theta \quad (r = |z|)$$

$\Rightarrow$  Kutupsal Koordinatlar  $(r, \theta)$  dir.

## ÖRNEK-16

$z = 1 + \sqrt{3}i$  sayısını kutupsal biçimde gösterin.

## Çözüm

$$|z| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$z = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow 1. \text{ bölge}$$

$$\tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60$$

$$\Rightarrow z = |z| \cdot \text{cis}\theta$$

$$z = 2 \cdot \text{cis}60$$

## ÖRNEK-17

$$z = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$$

$$\Rightarrow z = |z| \cdot \text{cis}\theta = ?$$

## Çözüm

$$|z| = \sqrt{(-2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 4$$

$$\tan\theta = \frac{2\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = -1$$

$$z = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i \Rightarrow 2. \text{ bölge}$$

$$\cos- \quad \sin+$$

$$\tan\theta = -1 \Rightarrow \theta = 45 \cdot k \quad (2. \text{ bölge})$$

$$0 = 180 - 45 = 135$$

$$\Rightarrow z = |z| \cdot \text{cis}\theta$$

$$z = 4\text{cis}135 \quad \left(135 = \frac{3\pi}{4}\right)$$

## Kutupsal Gösterimde İşlemler:

$$z = r \cdot \text{cis}\theta \text{ ise}$$

$$\rightarrow \bar{z} = r \cdot \text{cis}(2\pi - \theta)$$

$$\rightarrow z^{-1} = \frac{1}{r} \cdot \text{cis}(2\pi - \theta)$$

$$\rightarrow -z = -r \cdot \text{cis}(\theta + \pi)$$

$$z_1 = r_1 \cdot \text{cis}\theta$$

$$z_2 = r_2 \cdot \text{cis}\theta$$

⇒

$$\bullet z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot \text{cis}(\theta + \alpha)$$

$$\bullet \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \text{cis}(\theta - \alpha)$$

$$\bullet z_1^n = r_1^n \cdot \text{cis}(n \cdot \theta)$$

$$\text{Arg}(z_1 \cdot z_2) = \text{Arg}(z_1) + \text{Arg}(z_2)$$

$$\text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \text{Arg}(z_1) - \text{Arg}(z_2)$$

$$\text{Arg}(z_1^n) = n \cdot \text{Arg}(z_1)$$

## ÖRNEK-18

$$z_1 = 4 \text{ cis}50$$

$$z_2 = 2 \text{ cis}20$$

⇒

$$\bullet \frac{z_1}{z_2} = ?$$

## Çözüm

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{4 \cdot \text{cis}50}{2 \text{ cis}20} = 2 \text{cis}(50 - 20)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = 2 \text{cis}30 = 2(\cos 30 + i \sin 30)$$

## ÖRNEK-19

$$z = 2(\cos 15 + i \sin 15)$$

$$\Rightarrow z^6 = ?$$

## Çözüm

$$z = 2 \text{ cis}15$$

$$\Rightarrow z^6 = 2^6 \cdot \text{cis}(6 \cdot 15)$$

$$z^6 = 64 \cdot \text{cis}90$$

$$z^6 = 64 \cdot (\cos 90 + i \sin 90)$$

$$z^6 = 64i$$

## ÖRNEK-20

$$\Rightarrow \text{Arg}\left(\frac{z_1^2 \cdot z_3}{z_2}\right) = ?$$

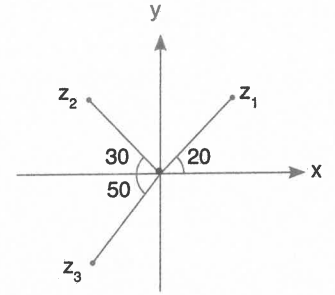
## Çözüm

$$\text{Arg}(z_1) = 20$$

$$\text{Arg}(z_2) = 150$$

$$\text{Arg}(z_3) = 230$$

$$\begin{aligned} \text{Arg}\left(\frac{z_1^2 \cdot z_3}{z_2}\right) &= 2 \cdot \text{Arg}(z_1) + \text{Arg}(z_3) - \text{Arg}(z_2) \\ &= 2 \cdot 20 + 230 - 150 \\ &= 120 \end{aligned}$$



## Karmaşık Sayının n . Kuvvetten Kökleri

$$z = r \cdot \text{cis}(\theta + k \cdot 2\pi) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cdot \text{cis}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$$

$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$  alınarak kökler bulunur.



## NOT - 1

Ardışık kökler arasındaki açı farkı  $\frac{360}{n}$  dir.

\*  $z$  nin kökleri:  $z_1, z_2, \dots, z_n$

$$\Rightarrow z_1 + z_2 + \dots + z_n = 0$$

\*  $z = a + bi$  sayısının karekökleri

$$\Rightarrow w_{0,1} = \mp \left( \sqrt{\frac{|z|+a}{2}} \pm \sqrt{\frac{|z|-a}{2}} \right) \text{ şeklinde bulunur.}$$

\*  $z$  sayısını orjin etrafında  $a$  kadar pozitif yönde döndürerek  $z_1$  sayısını elde edelim.

$$z = r \cdot \text{cis}\theta$$

$$\Rightarrow z_1 = z_0 \cdot \text{cis}\theta$$

$$z_1 = r \cdot \text{cis}(\alpha + \theta)$$

## ÖRNEK-21

$$z = -2 + 2\sqrt{3}i$$

$\Rightarrow z$  nin küp köklerini bulun.

## Çözüm

$$|z| = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$$

$$\tan\theta = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3} \quad 2. \text{ bölge}$$

$$\theta = 120$$

$$\Rightarrow z = 4 \cdot \text{cis}120$$

$$z_0 = \sqrt[3]{4} \cdot \text{cis}\frac{120}{3}$$

$$z_0 = \sqrt[3]{4} \cdot \text{cis}40 \quad (\text{Ardışık kökler açı farkı } \frac{360}{3} = 120)$$

$$z_1 = \sqrt[3]{4} \cdot \text{cis}160$$

$$z_2 = \sqrt[3]{4} \cdot \text{cis}280$$

## ÖRNEK-22

$$z = 2\text{cis}40$$

sayısının orjin etrafında pozitif yönde 80 derece döndürülmesiyle oluşan yeni sayıyı bulun.

## Çözüm

$$z_1 = z \cdot \text{cis}80$$

$$z_1 = 2\text{cis}40 \cdot \text{cis}80$$

$$z_1 = 2 \cdot \text{cis}120$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

1.  $i^2 = -1$

$$\sqrt{-16} \cdot i - \sqrt{-9} - \sqrt[3]{-8} = ?$$

- A)  $4 - 5i$       B)  $4 - 3i$       C)  $-2 - 3i$   
 D)  $6 - 3i$       E)  $0$

2.  $i^2 = -1$

$$(i^{20} + 1) \cdot (i^{21} + 1) \cdot (i^{22} + 1) \cdot (i^{23} + 1) = ?$$

- A)  $2$       B)  $-i$       C)  $2i - 2$   
 D)  $0$       E)  $4i - 2$

3.  $\frac{(1+i)^{31}}{(1-i)^{20}} = ?$

- A)  $2^5 \cdot (i + 1)$       B)  $2^5 \cdot (i + 2)$   
 C)  $2^{10} \cdot (1 - i)$       D)  $2^5 \cdot (i - 1)$   
 E)  $2^{10}(1 + i)$

4.  $i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{34} = ?$

- A)  $-1$       B)  $-i$       C)  $0$       D)  $1$       E)  $i$

5.  $f(x) = x^2 + 2x + 2$

$$f(x_1) = f(x_2) = 0 \Rightarrow x_1 = ?$$

- A)  $-1 + 2i$       B)  $-1 + i$       C)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$   
 D)  $\frac{1+2i}{2}$       E)  $\frac{1-2i}{2}$

6.  $\frac{i^{7n-2}}{i^{3n-5}} = ?$

- A)  $-1$       B)  $i$       C)  $-i$       D)  $0$       E)  $1$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

7.  $z = 1 - 2i$

$\Rightarrow \text{Re}(z \cdot \bar{z} + z) = ?$

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

8.  $\frac{i-1}{i} + \frac{x \cdot i-1}{x+i} = ?$

- A)
- $-i$
- B)
- $i$
- C)
- $x+i$
- 
- D)
- $1+2i$
- E)
- $x^2+1$

9.  $4z + 2i = 12 - 6i$

$\Rightarrow \text{Re}(z) = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3
- 
- D)
- $\frac{3}{2}$
- E)
- $\frac{5}{2}$

10.  $z + w = 5 - 4i$

$z - w = 3 + 2i \Rightarrow z \cdot w = ?$

- A)
- $1 - 13i$
- B)
- $1 - 12i$
- C)
- $2 + 6i$
- 
- D)
- $12 - 13i$
- E)
- $2 - 6i$

11.  $z \cdot \bar{z} - |z| = 30$   
 $\Rightarrow |-\bar{z}| = ?$

- A) 5      B) 6      C)
- $-6$
- D)
- $-5$
- E) 10

12.  $z = \frac{(1+i) \cdot (2+3i)^2}{\sqrt{7}+i}$

$\Rightarrow |z| = ?$

- A)
- $\frac{13}{2}$
- B)
- $\frac{13\sqrt{2}}{2}$
- C) 13
- 
- D)
- $2\sqrt{2}$
- E) 2

## ÇÖZÜMLÜ TEST

13.  $z_1 = 3 - 2i$

$z_2 = -4 - 3i$

$\Rightarrow \overline{z_1} + z_2 = ?$

- A)  $-2 + 2i$       B)  $-2 - 2i$       C)  $-3i$   
 D)  $-1 - i$       E)  $-1 + i$

14.  $z_1 = (1 + i)^8 - (1 - 8)^8$

$z_2 = (1 + i)^6 - (1 - i)^6$

$\Rightarrow |z_1 + z_2| = ?$

- A) 0      B) 4      C) 8      D) 16      E) 32

15.  $3 \leq z \cdot \overline{z} \leq 12$

 $\Rightarrow z$  sayısının belirttiği bölgenin alanı kaçtır?

- A)  $9\pi$       B)  $10\pi$       C)  $11\pi$   
 D)  $12\pi$       E)  $135\pi$

16.  $|z - 2\sqrt{3} - 2i| = 1$

$\Rightarrow \min(|z|) = ?$

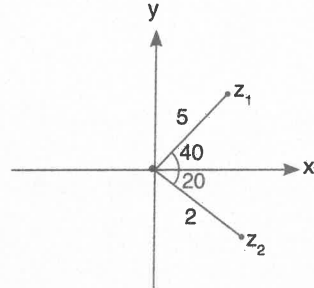
- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

17.  $z = -2 + i$

$\Rightarrow \left( \frac{z + \overline{z}}{z - \overline{z}} \right)^8 = ?$

- A)  $2^4$       B)  $2^8$       C)  $2^{12}$       D)  $2^{16}$       E)  $2^{32}$

18.



$\Rightarrow |z_1 - z_2| = ?$

- A)  $\sqrt{15}$       B)  $\sqrt{17}$       C)  $\sqrt{19}$       D)  $\sqrt{21}$       E)  $\sqrt{23}$



## ÇÖZÜMLÜ TEST

19.  $z = 4(\sin 50 - i \cos 50)$

Karmaşık sayısını  $z = r \cdot \text{cis} \theta$  şeklinde nasıl yazılır.

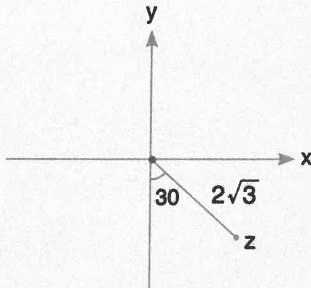
- A)  $4\text{cis}50$       B)  $4\text{cis}140$       C)  $-4\text{cis}40$   
D)  $4\text{cis}120$       E)  $4\text{cis}320$

20.  $z = 1 + \cos 70 + i \sin 70$

ise  $\text{Arg}(z) = ?$

- A) 35      B) 45      C) 135  
D) 140      E) 200

21.



$\Rightarrow z = ?$

- A)  $2\sqrt{3} - 2i$       B)  $\sqrt{3} - 3i$       C)  $\sqrt{3} - i$   
D)  $\sqrt{3} - 2i$       E)  $2\sqrt{2} - 2i$

22.  $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2) = \frac{13\pi}{6}$

$$\text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z_1) = ?$$

- A)  $\frac{4\pi}{3}$       B)  $\frac{2\pi}{3}$       C)  $\frac{7\pi}{4}$   
D)  $\frac{\pi}{4}$       E)  $\frac{2\pi}{5}$

23.  $z = -27i$

sayısının küp köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-3\text{cis}240$       B)  $3\text{cis}240$       C)  $3\text{cis}230$   
D)  $3\text{cis}360$       E)  $3\text{cis}330$

24.  $|z - 2 - 5i| = 1$

$$\Rightarrow \min(|z - (6 + 8i)|) = ?$$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

## ÇÖZÜMLER

$$\begin{aligned}
 1. \quad \sqrt{-16} &= 4i & \sqrt[3]{-8} &= -2 \\
 \sqrt{-9} &= 3i \\
 \Rightarrow 4i \cdot i - 3i - (-2) \\
 -4 - 3i + 2 &= -2 - 3i
 \end{aligned}$$

Cevap: C

$$\begin{aligned}
 2. \quad i^{20} &= 1 & i^{22} &= -1 \\
 i^{21} &= i & i^{23} &= -i \\
 \Rightarrow (1 + 1) \cdot (i + 1) \cdot \underbrace{(-1 + 1)}_0 \cdot (-i + 1) &= 0
 \end{aligned}$$

Cevap: D

$$\begin{aligned}
 3. \quad \frac{(1+i)^{31}}{(1-i)^{20}} &= \frac{[(1+i)^2]^{15} \cdot (1+i)}{[(1-i)^2]^{10}} \\
 &= \frac{(2i)^{15} \cdot (1+i)}{(-2i)^{10}} \\
 &= \frac{2^{15} \cdot i^{15} \cdot (1+i)}{2^{10} \cdot i^{10} \cdot (1+i)} \\
 &= 2^5 \cdot i^5 \cdot (1+i) \\
 &= 2^5 \cdot (i-1)
 \end{aligned}$$

Cevap: D

$$\begin{aligned}
 4. \quad i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + \dots + i^{32} + i^{33} + i^{34} \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}}_0 \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_0 \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_0 \\
 = i^{34} = i^2 = -1
 \end{aligned}$$

Cevap: A

$$\begin{aligned}
 5. \quad f(x) &= x^2 + 2x + 2 \\
 \Delta &= 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4 < 0 \\
 x_1 &= \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a} \\
 x_1 &= \frac{-2 \mp \sqrt{-4}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{-2 + 2i}{2} \\
 x_1 &= -1 + i \text{ veya } x_1 = -1 - i
 \end{aligned}$$

Cevap: B

$$\begin{aligned}
 6. \quad \frac{i^{7n-2}}{i^{3n-5}} &= i^{7n-2-(3n-5)} \\
 &= i^{4n+3} \\
 &= i^{4n} \cdot i^3 \\
 &= 1 \cdot (-1) \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

Cevap: C

## ÇÖZÜMLER

7.  $z = 1 - 2i$

$$z \cdot \bar{z} = |z|^2 = (\sqrt{1^2 + (-2)^2})^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$5 + z = 5 + 1 - 2i \Rightarrow 6 - 2i$$

$$\Rightarrow z \cdot \bar{z} + z = 6 - 2i$$

$$\operatorname{Re}(z \cdot \bar{z} + z) = 6$$

Cevap: E

8.  $\frac{i-1}{i} + \frac{xi-1}{x+i} = ?$   
(i) (x-i)

$$\frac{-1-i}{-1} + \frac{x^2i - \cancel{x} + \cancel{x} + i}{x^2+1}$$

$$1+i+i \frac{(x^2+1)}{x^2+1} = 1+2i$$

Cevap: D

9.  $z = x + yi$  olsun

$$4 \cdot (x + yi) + 2i = 12 - 6i$$

$$\Rightarrow 4x + 4yi + 2i = 12 - 6i$$

$$4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

Cevap: C

10.  $z + w = 5 - 4i$

$$z - w = 3 + 2i$$

$$+ \quad \quad \quad$$

$$2z = 8 - 2i$$

$$z = 4 - i$$

$$4 - i + w = 5 - 4i$$

$$w = 1 - 3i$$

$$\Rightarrow z \cdot w = (4 - i) \cdot (1 - 3i)$$

$$= 4 - 12i - i - 3$$

$$= 1 - 13i$$

Cevap: A

11.  $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$

$$\Rightarrow |z|^2 - |z| = 30 \Rightarrow |z| = 6$$

$$|z| = |-\bar{z}| = 6$$

Cevap: B

12.  $|z| = \frac{|1+i| \cdot |2+3i|^2}{|\sqrt{7}+i|}$

$$z = |z| = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{13}^2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 13}{2\sqrt{2}} = \frac{13}{2}$$

Cevap: A

## ÇÖZÜMLER

$$13. \bar{z}_1 = 3 + 2i, z_2 = -4 - 3i$$

$$\bar{z}_1 + z_2 = -1 - i$$

$$(\overline{z_1 + z_2}) = -1 + i$$

Cevap: E

$$14. (1 + i)^8 = (2i)^4 = 16$$

$$(1 - 8)^8 = (-2i)^4 = 16$$

$$\Rightarrow z_1 = 16 - 16 = 0$$

$$(1 + i)^6 = (2i)^3 = -8i$$

$$(1 - i)^6 = (-2i)^3 = 8i$$

$$\Rightarrow z_2 = -8i - 8i = -16i$$

$$z_1 + z_2 = 0 - 16i = -16i$$

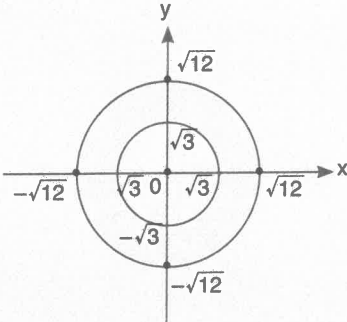
$$\Rightarrow |z_1 + z_2| = |-16i| = \sqrt{0^2 + (-16)^2} = 16$$

Cevap: D

$$15. 3 \leq z \cdot \bar{z} \leq 12$$

$$3 \leq |z|^2 \leq 12$$

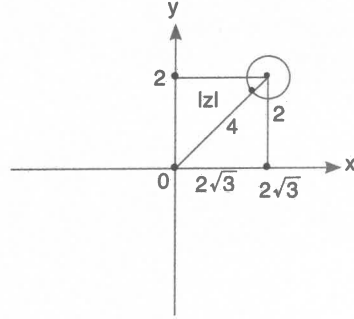
$$\sqrt{3} \leq |z| \leq \sqrt{12}$$



$$\begin{aligned} T.A &= \pi r_1^2 - \pi r_2^2 \\ &= \pi \cdot (\sqrt{12})^2 - \pi \cdot (\sqrt{3})^2 \\ &= 12\pi - 3\pi \\ &= 9\pi \end{aligned}$$

Cevap: A

$$16. |z - (2\sqrt{3} + 2i)| = 1$$



$$|z|^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2$$

$$|z| = 4$$

$$\min(|z|) = 4 - 1 = 3$$

Cevap: B

$$17. z = -2 + i, \bar{z} = -2 - i$$

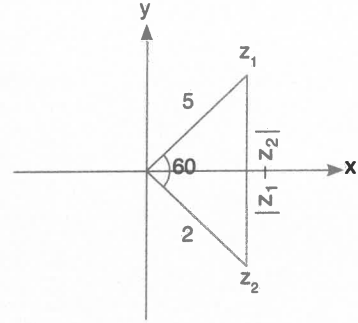
$$z + \bar{z} = -2 + i - 2 - i = -4$$

$$z - \bar{z} = -2 + i + 2 + i = 2i$$

$$\Rightarrow \left( \frac{z + \bar{z}}{z - \bar{z}} \right)^8 = \left( \frac{-4}{2i} \right)^8 = \frac{2^8}{i^8} = 2^8$$

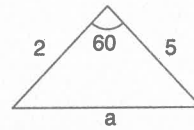
Cevap: B

18.



$$|z_1 - z_2| = a \text{ olsun.}$$

(cosinüs teoreminden)



$$a^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cos 60$$

$$a^2 = 29 - 20 \cdot \frac{1}{2}$$

$$a^2 = 19 \Rightarrow a = \sqrt{19}$$

$$\Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{19}$$

Cevap: C

## ÇÖZÜMLER

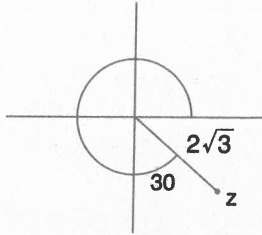
19.  $z = 4 \cdot (\sin 50 - i \cdot \cos 50)$   
 $\text{cis}\theta = \cos\theta + i\sin\theta$  şeklinde  
 $z = 4 \cdot (\cos 40 - i \cdot \sin 40)$  (4. bölge)  
 $\Rightarrow \theta = 360 - 40 = 320$   
 $\Rightarrow z = 4 \cdot \text{cis} 320$

Cevap: E

20.  $z = 1 + \underbrace{\cos 70 + i \sin 70}_{\text{(Yarım açı)}}$   
 $z = 1 + 2 \cos^2 35 - 1 + i \cdot 2 \sin 35 \cdot \cos 35$   
 $z = \frac{2 \cos 35}{|z|} \left( \frac{\cos 35 + i \sin 35}{\text{cis}\theta} \right)$   
 $z = 2 \cdot \cos 35 \cdot \text{cis} 35$   
 $\Rightarrow \text{Arg}(z) = 35$

Cevap: A

21.



$\Rightarrow z = 2\sqrt{3} \cdot \text{cis} 300$   
 $z = 2\sqrt{3} \cdot (\cos 300 + i \sin 300)$   
 $z = 2\sqrt{3} \cdot (\cos 60 - i \sin 60)$   
 $z = 2\sqrt{3} \cdot \left( \frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$   
 $z = \sqrt{3} - 3i$

Cevap: B

22.  $\text{Arg}(z_1) + \text{Arg}(z_2) = \frac{13\pi}{6}$

$\text{Arg}(z_1) - \text{Arg}(z_2) = \frac{3\pi}{2}$

$+$   
 $2\text{Arg}(z_1) = \frac{13\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} = \frac{21\pi}{6}$

$\Rightarrow 2\text{Arg}(z_1) = \frac{7\pi}{2}$

$\text{Arg}(z_1) = \frac{7\pi}{4}$

Cevap: C

23.  $z = 27 \cdot (-i)$  (cis270 = -i)  
 $z = 27 \cdot \text{cis} 270$

$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{27} \cdot \text{cis} \frac{270}{3}$

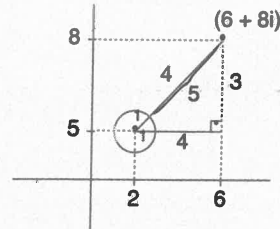
$z_1 = 3 \cdot \text{cis} 90$  ( $\frac{360}{3} = 120$ )

$z_2 = 3 \cdot \text{cis}(90 + 120) = 3 \text{cis} 210$

$z_3 = 3 \cdot \text{cis}(210 + 120) = 3 \cdot \text{cis} 330$

Cevap: E

24.  $|z - (2 + 5i)| = 1$



minimum uzaklık 4 birim

Cevap: D

## TEST - 1

1.  $\frac{\sqrt[3]{-8} + \sqrt{-16}}{-5\sqrt{-1}} = ?$

- A)  $-2 + 4i$       B)  $2 - 4i$       C)  $-2 - 4i$   
 D)  $-2 - 3i$       E)  $3 - 4i$

2.  $3z + \bar{z} \cdot i = 3 + 4i \Rightarrow z = ?$

- A)  $\frac{5}{8} + \frac{9}{8}i$       B)  $\frac{5}{8} - \frac{9}{8}i$       C)  $\frac{5}{8} + \frac{3}{4}i$   
 D)  $\frac{5}{8} - \frac{3}{4}i$       E)  $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}i$

3.  $z = \frac{1-i}{2+3i}$

$\Rightarrow \text{Re}(z^{-1}) = ?$

- A)  $-\frac{3}{2}$       B)  $-\frac{1}{2}$       C)  $\frac{4}{13}$       D)  $\frac{3}{5}$       E)  $\frac{2}{5}$

4.  $f(i \cdot x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{14}$

$\Rightarrow f(-1) = ?$

- A)  $3i + 14$       B)  $2i - 2$       C)  $2i - 1$   
 D)  $i + 1$       E)  $i - 1$

5.  $i^{0!} + i^{1!} + i^{2!} + \dots + i^{96!} = ?$

- A) 0      B)  $2i$       C)  $2i - 1$   
 D)  $2i + 91$       E)  $2i + 96$

6.  $|z - 1 + 3il| = 4$

$\Rightarrow \max(|z - 7 - 5il|) = ?$

- A) 12      B) 13      C) 14      D) 15      E) 16

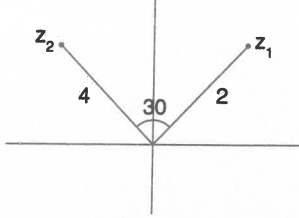
**TEST - 1**

7.  $z = 1 + i$

$\Rightarrow z^4 - (\bar{z})^4 = ?$

- A) 0    B) 4    C) 16    D) 32    E) 64

8.



$\Rightarrow \frac{z_2}{z_1} = ?$

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$     B)  $\sqrt{3} - i$     C)  $\sqrt{3} + i$   
 D)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$     E)  $1 - i$

9.  $|z - 4i| = 2$

$\Rightarrow \max(\text{Arg}(z)) = ?$

- A) 30    B) 60    C) 120    D) 150    E) 240

10.  $z = 3 + 4i$  nin kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2 - i$     B)  $2 + 2i$     C)  $-2 - 3i$   
 D)  $-2 - i$     E)  $1 - 2i$

11.  $z = \frac{1}{\sin 70 + i \cos 70}$

$\Rightarrow \text{Arg}(z) = ?$

- A) 20    B) 70    C) 140    D) 240    E) 340

12.  $\frac{z}{1-z} = 1 - i$

$\Rightarrow z = ?$

- A)  $\frac{3}{5} - \frac{i}{5}$     B)  $\frac{3}{5} + \frac{3}{5}i$     C)  $\frac{3}{5} - \frac{3}{5}i$   
 D)  $\frac{3}{5} - \frac{2}{5}i$     E)  $\frac{2}{5} - \frac{2}{5}i$

1.A    2.A    3.B    4.E    5.D    6.C    7.A    8.B    9.C    10.D    11.E    12.A

## TEST - 2

$$1. z = \frac{1}{1+i} + \frac{1+i}{1-i}$$

$$\Rightarrow \text{Im}(\bar{z}) = ?$$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $-\frac{1}{2}$     C) -1    D) 1    E)  $\frac{3}{2}$

$$2. \left(\frac{1}{i} + 1\right)^{50} = z$$

$$\Rightarrow \text{Re}(z) = ?$$

- A) 0    B)  $-2^{25}$     C)  $2^{25}$     D)  $2^{50}$     E) 1

$$3. \frac{i^{12n+3} + i^{8n+1}}{i^{4n}} = ?$$

- A) 0    B) 1    C) -i    D) i    E) -1

$$4. z = \frac{2 + \sqrt{7}i}{1+i}$$

$$\Rightarrow z \cdot \bar{z} = ?$$

- A)  $-\frac{3}{2}$     B)  $\frac{3}{2}$     C)  $\frac{7}{2}$     D)  $\frac{9}{2}$     E)  $\frac{11}{2}$

$$5. P(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{13}$$

$$\Rightarrow P(x) \begin{array}{l} | \\ \hline x - i \\ \hline \end{array}$$

- A) 0    B) -i    C) i    D) i-1    E) i+1

$$6. z_1 = 3 + 2i$$

$$z_2 = -2i$$

$$\Rightarrow |z_1 - z_2| = ?$$

- A)  $3\sqrt{2}$     B)  $4\sqrt{2}$     C) i    D)  $5\sqrt{2}$     E) 5



## TEST - 2

$$7. z = \frac{(3-4i)^3 \cdot \sqrt{(4+3i)^3}}{(-3-4i)^3}$$

$$\Rightarrow |z| = ?$$

- A) 1      B)  $\sqrt{5}$       C) 5      D)  $5\sqrt{5}$       E) 15

$$8. |z+1| = |z-i|$$

$$\Rightarrow z \text{ sayılarının geometrik yer denklemi} = ?$$

- A)  $x+y=0$       B)  $y-x=0$       C)  $x+y=1$   
D)  $y+1=x$       E)  $x^2+y^2=1$

$$9. \frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{2}i} + \frac{\sqrt{2}}{i^{18}} = ?$$

- A)  $\sqrt{2}-\sqrt{2}i$       B)  $\sqrt{2}i$       C)  $-\sqrt{2}i$   
D)  $\sqrt{2}$       E)  $-\sqrt{2}$

$$10. z = 2\text{cis}45$$

$$\Rightarrow z = a + bi = ?$$

- A)  $\sqrt{2}-\sqrt{2}i$       B)  $\sqrt{2}+\sqrt{2}i$       C)  $+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$   
D)  $1+\sqrt{2}i$       E)  $1-\sqrt{2}i$

$$11. z_1 = 2 \cdot (\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$$

$$z_2 = 4 \cdot (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

$$\Rightarrow \frac{(z_1)^6}{(z_2)^3} = ?$$

- A)  $\frac{1}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8}i$       B)  $\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{3}}{8}i$       C)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$   
D)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$       E)  $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

$$12. z = (1 + \sqrt{3} \cdot i)^{245}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z) = ?$$

- A)  $\frac{5\pi}{4}$       B)  $\frac{5\pi}{3}$       C)  $\frac{5\pi}{2}$   
D)  $\frac{11\pi}{6}$       E)  $\frac{\pi}{4}$

1.B    2.A    3.A    4.D    5.C    6.E    7.D    8.A    9.B    10.B    11.C    12.B

## TEST - 3

1.  $(1 + 3i)^7 \cdot (1 - 3i)^8 = ?$

- A)  $4^7$  B)  $4^7 \cdot (1 + 3i)$   
 C)  $10^7 \cdot (1 + 3i)$  D)  $10^7$   
 E)  $10^7 \cdot (1 - 3i)$

2.  $\left(\frac{i^{13} + i^{14}}{i^{15}}\right) \cdot \left(\frac{i^{16}}{i^{17} + i^{18}}\right) = ?$

- A)  $-1$  B)  $1$  C)  $-i$  D)  $i$  E)  $i - 1$

3.  $z_1 = 6 \cdot \text{cis}240$  ,  $z_2 = 3 \cdot \text{cis}(-120)$

$\Rightarrow |z_2 - z_1| = ?$

- A)  $12\sqrt{3}$  B)  $6\sqrt{3}$  C)  $3$  D)  $2\sqrt{3}$  E)  $\sqrt{3}$

4.  $\left(i + \frac{2}{i}\right) \cdot \left(i + \frac{3}{i}\right) \cdots \left(i + \frac{16}{i}\right) = ?$

- A)  $0$  B)  $16!$  C)  $(16!)i$   
 D)  $(15!)i$  E)  $-(15!)i$

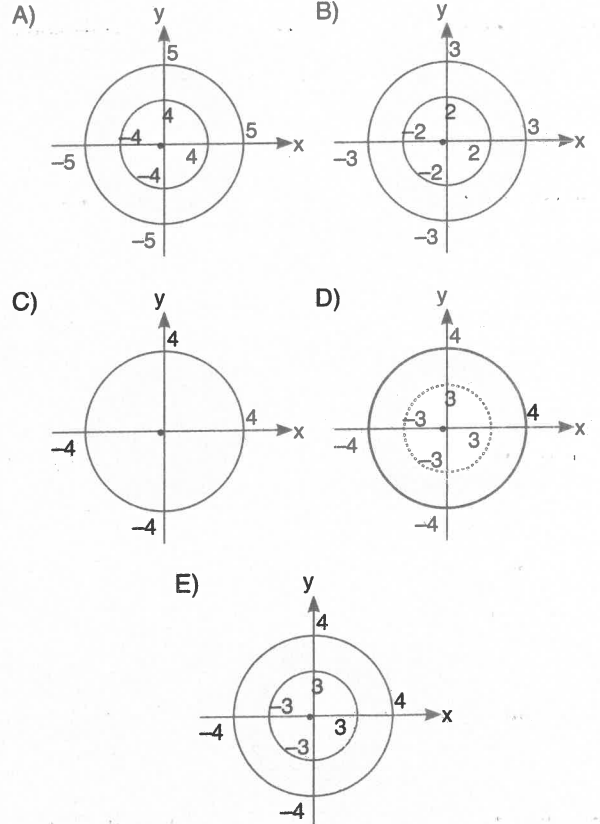
5.  $z_1 = 6 - 2i$  ,  $z_2 = 1 + a \cdot i$

$|z_1 - z_2| = |z_1 + z_2| \Rightarrow a = ?$

- A)  $-3$  B)  $-2$  C)  $1$  D)  $2$  E)  $3$

6.  $A = \{z \in \mathbb{C} \mid 9 \leq z \cdot \bar{z} \leq 16\}$

$\Rightarrow z$  nin grafiği = ?



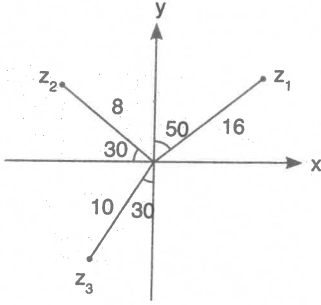
## TEST - 3

7.  $z = (-\cos 20 + i \sin 20)^{12}$

$\Rightarrow \text{Arg}(z) = ?$

- A) 90 B) 120 C) 150 D) 210 E) 240

8.



$\Rightarrow \text{Arg}\left(\frac{z_2^2}{z_1 \cdot z_3}\right) = ?$

- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

9.  $z \cdot \bar{z} = 4$  ve  $\text{Arg}(z) = \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow z = ?$

- A)  $2\sqrt{3} + 2i$  B)  $2\sqrt{3} - 2i$  C)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$   
 D)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$  E)  $\sqrt{3} + i$

10.  $i \cdot z + \bar{z} = 2 + 2i$

$\Rightarrow \text{Re}(z) - \text{Im}(z) = ?$

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

11.  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

$\Rightarrow z^{15} = ?$

- A) -i B) 0 C) 1 D) 1 - i E) i

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $z = 2 + 3i$  sayısının orjin etrafında negatif yönde  $270^\circ$  döndürülmesiyle oluşan sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-3 + 2i$  B)  $3 + 2i$  C)  $9 - 4i$   
 D)  $9 + 13i$  E)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

1.E 2.D 3.D 4.D 5.A 6.E 7.B 8.B 9.E 10.C 11.E 12.A

## EXTRA SORULAR

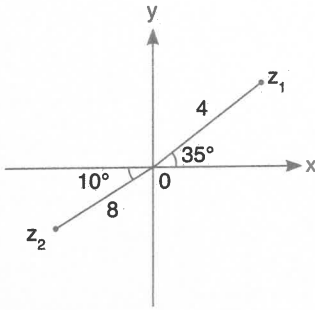
1.  $x, y \in \mathbb{R}$

$$(3 - 2i) \cdot (x + iy) - i \cdot (y + ix) = 26 + 8i$$

$$\Rightarrow x \cdot y = ?$$

- A) -15    B) -12    C) 18    D) 20    E) 21

2.



$$\Rightarrow \frac{z_1^2}{z_2} = ?$$

- A)
- $-1 - i\sqrt{3}$
- B)
- $-\sqrt{3} + i$
- C)
- $-\sqrt{3} - i$
- 
- D)
- $\sqrt{3} - i$
- E)
- $1\sqrt{3}$

3.  $z = i \cdot \sqrt{3} = |z| \cdot (\cos\theta + i\sin\theta)$

$$\Rightarrow \theta = ?$$

- A)
- $\frac{7\pi}{2}$
- B)
- $\frac{5\pi}{4}$
- C)
- $\frac{5\pi}{2}$
- 
- D)
- $\frac{3\pi}{4}$
- E)
- $\frac{3\pi}{2}$

4.  $z = \frac{-6i}{-3 - 3i}$

$$\Rightarrow |z| = ?$$

- A)
- $\sqrt{3}$
- B)
- $2\sqrt{2}$
- C)
- $2\sqrt{3}$
- 
- D)
- $\sqrt{2}$
- E)
- $i$

5.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{38} = ?$

- A)
- $\sqrt{2}i$
- B)
- $1 + \sqrt{2}i$
- C)
- $i$
- 
- D)
- $-i$
- E)
- $1 + i$

6.  $3z + 2i = \bar{z} - 3$

$$\Rightarrow |z| = ?$$

- A)
- $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- B)
- $\sqrt{2}$
- C)
- $\frac{3}{2}$
- 
- D)
- $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- E)
- $\sqrt{3}$

## EXTRA SORULAR

7.  $i^2 = -1$

$$\Rightarrow \frac{i^3 - i^6 + i^9 + i^{16}}{i^6 + i^5 + i^8 + i^8} = ?$$

- A)  $-i$     B)  $i$     C)  $2i$     D)  $-1$     E)  $i$

8.  $z_1 = 2 - 3i$

$z_2 = 3 + i$

$\Rightarrow \frac{z_2}{z_1} = ?$

- A)  $\frac{3}{13} - \frac{11}{13}i$     B)  $\frac{3}{13} + \frac{11}{13}i$     C)  $\frac{4}{13} - \frac{7}{13}i$   
 D)  $\frac{4}{5} - \frac{11}{9}i$     E)  $-\frac{4}{5} + \frac{11}{5}i$

9.  $x, y \in \mathbb{R}$  ,  $\sqrt{-1} = i$

$z_1 = x - y + xi - 2yi$

$z_2 = 3 + 2y + 2xi - i$

$z_1 = z_2$

$\Rightarrow |z| = ?$

- A)  $-\frac{2}{3}$     B)  $-\frac{2}{5}$     C)  $1$   
 D)  $\frac{2}{3}$     E)  $\frac{3}{4}$

10.  $i^2 = -1$

$\Rightarrow i^4 + i^5 + i^6 + i^7 = ?$

- A)  $i$     B)  $-i$     C)  $0$     D)  $1$     E)  $-1$

11.  $\frac{(i^{11} - 3i^{13})^2}{16i^3} = ?$

- A)  $0$     B)  $-i$     C)  $i$     D)  $-1$     E)  $1$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $i^2 = -1$

$\Rightarrow \frac{256}{(1+i)^{14}} = ?$

- A)  $2i^5$     B)  $2i$     C)  $2 - i$     D)  $i^8$     E)  $(1+i)^{16}$

1.E    2.A    3.E    4.D    5.C    6.D    7.E    8.B    9.B    10.C    11.B    12.B

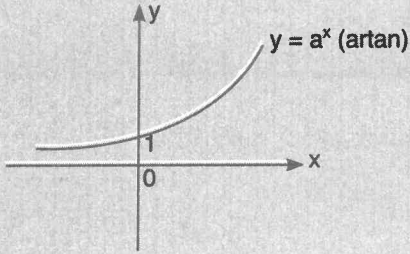
## 1. Üstel Fonksiyon

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

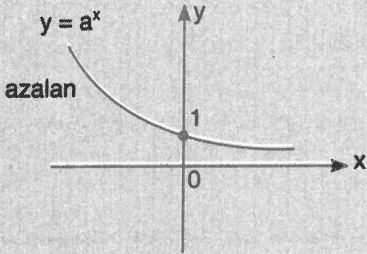
$$\left. \begin{array}{l} 1. a > 0 \\ 2. a \neq 1 \end{array} \right\} \rightarrow f(x) = a^x$$

fonksiyonuna üstel fonksiyon denir.

- $a > 1 \Rightarrow y = f(x) = a^x$  in grafiği



- $0 < a < 1 \Rightarrow y = f(x) = a^x$  in grafiği



## ÖRNEK-1

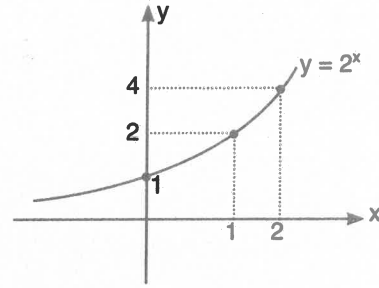
$$f(x) = 7^x \rightarrow \text{Üstel}$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \rightarrow \text{Üstel}$$

$$h(x) = (-8)^x \rightarrow \text{Üstel değil } (-3 \notin \mathbb{R}^+)$$

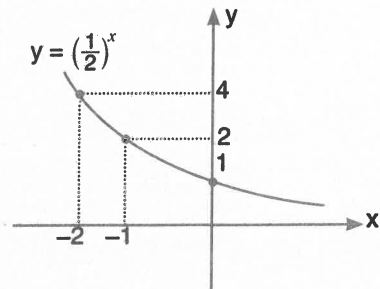
## ÖRNEK-2

$y = 2^x$  in grafiği



## ÖRNEK-3

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  in grafiği



- $a \in \mathbb{R}^+$  ,  $f(x) = a^x$  ,  $a \neq 1$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ , f(x) = a^x$$

fonksiyonun tersine

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \text{ ve}$$

$$f(x) = \log_a^x$$

fonksiyonuna logaritma fonksiyonu denir.

$$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a^y$$

- $f(x) = \log_a^b$  tanımlı olması için

i)  $b > 0$

ii)  $a > 0$  ve  $a \neq 1$  olmalıdır.

ÖRNEK-4

$$2^x = 8 \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$$

ÖRNEK-5

$$5^x + 1 = 126 \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$5^x = 125$$

$$5^x = 5^3 \Rightarrow x = 3$$

ÖRNEK-6

$$3^x = 2 \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$3^x = 2 \Rightarrow x = \log_3^2$$

ÖRNEK-7

$$2 = \log_3^x \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$\log_3^x = 2 \Rightarrow 3^2 = x$$

$$x = 9$$

ÖRNEK-8

$$\log_3^{(2x-1)} = 3 \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$\log_3^{(2x-1)} = 3 \Rightarrow 3^3 = 2x - 1$$

$$27 = 2x - 1$$

$$2x = 28$$

$$x = 14$$

ÖRNEK-9

$$f(x) = \log_{(x-3)}^{(11-x)} \Rightarrow \sum x = ?$$

Çözüm

$$11 - x > 0 \Rightarrow 11 > x$$

$$x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

$$x - 3 \neq 1$$

$$x \neq 4$$

$$\Rightarrow 3 < x < 11 \Rightarrow x \rightarrow 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

$$\sum x = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 45$$

### Logaritmanın Özellikleri

$$1. \log_a^a = 1 \quad 2. \log_a^1 = 0$$

$$3. \log_3^1 = 0, \quad \log_9^1 = 0, \quad \log_{\sqrt{3}}^1 = 0, \quad \log_{\frac{1}{9}}^1 = 0$$

#### ÖRNEK-10

$$\log_3^3 = 1$$

$$\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = 1$$

#### ÖRNEK-11

$$\log_2^{(2x-1)} = 1 \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$\log_2^2 = 1 \Rightarrow 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

#### ÖRNEK-12

$$\log_7^{(6x-17)} = 0 \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$\log_7^1 = 0 \Rightarrow 6x - 17 = 1$$

$$6x = 18$$

$$x = 3$$

#### ÖRNEK-13

$$\log_4(\log_3(2x+5)) = 0$$

$$\Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$\log_4^1 = 0$$

$$\log_3^{(2x+5)} = 1$$

$$2x + 5 = 3$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

$$3. \log_a^{b^n} = n \cdot \log_a^b$$

$$\log_{a^m}^b = \frac{1}{m} \log_a^b$$

$$\Rightarrow \log_{a^m}^{b^n} = \frac{n}{m} \cdot \log_a^b$$

$$4. \log_a^{x \cdot y} = \log_a^x + \log_a^y$$

#### ÖRNEK-14

$$\log_3^{4^5} = 5 \cdot \log_3^4$$

$$\log_2^{16} = \log_2^{2^4} = 4 \cdot \log_2^2 = 4$$

$$\log_5^{27} = \log_3^{3^3} = \frac{3}{2} \cdot \log_3^3 = \frac{3}{2}$$

#### ÖRNEK-15

$$\log_2^{15} = \log_2^{3 \cdot 5} = \log_2^3 + \log_2^5$$

$$\log_3^{18} = \log_3^{9 \cdot 2} = \log_3^9 + \log_3^2 = \log_3^{3^2} + \log_3^2$$

$$= 2 + \log_3^2$$

#### ÖRNEK-16

$$\log_5^2 = a, \quad \log_5^3 = b$$

$$\Rightarrow \log_5^{360} = ?$$

Çözüm

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$180 = 2$$

$$90 = 2$$

$$45 = 3$$

$$15 = 3$$

$$5 = 5$$

$$1$$

$$\Rightarrow \log_5^{360} = \log_5^{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5} = \log_5^8 + \log_5^9 + \log_5^5$$

$$= 3 \cdot \log_5^2 + 2 \cdot \log_5^3 + 1$$

$$= 3a + 2b + 1$$



$$5. \log_a^x = \log_a^x - \log_a^y$$

$$6. \log_a^b = \frac{1}{\log_b^a}$$

ÖRNEK-17

$$\begin{aligned} \log_2^8 &= \log_2^8 - \log_2^3 \\ &= \log_2^{2^3} - \log_2^3 \\ &= 3 - \log_2^3 \end{aligned}$$

ÖRNEK-18

$$\log_3^2 = x \Rightarrow \log_3^{\frac{81}{8}} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \log_3^{\frac{81}{8}} &= \log_3^{81} - \log_3^8 = \log_3^{3^4} - \log_3^{2^3} \\ &= 4 - 3 \log_3^2 \\ &= 4 - 3 \cdot x \end{aligned}$$

ÖRNEK-19

$$\log_3^2 = x \Rightarrow \log_2^3 = \frac{1}{x}$$

ÖRNEK-20

$$\frac{3}{\log_2^5} = 3 \cdot \log_2^5 = \log_2^{5^3} = \log_2^{125}$$

ÖRNEK-21

$$\frac{2}{\log_3^{\frac{7}{2}}} + \frac{3}{\log_2^{\frac{7}{2}}} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} 2 \cdot \log_3^{\frac{7}{2}} + 3 \log_2^{\frac{7}{2}} &= \log_3^{\frac{7}{2} \cdot 2} + \log_2^{\frac{7}{2} \cdot 3} \\ &= \log_3^{7} + \log_2^{10.5} = 1 \end{aligned}$$

$$7. \log_a^b = \frac{\log_c^b}{\log_c^a} \text{ (Taban Değişirme)}$$

$$8. \log_a^b \cdot \log_b^c \cdot \log_c^d = \log_a^d$$

ÖRNEK-22

$$\log_2^3 = \frac{\log_5^3}{\log_5^2}$$

$$\frac{\log_7^3}{\log_7^5} = \log_5^3$$

ÖRNEK-23

$$\log_2^3 = x, \quad \log_2^5 = y \Rightarrow \log_{125}^{48} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \log_{125}^{48} &= \frac{\log_2^{48}}{\log_2^{125}} = \frac{\log_2^{2^4 \cdot 3}}{\log_2^{5^3}} = \frac{\log_2^{2^4} + \log_2^3}{3 \log_2^5} \\ &= \frac{4 + \log_2^3}{3 \log_2^5} = \frac{4 + x}{3y} \end{aligned}$$

ÖRNEK-24

$$\log_3^2 \cdot \log_2^6 \cdot \log_7^7 \cdot \log_7^9 = ?$$

$$\log_3^2 \cdot \log_2^6 \cdot \log_7^7 \cdot \log_7^9 = \log_3^9 = \log_3^{3^2} = 2$$

ÖRNEK-25

$$\log_{\sqrt{5}}^{27} \cdot \log_{\sqrt[3]{3}}^{16} \cdot \log_2^{625} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{5}}^{3^3} \cdot \log_{\sqrt[3]{3}}^{2^4} \cdot \log_2^{5^4} \\ &= \frac{3}{1} \cdot \log_5^3 \cdot \frac{4}{2} \cdot \log_3^2 \cdot 4 \cdot \log_2^5 \\ &= 6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \log_5^3 \cdot \log_3^2 \cdot \log_2^5 \\ &= 144 \cdot \log_5^5 \\ &= 144 \end{aligned}$$

$$9. a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

$$10. \frac{10^{\log c}}{a} = c$$

### Onluk Logaritma

10 tabanında yazılan logaritmaya denir.

$$\log_{10}^x = \log x$$

### Doğal Logaritma

e tabanında yazılan logaritmaya denir. ln şeklinde gösterilir.

$$\log_e^x = \ln x$$

#### ÖRNEK-26

$$\begin{aligned} {}_3 \log 7^6 &= 6 \log_3 7 \\ {}_5 \log 5^4 &= 4 \log_5 5 = 4^1 = 4 \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-27

$$4^{\log_7 5} = 5$$

#### ÖRNEK-28

$$4^{\log_2 6} = x \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$x = 2^{2 \log_2 6} = 2^{\log_2 6^2} = 2^{\log_2 36} = 36$$

$$x = 36$$

#### ÖRNEK-29

$$\log_{10}^5 = \log 5$$

$$\log_{10} 10 = 1$$

$$\log_{10} 100 = \log 10^2 = 2 \cdot \log_{10} 10 = 2$$

#### ÖRNEK-30

$$\log_e^3 = \ln 3$$

$$\log_e^{\frac{1}{e}} = \ln \frac{1}{e}$$

$$\ln 1 = 0 \quad (\log_e^1 = 0)$$

$$\ln e = 1 \quad (\log_e^e = 1)$$

#### ÖRNEK-31

$$\ln x = 3 \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$\ln x = 3$$

$$\log_e^x = 3 \Rightarrow x = e^3$$

## Logaritmik Denklemler

i)  $\log_a^{f(x)} = \log_a^{g(x)}$

$$\Rightarrow f(x) = g(x)$$

ii)  $\log_a^{f(x)} = g(x)$

$$\Rightarrow a^{g(x)} = f(x)$$

## ÖRNEK-32

$$\log_3^{(3x+6)} = \log_3^{24} \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$3x + 6 = 24$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

## ÖRNEK-33

$$\log_5^{(2x-1)} = 2 \Rightarrow x = ?$$

Çözüm

$$2x - 1 = 5^2$$

$$2x = 26$$

$$x = 13$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

1.  $3^x = 5 \Rightarrow x = ?$

- A)  $\log_3^5$       B)  $\log_3^5$       C)  $\frac{3}{5}$   
 D)  $-\log_3^5$       E)  $-\log_3^3$

2.  $\log_2^5 = x \Rightarrow \log_{16}^{625} = ?$

- A) x      B) 2x      C) 3x  
 D) 4x      E)  $\frac{4x}{3}$

3.  $\log_{\sqrt{2}}^x = 6 \Rightarrow x = ?$

- A) 2      B) 4      C) 8  
 D) 16      E) 32

4.  $f(x) = \log_a^{(x+4)}$  ve  $f^{-1}(2) = 5 \Rightarrow a = ?$

- A) 6      B) 5      C) 4      D) 3      E) 2

5.  $\log_{125}^5 = x \Rightarrow \log_{\frac{1}{9}}^x = ?$

- A)  $-\frac{1}{3}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1  
 D)  $\frac{3}{2}$       E) 2

6.  $\frac{4}{\log_2^{12}} + \log_{12}^9 = ?$

- A) 2      B) 3      C) 4  
 D)  $\frac{9}{2}$       E) 5

## ÇÖZÜMLÜ TEST

7.  $5^{\ln x} + x^{\ln 5} = 250 \Rightarrow x = ?$

- A)  $e^{-2}$     B)  $e^{-1}$     C)  $e^3$     D)  $e^5$     E) 5

8.  $\log^5 = x \Rightarrow \log 2 = ?$

- A)  $x - 1$     B)  $x + 1$     C)  $2x$   
D)  $x^2 - 1$     E)  $1 - x$

9.  $f(x) = 5^{x-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = ?$

- A)  $\log_5^x$     B)  $-1 + \log_5^x$     C)  $1 + \log_5^x$   
D)  $1 + \log_5^5$     E)  $\log_5^{(x+1)}$

10.  $\ln(3x - 1) = 1 \Rightarrow x = ?$

- A)  $e$     B)  $e + 1$     C)  $e - 1$   
D)  $\frac{e-1}{3}$     E)  $\frac{e+1}{3}$

11.  $\log 1000 - \ln \sqrt{e} + \log_3^3 = ?$

- A) -1    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

12.  $f(x) = \log_2^{(x^2+7)} \Rightarrow f(5) = ?$

- A) 5    B) 4    C) 3    D) 2    E) 1

## ÇÖZÜMLÜ TEST

13.  $a, b \in \mathbb{N}^+$

$$\log_3^{(70)} = a + \log_3^b$$

$$\Rightarrow \max(a) = ?$$

- A) 30    B) 32    C) 34    D) 36    E) 38

14.  $f: \left(\frac{8}{7}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \log_3^{(7x-8)} \text{ ve } f^{-1}(x) = 5$$

$$\Rightarrow x = ?$$

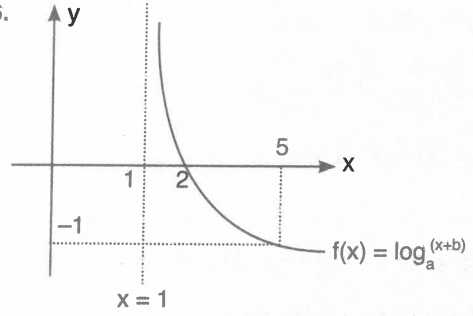
- A) 3    B) 4    C) 8    D) 16    E) 9

15.  $\log_{(x+4)}^{(2-x)} = f(x)$

$$\Rightarrow ? < x < ?$$

- A)
- $(-\infty, 2)$
- B)
- $(-\infty, 4)$
- C)
- $(-4, 2)$
- 
- D)
- $(-4, 2) - \{-3\}$
- E)
- $(-2, \infty)$

16.



$$\Rightarrow a \cdot b = ?$$

- A) -4    B) -1    C)
- $-\frac{1}{4}$
- D) 1    E) 4

17.  $x^{\ln x} = e^3 \cdot x^2$

$$\Rightarrow \prod x = ?$$

- A)
- $e^{-1}$
- B)
- $e$
- C)
- $e^2$
- D)
- $e^3$
- E) 1

18.  $\log 3 = 0,561 \Rightarrow 9^{25}$  sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 29    B) 28    C) 27    D) 26    E) 25

## ÇÖZÜMLÜ TEST

19.  $\log_2[\log_2(\log_2^{(x-3)})] = 1$

$\Rightarrow x = ?$

- A) 7    B) 11    C) 19    D) 35    E) 67

22.  $a = \log_5^3$ ,  $b = \log_4^5$ ,  $c = \log_3^{10}$

$\Rightarrow ? < ? < ?$

- A)  $a < c < b$     B)  $b < a < c$     C)  $c < a < b$   
D)  $c < b < a$     E)  $a < b < c$

20.  $5^{\log_5 a} = 3 \Rightarrow a = ?$

- A) 36    B) 25    C) 16    D) 9    E) 4

23.  $(5^{\log_5 8})^{\log_2 3} = ?$

- A)  $\sqrt{7}$     B) 3    C) 6    D) 9    E) 27

21.  $\log_{\frac{1}{2}}^{625} \cdot \log_{36}^{16} \cdot \log_{\sqrt{5}}^{216} = ?$

- A) -48    B) -32    C) -16    D) -8    E) 48

24.  $\frac{3}{7^{\log_5 343}} = ?$

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6



**ÇÖZÜMLÜ TEST**

25.  $\log_3^2 \cdot \log_4^3 \cdot \log_5^4 \dots \log_n^{(n-1)} = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow n = ?$

- A) 32    B) 16    C) 17    D) 13    E) 12

26.  $\log_{50}^{20} = n \Rightarrow \log_2^5 = ?$

- A)  $\frac{n-2}{1-2n}$     B)  $\frac{n+2}{1-2n}$     C)  $\frac{2n-1}{n-2}$   
 D)  $n+2$     E)  $\frac{1}{n-2}$

27.  $\frac{\log_2^3}{\log_4^5} = \frac{\log_5^a}{\log_3^6} \Rightarrow a = ?$

- A)  $2^2$     B)  $2^3$     C)  $2^4$     D)  $2^5$     E)  $2^6$

28.  $\log_{x^2}^y = a$

$\Rightarrow \log_z^{(x,y,z)} = ?$

- A)  $a-1$     B)  $1+\frac{2}{a}$     C)  $\frac{a-1}{a}$   
 D)  $\frac{a+1}{a}$     E)  $1-a$

29.  $\log_3^{(2x+1)} < \log_3^{(2-x)}$

$\Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $(-\infty, \frac{1}{3})$     B)  $(\frac{1}{2}, \infty)$     C)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$   
 D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$     E)  $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$

30.  $|2 - \log_5^x| \leq 1$

$\Rightarrow x$  kaç farklı tamsayı değeri alır?

- A) 119    B) 120    C) 121    D) 123    E) 122

## ÇÖZÜMLER

$$1. 3^x = 5 \Rightarrow \log_3^5 = x$$

Cevap : B

$$2. \log_2^5 = x$$

$$\begin{aligned} \log_{16}^{125} &= \log_{16}^{5^4} = \log_{2^4}^{5^4} = \frac{4}{4} \cdot \log_2^5 \\ &= \log_2^5 \\ &= x \end{aligned}$$

Cevap : A

$$3. \log_{\sqrt{2}}^x = 6 \Rightarrow x = (\sqrt{2})^6$$

$$x = 2^3 = 8$$

Cevap : C

$$4. f(x) = \log_a^{(x+4)}$$

$$f^{-1}(2) = 5 \Rightarrow f(5) = 2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_a^{(5+4)} &= 2 \Rightarrow \log_a^9 = 2 \\ &\Rightarrow a^2 = 9 \\ &\Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

Cevap : D

$$5. \log_{125}^5 = x$$

$$\log_{5^3}^5 = \frac{1}{3} \cdot \log_5^5 = x \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{9}}^{\frac{1}{3}} = \log_{\left(\frac{1}{3}\right)^2}^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

Cevap : B

$$6. \frac{4}{\log_2^{12}} + \log_{12}^9 = 4 \cdot \log_{12}^2 + \log_{12}^9$$

$$\begin{aligned} &= \log_{12}^2 + \log_{12}^9 \\ &= \log_{12}^{2 \cdot 9} \\ &= \log_{12}^{144} \\ &= \log_{12}^{12^2} = 2 \cdot \log_{12}^{12} = 2 \end{aligned}$$

Cevap : A

$$7. 5^{\ln x} + x^{\ln 5} = 250$$

$$5^{\ln x} + 5^{\ln x} = 250$$

$$2 \cdot 5^{\ln x} = 250$$

$$5^{\ln x} = 125 = 5^3$$

$$\ln x = 3$$

$$\log_e^x = 3 \Rightarrow x = e^3$$

Cevap : C

$$8. \log 5 = x \Rightarrow \log \frac{10}{2} = \log 5 = x$$

$$\log \frac{10}{2} = x \Rightarrow \log 10 - \log 2 = x$$

$$1 - \log 2 = x$$

$$\Rightarrow 1 - x = \log 2$$

Cevap : E

$$9. y = 5^{x-1} \Rightarrow x = 5^{y-1}$$

$$x = \frac{5^y}{5}$$

$$\Rightarrow 5x = 5^y$$

$$\Rightarrow y = \log_5^{5x}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f^{-1}(x) &= \log_5^{5x} = \log_5^5 + \log_5^x \\ &= 1 + \log_5^x \end{aligned}$$

Cevap : C

$$10. \log_2^{(3x-1)} = 1$$

$$3x-1 = e$$

$$x = \frac{e+1}{3}$$

Cevap : E

$$11. \log 10^3 - \ln e^{\frac{1}{2} + \log_3^2} = ?$$

$$= 3 \cdot \log 10 - \frac{1}{2} \cdot \ln e + \frac{1}{2} \log_3^3$$

$$= 3 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 3$$

Cevap : D

## ÇÖZÜMLER

$$\begin{aligned}
 12. f(x) &= \log_2^{(x^2+7)} \\
 f(5) &= \log_2^{(5^2+7)} = \log_2^{32} \\
 &= \log_5^5 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

Cevap : A

$$\begin{aligned}
 13. \log_3^{(70)} &= a + \log_3^b \\
 70! &= 3^a \cdot b \quad \max(a) = ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 70 \mid 3 \\
 \hline
 23 \mid 3 \\
 \hline
 7 \mid 3 \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{aligned}
 23 + 7 + 2 &= 32 \\
 \max(a) &= 32
 \end{aligned}$$

Cevap : B

$$\begin{aligned}
 14. f(x) &= \log_3^{(7x-8)} \\
 f^{-1}(x) &= 5 \Rightarrow f(5) = x \\
 \Rightarrow \log_3^{(7 \cdot 5 - 8)} &= x \\
 \log_3^{27} &= x \Rightarrow \log_3^3 = x \\
 x &= 3
 \end{aligned}$$

Cevap : A

$$\begin{aligned}
 15. \log_{(x+4)}^{(2-x)} \\
 \Rightarrow 2-x > 0 \quad , \quad x+4 > 0 \quad , \quad x+4 \neq 1 \\
 2 > x \quad , \quad x > -4 \quad , \quad x \neq -3 \\
 \Rightarrow -4 < x < 2 \\
 \text{Ç.K} &= (-4, 2) - \{3\}
 \end{aligned}$$

Cevap : D

$$\begin{aligned}
 16. x > 1 \\
 f(x) &= \log_a^{(x+b)} \\
 x+b > 0 &\Rightarrow x > -b \\
 x > 1 &\Rightarrow -b = 1 \\
 b &= -1 \\
 \Rightarrow f(x) &= \log_a^{(x-1)} \\
 f(5) &= -1 \Rightarrow \log_a^{(5-1)} = -1 \\
 \Rightarrow a^{-1} &= 4 \\
 a &= \frac{1}{4} \\
 \Rightarrow a \cdot b &= -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Cevap : C

$$\begin{aligned}
 17. x^{\ln x} &= e^3 \cdot x^2 \\
 \ln x^{\ln x} &= \ln(e^3 \cdot x^2) \\
 \ln x \cdot \ln x &= \ln e^3 + \ln x^2 \\
 (\ln x)^2 &= 3 + 2 \ln x \quad (\ln x = a) \\
 a^2 - 2a - 3 &= 0 \\
 a \quad -3 \quad a &= 3 \\
 a \quad +1 \quad a &= -1 \\
 \left. \begin{aligned} \ln x = 3 &\Rightarrow x = e^3 \\ \ln x = -1 &\Rightarrow x = e^{-1} \end{aligned} \right\} \prod x = e^3 \cdot e^{-1} = e^2
 \end{aligned}$$

Cevap : C

$$\begin{aligned}
 18. \log_{10}^3 &= 0,561 \\
 \log_{10}^{9^{25}} &= \log_{10} 3^{50} = 50 \cdot \log_{10} 3 = 50 \cdot (0,561) \\
 &= 28,050 \\
 &\downarrow \\
 28 + 1 &= 29 \text{ basamaklı}
 \end{aligned}$$

Cevap : A

## ÇÖZÜMLER

$$19. \log_2 \left[ \log_2 \left( \log_2 \left( \log_2^{(x-3)} \right) \right) \right] = 1$$

$$\log_2 \left( \log_2 \left( \log_2^{(x-3)} \right) \right) = 2$$

$$\log_2^{(x-3)} = 4$$

$$\Rightarrow 2^4 = x - 3 \Rightarrow x = 19$$

Cevap : C

$$20. 5^{\log_a^9} = 3$$

$$9^{\log_a^5} = 3$$

$$3^{2 \log_a^5} = 3^1 \Rightarrow 2 \log_a^5 = 1$$

$$\log_a^5 = \frac{1}{2}$$

$$5 = a^{\frac{1}{2}}$$

$$a = 25$$

$$21. \log_2^{5^4} \cdot \log_6^{2^4} \cdot \log_{\frac{5}{2}}^{6^3}$$

$$\frac{4}{-1} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{\frac{1}{2}} \cdot \underbrace{\log_2^5 \cdot \log_6^2 \cdot \log_{\frac{5}{2}}^6}_1$$

$$= -48$$

$$22. 5^a = 3, \quad 4^b = 5, \quad 3^c = 10$$

$$0 < a < 1, \quad 1 < b < 2, \quad 2 < c < 3$$

$$\Rightarrow a < b < c$$

$$23. 5^{\log_5^8} = 8$$

$$8^{\log_2^3} = 3^{\log_2^8} = 3^{\log_2^{2^3}} = 3^{3 \cdot \log_2^2}$$

$$= 3^3$$

$$= 27$$

Cevap : E

$$24. 7^{\frac{3}{\log_5^{343}}} = 7^{3 \cdot \log_5^{343}}$$

$$= 7^{3 \cdot \log_7^5} = 7^{\frac{3}{3} \cdot \log_7^5}$$

$$= 7^{\log_7^5}$$

$$= 5$$

Cevap : D

$$25. \log_2^3 \cdot \log_4^3 \cdot \log_6^4 \cdot \dots \cdot \log_n^{(n-1)} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \log_n^2 = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow n^{\frac{1}{5}} = 2 \Rightarrow n = 2^5$$

$$n = 32$$

Cevap : A

Cevap : B

$$26. \log_{50}^{20} = n \Rightarrow \log_2^5 = ?$$

$$\frac{\log_2^{20}}{\log_2^{50}} = n \Rightarrow \frac{\log_2^{2^2 \cdot 5}}{\log_2^{2 \cdot 5^2}} = \frac{2 + \log_2^5}{1 + 2 \log_2^5} = n$$

$$\Rightarrow 2 + \log_2^5 = n + 2n \cdot \log_2^5$$

$$\log_2^5 - 2n \cdot \log_2^5 = n - 2$$

$$\log_2^5 (1 - 2n) = n - 2$$

$$\log_2^5 = \frac{n - 2}{1 - 2n}$$

Cevap : A

Cevap : A

Cevap : E

$$27. \frac{\log_2^3}{\log_4^3} = \frac{\log_8^3}{\log_8^3} \Rightarrow$$

$$\log_2^3 \cdot \log_3^8 = \log_4^5 \cdot \log_3^8$$

$$\log_8^8 = \log_4^4$$

$$3 = \log_4^3 \Rightarrow 4^3 = a$$

$$a = 2^6$$

Cevap : E

## ÇÖZÜMLER

$$28. \log_z^x y = a \Rightarrow \log_z^{x \cdot y} = \frac{1}{a}$$

$$\begin{aligned} \log_z^{(x \cdot y \cdot z)} &= \log_z^z + \log_z^{x \cdot y} \\ &= 1 + \frac{1}{a} \\ &= \frac{a+1}{a} \end{aligned}$$

Cevap : D

$$29. \log_3^{(2x+1)} < \log_3^{(2-x)}$$

$$i) 2x + 1 < 2 - x$$

$$\begin{aligned} 3x &< 1 \\ x &< -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$ii) 2x + 1 > 0$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

$$iii) 2 - x > 0$$

$$2 > x$$

$$i + ii + iii) -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$$

Cevap : C

$$30. |2 - \log_5^x| \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq 2 - \log_5^x \leq 1$$

$$-3 \leq -\log_5^x \leq -1$$

$$1 \leq \log_5^x \leq 3$$

$$5^1 \leq x \leq 5^3$$

$$5 \leq x \leq 125$$

$$\text{Terim Sayısı: } \frac{125 - 5}{1} + 1 = 121$$

Cevap : C

## TEST - 1

1.  $3^{x-2} = 4 \Rightarrow x = ?$

- A)  $2 + \log_3^2$       B)  $2 + \log_3^4$       C)  $2 \log_3^2$   
 D)  $2 + \log_3^3$       E)  $\log_3^4$

2.  $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \log_3^{(x+1)} + 4$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = ?$

- A)  $3^{x-3}$       B)  $3^{4-x} + 1$       C)  $3^{x-4} - 1$   
 D)  $2^{x+3}$       E)  $3^{x+3}$

3.  $x \in \mathbb{Z}$

$f(x) = \log_{(x-2)}^{(49-x^2)} \Rightarrow \sum x = ?$

- A) 0      B) 15      C) 18      D) 28      E) 30

4.  $5^x = 3^y \Rightarrow \frac{\ln 9}{\ln 125} = ?$

- A)  $\frac{3x}{2y}$       B)  $\frac{x}{3y}$       C)  $\frac{3y}{2x}$       D)  $\frac{2y}{3x}$       E)  $\frac{2x}{3y}$

5.  $\log_3[\log_2(\log_7^{49})] = ?$

- A) 0      B) 2      C) 3      D) 7      E) 49

6.  $\log_2(\log_3[\ln(x^2 \cdot e)]) = 1 \Rightarrow x = ?$

- A)  $e^{-4}$       B)  $e^{-2}$       C)  $e$       D)  $e^4$       E)  $e^8$

## TEST - 1

7.  $\left. \begin{array}{l} \log_3^5 = x \\ \log_5^7 = y \end{array} \right\} \Rightarrow \log_7^3 = ?$

- A)  $x + y$                       B)  $x - y$                       C)  $x + y + 2$   
 D)  $\frac{1}{x \cdot y}$                       E)  $x \cdot y$

8.  $\log_3^8 \cdot \log_{3/\sqrt{2}}^{25} \cdot \log_{\sqrt{5}}^7 \cdot \log_{49}^{81} = ?$

- A) 1                      B) 2                      C) 72                      D)  $\log_3^2$                       E)  $\log_3^9$

9.  $5^{\log_x^3} + 3^{\log_x^5} = 50 \Rightarrow x = ?$

- A)  $\sqrt{1}$                       B)  $\sqrt{3}$                       C) 2                      D) 3                      E) 4

10.  $\log_{16}^{125} = a \Rightarrow \log_{25}^8 = ?$

- A)  $\frac{3}{a}$                       B)  $\frac{2}{a}$                       C)  $\frac{9}{8a}$                       D)  $\frac{2a}{3}$                       E) a

11.  $\log_7^{(3x+1)} = \log_2^{(x^2-3)} \cdot \log_7^2 \Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A)  $\emptyset$                       B) R                      C) {4}                      D) {-1, 4}                      E) {-1}

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $\log_3^{80!} = x \Rightarrow \log_3^{81!} = ?$

- A)  $x + 81!$                       B) x                      C) 4  
 D)  $4 + x$                       E)  $1 + x$

1.B    2.C    3.B    4.E    5.A    6.D    7.E    8.C    9.B    10.C    11.C    12.D

## TEST - 2

1.  $\log_2[15 + \log_5(1 + \log_2(x - 2))] = 4$   
 $\Rightarrow x = ?$

- A) 2      B) 4      C) 32      D) 18      E) 12

2.  $f(x) = \log_3(2x + 1) \Rightarrow f(4) + f^{-1}(2) = ?$

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

3.  $f(x) = x^3 - 3$  ve  $g(x) = \log_2(4x - 8)$   
 $\Rightarrow (g^{-1} \circ f)(2) = ?$

- A) 5      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

4.  $\log_2^x + \log_2^{(2x-3)} = 1 \Rightarrow x = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

5.  $\left. \begin{array}{l} \ln x - \ln y = 10 \\ \ln x + \ln y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow x = ?$

- A)  $e^9$       B)  $e^8$       C)  $e^{10}$       D)  $e^2$       E)  $e^{18}$

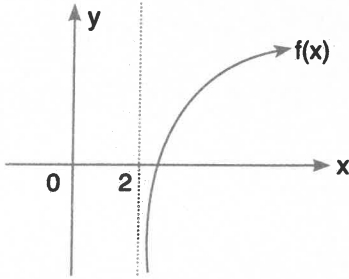
6.  $\sqrt{(\log 3)^2 + \log 9 + 1} = ?$

- A)  $\sqrt{2} \cdot \log 3$       B)  $1 - \log 3$       C)  $\frac{\log 3}{2}$   
D)  $1 + \log 3$       E)  $2 \log 3$



## TEST - 2

7.



$$f(x) = \log_3^{(3x-a)} \Rightarrow a = ?$$

- A)  $\frac{2}{3}$    B)  $\frac{3}{2}$    C) 2   D) 3   E) 6

8.  $e^x - 4 \cdot e^{-x} - 3 = 0 \Rightarrow \sum x = ?$

- A)  $\ln 1$    B)  $\ln 2$    C)  $\ln 3$    D)  $\ln 4$    E)  $\ln 5$

9.  $2 \leq \log_2^{(x+2)} < 3 \Rightarrow \sum x = ?$

- A) 12   B) 14   C) 20   D) 36   E) 40

10.  $\ln x = 8 \Rightarrow (x^{-4})^{\ln 5} = ?$

- A)  $5^{-40}$    B)  $5^{-32}$    C)  $e^{-28}$    D)  $e^{-32}$    E)  $5^{-28}$

11.  $\ln x + \ln(x-2) = 3 \ln 2$   
 $\Rightarrow x = ?$

- A) 3   B) 4   C) 5   D) 6   E) 7

12.  $\frac{2}{\log_3^{90}} + \frac{1}{\log_2^{90}} + \frac{1}{\log_5^{90}} = ?$

- A) -1   B) 0   C) 1   D) 2   E) 3

1.D   2.A   3.E   4.B   5.A   6.D   7.E   8.D   9.B   10.A   11.B   12.C

## TEST - 3

1.  $\log_2[\log_3(\log^x)] = 0$   
 $\Rightarrow x = ?$

- A) 7    B) 49    C)  $7^3$     D)  $7^4$     E)  $7^5$

2.  $\log_3^{(2x-7)} - \log_3^{(x-2)} = 0$   
 $\Rightarrow \log^x = ?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E) 4

3.  $\log_{a \cdot b}^a + \frac{1}{\log_b^{ab}} + 3 = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

4.  $(\log^x)^2 - \log^x - 2 = 0$

$\Rightarrow \sum x = ?$

- A)  $\frac{28}{3}$     B) 7    C)  $\frac{28}{5}$   
 D) 8    E) 9

5.  $\log_9^{(3x-3)} = 3 - \log_4^{32}$

$\Rightarrow x = ?$

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

6.  $\log_3^2 = m$

$\Rightarrow \log_{12}^2 = ?$

- A) 3    B)  $\frac{m}{m+1}$     C)  $\frac{m+1}{m}$   
 D)  $\frac{2m+1}{m}$     E)  $\frac{m}{2m+1}$

## TEST - 3

7.  $5^{\log_5^a} + y^{\log_5^5} - 4^{\log_2^3} = 0$   
 $\Rightarrow a = ?$

- A) 4    B) 6    C) 9    D) 10    E) 12

8.  $\log(x^2 - 4) + \log^x - \log(x - 2) = \log 24$

$\Rightarrow x = ?$

- A) 4    B) 6    C) 8    D) 10    E) 12

9.  $\left. \begin{array}{l} x = \log_4^5 \\ y = \log_3^{10} \\ z = \log_5^3 \end{array} \right\} \Rightarrow x, y, z \text{ yi küçükten büyüğe}$

sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x < y < z$     B)  $z < y < x$     C)  $z < x < y$   
 D)  $y < x < z$     E)  $y < z < x$

10.  $\log_3^{(5x-6)} \cdot \log_x^{27} = 6$

$\Rightarrow \text{Ç.K} = ?$

- A) {1, 2}    B) {1, 3}    C) {2, 3}  
 D) {3, 5}    E) {2, 6}

11.  $\log_x^y = a \Rightarrow$

$\log_{(y^3 \cdot x)}^{(y \cdot x^2)} = ?$

- A)  $\frac{a+1}{3a+2}$     B)  $\frac{a}{2a+1}$     C)  $\frac{2a+1}{3a}$   
 D)  $\frac{3a+2}{a+1}$     E)  $\frac{a+2}{3a+1}$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $\log_{(x,y)}^y = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \log_x^{(x,y)} = ?$

- A) 1    B)  $\frac{3}{2}$     C) 2    D)  $\frac{5}{2}$     E) 3

1.C    2.C    3.D    4.A    5.E    6.E    7.A    8.A    9.C    10.C    11.E    12.B

## TEST - 4

1.  $\log_5^7 \cdot \log_4^{25} \cdot \log_7^2 \cdot \log_2^x = \log_8^{25}$

$\Rightarrow x = ?$

- A)  $\frac{1}{5}$       B)  $\frac{2}{5}$       C)  $\sqrt[3]{5}$   
 D)  $\sqrt[3]{25}$       E) 5

2.  $f(x) = 2 \cdot 3^{x-1}$

$\Rightarrow f^{-1}(2) = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

3.  $(\sqrt{e})^{\ln 25} = ?$

- A)  $\frac{1}{5}$       B) 5      C) 10      D) 15      E) 25

4.  $\log_8^x = \log_4^y$

ise x ile y arasındaki bağıntı = ?

- A)  $x = y$       B)  $x^2 = y$       C)  $x = y^3$   
 D)  $x^3 = y^2$       E)  $x^2 = y^3$

5.  $\frac{\ln x}{\log_3^x} + \frac{\ln y}{\log_5^y} = ?$

- A)  $\ln 3$       B)  $\ln 3 \cdot \ln 5$       C)  $\ln 8$   
 D)  $\ln 9$       E)  $\ln 15$

6.  $\log_5[\log_4(\log_2^x)] + \log_3^{27} = 10^{\log 3}$

- A) 4      B) 8      C) 16      D) 32      E) 64

## TEST - 4

7.  $\log 3 = a$ ,  $\log 5 = b$

$\Rightarrow \log_{25}^{30} = ?$

- A)  $\frac{2a}{b}$       B)  $\frac{a^2}{b}$       C)  $\frac{a+1}{2b}$   
 D)  $\frac{2a+1}{b}$       E)  $\frac{a}{2b}$

8.  $\log_3^{(3x-9)} = \log_2^{(\log 2)^4}$

$\Rightarrow x = ?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

9.  $\log 2 = x \Rightarrow \log 125 = ?$

- A)  $1-x$       B)  $2-x$       C)  $3-x$   
 D)  $3-3x$       E)  $3x$

10.  $\ln e^5 \cdot \log_3^x \cdot \log_x^{3^5} \cdot \ln y = 25$

- A) 0      B) 1      C) e      D)  $e^2$       E)  $1-e$

11.  $e^{2x} - 6e^x + 8 = 0 \Rightarrow \sum x = ?$

- A) 4      B)  $\ln 2$       C)  $2e$       D)  $\ln 4$       E)  $\ln 8$

12.  $4^{2\log_4^x} + \log_2^{64} = 8^{\log_8^{5x}} \Rightarrow \sum x = ?$

- A) 2      B) 5      C) e      D)  $e^2$       E)  $\ln 2$

## EXTRA SORULAR

1.  $\log_5^m = a$  ,  $\log_m^2 = b$   
 $\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^6 = ?$

- A)  $\frac{6b}{a}$       B)  $\frac{6a}{b}$       C)  $\frac{5b}{2}$   
 D)  $\frac{3}{2}ab$       E)  $6ab$

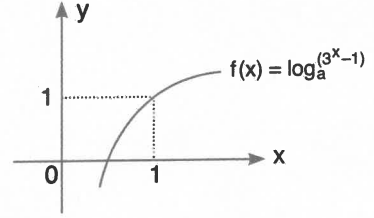
2.  $\log_x^{(e^{2\ln x} \cdot 100^{\log x})} = ?$

- A) 2      B) 4      C)  $x^2$       D)  $\frac{x}{e}$       E)  $x$

3.  $x > 2$   
 $\log_2^{(x-4)} = \log_4^x + \frac{1}{2} \Rightarrow x = ?$

- A) 6      B) 8      C) 12      D) 16      E) 20

4.



$\Rightarrow \log_a^{(4^a)} = ?$

- A) 8      B) 4      C) 2      D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{1}{4}$

TASARI AKADEMI YAYINLARI

5.  $\log_5[5\log_2^{2(\ln(x+1))}] = 1 \Rightarrow x = ?$

- A)  $e - 2$       B)  $e - 1$       C)  $e$   
 D)  $e + 1$       E)  $e^2$

6.  $\frac{1}{\log_4^x} + \frac{1}{\log_6^x} + \frac{1}{\log_8^x} = 2^{\log_8 27}$

$\Rightarrow x = ?$

- A) 4      B) 6      C) 7      D) 9      E) 10

## EXTRA SORULAR

7.  $\frac{\log_8^{25}}{\log_5^2} = ?$

A)  $\frac{3}{(\log_5^2)^2}$

B)  $\frac{3}{2\log_5^2}$

C)  $\frac{3}{2}$

D)  $\frac{2}{3}$

E)  $\frac{2}{3(\log_5^2)^2}$

8.  $\frac{\log_x^6}{\log_y^3} \cdot \frac{\log_y^{(1/9)}}{\log_x^{(1/2)}} = ?$

A)  $\frac{\log_x^4}{\log_y^3}$

B) 3

C) -4

D) 6

E)  $(\log_x^2) \cdot (\log_y^4)$

9.  $\log_x^6 = \log_4^3 \Rightarrow x = ?$

A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

E) 12

10.  $\log_5^{(m^2-4m+5)} = 0 \Rightarrow m = ?$

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

11.  $\log_{\sqrt{2}}^x - \log_2^x - \log_4^x = \log_{0,01} \Rightarrow x = ?$

A)  $\frac{1}{16}$

B)  $\frac{1}{8}$

C)  $\frac{1}{2}$

D) 4

E) 8

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $\log_2 [2 + \log_3^{(2x-1)}] = 2 \Rightarrow x = ?$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

1.E

2.B

3.B

4.B

5.B

6.B

7.E

8.D

9.C

10.C

11.A

12.E

### A. TOPLAM SEMBOLÜ

$\forall n \in \mathbb{Z}$  ve  $a_k \in \mathbb{R}$  ise

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

şeklinde yazılır.

$k \rightarrow$  indis

$\sum$  - sigma (Toplam Sembolü)

• Toplam Sembolünün Özellikleri

$$1. \sum_{k=1}^n c = n \cdot c \quad (c \text{ sabit})$$

$$2. \sum_{k=m}^n c = (n - m + 1) \cdot c$$

$$3. \sum_{k=1}^n c \cdot a_k = c \sum_{k=1}^n a_k$$

$$4. \sum_{k=1}^n (a_k \mp b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \mp \sum_{k=1}^n b_k$$

$$5. \sum_{k=-n}^n k^{2m+1} = 0$$

$$6. \sum_{k=-n}^n k^{2m} = 2 \sum_{k=1}^n k^{2m}$$

ÖRNEK-1

$$\sum_{k=1}^3 a_k = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\sum_{m=1}^4 a_m = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

$$\sum_{i=3}^5 a_i = a_3 + a_4 + a_5$$

ÖRNEK-2

$$\sum_{k=2}^5 2k^2 = ?$$

Çözüm

$$2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2$$

$$8 + 18 + 32 + 50 = 118$$

ÖRNEK-3

$$\sum_{k=1}^6 3 = 3 \cdot 6 = 18$$

ÖRNEK-4

$$\sum_{k=4}^{15} 3 = ?$$

Çözüm

$$(15 - 4 + 1) \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36$$

ÖRNEK-5

$$\sum_{k=1}^8 5k = 5 \sum_{k=1}^8 k$$

ÖRNEK-6

$$\sum_{k=-10}^{10} k^{2017} = 0$$



$$7. 1 < m < n \Rightarrow$$

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^m a_k + \sum_{k=m+1}^n a_k$$

$$8. \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=r \mp p}^{n \mp p} a_{(k \pm p)}$$

• Toplam Sembolünün Formülleri

$$1. \sum_{k=1}^n k = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$2. \sum_{k=1}^n 2k = n \cdot (n+1)$$

$$3. \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

$$4. \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

$$5. \sum_{k=1}^n k^3 = \left[ \frac{n \cdot (n+1)}{2} \right]^2$$

$$6. \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

ÖRNEK-7

$$\sum_{k=1}^{20} a_k = \sum_{k=1}^{11} a_k + \sum_{k=12}^{20} a_k$$

ÖRNEK-8

$$\begin{aligned} \sum_{k=-2}^{12} 5k &= \sum_{k=-2+3}^{12+3} 5 \cdot (k-3) \\ &= \sum_{k=1}^{15} (5k-15) \end{aligned}$$

ÖRNEK-9

$$\sum_{k=1}^{10} 5k = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} 5k &= 5 \sum_{k=1}^{10} k = 5 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} \\ &= 275 \end{aligned}$$

ÖRNEK-10

$$\sum_{k=1}^{20} (2k-3) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{20} 2k - \sum_{k=1}^{20} 3 \\ &= 20 \cdot 21 - 20 \cdot 3 \\ &= 20(21-3) = 360 \end{aligned}$$

ÖRNEK-11

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{k \cdot (k+1)} = \frac{20}{21}$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{1}{k \cdot (k+1)} &= \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \\ \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ \vdots \\ \frac{1}{20} - \frac{1}{21} \\ 1 - \frac{1}{21} &= \frac{20}{21} \end{aligned}$$

$$7. \sum_{k=a}^n k.k! = (n+1)! - a!$$

$$8. \sum_{k=1}^n r^{k-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$9. \sum_{k=1}^n k.(k+1) = \frac{n.(n+1).(n+2)}{3}$$

ÖRNEK-1

$$\sum_{k=1}^{99} \log\left(1 + \frac{1}{k}\right) = ?$$

Çözüm

$$\sum_{k=1}^{99} \log\left(\frac{k+1}{k}\right) = \log\frac{2}{1} + \log\frac{3}{2} + \log\frac{4}{3} + \dots + \log\frac{100}{99}$$

$$\log\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{100}{99} = \log^{100} = \log 10^2 = 2$$

ÖRNEK-2

$$\sum_{k=1}^{63} (\sqrt{k} - \sqrt{k+1}) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} &\sqrt{1} - \sqrt{2} \\ &\sqrt{2} - \sqrt{3} \\ &\sqrt{3} - \sqrt{4} \\ &\sqrt{4} - \sqrt{5} \\ &\dots \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\frac{+\sqrt{63} - \sqrt{64}}{\sqrt{1} - \sqrt{64}} = 1 - 8 = -7$$

ÖRNEK-1

$$\sum_{k=3}^{20} k.k! = 20! - 3!$$

ÖRNEK-2

$$\sum_{k=1}^{10} 2^k = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} 2. \sum_{k=1}^{10} 2^{k-1} &= 2. \left(\frac{2^{10}-1}{2-1}\right) \\ &= 2. (2^{10}-1) \\ &= 2^{11} \cdot 2 \end{aligned}$$

ÖRNEK-3

$$\sum_{k=-10}^{10} (k^3 + k) = ?$$

Çözüm

$$\sum_{k=-10}^{10} k^3 + \sum_{k=-10}^{10} k = 0 + 0 = 0$$

ÖRNEK-4

$$\sum_{k=1}^{10} (k^2 - 3k + 1) = ?$$

Çözüm

$$\sum_{k=1}^{10} k^2 - \sum_{k=1}^{10} 3k + \sum_{k=1}^{10} 1$$

$$\frac{5 \cdot 11 \cdot 7}{2} - 3 \cdot \frac{5 \cdot 11}{2} + 10 \cdot 1$$

$$11.35 - 3.55 + 10$$

$$385 - 165 + 10 = 230$$

## B. ÇARPIM SEMBOLÜ

$$\forall n \in \mathbb{Z} \text{ ve } a_k \in \mathbb{R}$$

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n = \prod_{k=1}^n a_k$$

$$\prod \rightarrow \text{Pi}$$

## Çarpım Sembolünün Özellikleri

1.  $\prod_{k=1}^n c = c^n$  (c sabit)
2.  $\prod_{k=m}^n c = c^{n-m+1}$
3.  $\prod_{k=1}^n c \cdot a_k = c^n \cdot \prod_{k=1}^n a_k$
4.  $\prod_{k=1}^n k = n!$
5.  $\prod_{k=m}^n k = \frac{n!}{(m-1)!}$
6.  $\prod_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=1}^n a_k \cdot \prod_{k=1}^n b_k$
7.  $\prod_{k=1}^n \left( \frac{a_k}{b_k} \right) = \frac{\prod_{k=1}^n a_k}{\prod_{k=1}^n b_k}$  ( $b_k \neq 0$ )
8.  $\prod_{k=1}^n r^k = r^{\frac{n \cdot (n+1)}{2}}$

## ÖRNEK-5

$$\sum_{k=1}^4 3k = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^4 3k &= (3 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 4) \\ &= 3^4 \cdot 4! \end{aligned}$$

## ÖRNEK-6

$$\prod_{k=1}^6 2 = 2^6 = 64$$

$$\prod_{k=3}^{13} 4 = 4^{13-3+1} = 4^{11} = 2^{22}$$

## ÖRNEK-7

$$\prod_{k=1}^{10} 3k = ?$$

Çözüm

$$\prod_{k=1}^{10} 3k = 3^{10} \cdot \prod_{k=1}^{10} k = 3^{10} \cdot 10!$$

## ÖRNEK-8

$$\prod_{k=6}^{11} 5k = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \prod_{k=6}^{11} 5k &= 5^{11-6+1} \cdot \prod_{k=6}^{11} k \\ &= 5^6 \cdot \frac{11!}{5!} \end{aligned}$$

## ÖRNEK-10

$$\begin{aligned} \prod_{k=1}^{10} 3^k &= 3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \dots 3^{10} = 3^{\frac{10 \cdot 11}{2}} \\ &= 3^{55} \end{aligned}$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

1.  $\sum_{k=1}^{20} 2 = ?$

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

2.  $\sum_{k=1}^m (k+1) = 35 \Rightarrow m = ?$

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3.  $\sum_{k=1}^6 (k^2+k) = ?$

- A) 70 B) 91 C) 102 D) 112 E) 114

4.  $\sum_{k=-7}^7 (k^3+4) = ?$

- A) 60 B) 120 C) 1127 D) 1243 E) 1256

5.  $\sum_{m=1}^2 \sum_{n=2}^3 (m \cdot n + n) = ?$

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

6.  $\sum_{k=1}^{10} 2a = 100 \Rightarrow a = ?$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

## ÇÖZÜMLÜ TEST

$$7. \left. \begin{array}{l} f(x) = \sum_{k=1}^x (k+3) \\ g(x) = \sum_{k=1}^x k \end{array} \right\} \Rightarrow \text{fog}(3) = ?$$

- A) 39    B) 59    C) 102    D) 119    E) 123

$$8. \sum_{k=-2}^5 (3k+4) = ?$$

- A) 68    B) 78    C) 88    D) 98    E) 108

$$9. \sum_{k=2}^8 (k^2 - 2k + 1) = ?$$

- A) 55    B) 57    C) 110    D) 140    E) 150

$$10. \sum_{k=2}^{n+1} 5k = an^2 + bn + c$$

$$\Rightarrow a + b + c = ?$$

- A) 8    B) 10    C) 15    D) 20    E) 40

$$11. \sum_{k=4}^{15} \frac{1}{k \cdot (k+1)} = ?$$

- A)  $\frac{1}{16}$     B)  $\frac{3}{16}$     C)  $\frac{15}{16}$     D)  $\frac{1}{8}$     E)  $\frac{1}{6}$

$$12. f(x) = x + 1$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ denkleminin kökleri } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^2 x_k \cdot f(x_k) = ?$$

- A) 10    B) 11    C) 12    D) 13    E) 14

## ÇÖZÜMLÜ TEST

$$13. \prod_{k=2}^{20} \left(1 - \frac{1}{k}\right) = ?$$

- A) 0    B)  $\frac{19}{20}$     C)  $\frac{1}{20}$     D)  $\frac{1}{10}$     E)  $\frac{2}{5}$

$$14. \prod_{k=1}^{20} (k^2 - 4k - 5) = ?$$

- A) 0    B) 20    C) 20!    D) 21!    E) 22!

$$15. \prod_{k=4}^{63} \log_k^{(k+1)} = ?$$

- A)  $\log_4^{63}$     B)  $\log_4^{63}$     C) 1    D) 2    E) 3

$$16. \prod_{m=1}^3 \cdot \prod_{k=1}^2 m \cdot k = ?$$

- A) 300    B) 288    C) 156    D) 144    E) 64

$$17. \prod_{k=1}^n a_k = 2^{n+1} \Rightarrow a_5 = ?$$

- A) 1    B) 2    C) 4    D) 32    E) 64

$$18. \prod_{k=1}^3 \left( \sum_{n=1}^3 k \right) = ?$$

- A) 84    B) 96    C) 144    D) 162    E) 188

## ÇÖZÜMLÜ TEST

$$1. \sum_{k=1}^{20} 2 = 20 \cdot 2 = 40$$

Cevap : C

$$2. \sum_{k=1}^m (k+1) = \sum_{k=1}^m k + \sum_{k=1}^m 1$$

$$= \frac{m \cdot (m+1)}{2} + m \cdot 1 = 35$$

$$m^2 + m + 2m = 70$$

$$m^2 + 3m = 70$$

$$m(m+3) = 70$$

$$7 \cdot 10$$

$$m = 7$$

Cevap : B

$$3. \sum_{k=1}^6 (k^2 + k) = \sum_{k=1}^6 k^2 + \sum_{k=1}^6 k$$

$$= \frac{6 \cdot 7 \cdot 13}{6} + \frac{6 \cdot 7}{2}$$

$$= 91 + 21$$

$$= 112$$

Cevap : D

$$4. \sum_{k=7}^7 k^3 + \sum_{k=-7}^7 4$$

$$0 + 15 \cdot 4 = 60$$

Cevap : A

$$5. \sum_{n=2}^3 (m \cdot n + n)$$

$$= (m \cdot 2 + 2) + (m \cdot 3 + 3)$$

$$= 5m + 5$$

$$\sum_{m=1}^2 (5m + 5) = (5 \cdot 1 + 5) + (5 \cdot 2 + 5)$$

$$= 25$$

Cevap : E

$$6. \sum_{k=1}^{10} 2a = 10 \cdot 2a$$

$$10 \cdot 2a = 100$$

$$a = 5$$

Cevap : E

$$7. f(g(3)) = ?$$

$$g(3) = \sum_{k=1}^3 k = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$g(3) = 6 \Rightarrow f(6) = ?$$

$$f(6) = \sum_{k=1}^6 (k+3) = ?$$

$$= \sum_{k=1}^6 k + \sum_{k=1}^6 3$$

$$\frac{6 \cdot 7}{2} + 6 \cdot 3 = 21 + 18 = 39$$

Cevap : A

$$8. \sum_{k=-2+3}^{5+3} [3 \cdot (k-3) + 4] = \sum_{k=1}^8 (3k-5)$$

$$3 \sum_{k=1}^8 k - \sum_{k=1}^8 5$$

$$3 \cdot \frac{8 \cdot 9}{2} - 8 \cdot 5 = 108 - 40 = 68$$

Cevap : A

$$9. \sum_{k=2}^8 (k-1)^2 = \sum_{k=1}^7 (k+1-1)^2$$

$$\sum_{k=1}^7 k^2 = \frac{7 \cdot 8 \cdot 15}{6} = 140$$

Cevap : D

$$10. \sum_{k=2}^{n+1} 5k = an^2 + bn + c$$

$$n = 1 \text{ için } a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = \sum_{k=2}^{1+1} 5k$$

$$a + b + c = \sum_{k=2}^2 5k$$

$$a + b + c = 5 \cdot 2 = 10$$

Cevap : B

## ÇÖZÜMLÜ TEST

$$11. \sum_{k=4}^{15} \frac{1}{k \cdot (k+1)} = \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{15 \cdot 16}$$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{15 \cdot 16} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{15}{16} - \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

Cevap : B

$$12. \sum_{k=1}^2 x_k \cdot f(x_k) = x_1 \cdot f(x_1) + x_2 \cdot f(x_2)$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0, \quad f(x) = x + 1$$

$$x = -3 \quad f(3) = 4$$

$$x = -1 \quad f(1) = 2$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 1$$

$$3 \cdot f(3) + 1 \cdot f(1) = 3 \cdot 4 + 1 \cdot 2 = 14$$

$$13. \prod_{k=2}^{20} \left( \frac{k-1}{k} \right) = ?$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$$

Cevap : C

$$14. \prod_{k=1}^{20} (k-5) \cdot (k+1)$$

$$k = 5 \text{ için : } \dots \dots \dots 0 \cdot 6 \dots \dots = 0$$

Cevap : A

$$15. \prod_{k=4}^{63} \log_k^{(k+1)} = ?$$

$$= \log_4^5 \cdot \log_5^6 \cdot \log_6^7 \dots \log_{62}^{64}$$

$$= \log_4^{64} = \log_4^{4^3} = 3 \cdot \log_4^4 = 3$$

Cevap : E

$$16. \prod_{m=1}^3 \prod_{k=1}^2 m \cdot k = ?$$

$$\prod_{k=1}^2 m \cdot k = m \cdot 1 \cdot m \cdot 2 = 2m^2$$

$$\prod_{m=1}^3 2m^2 = 2 \cdot 1^2 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3^2$$

$$= 288$$

Cevap : B

$$17. \prod_{k=1}^n a_k = 2^{n+1}$$

$$n = 4 \text{ için } a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 = 2^5$$

$$n = 5 \text{ için } a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 2^6$$

$$\Rightarrow 2^5 \cdot a_5 = 2^6 \Rightarrow a_5 = 2$$

Cevap : B

$$18. \prod_{n=1}^3 k = 3k$$

$$\prod_{k=1}^3 (3k) = 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$= 162$$

Cevap : D



## TEST - 1

1.  $\sum_{k=1}^{10} (2k+8) = ?$

- A) 110    B) 140    C) 160    D) 180    E) 190

2.  $\sum_{k=-2}^8 3k+1 = ?$

- A) 110    B) 100    C) 99    D) 89    E) 70

3.  $\sum_{k=1}^{10} (ak+1) = 21 \Rightarrow a = ?$

- A)  $\frac{1}{6}$     B)  $\frac{1}{5}$     C)  $\frac{1}{4}$     D)  $\frac{1}{3}$     E)  $\frac{1}{2}$

4.  $\sum_{k=-6}^6 (k^7 - k^5 + 2) = ?$

- A) 382    B) 263    C) 26    D) 12    E) 0

5.  $\sum_{k=1}^{n+1} (2k+3) = an^2 + bn + c$

$\Rightarrow a+b+c = ?$

- A) 5    B) 7    C) 8    D) 10    E) 12

6.  $\sum_{k=0}^{n+3} (2k+5) = 96 \Rightarrow n = ?$

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

## TEST - 1

7.  $f(x) = x + 2$

$x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 3$

$\Rightarrow \sum_{k=1}^3 k \cdot f(x_k) = ?$

- A) 5    B) 10    C) 15    D) 20    E) 25

8.  $\sum_{k=1}^n 7^{\log_7 k} = 28 \Rightarrow n = ?$

- A) 5    B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

9.  $\sum_{k=1}^{12} f(k) = 90$

$\sum_{k=1}^5 f(k) = 35, \sum_{k=5}^{12} f(k) = 63$

$\Rightarrow f(5) = ?$

- A) 8    B) 10    C) 12    D) 14    E) 16

10.  $\sum_{m=2}^4 \left[ \sum_{n=2}^3 (mn - m + 1) \right] = ?$

- A) 23    B) 33    C) 43    D) 53    E) 63

11.  $\sum_{k=2}^8 (k^3 - 3k^2 + 3k - 1) = ?$

- A) 784    B) 812    C) 900    D) 932    E) 1012

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $\sum_{k=-1}^{100} \cos(k\pi) = ?$

- A) 100    B) 99    C) 2    D) 1    E) 0

1.E

2.B

3.B

4.C

5.E

6.A

7.D

8.C

9.A

10.B

11.A

12.E

## TEST - 2

1.  $\prod_{k=2}^{12} k = ?$

- A) 12!    B)  $\frac{12!}{2}$     C) 11!    D) 0    E) 120

2.  $\prod_{k=1}^8 (k \cdot 2^k) = ?$

- A) 8!    B)  $2^{36}$     C)  $8! 2^{36}$     D) 2345    E) 10402

3.  $\prod_{k=5}^{20} (k-3) \cdot (k-4) \cdot (k-8) = ?$

- A) 0    B) 20    C) 100    D) 600    E) 800

4.  $\prod_{k=1}^2 \prod_{m=1}^3 (2^k \cdot m) = ?$

- A)  $3^3 \cdot 2^8$     B)  $3^4 \cdot 29$     C)  $3^2 \cdot 2^{10}$   
D)  $3^2 \cdot 2^{11}$     E)  $3 \cdot 2^{11}$

5.  $\prod_{k=1}^{10} \left(3 + \frac{3}{k}\right) = ?$

- A) 0    B) 11    C)  $3^9$     D)  $11 \cdot 3^9$     E)  $11 \cdot 3^{10}$

6.  $\prod_{k=4}^{67} \left(\frac{k^2 - 5k + 6}{k-1}\right) = ?$

- A)  $\frac{67!}{33}$     B)  $\frac{66!}{33}$     C)  $\frac{65!}{33}$     D)  $\frac{64!}{33}$     E)  $\frac{63!}{33}$

## TEST - 2

7.  $\prod_{n=1}^{20} \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) = ?$

- A)  $\frac{1}{10}$    B)  $\frac{1}{11}$    C)  $\frac{1}{12}$    D)  $\frac{1}{13}$    E)  $\frac{1}{14}$

8.  $\prod_{k=1}^n 2^k = 8^{22} \Rightarrow n = ?$

- A) 10   B) 11   C) 12   D) 13   E) 14

9.  $\prod_{k=3}^{11} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = ?$

- A)  $\frac{6}{13}$    B)  $\frac{7}{13}$    C)  $\frac{8}{11}$    D)  $\frac{9}{11}$    E)  $\frac{10}{11}$

10.  $\prod_{k=2}^{16} e^{\ln\left(\frac{k+1}{k}\right)} = ?$

- A)  $\frac{17}{5}$    B)  $\frac{17}{4}$    C)  $\frac{17}{3}$    D)  $\frac{17}{2}$    E) 17

11.  $\prod_{k=1}^2 \left(\prod_{m=1}^a m\right) = ?$

- A) a.a!   B) 2.a!   C) a!   D) 3a!   E) (a!)<sup>2</sup>

12.  $\prod_{m=1}^3 \left(\prod_{n=1}^3 \left(\frac{m}{n}\right)\right) = ?$

- A) 1   B) 2   C) 3   D) 81   E) 243

## TEST - 3

$$1. \prod_{n=1}^{30} \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{k \cdot (k+1)} \right) = ?$$

- A)  $\frac{1}{31}$     B)  $\frac{2}{31}$     C)  $\frac{3}{31}$     D)  $\frac{4}{31}$     E)  $\frac{5}{31}$

$$2. \prod_{k=2}^8 (\log^k \sqrt{10}) + \prod_{k=1}^8 (\log \sqrt{10})^k = ?$$

- A)  $8! + 2^{35}$     B)  $63! + 2^8$     C)  $\frac{1}{6!} + 2^{36}$   
 D)  $\frac{1}{8!} + 2^{-36}$     E)  $\frac{1}{5!} + 2^{35}$

$$3. \sum_{k=0}^6 \left[ \binom{6}{k} + k \right]$$

- A) 35    B) 55    C) 85    D) 135    E) 225

$$4. \sum_{k=1}^{41} [(-1)^k \cdot k] = ?$$

- A) -20    B) -21    C) -22    D) -23    E) -24

$$5. \prod_{k=1}^2 \sum_{n=1}^5 (3^{k-1}) = ?$$

- A) 45    B) 55    C) 60    D) 65    E) 75

$$6. \prod_{k=1}^2 \prod_{m=1}^2 \prod_{n=1}^2 2 = ?$$

- A)  $2^4$     B)  $2^8$     C)  $2^{12}$     D)  $3^8$     E)  $3^{16}$

## TEST - 3

$$7. \sum_{n=1}^k \left( 3n + \frac{2}{k^2} \right) = 10$$

$$\Rightarrow k = ?$$

- A) 2      B) 3      C) 5      D) 7      E) 8

$$8. \sum_{k=1}^5 \sum_{m=0}^3 (k - 3m + 4) = ?$$

- A) 10      B) 20      C) 30      D) 40      E) 50

$$9. \sum_{k=3}^n \ln\left(1 - \frac{2}{k}\right) + \ln \sum_{k=1}^{n-1} k = ?$$

- A) 6      B) 4      C) 3      D) 2      E) 0

$$10. \sum_{n=1}^k f(n) = k! \Rightarrow f(3) = ?$$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

$$11. \sum_{n=k+1}^{2k} n = 40 \Rightarrow k = ?$$

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

$$12. \sum_{k=-3}^6 (ak + 3) = 75$$

$$\Rightarrow a = ?$$

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

1.A    2.D    3.C    4.B    5.E    6.B    7.A    8.E    9.E    10.D    11.C    12.B

## EXTRA SORULAR

$$1. \sum_{k=0}^{10} k \cdot n^4 \cdot \prod_{m=1}^3 \frac{2m}{n} = ?$$

- A) 2640n      B) 1056 n      C) 2640 + n  
D)  $\frac{2640}{n}$       E) 10560n

$$2. P \in \mathbb{Z}^+ \\ \sum_{n=0}^{17} (3n + p) = ?$$

- A) 459 + 18p      B) 462 + 17p      C) 54 + p  
D) 459 + 17p      E) 462 + 18p

$$3. \sum_{k=1}^{120} (-1)^k \cdot (k+1) = ?$$

- A) 10      B) 30      C) 60      D) 120      E) 160

$$4. \prod_{k=4}^{12} \left( \frac{k-3}{k-2} \right) = ?$$

- A)  $\frac{1}{8}$       B)  $\frac{1}{9}$       C)  $\frac{1}{10}$       D)  $\frac{1}{11}$       E)  $\frac{1}{12}$

$$5. \sum_{k=-3}^{20} (10k - 5) = ?$$

- A) 2014      B) 2015      C) 2001      D) 1920      E) 1923

$$6. \sum_{k=1}^{198} \log \frac{k+2}{k+1} = ?$$

- A)  $\frac{1}{2}$       B) 2      C) 3      D) 5      E) 6

$$7. \sum_{k=-6}^5 k^3 = ?$$

- A) 0      B) -216      C) -125      D) -64      E) -8

$f : N^+ \rightarrow R$  şeklindeki fonksiyonlara dizi denir.

$a_n \rightarrow$  Genel terimi

$(a_n) = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots\}$

$a_n = \frac{a \cdot n + b}{c \cdot n + d}$  genel terim olması için

$c \cdot n + d = 0$

$n = \frac{-d}{c} \notin N^+ \Rightarrow$  genel terimdir.

### Sabit Dizi

$C \in R$  ve  $C$  sabit sayı olmak üzere

$a_n = C$  ise  $a_n$  sabit dizidir.

$a_n = \frac{a \cdot n + b}{c \cdot n + d}$  sabit dizi

$\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$  dir.

ÖRNEK-1

$$a_n = \frac{3n+2}{4n-8}$$

**birdizinin genel terimi olabilir mi?**

Çözüm

$$4n - 8 = 0$$

$$n = 2 \in N^+$$

$$a_2 = \frac{3 \cdot 2 + 2}{4 \cdot 2 - 8} = \frac{8}{0} \rightarrow \text{Tanımsız}$$

Genel terim olamaz.

ÖRNEK-2

$$b_n = \frac{2n+3}{3n-5} \Rightarrow \text{Dizi mi?}$$

Çözüm

$$3n - 5 = 0$$

$$n = \frac{5}{3} \notin N^+$$

$\Rightarrow b_n \rightarrow$  Bir dizi

ÖRNEK-3

$$a_n = 5 \quad \text{sabit dizi}$$

$$a_n = -\frac{3}{5} \quad \text{sabit dizi}$$

ÖRNEK-4

$$a_n = \frac{2n+3}{kn-9} \quad \text{sabit}$$

**dizi  $\Rightarrow k = ?$**

Çözüm

$$\frac{2}{k} = \frac{3}{-9} \Rightarrow k = -6$$



### Dizilerin Eşitliği

$a_n = b_n \Rightarrow$  Bu iki dizi eşittir.

### Dizilerde İşlemler

$(a_n)$  ve  $(b_n)$  birer dizi

$$(a_n) + (b_n) = (a_n + b_n)$$

$$(a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n)$$

$K \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $k \cdot (a_n) = (k \cdot a_n)$

### Monoton Diziler

$$\bullet \forall n \in \mathbb{N}^+ \text{ için } a_n < a_{n+1}$$

$\Rightarrow a_n$  dizisi monoton artan

$$\bullet \forall n \in \mathbb{N}^+ \text{ için } a_{n+1} < a_n$$

$\Rightarrow a_n$  dizisi monoton azalan

$$\bullet \forall n \in \mathbb{N}^+ \text{ için } a_n \leq a_{n+1}$$

$\Rightarrow a_n$  dizisi monoton azalmayan

$$\bullet \forall n \in \mathbb{N}^+ \text{ için } a_{n+1} \leq a_n$$

$\Rightarrow a_n$  dizisi monoton artmayan

#### ÖRNEK-5

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{3n+3}{9n+k} \\ b_n &= \frac{n+1}{3n+5} \end{aligned} \right\} a_n = b_n \Rightarrow k = ?$$

Çözüm

$$\frac{3(n+1)}{9n+k} = \frac{n+1}{3n+5}$$

$$\Rightarrow 9n + 15 = 9n + k$$

$$\Rightarrow k = 15$$

#### ÖRNEK-6

$$a_n = n + 3$$

$$b_n = 2n - 3$$

$$\Rightarrow a_n + b_n = n + 3 + 2n - 3 = 3n$$

$$a_n \cdot b_n = (n + 3) \cdot (2n - 3)$$

$$= 2n^2 + 3n - 9$$

$$\frac{a_n}{b_n} = \frac{n+3}{2n-3}$$

#### ÖRNEK-7

$a_n = 2n + 3$  dizisi için

$$a_{n+1} = 2(n+1) + 3 = 2n + 5$$

$$a_n < a_{n+1} ?$$

$$2n + 3 < 2n + 5 \Rightarrow 3 < 5$$

$\Rightarrow a_n < a_{n+1}$  olduğundan

$a_n$  monoton artandır.

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1.  $a_n = \frac{3n+5}{2n+1} \Rightarrow a_2 = ?$

- A)
- $\frac{11}{5}$
- B)
- $\frac{11}{6}$
- C)
- $\frac{11}{7}$
- D)
- $\frac{11}{8}$
- E)
- $\frac{11}{9}$

2.  $a_{n+2} = \frac{3n+4}{n+3} \Rightarrow a_4 = ?$

- A) -3 B)
- $\frac{1}{2}$
- C) 2 D)
- $\frac{7}{3}$
- E)
- $\frac{7}{5}$

3.  $a_n = 2^n \cdot n!$

$\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = ?$

- A)
- $n!$
- B)
- $n+1$
- C)
- $2n+2$
- 
- D)
- $2^{n+1}$
- E)
- $2^n \cdot (n+1)$

4.  $a_n = \begin{cases} n^2, & n \equiv 0 \pmod{2} \\ 4n, & n \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$

$\Rightarrow a_5 + a_4 = ?$

- A) 20 B) 36 C) 50 D) 64 E) 70

5.  $a_n = \frac{n^2+7n-16}{n}$

$a_n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sum n = ?$

- A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

6.  $a_n = \frac{5n+k}{n+3}, b_n = \frac{m \cdot n-7}{n+3}$

$a_n = b_n \Rightarrow m - k = ?$

- A) -12 B) -7 C) -2 D) 7 E) 12

7.  $\forall n \in \mathbb{N}^+ \quad n \geq 1$  için

$a_{n+1} - a_n = 3n$  ve  $a_1 = 8$  ise

$a_8 = ?$

- A) 72 B) 84 C) 88 D) 92 E) 96

## ÇÖZÜMLER

$$1. a_2 = \frac{3 \cdot 2 + 5}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{11}{5}$$

Cevap: A

$$2. a_{n+2} = \frac{3n+4}{n+3}$$

$$a_4 = a_{2+2} = \frac{3 \cdot 2 + 4}{2 \cdot 3} = \frac{10}{5} = 2$$

$$a_4 = 2$$

Cevap: C

$$3. a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot (n+1)!$$

$$\begin{aligned} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \frac{2^{n+1} \cdot (n+1)!}{2^n \cdot n!} \\ &= \frac{2^{n+1} \cdot 2 \cdot n! \cdot (n+1)}{2^n \cdot n!} \\ &= 2n+2 \end{aligned}$$

Cevap: C

$$4. a_5 = 4 \cdot n = 4 \cdot 5 = 20$$

$$a_4 = n^2 = 4^2 = 16$$

$$a_4 + a_5 = 36$$

Cevap: B

$$5. a_n = \frac{n^2}{n} + \frac{7n}{n} - \frac{16}{n}$$

$$a_n = \frac{n+7}{n} - \frac{16}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{n} \in \mathbb{Z} \text{ olmalıdır.}$$

$$n = 1, 2, 4, 8, 16$$

$$\Sigma n = 31$$

Cevap: D

$$6. a_n = b_n \Rightarrow \frac{5n+k}{n+3} = \frac{mn-7}{n+3}$$

$$\Rightarrow m = 5$$

$$k = -7$$

$$\Rightarrow m - k = 5 - (-7) = 12$$

Cevap: E

$$7. a_{n+1} - a_n = 3n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$+ a_8 - a_7 = 3 \cdot 7$$

$$a_8 - a_1 = 3(1 + 2 + 3 + \dots + 7)$$

$$a_8 - 8 = 3 \cdot 28$$

$$a_8 = 92$$

Cevap: D

### Aritmetik Dizi

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = d$$

$\Rightarrow a_n$  aritmetik dizidir.

$d \rightarrow$  Ortak fark

$S_n \rightarrow$  İlk  $n$  terimin toplamı

$$(S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

•  $a_n$  aritmetik dizi

$$\Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d \quad \text{Genel terimi}$$

$$\text{Ya da } a_n = a_p + (n - p) \cdot d \quad \text{dir.}$$

$$\bullet a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$$

$$\bullet a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \dots$$

$$\bullet S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

#### ÖRNEK-8

$a_n$  aritmetik dizi,

$$a_1 = 4, d = 6 \Rightarrow a_5 = ?$$

Çözüm

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_5 = a_1 + 4 \cdot d$$

$$a_5 = 4 + 4 \cdot 6 \Rightarrow a_5 = 28$$

#### ÖRNEK-8

$a_n$  aritmetik dizi,

$$a_3 = 8, d = 2 \Rightarrow a_{20} = ?$$

Çözüm

$$a_n = a_p + (n - p) \cdot d$$

$$a_{20} = a_3 + 17 \cdot d$$

$$a_{20} = 8 + 17 \cdot 2$$

$$a_{20} = 42$$

#### ÖRNEK-9

$$a_8 = \frac{a_5 + a_{11}}{2} \quad \left( \frac{5 + 11}{2} = 8 \right)$$

#### ÖRNEK-10

$a_n$  aritmetik dizi ise

$$a_2 + a_8 = a_3 + a_7 = a_4 + a_6 = a_5 + a_5$$

#### ÖRNEK-11

$a_n$  aritmetik dizi,

$$a_1 = 4, a_{10} = 44$$

$$\Rightarrow S_{10} = ?$$

Çözüm

$$S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (4 + 44)$$

$$S_{10} = 5 \cdot 48$$

$$S_{10} = 240$$

### Geometrik Dizi

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = r$$

$\Rightarrow a_n$  geometrik dizidir.

•  $r \rightarrow$  Ortak çarpan

•  $a_n$  geometrik dizi

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \quad \text{Genel terim}$$

yada  $a_n = a_p \cdot r^{n-p}$  dir.

$$\bullet a_n^2 = a_{n-k} \cdot a_{n+k}$$

$$\bullet a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_3 \cdot a_{n-2} = \dots$$

$$\bullet S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$\Rightarrow S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$$

#### ÖRNEK-12

$a_n$  geometrik dizi,

$$a_1 = 4, r = 2 \Rightarrow a_6 = ?$$

#### Çözüm

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_6 = 4 \cdot 2^5$$

$$a_6 = 128$$

#### ÖRNEK-13

$a_n$  geometrik dizi,

$$a_5 = 27, r = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a_9 = ?$$

#### Çözüm

$$a_n = a_p \cdot r^{n-p}$$

$$a_9 = a_5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$a_9 = 27 \cdot \frac{1}{81} \Rightarrow a_9 = \frac{1}{3}$$

#### ÖRNEK-14

$$a_{10}^2 = a_7 \cdot a_{13} \quad \left(\frac{7+13}{2} = 10\right)$$

#### ÖRNEK-15

$$a_2 \cdot a_8 = a_7 \cdot a_3 = a_1 \cdot a_9$$

## Seriler

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

toplamına seri denir.

•  $a_n$  geometrik dizi,

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^{n-1} = a_1 \cdot \frac{1}{1-r} \quad (|r| < 1)$$

$$\left( \sum_{n=1}^{\infty} r^{n-1} = r^0 + r^1 + r^2 + r^3 + \dots \right)$$

## ÖRNEK-16

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k = ?$$

## Çözüm

$$a_1 = \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}, \quad r = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1} = 2$$

## ÖRNEK-17

$$\sum_{k=3}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k = ?$$

## Çözüm

$$r = \frac{1}{2}, \quad k=3 \text{ için } a_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\Rightarrow \sum_{k=3}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{1} = \frac{1}{4}$$

## ÖRNEK-18

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k + 3^k}{5^k} = ?$$

## Çözüm

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k + 3^k}{5^k} = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{5^k} + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{3^k}{5^k}$$

$$\bullet \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^k \Rightarrow a_1 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}, \quad r = \frac{2}{5}$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^k = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{1-\frac{2}{5}} = \frac{4}{25} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^k \Rightarrow a_1 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}, \quad r = \frac{3}{5}$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^k = \frac{9}{25} \cdot \frac{1}{1-\frac{3}{5}} = \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{2} = \frac{9}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{15} + \frac{9}{10} = \frac{35}{30} = \frac{7}{6}$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

1.  $(a_n)$  aritmetik dizi,

$$a_1 = 4, \quad d = 3$$

$$\Rightarrow a_8 = ?$$

- A) 21    B) 22    C) 23    D) 24    E) 25

2.  $a_n = 6n - 2 \Rightarrow d = ?$

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

3.  $(a_n)$  aritmetik dizi,

$$\left. \begin{array}{l} a_6 = 30 \\ a_{14} = 44 \end{array} \right\} \Rightarrow a_{22} = ?$$

- A) 48    B) 58    C) 68    D) 78    E) 88

4.  $(a_n)$  aritmetik dizi

$$a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 30$$

$$\Rightarrow a_2 + a_{16} = ?$$

- A) 8    B) 10    C) 11    D) 12    E) 16

5.  $(a_n)$  aritmetik dizi,

$$\left. \begin{array}{l} a_{15} = 10 \\ a_{23} = 18 \end{array} \right\} \Rightarrow a_4 + a_{34} = ?$$

- A) 18    B) 20    C) 24    D) 28    E) 34

6.  $(a_n)$  geometrik dizi,

$$a_1 = 128, \quad r = \frac{1}{2} \Rightarrow a_7 = ?$$

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 2    C) 4    D) 8    E) 16

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

7.  $(a_n)$  geometrik dizi,

$$a_n = 5 \cdot 3^n, \Rightarrow r = ?$$

- A)  $\frac{1}{3}$     B) 3    C) 5    D) 15    E) 45

8.  $(a_n)$  pozitif terimli geometrik dizi,

$$a_6 \cdot a_7 \cdot a_{15} \cdot a_{16} = 96 \Rightarrow a_6 \cdot a_{16} = ?$$

- A) 4    B) 6    C)  $4\sqrt{6}$     D)  $2\sqrt{6}$     E)  $6\sqrt{2}$

9.  $(a_n)$  geometrik dizi,

$$\frac{3a_6}{a_3 \cdot a_9} = \frac{1}{7} \Rightarrow a_6 = ?$$

- A) 19    B) 20    C) 21    D) 42    E) 63

$$10. \sum_{k=1}^{\infty} 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^k = ?$$

- A) 4    B) 8    C) 10    D) 12    E) 16

$$11. \sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{3^{k+1}} = ?$$

- A)  $\frac{2}{9}$     B)  $\frac{1}{3}$     C)  $\frac{4}{9}$     D)  $\frac{5}{9}$     E)  $\frac{2}{3}$

$$12. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^k + 5^k}{6^{k+1}} = ?$$

- A)  $\frac{7}{6}$     B)  $\frac{14}{5}$     C)  $\frac{21}{8}$     D)  $\frac{28}{11}$     E) 7



## ÇÖZÜMLER

$$1. a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_8 = 4 + 7 \cdot 3 = 25$$

Cevap : E

$$4. a_7 + a_{11} = 2a_9$$

$$a_8 + a_{10} = 2a_9$$

$$\Rightarrow 5a_9 = 30 \Rightarrow a_9 = 6$$

$$a_2 + a_{16} = 2a_9 = 2 \cdot 6 = 12$$

Cevap : D

$$2. a_n = 6n - 2$$

$$\Rightarrow a_1 = 6 \cdot 1 - 2 = 4$$

$$a_2 = 6 \cdot 2 - 2 = 10$$

$$d = a_2 - a_1 \Rightarrow d = 6$$

Cevap : A

$$5. a_{15} + a_{23} = a_4 + a_{34} = 28$$

Cevap : D

$$3. a_{14} = \frac{a_6 + a_{22}}{2}$$

$$44 = \frac{30 + a_{22}}{2}$$

$$a_{22} + 30 = 88$$

$$a_{22} = 58$$

Cevap : B

$$6. a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_7 = 128 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$a_7 = 128 \cdot \frac{1}{64}$$

$$a_7 = 2$$

Cevap : B

## ÇÖZÜMLER

7.  $a_n = 5 \cdot 3^n$

$$r = \frac{a_2}{a_1}$$

$$\Rightarrow a_2 = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$$

$$a_1 = 5 \cdot 3^1 = 5 \cdot 3 = 15$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{45}{15} = 3$$

Cevap : B

8.  $a_{16} \cdot a_6 = a_7 \cdot a_{15}$

$$\Rightarrow (a_{16} \cdot a_6)^2 = 96$$

$$a_{16} \cdot a_6 = 4\sqrt{6}$$

Cevap : C

9.  $a_6^2 = a_3 \cdot a_9$

$$\Rightarrow \frac{3a_6}{a_6^2} = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow a_6 = 21$$

Cevap : C

10.  $4 \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k$

$$r = \frac{3}{4}, \quad a_1 = \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{4}$$

$$4 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k = 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} \\ = 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{1} = 12$$

Cevap : D

11.  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{3^k \cdot 3} = \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k$

$$r = \frac{2}{3}, \quad a_1 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{4}{27} \cdot 3 = \frac{4}{9}$$

Cevap : C

12.  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^k + 5^k}{6^k \cdot 6} = \frac{1}{6} \left[ 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3}{6}\right)^k + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^k \right]$

$$2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^k = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{1 - \frac{5}{6}} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \cdot (2 + 5) = \frac{7}{6}$$

Cevap : A

## TEST - 1

1.  $a_n = \frac{2n+5}{n+1} \Rightarrow a_5 = ?$

- A)  $\frac{5}{4}$     B)  $\frac{5}{3}$     C)  $\frac{5}{2}$     D) 5    E) 15

2.  $a_n = \frac{n^2+7n+9}{n+1}$

$a_n \in \mathbf{Z}$  ise  $n$  kaç değer alır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

3.  $\left. \begin{array}{l} a_1 = 1 \\ a_n = \frac{1}{n} \cdot a_{n-1} \end{array} \right\} \Rightarrow a_8 = ?$

- A)  $\frac{1}{7!}$     B)  $7!$     C)  $\frac{1}{8!}$     D)  $\frac{7}{8!}$     E)  $\frac{8!}{7}$

4.  $a_n = \frac{(k-4)n+2}{20n+10}$

dizisi sabit dizi ise  $k + a_{2017} = ?$

- A) 5    B)  $\frac{40}{7}$     C)  $\frac{41}{5}$     D)  $\frac{42}{5}$     E) 43

5.  $(a_n)$  aritmetik dizi,

$$\frac{a_1 + a_9}{a_4 + a_5 + a_6} = ?$$

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{2}{3}$     C) 1    D)  $\frac{4}{3}$     E)  $\frac{5}{3}$

6.  $(a_n)$  geometrik dizi,

$$a_4 = 32, a_7 = 2^{11} \Rightarrow a_{11} = ?$$

- A)  $2^{13}$     B)  $2^{15}$     C)  $2^{16}$     D)  $2^{18}$     E)  $2^{19}$

## TEST - 1

7.  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^m \cdot 3^k}{4^k} = 108 \Rightarrow m = ?$

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

8.  $|x| < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} x^n = ?$

- A)  $\frac{1}{1-x}$     B)  $\frac{1}{1+x}$     C)  $\frac{x}{1-x}$     D) 1    E) 10

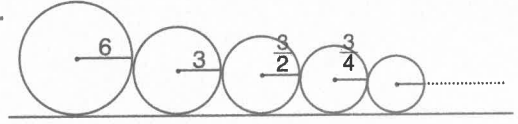
9.  $n > 1$  ,  $a_1 = 1$

$$a_n = n \cdot a_{n-1}$$

$$\Rightarrow a_{20} = ?$$

- A) 20!    B) 20n    C) 34110    D) 380    E) 20<sup>20</sup>

10.



$$A \rightarrow \text{Alan} \quad \text{Alan} = A_1 + A_2 + A_3 + \dots$$

$$\Rightarrow \sum A = ?$$

- A) 36π    B) 42π    C) 48π    D) 54π    E) 60π

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

11.  $a_n = \begin{cases} 2n+1 & , n \equiv 0 \pmod{3} \\ n+1 & , n \equiv 1 \pmod{3} \\ n^2-1 & , n \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$

$$\Rightarrow a_6 + a_5 - a_7 = ?$$

- A) 24    B) 30    C) 36    D) 42    E) 43

12.  $a_n = 4n-2 \Rightarrow S_{20} = ?$

- A) 700    B) 750    C) 790    D) 795    E) 800

1.C    2.A    3.C    4.C    5.B    6.E    7.D    8.C    9.A    10.C    11.B    12.E

\*  $i=1, 2, 3, \dots, m \rightarrow$  Satır

$j=1, 2, 3, \dots, n \rightarrow$  Sütun

$$[a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

$m$  satır ve  $n$  sütundan oluşur matristir.

\*  $a_{23} \rightarrow$  2. satır 3. sütun elemanı

$a_{11} \rightarrow$  1. satır 1. sütun elemanı

$a_{pq} \rightarrow$   $p$ . satır  $q$ . sütun elemanı

### Matris Çeşitleri

#### 1. Kare Matris:

Satır sayısı sütun sayısına eşit matrislere denir.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} \dots a_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Kare Matris

Yedek Köşegen  
(2. Köşegen)

Asal Köşegen  
(1. Köşegen)

#### ÖRNEK-1

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & -2 & 5 \end{bmatrix}_{m \times n}$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot n}{a_{11} + a_{22} + a_{12}} = ?$$

#### Çözüm

$m \rightarrow$  Satır sayısı  $\rightarrow m=2$

$n \rightarrow$  Sütun sayısı  $\rightarrow n=3$

$a_{11}=2$ ,  $a_{22}=-2$ ,  $a_{12}=1$

$$\frac{2 \cdot 3}{2 - 2 - 1} = \frac{6}{1} = 6$$

#### ÖRNEK-2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \rightarrow \text{Kare matris}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & 1 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \rightarrow \text{Kare matris değil}$$

**2. Sıfır Matrisi:**

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ sıfır matrislerdir.}$$

**3. Birim Matris:**

Asal köşegen üzerindeki elemanlar 1, diğer elemanların 0 olduğu matrislerdir.

$$I_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_{3 \times 3}$$

**4. Simetrik Matris:**

$$A = \begin{bmatrix} a & x \\ x & a \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a & x & y \\ x & b & z \\ y & z & c \end{bmatrix}$$

A, B simetrik matrislerdir.

**5. Üçgensel Matris:**

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Alt üçgensel  
matris

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Üst üçgensel  
matris

**ÖRNEK-3**

$$\begin{bmatrix} a-3 & b+1 \\ c-4 & d \end{bmatrix} \text{ sıfır}$$

matris ise  $a+b+c+d=?$

**Çözüm**

$$a-3=0 \Rightarrow a=3$$

$$b+1=0 \Rightarrow b=-1$$

$$c-4=0 \Rightarrow c=4$$

$$d=0$$

$$a+b+c+d=3-1+4+0=6$$

**ÖRNEK-4**

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ x & 6 & 7 \\ y & z & 5 \end{bmatrix}$$

A matrisi simetrik matris ise  $x+y+z=?$

**Çözüm**

$$x=-1$$

$$y=4$$

$$z=7$$

$$x+y+z=-1+4+7$$

$$=10$$

## \* Matrislerin Eşitliği

$$A=[a_{ij}]_{m \times n}, B=[b_{ij}]_{m \times n}$$

$$a_{ij}=b_{ij} \Rightarrow A=B \text{ dir.}$$

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, b_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$$

$$A=B \Rightarrow a=x \quad c=z$$

$$b=y \quad d=t$$

## \* Matrisi Bir Sayı ile Çarpma

$$A=[a_{ij}]_{m \times n}, k \in \mathbb{R}$$

$$k.A=[k.a_{ij}]_{m \times n}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow k.A = \begin{bmatrix} k.a & k.b \\ k.c & k.d \end{bmatrix}$$

## ÖRNEK-5

$$A = \begin{bmatrix} x-3 & 5 \\ y+4 & z-1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & k+1 \\ 2 & x \end{bmatrix}$$

$$A=B \Rightarrow x+y+z+k=?$$

## Çözüm

$$x-3=4 \Rightarrow x=7$$

$$y+4=2 \Rightarrow y=-2$$

$$z-1=7 \Rightarrow z=8$$

$$k+1=5 \Rightarrow k=4$$

$$x+y+z+k=7-2+8+4=17$$

## ÖRNEK-6

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 4.A=?$$

## Çözüm

$$4.A = \begin{bmatrix} 4.1 & 4.2 & 4.3 \\ 4.(-2) & 4.4 & 4.\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ -8 & 16 & 2 \end{bmatrix}$$

## \* Matrislerde Toplama-Çıkarma

$$A+B=[a_{ij}+b_{ij}]_{m \times n}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \mp B = \begin{bmatrix} a \mp x & b \mp y \\ c \mp z & d \mp t \end{bmatrix}$$

- \* •  $A+B=B+A$  (Değişme özelliği)
- $(A+B)+C=A+(B+C)$  (Birleşme özelliği)
- $A+(-A)=0$

## ÖRNEK-7

$$A = \begin{bmatrix} x-1 & 4 \\ y+3 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & z \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow x+y+z=?$$

## Çözüm

$$A+B = \begin{bmatrix} x-1+1 & 4+2 \\ y+3+3 & 6+z \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{bmatrix} x & 6 \\ y+6 & 6+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$x=5, \quad y=1, \quad z=2$$

$$x+y+z=5+1+2=8$$

## ÖRNEK-8

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$f(x)=3x-2I_{2 \times 2} \Rightarrow f(A)=?$$

## Çözüm

$$f(A)=3A-2I_{2 \times 2}$$

$$= 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 9 & -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 9 & -8 \end{bmatrix}$$



## \* Matrislerde Çarpma İşlemi

$$A_{m \times n} \cdot B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

A'nın sütun sayısı ile B'nin satır sayısı eşitse çarpma yapılır.

\*  $A \neq B \Rightarrow A \cdot B \neq B \cdot A$

•  $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

•  $A \cdot I \Rightarrow I \cdot A = A$

•  $A^n = A^{n-1} \cdot A$

## ÖRNEK-9

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}_{1 \times 3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

$$\Rightarrow A \cdot B = ?$$

## Çözüm

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \cdot 2 & 0 \\ 1 \cdot 1 & 3 \\ 3 \cdot (-2) & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 - 2 \cdot 3 & 2 \cdot 0 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 15 \end{bmatrix}$$

## ÖRNEK-10

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \cdot B = ?$$

## Çözüm

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 1. \text{ satır} \\ 3 \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 1 - 3 \cdot 1 & -2 \cdot 3 + 1 \cdot 5 \end{bmatrix} \\ 0 & -1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2. \text{ satır} \\ -2 \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \cdot 1 - 2 \cdot (-3) & -2 \cdot 4 + (-2) \cdot 5 \end{bmatrix} \\ 10 & -18 \end{matrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 10 & -18 \end{bmatrix}$$

## \* Matrislerde Çarpma İşlemi

- $A^0=I$
- $A^1=A$
- $A^2=A.A$
- $A^3=A^2.A$
- $A^n=A^{n-1}.A$
- $A^k.A^m=A^{k+m}$
- $(A^k)^m=(A^m)^k$
- $I^k=I$

## ÖRNEK-11

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{20k} = ?$$

## Çözüm

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+0 & 2-2 \\ 0+0 & 0+1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A^{2014} = (A^2)^{1007} = I^{1007} = I$$

## ÖRNEK-12

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{33} = ?$$

## Çözüm

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+4 & -1+1 \\ -4+4 & 4+1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = 5.I \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A^{33} = (A^2)^{16} \cdot A$$

$$= (5I)^{16} \cdot A$$

$$= 5^{16} \cdot A$$

$$= \begin{bmatrix} -5^{16} & 5^{16} \\ 4 \cdot 5^{16} & 5^{16} \end{bmatrix}$$

\* Bir Matrisin Devriği (Transpozesi)

$A^d$  veya  $A^T$  şeklinde gösterilir.

$$A=[a_{ij}]_{m \times n} \Leftrightarrow A^T=[a_{ji}]_{n \times m}$$

satırlarla sütunlar yer değiştirir.

Özellikleri:

1.  $(A^T)^T=A$
2.  $(k.A)^T=k.A^T$
3.  $(A+B)^T=A^T+B^T$
4.  $(A.B)^T=B^T.A^T$
5.  $I^T=I$

ÖRNEK-13

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

ÖRNEK-14

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

ÖRNEK-15

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A.B)^T=?$$

Çözüm

$$(A.B)^T=B^T.A^T$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.2+2.4 & -3.4+(-1).2 \\ 3.2+1.4 & -3.3+(-1).1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 & -14 \\ 10 & -10 \end{bmatrix}$$

## \* Bir Matrisin Çarpma İşlemine Göre Tersi

$$A^{-1} \Rightarrow A \text{ nın tersidir.}$$

$$A.A^{-1}=I$$

$$* A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ dir.}$$

\*  $ad-bc=0$  Tersi yoktur. (Singüler)\*  $ad-bc \neq 0$  Tersi vardır. (Singüler olmayan)

## Özellikler

1.  $(A^{-1})^{-1}=A$

2.  $(A^T)^{-1}=(A^{-1})^T$

3.  $(A.B)^{-1}=B^{-1}.A^{-1}$

4.  $(k.A)^{-1}=\frac{1}{k}.A^{-1}$

5.  $(A^{-1})^n=(A^n)^{-1}$

6.  $I^{-1}=I$

## ÖRNEK-16

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=?$$

## Çözüm

$$A^{-1} = \frac{1}{3.2-4.1} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

## ÖRNEK-17

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A.x=B \Rightarrow x=?$$

## Çözüm

$$A.x=B$$

$$\underbrace{A^{-1}.A}_{I}.x = A^{-1}.B$$

$$x=A^{-1}.B$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-2.2-(-1).3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12-2 & 8-3 \\ 18+4 & -12+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14 & 5 \\ 22 & -6 \end{bmatrix}$$

## DETERMİNANT

\* A matrisinin determinantı  $\det A$  veya  $|A|$  şeklinde gösterilir.

\*  $|a_{11}| = a_{11}$

\*  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

\*  $n \times n$  tindeki A matrisinin i. satırı ile j. sütununun silinmesiyle oluşan yeni matris  $M_{ij}$  olsun. B matrisin determinantına minör denir.

$$\text{Minör} = |M_{ij}|$$

\*  $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot |M_{ij}|$  ye eş çarpan (kofaktör) denir.

\* Herhangi bir satır veya sütuna göre açılım yapılarak da determinant değeri hesaplanabilir.

$$|A| = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + \dots + a_{1n} \cdot A_{1n}$$

i. satıra göre açılım.

### ÖRNEK-18

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = ?$$

### Çözüm

$$|A| = 4 \cdot (-5) - 2 \cdot 3 = -26$$

### ÖRNEK-19

$$\begin{vmatrix} 2014 & 2015 \\ 2016 & 2017 \end{vmatrix} = ?$$

### Çözüm

$$2014 = x \text{ olsun.}$$

$$\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x+2 & x+3 \end{vmatrix} = x \cdot (x+3) - (x+1) \cdot (x+2) \\ = x^2 + 3x - x^2 - 2x - x - 2 \\ = -2$$

### ÖRNEK-20

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow M_{21} = ? , A_{33} = ?$$

### Çözüm

$M_{21}$  için 2. satır 1. sütun çıkaralım.

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = 2$$

$A_{33}$  için  $M_{33}$  ü bulalım.

$$M_{33} = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -2 \cdot 4 - 1 \cdot 3 = -11$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot M_{33} = 1 \cdot (-11) = -11$$

## \* Sarrus Kuralı

3x3 tipindeki matrisin determinantını bulmak için kullanılır.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ det}A \text{ için}$$

ilk iki satır alt yazılarak ya da ilk iki sütun sağa yazılarak bulunur.

$$\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}$$

$$|A| = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{31} \cdot a_{12} \cdot a_{23} - (a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} + a_{23} \cdot a_{32} \cdot a_{11} + a_{33} \cdot a_{12} \cdot a_{21})$$

## Determinantın Özellikleri

$$1. |A| = |A^T|$$

$$2. |A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ k.a & k.b & k.c \end{vmatrix} = 0$$

## ÖRNEK-21

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = ?$$

## Çözüm

$$\begin{array}{ccc} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{array}$$

$$\det A = 8 - (-7) = 15$$

## ÖRNEK-22

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \det A^T = ?$$

## Çözüm

$$\det A^T = \det A$$

$$|A^T| = |A| = 4 \cdot 3 - 2 \cdot 5 = 2$$

## ÖRNEK-23

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -1 & 5 \\ 3 & -6 & -9 \end{vmatrix} = 0$$

1. satırın 3 katı

3. Herhangi iki satır veya sütun yer değiştirirse determinantın işareti değişir.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} = x$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & k \end{vmatrix} = -x \text{ tir.}$$

4. Herhangi bir satır veya sütunu k ile çarparsak determinantın değeri de k ile çarpılır.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & l \end{vmatrix} = x \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b & k.c \\ d & e & k.f \\ g & h & k.l \end{vmatrix} = k.x$$

5. Herhangi bir satırı k ile çarpıp başka bir satıra eklersek determinant değeri değişmez. Aynı şeyi sütun için de yapabiliriz.

6.  $|A.B| = |A|.|B|$   
 $|A^n| = |A|^n$  dir.

### ÖRNEK-24

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 15 = -7$$

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 15 - 8 = +7$$

### ÖRNEK-25

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ x & y & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det A = 5 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ x & y & 8 \\ 4 & 1 & 12 \end{bmatrix} = ?$$

### Çözüm

3. sütun 4 ile çarpılmış.  
 $\Rightarrow 4.5 = 20$

### ÖRNEK-26

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(A^5) = ?$$

### Çözüm

$$|A^5| = |A|^5$$

$$|A| = 3.6 - 4.4 = 2$$

$$|A^5| = 2^5 = 32$$

$$7. A_{n \times n} \Rightarrow |k \cdot A| = k^n \cdot |A|$$

\* Ek Matris

Bir kare matriste her elemanın yerine kofaktörünü yazdıktan sonra oluşan matrisin transpozesine ek matris denir. Ek(A) şeklinde gösterilir.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Ek}(A) = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ÖRNEK-27

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |3A| = ?$$

Çözüm

$$A_{2 \times 2} \text{ ise}$$

$$|3A| = 3^2 \cdot |A|$$

$$|A| = 1 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = -1 \Rightarrow |3A| = 9 \cdot (-1) = -9$$

ÖRNEK-28

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{Ek}(A) = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

ÖRNEK-29

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^T + \text{Ek}(A) = ?$$

Çözüm

$$A^T = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ek}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^T + \text{Ek}(A) = \begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$$



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

1.  $A = \begin{bmatrix} a+3 & 5 \\ 4 & b-2 \end{bmatrix}$  ve  $B = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

$A=B \Rightarrow a.b=?$

- A) -20    B) -10    C) 5    D) 10    E) 20

Çözüm

$$A=B \Rightarrow a+3=7 \Rightarrow a=4$$

$$b-2=3 \Rightarrow b=5$$

$$a.b=4.5=20$$

Cevap E

2.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  ve  $B = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow 2A-B=?$

- A)  $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$     B)  $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 11 \end{bmatrix}$     C)  $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$   
 D)  $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}$     E)  $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$

Çözüm

$$2A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \quad -B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2A + (-B) = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}$$

Cevap D

3.  $x = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow 3x+2I=?$

- A)  $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 15 \end{bmatrix}$     B)  $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 14 \end{bmatrix}$     C)  $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$   
 D)  $\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 14 \end{bmatrix}$     E)  $\begin{bmatrix} 11 & 10 \\ 7 & 13 \end{bmatrix}$

Çözüm

$$3x = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{bmatrix} \quad 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$3x + 2I = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 14 \end{bmatrix}$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$4. A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + A^T = ?$$

$$A) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 5 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C) \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$E) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$5. A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \cdot B = ?$$

$$A) \begin{bmatrix} 2 & -9 \\ 1 & 23 \end{bmatrix}$$

$$B) \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 1 & 23 \end{bmatrix}$$

$$C) \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 9 & 21 \end{bmatrix}$$

$$D) \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 23 \end{bmatrix}$$

$$E) \begin{bmatrix} 2 & -9 \\ -1 & 23 \end{bmatrix}$$

$$6. A = [2 \ 3 \ 1] \Rightarrow A \cdot B = ?$$

$$A) \begin{bmatrix} 14 \\ 14 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$B) [14 \ 14 \ 14]$$

$$C) [14]$$

$$D) [1 \ 4 \ 9]$$

$$E) [4 \ 9 \ 1]$$

$$7. I_{2 \times 2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - 2A + I = ?$$

$$A) \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B) \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 5 & 11 \end{bmatrix}$$

$$C) \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$D) \begin{bmatrix} 9 & 8 \\ -5 & 11 \end{bmatrix}$$

$$E) \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 12 & 15 \end{bmatrix}$$

Çözüm

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A + A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

Cevap A

Çözüm

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + (-3) \cdot 0 & 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 5 \\ 1 \cdot 1 + 4 \cdot 0 & 1 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & -9 \\ 1 & 23 \end{bmatrix}$$

Cevap A

Çözüm

$$A = [2 \ 3 \ 1] \quad A^T = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A^T = [2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1] = [14]$$

Cevap C

Çözüm

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 & 3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \\ 1 \cdot 3 + 4 \cdot 1 & 1 \cdot 2 + 4 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 14 \\ 7 & 18 \end{bmatrix}$$

$$-2A = \begin{bmatrix} -6 & -4 \\ -2 & -8 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 2A + I = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$8. \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & & \\ & & b \\ & & c \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a+b+c$$

- A) -2    B) 2    C) 4    D) 8    E) 10

$$9. A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{120} = ?$$

- A)  $2^{30} \cdot I$     B)  $2^{120} \cdot A$     C)  $2^{60} \cdot A$     D)  $2^{120} \cdot I$     E)  $2^{60} \cdot I$

$$10. \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = ?$$

- A) 8    B) 9    C) 10    D) -10    E) -9

$$11. \begin{vmatrix} |x+5| & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 10$$

$$\Rightarrow \pi x = ?$$

- A) -16    B) -8    C) 9    D) 18    E) 24

## Çözüm

a için 1. satır 1. sütun

$$a = -2 \cdot 1 + 0 \cdot 2 = -2$$

b için 2. satır 3. sütun

$$b = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 4$$

c için 3. satır 2. sütun

$$c = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 = 2$$

$$\Rightarrow a+b+c = -2+4+2=4$$

Cevap C

## Çözüm

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 2 + 1 \cdot 0 & 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) \\ 0 \cdot 2 + 2 \cdot 0 & 0 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \\ &= 2^2 \cdot I \end{aligned}$$

$$A^{120} = 2^{120} \cdot I$$

Cevap D

## Çözüm

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 4 \cdot 3 - 2 \cdot 1 = 10$$

Cevap C

## Çözüm

$$|x+5| \cdot 4 - (-3) \cdot 2 = 10$$

$$4|x+5| + 6 = 10$$

$$4|x+5| = 4 \Rightarrow |x+5| = 1$$

$$\Rightarrow x+5=1 \text{ veya } x+5=1$$

$$\boxed{x=-4}$$

$$\boxed{x=-6}$$

$$-4 \cdot (-6) = 24$$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

$$12. \begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x=?$$

- A) 120    B) 90    C) 60    D) 45    E) 30

$$13. A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & 7 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A|=?$$

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

$$14. A_{3 \times 3}, |A|=3$$

$$\Rightarrow \det(2A)=?$$

- A) 12    B) 24    C) 36    D) 6    E) 9

$$15. A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow M_{33}=? \text{ (Minörü)}$$

- A) 0    B) 6    C) 5    D) -5    E) -6

Çözüm

$$\cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = \cos 60$$

$$2x = 60$$

$$x = 30$$

Cevap E

Çözüm

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & 7 \\ 6 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{array}{r} -18 \\ 84 \\ +20 \\ \hline 86 \end{array} \quad \begin{array}{r} -18 \\ 20 \\ +84 \\ \hline 86 \end{array}$$

$$86 - 86 = 0$$

ya da 3. satır 1. satırın 2 katı olduğu için sıfırdır.

Cevap A

Çözüm

$$\det(2A) = 2^3 \cdot \det(A)$$

$$= 8 \cdot 3$$

$$= 24$$

Cevap B

Çözüm

 $M_{33} \rightarrow$  3. satır 3. sütunu çıkaralım.

$$M_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 3$$

$$= -5$$

Cevap D

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

16.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow a_{2,3}$  ün kofaktörü  $A_{2,3}=?$

- A) 0      B) -8      C) 8      D) 4      E) 5

Çözüm

$A_{23}$  için  $M_{23}=?$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 5 = -8$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot (-8) = 8$$

Cevap C

17.  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & M \\ 8 & 2 & 4 \end{bmatrix}$  matrisinin tersi yoksa

$M=?$

- A) -1      B) 0      C) 1      D) 2      E) 3

Çözüm

Tersi yoksa  $\det(A)=0$  dır.

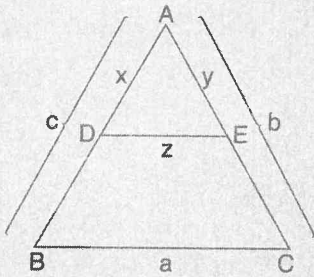
$$2 \cdot 1 \cdot 4 + 0 \cdot M \cdot 8 + (-1) \cdot 4 \cdot 2 - (-1 \cdot 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot M)$$

$$8 - 8 - (-8 + 4M) = 0$$

$$8 - 4M = 0 \Rightarrow M = 2$$

Cevap D

18.



$IDEI // IBCI$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x & y & z \\ 4 & z & 1 \\ c & b & a \end{vmatrix} = ?$$

Çözüm

Benzerlikten 3. satır 1. satırın katı olduğundan determinantın değeri sıfırdır.

Cevap A

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

## TEST - 1

1.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A \cdot B = ?$

A)  $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$

B)  $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$

C)  $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

D)  $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$

E)  $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -4 & +6 \end{bmatrix}$

2.  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow x \cdot y = ?$

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

3.  $I_{2 \times 2}$ ,  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^{20} = k \cdot I_{2 \times 2} \Rightarrow k = ?$

A)  $2^{20}$

B)  $2^{10}$

C)  $-2^{20}$

D)  $-2^{10}$

E)  $3^{10}$

4.  $x \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - y \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow x + y = ?$

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

5.  $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} + A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A$  nın elemanları toplamı kaçtır?

$\left( A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \Rightarrow x + y + z + t = ??? \right)$

A) -4

B) 3

C) 6

D) 8

E) 12

6.  $A = \begin{bmatrix} 3 & a \\ 4 & 2b \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 6 & a \\ 8 & b \end{bmatrix}$

$3A + B = \begin{bmatrix} 15 & 8 \\ c & 28 \end{bmatrix} \Rightarrow a + b + c = ?$

A) 16

B) 18

C) 23

D) 26

E) 32

## TEST - 1

$$7. \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 14 & 15 \\ 16 & 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a+d-b-c=?$$

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 33      E) 243

$$8. A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=?$$

- A) -4      B) -2      C) -1      D) 0      E) 4

$$9. A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 3A^T = \begin{bmatrix} x & 6 \\ 3 & y \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x-y=?$$

- A) 4      B) -1      C) -2      D) -3      E) -6

$$10. B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B^{2008}=?$$

A)  $2^{2008}I$

B)  $2^{4016}I$

C) 0

D)  $\begin{bmatrix} 2^{2016} & 1 \\ 0 & -2^{2016} \end{bmatrix}$

E)  $\begin{bmatrix} 2^{2017} & 1 \\ 0 & -2^{2017} \end{bmatrix}$

$$11. A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

$$Ek(A) = \begin{bmatrix} x & z \\ y & t \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x+y+z+t=?$$

A) 8

B) 6

C) -1

D) -3

E) -7

$$12. A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = A^{-1}$$

$$\Rightarrow B=?$$

A) -2

B) -1

C) 0

D) 2

E) 3

1.B    2.A    3.A    4.C    5.E    6.D    7.C    8.D    9.E    10.A    11.B    12.D

## TEST - 2

1.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow |A|^3 + 3|A| = ?$

- A) 4      B) 12      C) 14      D) -2      E) -6

2.  $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = ?$

- A) -1      B) 0      C) 1      D) 2      E) 16

3.  $\begin{vmatrix} 1 & a & a \\ 2 & a & a \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 6$   
 $\Rightarrow a = ?$

- A) 4      B) 0      C) -2      D) -4      E) -6

4.  $\begin{vmatrix} 2004 & 2005 \\ 2006 & 2007 \end{vmatrix} = ?$

- A) -2      B) 2      C) 4      D) 4026      E) 4027

5.  $A_{3 \times 3} \Rightarrow |4A^T \cdot A^{-1}| = ?$

- A) -16      B) 96      C) 72      D) 64      E) 12

6.  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 9 \\ -9 \end{bmatrix}$

$A \cdot x = x + B \Rightarrow x = ?$

- A)  $\begin{bmatrix} 9 \\ 9 \end{bmatrix}$       B)  $\begin{bmatrix} -9 \\ 9 \end{bmatrix}$       C)  $\begin{bmatrix} -3 \\ 9 \end{bmatrix}$       D)  $\begin{bmatrix} 3 \\ -9 \end{bmatrix}$       E)  $\begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$



## TEST - 2

7.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & x \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$  matrisinin tersi yoksa

$x=?$

- A) 2      B) 1      C) 0      D) -1      E) -2

10.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 5$  ve  $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ x & y & z \\ -12 & -8 & -4 \end{vmatrix} = a$

$\Rightarrow a=?$

- A) 5      B) 10      C) -20      D) -24      E) -40

8.  $\begin{bmatrix} -1 \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix} \cdot [1 \ a] = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ a & b \\ b & 8 \\ c & 6 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow a+b+c=?$

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

11.  $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  ve  $B = \begin{bmatrix} x-1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$|A^{-1} \cdot B^T| = 4 \Rightarrow x=?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 9      E) 11

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

9.  $A = \begin{bmatrix} \log_3^8 & 3 \\ 2 & \log_2^{27} \end{bmatrix}$

$\Rightarrow |A|=?$

- A) 3      B) 6      C) 9      D) 12      E)  $\log_6^3$

12.  $\begin{vmatrix} x & y & z \\ -6 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 24$  ve  $\begin{vmatrix} x & y & 2z \\ 2 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & 2 \end{vmatrix} = a$

$\Rightarrow a=?$

- A) 48      B) 32      C) 24      D) -16      E) -20

1.C    2.B    3.E    4.A    5.D    6.C    7.E    8.C    9.A    10.E    11.E    12.D

## TEST - 3

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 2 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow y=?$$

- A) -1      B) 2      C) 3      D) 5      E) 6

$$2. \begin{aligned} x-2y &= -8 \\ 2y+3z &= 16 \\ 3x-4z &= -20 \end{aligned}$$

denkleminin kat sayılar matrisinin determinantı kaçtır?

- A) -22      B) -16      C) -4      D) 0      E) 6

$$3. \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x \cdot y=?$$

- A) 0      B) 1      C) 2      D) -2      E) -1

$$4. \begin{bmatrix} 30 & 35 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 30 & 35 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 30 & 35 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 30 & 35 \\ 9 & 10 \end{bmatrix} = ?$$

- A) 25      B) 15      C) 10      D) -25      E) -15

$$5. \begin{bmatrix} x+y & z+3 \\ y+z & 1 \end{bmatrix} = I_{2 \times 2}$$

$$\Rightarrow x \cdot y \cdot z=?$$

- A) 6      B) 12      C) -12      D) 18      E) -18

$$6. \begin{bmatrix} x & y & z \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = 10$$

$$\begin{bmatrix} x+1 & y+2 & z+3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = ?$$

- A) 27      B) 21      C) 19      D) 16      E) 15

## TEST - 3

7.  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = ?$

- A) 36    B) 27    C) -2    D) -36    E) -54

8.  $(A+B)^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^T = ?$

- A)  $\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$     B)  $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$     C)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$   
 D)  $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$     E)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$

9.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $f(x) = x^2 + 3x - 2$

$\Rightarrow f(A) = ?$

- A)  $\begin{bmatrix} 6 & -14 \\ 12 & 14 \end{bmatrix}$     B)  $\begin{bmatrix} -2 & -14 \\ 14 & 12 \end{bmatrix}$     C)  $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$   
 D)  $\begin{bmatrix} 8 & -12 \\ 12 & 14 \end{bmatrix}$     E)  $\begin{bmatrix} -2 & -14 \\ -10 & 12 \end{bmatrix}$

10.  $A = \begin{bmatrix} \cos x \\ \sin x \\ 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow |A \cdot A^T| = ?$

- A)  $\sin^2 x$     B)  $\cos^2 x$     C) 0    D)  $\tan x$     E) 1

11.  $\begin{vmatrix} 2000+x & 2001+x \\ 2002+x & 2003+x \end{vmatrix} = ?$

- A) -2    B)  $2+x$     C)  $2-x$     D) 2000    E)  $200-x$

12.  $B_{m \times m}$ ,  $A = B^T + B$

$\Rightarrow A^T = ?$

- A)  $A^2$     B)  $A^{-1}$     C)  $B^{-1}$     D) B    E) A

1.B    2.A    3.E    4.A    5.D    6.C    7.E    8.D    9.B    10.C    11.A    12.E

## EXTRA SORULAR

1.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & 3 & y \\ 3 & 4 & z \end{bmatrix}$   $\det(A)=p$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & x-1 \\ 2 & 3 & y+1 \\ 3 & 4 & z-2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \det(B)=?$$

- A) 2p    B) p-1    C) p-3    D) p+4    E) p+5

2.  $[-2-1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = ?$

- A)  $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$     B)  $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$     C) [2-5]    D) -3    E) 5

3.  $x_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + x_2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow x_1 = ?$$

- A) a+2b    B)  $\frac{a-2b}{3}$     C)  $\frac{2a+b}{3}$     D)  $\frac{a+2b}{3}$     E)  $\frac{2a-b}{3}$

4.  $A+B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$$A-2B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = ?$$

A)  $\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

B)  $\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

C)  $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 3 \\ -1 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$

D)  $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 3 \\ -1 & -5 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}$

E)  $\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & -3 \\ -1 & -4 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

5.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -7 & -8 & -9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = ?$

- A) 0    B) 1    C) 7    D) 10    E) 12

6.  $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow a \cdot b = ?$$

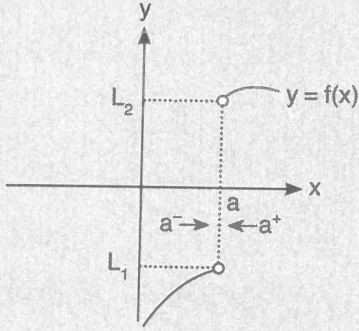
- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

1.E    2.D    3.C    4.A    5.A    6.E

- $a \in \mathbb{R}$  ve  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere

$x \rightarrow a$  için  $f(x) \rightarrow L$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ 'dir.



$$a^- < a, a^+ > a$$

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1 \rightarrow$  Soldan limit

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2 \rightarrow$  Sağdan limit

- $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$  ise limit vardır.

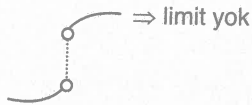
ve  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  şeklinde gösterilir.

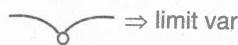
Limit(x)  $\neq$   $\lim f(x) \Rightarrow$  limit yoktur.

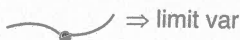
$x \rightarrow a^- \quad x \rightarrow a^+$



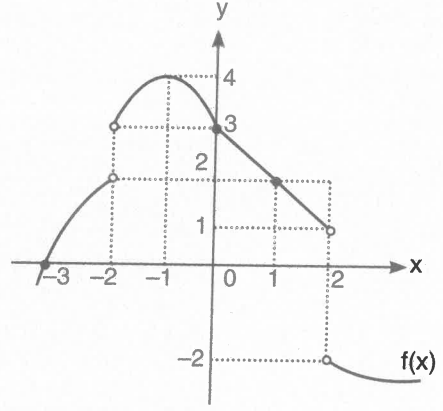
NOT - 1

  $\Rightarrow$  limit yok

  $\Rightarrow$  limit var

  $\Rightarrow$  limit var

ÖRNEK-1



- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = ?$
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = ?$
- $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = ?$
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = ?$
- $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = ?$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$

Çözüm

- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = ?$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$$

- $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 4$
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = ? \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 1 \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -2$
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$  yoktur.
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$

- $x = a$  noktası  $f(x)$  in kritik noktası değilse

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ dır.}$$

- $x = a$  noktası  $f(x)$  in kritik noktası ise sağdan soldan limite bakılır.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \text{ ise limit vardır.}$$

- $|x - a| \Rightarrow x = a$  kritik nokta
- $\frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow g(a) = 0 \Rightarrow a$  kritik nokta
- $2\sqrt{g(x)} \Rightarrow g(a) = 0 \Rightarrow a$  kritik nokta

### ÖRNEK-2

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3) = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3) = 2^2 + 3 = 7$$

### ÖRNEK-3

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3x+4}{x+2} \right) = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3x+4}{x+2} \right) = \frac{3 \cdot 1 + 4}{1 + 2} = \frac{7}{3}$$

### ÖRNEK-4

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-2|}{x-2} = ?$$

Çözüm

$x = 2$  kritik nokta

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)}{x-2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  olduğuna göre,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$  yoktur.

### ÖRNEK-5

$$\lim_{x \rightarrow 3} |x+4| = ?$$

Çözüm

$x = 3$  kritik nokta değil

$$\lim_{x \rightarrow 3} |x+4| = |3+4| = |7| = 7$$

$$\bullet f(x) = \begin{cases} g(x) , & x > a \\ h(x) , & x < a \end{cases}$$

$\Rightarrow x = a$  kritik nokta

ÖRNEK-6

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 4 , & x > 2 \\ 6x - 2 , & x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = ?$$

Çözüm

$$x = 2 \text{ kritik nokta}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x + 4) = 3 \cdot 2 + 4 = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (6x - 2) = 6 \cdot 2 - 2 = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 10 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 10$$

ÖRNEK-7

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 6 , & x < 1 \\ 3^x + 2 , & x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ?$$

Çözüm

$$x = 1 \text{ kritik nokta}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3^1 + 2 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 \cdot 1 + 6 = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ yoktur.}$$

## LİMİT ÖZELLİKLERİ

- $\lim_{x \rightarrow a} c = c$
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \mp g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \mp \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} (c \cdot f(x)) = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[ \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$
- $\lim_{x \rightarrow a} \log_c f(x) = \log_c \left[ \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \quad (\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0)$
- $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} \quad (n \text{ çift ise } f(x) \geq 0)$

## ÖRNEK-8

$$\lim_{x \rightarrow 3} 5 = 5$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 4x) &= \lim_{x \rightarrow 3} x^2 + \lim_{x \rightarrow 3} 4x \\ &= 3^2 + 4 \cdot 3 \\ &= 21 \end{aligned}$$

## ÖRNEK-9

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1)^6 = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1)^6 &= \left[ \lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1) \right]^6 \\ &= [3 \cdot 1 - 1]^6 \\ &= 2^6 \\ &= 64 \end{aligned}$$

## ÖRNEK-10

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 1}{x + 1} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 1}{x + 1} &= \frac{2^3 + 2 - 1}{2 + 1} \\ &= \frac{9}{3} \\ &= 3 \end{aligned}$$



### TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN LİMİTİ

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \tan x = \tan a \quad (\cos a \neq 0)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \cot x = \cot a \quad (\sin a \neq 0)$$

#### ÖRNEK-11

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} \cdot \sin x + \frac{1}{2}}{2} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} \cdot \sin x + \frac{1}{2}}{2} &= \frac{\sqrt{3} \cdot \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-12

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(3x - 3)}{2x + 1} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(3x - 3)}{2x + 1} &= \frac{\tan(3 \cdot 1 - 3)}{2 \cdot 1 + 1} \\ &= \frac{\tan 0}{3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-13

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 1}{\cos(x - 5)} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 1}{\cos(x - 5)} &= \frac{5^2 + 1}{\cos(5 - 5)} = \frac{26}{\cos 0} \\ &= \frac{26}{1} \\ &= 26 \end{aligned}$$

•  $x \rightarrow a$  için  $u(x) \rightarrow 0$  olmak üzere

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin u(x)}{u(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{u(x)}{\sin u(x)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan u(x)}{u(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{u(x)}{\tan u(x)} = 1$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin mx}{nx} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{m \cdot x}{\sin nx} = \frac{mx}{nx} = \frac{m}{n}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan mx}{\sin nx} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin mx}{\tan nx} = \frac{m}{n}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan mx}{\sin nx} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin mx}{\tan nx} = \frac{m}{n}$$

ÖRNEK-14

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{\sin 0}{0} = 1$$

ÖRNEK-15

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = \frac{0}{\tan 0} = 1$$

ÖRNEK-16

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{1-x} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{1-x} = \frac{\sin(1-1)}{1-1} = \frac{\sin 0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{1-x} = \frac{x-1}{1-x} = -1$$

ÖRNEK-17

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{2x} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{2x} = \frac{\tan 6 \cdot 0}{2 \cdot 0} = \frac{\tan 0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{2x} = \frac{6x}{2x} = 3$$

## Genişletilmiş Reel Sayılarda Limit

 $(-\infty, \infty)$  da limit $a \in \mathbb{R}$  için

- $\infty + \infty = \infty$
- $(-\infty) + (-\infty) = -\infty$
- $a + \infty = \infty$
- $a + (-\infty) = -\infty$
- $\infty \cdot \infty = \infty$
- $a < 0 \Rightarrow a \cdot \infty = -\infty$
- $a + \infty = \infty$
- $a > 0 \Rightarrow a \cdot \infty = \infty$
- $(-\infty) \cdot (-\infty) = \infty$
- $(-\infty) \cdot (-\infty) = +\infty$
- $\frac{a}{\infty} = 0$
- $\frac{a}{0^+} = +\infty \quad (a > 0)$
- $\frac{a}{-\infty} = 0$
- $\frac{a}{0^-} = -\infty \quad (a > 0)$
- $|a| < 1 \Rightarrow a^\infty = 0$
- $a > 1 \Rightarrow a^\infty = \infty$
- $a > 0 \Rightarrow a^{-\infty} = \frac{1}{a^\infty}$

- $\ln 0 = -\infty$
- $\ln \infty = \infty$

$$\bullet \frac{\sin f(x)}{\infty} = \frac{\cos f(x)}{\infty} = 0$$

## ÖRNEK-18

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{6 \cdot \sin(x+2)}{\tan(3x+6)} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{6 \cdot \sin(x+2)}{\tan(3x+6)} &= \frac{6 \cdot \sin 0}{\tan 0} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{6 \cdot \sin(x+2)}{\tan(3x+6)} &= 6 \cdot \frac{(x+2)}{3x+6} = 6 \cdot \frac{x+2}{3(x+2)} \\ &= \frac{6}{3} \\ &= 2 \end{aligned}$$

## ÖRNEK-19

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4}{x} + 2 \right) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4}{x} + 2 \right) &= \frac{4}{\infty} + 2 \\ &= 0 + 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

## ÖRNEK-20

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x + \frac{2}{x} + 1 \right) = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \infty + \frac{2}{\infty} + 1 \right) = \infty + 0 + 1 = \infty$$

## ÖRNEK-21

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 5^{\frac{1}{x}} + 4^{-x} + 3 \right) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 5^{\frac{1}{x}} + 4^{-x} + 3 \right) &= 5^{\frac{1}{\infty}} + 4^{-\infty} + 3 \\ &= 5^0 + \frac{1}{4^\infty} + 3 \\ &= 1 + \frac{1}{\infty} + 3 \\ &= 1 + 0 + 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\bullet \frac{a}{0^+} = +\infty \quad (a > 0)$$

$$\frac{a}{0^-} = -\infty \quad (a > 0)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)^n} = \begin{cases} \infty & , \text{ n çift ise} \\ \text{yoktur} & , \text{ n tek ise} \end{cases}$$

$$\bullet (0^-)^{2n} = 0^+$$

$$(0^-)^{2n+1} = 0^-$$

ÖRNEK-22

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (6^x + (\frac{3}{2})^x + 5) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (6^x + (\frac{3}{2})^x + 5) &= 6^{-\infty} + (\frac{3}{2})^{\infty} + 5 \\ &= \frac{1}{6^{\infty}} + (\frac{2}{3})^{\infty} + 5 \\ &= \frac{1}{\infty} + 0 + 5 \\ &= 0 + 0 + 5 \end{aligned}$$

ÖRNEK-23

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{4x} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

ÖRNEK-23

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5}{x^3 - 8} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5}{x^3 - 8} = \frac{5}{2^3 - 8} = \frac{5}{0^+} = +\infty$$

ÖRNEK-24

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{6}{x^2 - 9} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{6}{x^2 - 9} = \frac{6}{3^2 - 9} = \frac{6}{0^-} = -\infty$$

### Limitte Belirsizlikler

#### 1. $\frac{0}{0}$ Belirsizliği

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$$

$\Rightarrow$  pay ve payda çarpanlarına ayrılarak çözüm yapılır.

#### ÖRNEK-25

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3}{(x-4)^3} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{3}{(x-4)^3} = \frac{3}{(4^+ - 4)^3} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{3}{(x-4)^3} = \frac{3}{(4^- - 4)^3} = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3}{(x-4)^3} = \text{yoktur.}$$

#### ÖRNEK-26

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (5^x + 3^{\frac{1}{x}} + 2.x) = ?$$

Çözüm

$$5^{0^-} + 3^{\frac{1}{0^-}} + 2 \cdot 0^-$$

$$= 1 + 3^{-\infty} + 0$$

$$= 1 + \frac{1}{3^{\infty}} + 0$$

$$= 1 + 0 + 0$$

$$= 1$$

#### ÖRNEK-27

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{x^2 - 9}{x - 3} &= \frac{(x-3) \cdot (x+3)}{x-3} = x+3 \\ &= 3+3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$$

ÖRNEK-28

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} &= \frac{(x-2) \cdot (x+4)}{x-2} \\ &= 2+4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

ÖRNEK-29

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x} &= \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0} \\ \Rightarrow \frac{\sin 5x}{3x} &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

ÖRNEK-30

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^3 + 1}{x + 1} \right) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^3 + 1}{x + 1} \right) &= \frac{0}{0} \\ \Rightarrow \frac{x^3 + 1}{x + 1} &= \frac{(x+1) \cdot (x^2 - x + 1)}{x+1} = x^2 - x + 1 \\ &= (-1)^2 - (-1) + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$$

⇒ pay ve payda payın veya paydanın eşleniği ile çarpılarak da çözülür.

## ÖRNEK-31

m ve n gerçel sayı,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + mx + 6}{x^2 - 4} = n$$

$$\Rightarrow m + n = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + mx + 6}{x^2 - 4} = \frac{4 + 2m + 6}{0}$$

Payda sıfır ise payın da sıfır olması gerekir.

$$\Rightarrow 2m + 10 = 0 \Rightarrow \boxed{m = -5}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{(x-2) \cdot (x+2)} &= \frac{(x-3) \cdot \cancel{(x-2)}}{(x+2) \cdot \cancel{(x-2)}} = \frac{x-3}{x+2} \\ &= \frac{2-3}{2+2} = -\frac{1}{4} = n \end{aligned}$$

$$m + n = -5 + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{21}{4}$$

## ÖRNEK-32

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{\sqrt{x} - 2} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{\sqrt{x} - 2} = \frac{4^2 - 4 - 12}{\sqrt{4} - 2} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^2 - x - 12) \cdot (\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2) \cdot (\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{(x-4) \cdot (x+3) \cdot (\sqrt{x} + 2)}{x-4} \\ &= (x+3) \cdot (\sqrt{x} + 2) \\ &= (4+3) \cdot (\sqrt{4} + 2) \\ &= 28 \end{aligned}$$

2)  $\frac{\infty}{\infty}$  Belirsizliği

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + \dots + a_0}{b_m x^m + \dots + b_0} = \begin{cases} 0 & , n < m \\ \frac{a_n}{b_m} & , n = m \\ \mp \infty & , n > m \end{cases}$$

Bu üç durum pay ve paydadan en yüksek dereceli terim parantezine alınarak bulunur.

## ÖRNEK-33

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^3 + 2} = ?$$

## Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^3 + 2} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^3} = \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Payın derecesi daha küçük olduğu için sıfır.

## ÖRNEK-34

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x + 4}{5x^3 + x^2 + 1} = ?$$

## Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x + 4}{5x^3 + x^2 + 1} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\Rightarrow \frac{3x^3}{5x^3} = \frac{3}{5} \quad (\text{dereceler eşit})$$

## ÖRNEK-35


$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 2x + 4}{x^2 + 3} = ?$$

## Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 2x + 4}{x^2 + 3} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^5}{x^2} = 2x^3 = 2 \cdot (-\infty)^3 = -\infty$$




**NOT - 1**

$\frac{\infty}{\infty}$  belirsizliğinde

$x \rightarrow \infty$  olmak üzere,

$x^x > x! > a^x > x^a < \log_a x > \sin a$  dır.

Eğer  $x \rightarrow \infty$  giderken

$\frac{\infty}{\infty}$  çıkarsa en büyük terimle ilgilenilir.

Büyüğün yanında küçüğün lafı olmaz:)


**ÖRNEK-34**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+1} + 2x^2 + 1}{3^{x-1} + 2^{x+1} + 5} = ?$$

**Çözüm**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+1} + 2x^2 + 1}{3^{x-1} + 2^{x+1} + 5} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3^x > x^2 \\ 3^x > 2^x \end{array} \right\} = \frac{3^{x+1} + 2x^2 + 1}{3^{x-1} + 2^{x+1} + 5}$$

$$= \frac{3^{x+1}}{3^{x-1}} = \frac{3^x \cdot 3}{\frac{3^x}{3}} = 3 \cdot 3 = 9$$


**ÖRNEK-35**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{3x+1} - 5^x}{8^{x+1} + 5^{x-1}} = ?$$


**Çözüm**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{3x+1} - 5^x}{8^{x+1} + 5^{x-1}} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$8^x > 5^x \Rightarrow \frac{2^{3x+1}}{8^{x+1}} = \frac{8^x \cdot 2}{8^x \cdot 8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

3)  $(\infty - \infty)$  ve  $0 \cdot \infty$  Belirsizlikleri

Bu belirsizlikleri  $\frac{0}{0}$  veya  $\frac{\infty}{\infty}$  belirsizliklerine dönüştürülerek yapılır.

 NİT - 1

$(\infty - \infty)$  'da

$$\lim_{x \rightarrow \mp \infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \mp \infty} \left( \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right| \right)$$

şeklinde çözülür.

## ÖRNEK-36

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x - \sqrt{4x^2 + x + 2}}{\sqrt{9x^2 + x + 3} + 2x} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x - \sqrt{4x^2 + x + 2}}{\sqrt{9x^2 + x + 3} + 2x} &= \frac{8x - \sqrt{4x^2}}{\sqrt{9x^2 + x + 3} + 2x} = \frac{8x - \sqrt{4x^2}}{\sqrt{9x^2 + 2x}} \\ &= \frac{8x - |2x|}{|3x| + 2x} \\ &= \frac{8x + 2x}{-3x + 2x} \\ &= \frac{10x}{-x} \\ &= -10 \end{aligned}$$

## ÖRNEK-37

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x \cdot \sin \frac{6}{x} \right) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x \cdot \sin \frac{6}{x} \right) &= \infty \cdot \sin \frac{6}{\infty} \\ &= \infty \cdot 0 \\ \Rightarrow x \cdot \sin \frac{6}{x} &= \frac{\sin \frac{6}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0} \\ &= \frac{\frac{6}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{6}{x} \cdot \frac{x}{1} = 6 \end{aligned}$$

## ÖRNEK-38

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin 6x}{\cos 3x} = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin 6x}{\cos 3x} &= \frac{\sin \pi}{\cos \frac{\pi}{2}} = \frac{0}{0} \\ \Rightarrow \frac{\sin 6x}{\cos 3x} &= \frac{2 \cdot \sin 3x \cdot \cos 3x}{\cos 3x} \\ &= 2 \cdot \sin 3x = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 2 \end{aligned}$$

ÖRNEK-39

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \right) = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \right) = \infty - \infty$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x}{(x-1) \cdot (x+1)} - \frac{1}{x-1} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x - (x+1)}{(x-1) \cdot (x+1)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x-1}{(x-1) \cdot (x+1)} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} \\ &= \frac{1}{1+1} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ÖRNEK-40

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 8x + 5} - x + 5) = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \right) = \infty - \infty$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 8x + 5} = \sqrt{1} \left| x + \frac{-8}{21} \right| = x - 4$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 8x + 5} - x + 5) &= x - 4 - x + 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

4)  $1^\infty$  Belirsizliği:

$x \rightarrow \infty$  için  $f(x) \rightarrow 0$  ise  
 $g(x) \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + f(x))^{g(x)} = 1^\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + f(x))^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) \cdot g(x)]}$$

## ÖRNEK-41

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{4x} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{4x} = \left(1 + \frac{3}{\infty}\right)^\infty$$

$$= 1^\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{4x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2x}\right) \cdot 4x}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} 6}$$

$$= e^6$$

## ÖRNEK-42

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x}\right)^{x+1} = ?$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x}\right)^{x+1} = 1^\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x}\right)^{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x+4}{x^2 + 2x}\right)^{x+1}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x^2 + 2x}\right) \cdot (x+1)}$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 2x}}$$

$$= e^1$$

$$= e$$

## SÜREKLİLİK

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$

$\Rightarrow f(x)$  fonksiyonu  $x = a$  noktasında süreklidir.

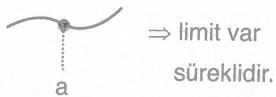
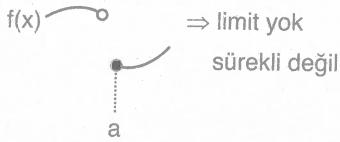
Bir fonksiyonun  $x = a$  noktasında sürekli olabilmesi için

- $x = a$  noktasında limiti olmalıdır. limiti yoksa süreksizdir.
- $x = a$  noktasında tanımlı olmalıdır. O noktada tanımsız ise süreksizdir.
- $x = a$  noktasında fonksiyonun değeri ile limitin değeri eşit olmalıdır.

•  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(a) \Rightarrow$  Sağdan sürekli

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) \Rightarrow$  Soldan sürekli

## NOT - 1



## ÖRNEK-43

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x < 1 \\ ax + 3, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu  $x = 1$  noktasında sürekli ise  $a = ?$

## Çözüm

Sürekli ise

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \text{ 'tir}$$

$$\Rightarrow 1^2 + 2 \cdot 1 = a \cdot 1 + 3 \Rightarrow a = 0$$

## ÖRNEK-44

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + x, & x > 2 \\ 8 - x, & x = 2 \\ bx + 1, & x < 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Rightarrow a \cdot b = ?$$

## Çözüm

$$f(2) = 8 - 2 = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = a \cdot 2^2 + 2 = 4a + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2 \cdot b + 1$$

$$\Rightarrow 4a + 2 = 6, \quad 2b + 1 = 6$$

$$a = 1 \quad 2b = 5 \Rightarrow b = \frac{5}{2}$$

$$a \cdot b = 1 \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

ÖRNEK-45

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{x^2-4} & , \quad x \geq 1 \\ \frac{3}{x+3} & , \quad x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu  $x$  değerlerin toplamı kaçtır?

Çözüm

Tanımsız olduğu noktalar

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2} \leftarrow x \geq 1$$

$$\cancel{x = -2}$$

$$x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -3} \leftarrow x < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = ?$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot 1 + 1}{1^2 - 4} \neq \frac{3}{1 + 3} \Rightarrow 1 \text{ de süreksiz}$$

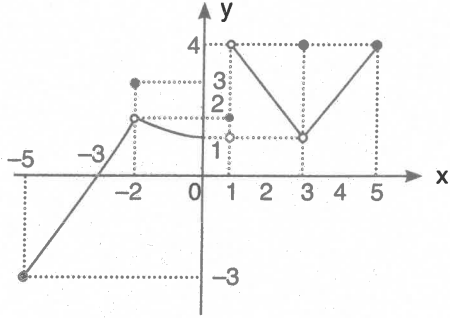
$$-1 \neq \frac{3}{4}$$

Süreksiz olduğu noktalar

$$1 + 2 - 3 = 0$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

1.



Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2$       B)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$   
 C)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 4$       D)  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 1$   
 E)  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 0$

2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x+4}{x+1} = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-5|}{x+1} = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

4.  $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{|x-4|}{x^2-16} = ?$

- A) 1      B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{1}{6}$       E)  $\frac{1}{8}$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

5.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{|x-7|}{x-7} = ?$

- A) -1      B) 1      C) Yoktur      D) 2      E) 7

6.  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+4}{x-3} = ?$

- A) 7      B) 0      C) 1      D)  $\infty$       E)  $-\infty$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

7.  $f(x) = \begin{cases} 3x + m, & x > 2 \\ x^2, & x \leq 2 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 20$$

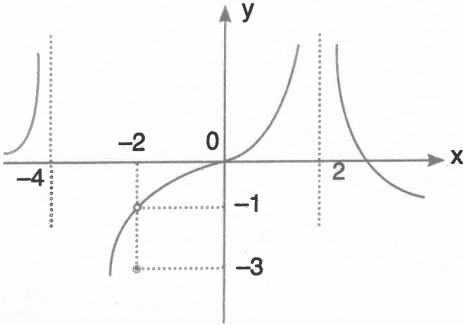
$$\Rightarrow m = ?$$

- A) 3      B) 7      C) 8      D) 12      E) 13

8.  $\lim_{x \rightarrow y} \left( \frac{x^2 - y^2}{2x - 2y} \right) = ?$

- A)  $\frac{x}{2}$       B)  $\frac{y}{2}$       C) x      D) y      E) 2x

9.



$$f: \mathbb{R} - \{-4, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$$

ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -1$       B)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$   
 C)  $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = -\infty$       D)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$   
 E)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \infty$

10.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{4x - 12} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $-\frac{1}{4}$       D)  $\frac{1}{2}$       E) Yoktur.

11.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \left( 2x + \frac{|x-3|}{x-3} \right) = ?$

- A) -2      B) 2      C) 5      D) 7      E) 8

12.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 3^x + \frac{8}{x} + 5 \right) = ?$

- A)  $-\infty$       B) 5      C) 6      D) 0      E)  $\infty$



## ÇÖZÜMLÜ TEST

13.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3)^{2x+1} = ?$

- A) Yoktur.      B) 5      C)  $-\infty$   
D)  $\infty$       E) 0

16.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{3}{x^3 - 8} \right) = ?$

- A) -3      B) 0      C) 3      D)  $\infty$       E)  $-\infty$

14.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{5}{1 + 3^{\frac{1}{x}}} \right) = ?$

- A) 0      B) 1      C) 5      D) 4      E)  $\infty$

17.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{\sin(5-x)}{2x-10} \right) = ?$

- A)  $\infty$       B)  $-\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{1}{2}$       E) 0

15.  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)^+} \left( \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{|1 - \cos x|} \right) = ?$

- A)  $\infty$       B) 1      C) 0      D) -1      E) -2

18.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3^x}{x^3} \right) = ?$

- A) 27      B) 0      C)  $\infty$       D) 3      E)  $-\infty$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

$$19. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$$

$$b \in \mathbb{R} \Rightarrow a \cdot b = ?$$

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C) 2    D)  $\frac{5}{2}$     E) 3

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x \cdot \tan 4x}{9x^3} = ?$$

- A)  $\frac{2}{3}$     B)  $\frac{2}{5}$     C)  $\frac{4}{9}$     D) 4    E)  $\frac{4}{3}$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot \sin 3x \cdot \tan^2 2x}{x \cdot \sin^2 4x \cdot \cos 5x} = ?$$

- A)  $\infty$     B) 0    C) 3    D)  $\frac{9}{4}$     E)  $\frac{3}{2}$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 3^{\frac{2}{x}} + 8^{-x} + \frac{12}{x-1} + 6 \right) = ?$$

- A) 0    B)  $\infty$     C) 5    D) 6    E) 7

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{x+1} - 2^x + 2}{3 \cdot 5^{x-1} + 2^x + 6} = ?$$

- A)  $-\infty$     B) 0    C) 1    D)  $\frac{25}{3}$     E) 25

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^4 + 3x + 1}{x^3 + 2} \right) = ?$$

- A)  $-\infty$     B) 0    C) 1    D) 5    E)  $\infty$

## ÇÖZÜMLÜ TEST

$$25. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{16x^2 + 2x + 3}}{2x + 5} = ?$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E)  $\infty$

$$26. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 2x + 3} + 2x + 4}{\sqrt{x^2 + 5x + 1} + 3x + 11} = ?$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 0

$$27. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 8x + 14} - x + 1) = ?$$

- A)  $-\infty$     B) 0    C) 4    D) 5    E)  $\infty$

$$28. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{6x} = ?$$

- A) 0    B) 1    C) e    D)  $e^6$     E)  $e^9$

$$29. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{5}{x^2 + 3x}\right)^{x+1} = ?$$

- A)  $-\infty$     B) 0    C) 1    D) e    E)  $e^6$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

$$30. f(x) = \begin{cases} x^3 + 3, & x \leq 1 \\ ax + b, & 1 < x < 3 \\ 2x + 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

$f(x)$  fonksiyonu  $\forall x \in \mathbb{R}$  için sürekli ise  $a = ?$

- A)  $\frac{3}{2}$     B) 2    C)  $\frac{5}{2}$     D) 3    E) 7

## ÇÖZÜMLER

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

Cevap : B

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x+4}{x+1} = \frac{4 \cdot 3 + 4}{3 + 1} = \frac{16}{4} = 4$$

Cevap : D

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-5|}{x+1} = \frac{|2-5|}{2+1} = \frac{|-3|}{3} = 1$$

Cevap : A

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x-4|}{x^2-16} = \frac{x-4}{(x-4) \cdot (x+4)} = \frac{1}{x+4} = \frac{1}{4+4} = \frac{1}{8}$$

Cevap : E

$$5. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{|x-7|}{x-7} = (x=7 \text{ kritik nokta})$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{|x-7|}{x-7} = \frac{x-7}{x-7} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{|x-7|}{x-7} = \frac{-(x-7)}{x-7} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) \Rightarrow \text{limit yoktur.}$$

$$\left( \frac{|x-7|}{x-7} = f(x) \right)$$

Cevap : C

$$6. \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+4}{x-3} = \frac{3+4}{0^+} = \frac{7}{0^+} = \infty$$

Cevap : D

## ÇÖZÜMLER

$$7. \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3 \cdot 2 + m = 6 + m$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = (1)^2 = 1$$

$$\Rightarrow 6 + m + 1 = 20 \Rightarrow m = 13$$

Cevap : E

$$8. \lim_{x \rightarrow y} \left( \frac{x^2 - y^2}{2x - 2y} \right) = \frac{y^2 - y^2}{2y - 2y} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{x^2 - y^2}{2x - 2y} &= \frac{(x - y) \cdot (x + y)}{2(x - y)} = \frac{x + y}{2} \\ &= \frac{y + y}{2} \\ &= y \end{aligned}$$

Cevap : D

$$9. \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -1$$

Cevap : E

$$10. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{4x-12} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3|}{4(x-3)} = \frac{0}{0} \quad (x = 3 \text{ kritik nokta})$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x-3|}{4 \cdot (x-3)} = \frac{x-3}{4 \cdot (x-3)} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{4 \cdot (x-3)} = \frac{-(x-3)}{4 \cdot (x-3)} = -\frac{1}{4}$$

}  $\Rightarrow$  limit yoktur.

Cevap : E

$$11. \lim_{x \rightarrow 3} \left( 2x + \frac{|x-3|}{x-3} \right) = \left( 2 \cdot x + \frac{-(x-3)}{x-3} \right)$$

$$= 2 \cdot 3 - 1$$

$$= 5$$

Cevap : C

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 3^x + \frac{8}{x} + 5 \right) = 3^\infty + \frac{8}{\infty} + 5$$

$$= \infty + 0 + 5$$

$$= \infty$$

Cevap : E

## ÇÖZÜMLER

$$13. \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3)^{2x+1} = ?$$

$$(-3)^\infty = ?$$

$$(-3)^2 = 9 \quad , \quad (-3)^4 = 81 \quad \dots$$

$$(-3)^3 = -27 \quad , \quad (-3)^5 = -243 \quad \dots$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} (-3)^\infty \rightarrow \infty \\ (-3)^\infty \rightarrow -\infty \end{array} \right\} \text{ limit yoktur.}$$

Cevap : A

$$\begin{aligned} 14. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5}{1+3^{\frac{1}{x}}} \right) &= \frac{5}{1+3^{\frac{1}{0^-}}} \\ &= \frac{5}{1+3^{-\infty}} \\ &= \frac{5}{1+\frac{1}{3^\infty}} \\ &= \frac{5}{1+0} = 5 \end{aligned}$$

Cevap : C

$$\begin{aligned} 15. \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}\right)} \left( \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{|1-\cos x|} \right) &= \frac{|\sin x|}{|1-\cos x|} \\ &= \frac{-\sin x}{1-\cos x} \\ &= -\frac{\sin 270}{1-\cos 270} \\ &= -\frac{(-1)}{1-0} = 1 \end{aligned}$$

Cevap : B

$$16. \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{3}{x^3-8} \right) = \frac{3}{8^+-8} = \frac{3}{0^+} = \infty$$

Cevap : D

$$\begin{aligned} 17. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{\sin(5-x)}{2x-10} \right) &= \frac{\sin(5+\infty)}{-2\infty-10} \\ &= \frac{\sin \infty}{-\infty} \left( \frac{\text{SAYI}}{-\infty} = 0 \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Cevap : E

$$\begin{aligned} 18. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3^x}{x^3} \right) &= \frac{3^\infty}{\infty^3} = \infty \\ &\quad (3^x > x^3) \end{aligned}$$

Cevap : C

## ÇÖZÜMLER

$$19. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2+a}-2}{2-2} = \frac{0}{0} \text{ olmalıdır.}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a+2}-2=0 \Rightarrow a=2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2}-2) \cdot (\sqrt{x+2}+2)}{(x-2) \cdot (\sqrt{x+2}+2)}$$

$$= \frac{x-2}{(x-2) \cdot (\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}$$

$$b = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a \cdot b = 2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Cevap : A

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x \cdot \tan 4x}{9x^3} = \frac{\sin^2 0 \cdot \tan 0}{9 \cdot 0}$$

$$= \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \cdot \frac{\tan 4x}{x}$$

$$= \frac{1}{9} \cdot 1 \cdot 4 = \frac{4}{9}$$

Cevap : C

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot \sin 3x \cdot \tan^2 2x}{x \cdot \sin^2 4x \cdot \cos 5x}$$

$$= \frac{3}{\cos 5x} \cdot \frac{\sin 3x}{x} \cdot \left(\frac{\tan 2x}{\sin 4x}\right)^2$$

$$= \frac{3}{\cos 0} \cdot \frac{\sin 0}{0} \cdot \left(\frac{\tan 0}{\sin 0}\right)^2$$

$$= \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \frac{9}{4}$$

Cevap : D

$$22. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3^{\frac{2}{x}} + 8^{-x} + \frac{12}{x-1} + 6\right)$$

$$= 3^{\frac{2}{-\infty}} + 8^{-\infty} + \frac{12}{+\infty-1} + 6$$

$$= 3^0 + \frac{1}{8^\infty} + \frac{12}{\infty} + 6$$

$$= 1 + 0 + 0 + 6 = 7$$

Cevap : E

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{x+1} - 2^x + 2}{3 \cdot 5^{x-1} + 2^x + 6} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\Rightarrow \frac{5^x \cdot 5 - \cancel{2^x} + 2}{3 \cdot 5^x \cdot 5^{-1} + \cancel{2^x} + 6} = \frac{5^x \cdot 5}{3 \cdot 5^x \cdot 5^{-1}}$$

$$= \frac{25}{3}$$

Cevap : D

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^4 + 3x + 1}{x^3 + 2}\right) = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\Rightarrow \frac{5x^4 + \cancel{3x} + \cancel{1}}{x^3 + \cancel{2}} = \frac{5x^4}{x^3}$$

$$= 5x$$

$$= 5 \cdot \infty$$

$$= \infty$$

Cevap : E

## ÇÖZÜMLER

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{16x^2 + 2x + 3}}{2x + 5} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{16x^2}}{2x + 5} = \frac{4x}{2x} = 2$$

Cevap : B

$$26. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 2x + 3} + 2x + 4}{\sqrt{x^2 + 5x + 1} + 3x + 11}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 2x + 4}}{\sqrt{x^2 + 3x + 11}} &= \frac{2x + 2x + 4}{|x| + 3x + 11} \\ &= \frac{4x + 4}{-x + 3x + 11} \\ &= \frac{4x + 4}{2x + 11} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Cevap : B

$$27. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 8x + 14} - x + 1) = \infty - \infty$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{x^2 + 8x + 14} - x + 1 \\ = \sqrt{1} \left| x + \frac{8}{2 \cdot 1} \right| - x + 1 \\ = x + 4 - x + 1 \\ = 5 \end{aligned}$$

Cevap : D

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{6x} = 1^\infty$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{6x} &= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{2x} \cdot 6x} \\ &= e^9 \end{aligned}$$

Cevap : E

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x^2 + 3x}\right)^{x+1} = 1^\infty$$

$$\begin{aligned} e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x^2 + 3x} \cdot (x+1)} \\ e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+5}{x^2 + 3x}} = e^0 = 1 \end{aligned}$$

Cevap : C

30.  $\forall x \in \mathbb{R}$  için sürekli $\Rightarrow x = 1$  ve  $x = 3$ 'te süreklidir.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \text{ ve } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$$

$$1^3 + 3 = a \cdot 1 + b \Rightarrow a + b = 4$$

$$3 \cdot a + b = 2 \cdot 3 + 1 \quad 3a + b = 7$$

$$\Rightarrow 3a + b = 7$$

$$+ \quad -/a + b = 4$$

$$2a = 3$$

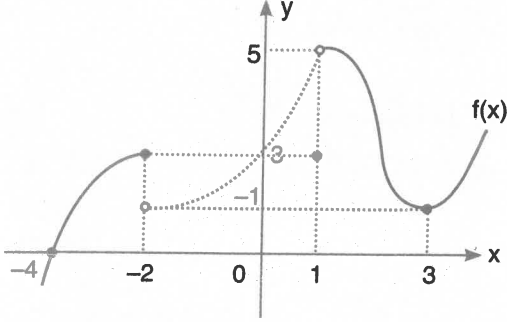
$$a = \frac{3}{2}$$

Cevap : A



## TEST - 1

1.



$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) + f(1) = ?$$

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 2} = ?$$

- A) 3      B) 7      C) 21      D) 27      E) 30

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x-1|}{\sqrt[3]{x+1}} = ?$$

- A) -3      B) -2      C) -1      D) 1      E)  $\frac{1}{3}$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} [\ln \sqrt{e^x} + \cos(\frac{x}{2} \cdot \pi)] = ?$$

- A)  $e + 1$       B)  $e + \frac{\pi}{2}$       C) 8      D)  $\frac{1}{2}$       E)  $e^4$

$$5. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\tan x - 2 \sin 2x}{\cos x} = ?$$

- A) -4      B) -2      C) 0      D) 2      E) 4

$$6. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 6} + x + 3) = ?$$

- A) 1      B) 2      C) 0      D)  $\infty$       E)  $-\infty$

## TEST - 1

7.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x| + |-x|}{x} = ?$

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

8.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x - \pi)}{\pi - x} = ?$

- A) 2    B) 1    C) 0    D) -1    E) -2

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \tan 3x + 2x}{x} = ?$

- A) 12    B) 10    C) 5    D)    E) 2

10.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x^2 + x + 1)^3 + 2x + 5}{2x^6 + 3x - 4} = ?$

- A)  $-\infty$     B)  $\infty$     C) 4    D) 6    E) 0

11.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2 - 5x - 6} = ?$

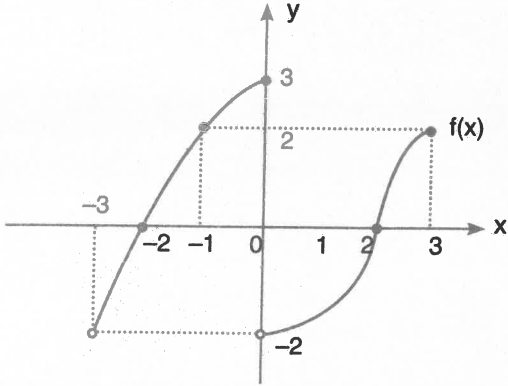
- A) 1    B) 0    C) -3    D) -6    E)  $-\infty$

12.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^x - 5^{3-x}}{5^x + 5^{2-x}} = ?$

- A)  $-\infty$     B) -5    C) 0    D) 25    E)  $\infty$

## TEST - 2

1.



$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = ?$$

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 4 + 5^{-x} + 6 \frac{1}{x} \right) = ?$$

- A) 0    B) 1    C) 5    D) 10    E)  $\infty$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{2}{x-4} - \frac{16}{x^2-16} \right) = ?$$

- A)  $-\frac{1}{16}$     B)  $-\frac{1}{8}$     C)  $-\frac{1}{4}$     D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{1}{4}$

4.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{a} - b, & x < 2 \\ 3, & x = 2 \\ x - a, & x > 2 \end{cases}$$

$f(x)$  fonksiyonu  $\forall x \in \mathbb{R}$  sürekli ise  $a + b = ?$

- A) -6    B) -5    C) -4    D) -3    E) -2

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \frac{x}{4} \cdot \sin\left(\frac{8}{x}\right) \right] = ?$$

- A) 0    B) 2    C) 4    D) 8    E)  $\infty$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( 2 \frac{1}{x} + e^x + 1 \right) = ?$$

- A)  $-\infty$     B) 0    C)  $\infty$     D) 1    E) 2

## TEST - 2

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{\log\left(\frac{\sin 2x}{x}\right)} + e^{\ln(\cos x)}}{x+3}$$

- A)  $-\infty$  B)  $-2$  C)  $-1$  D)  $1$  E)  $0$

$$10. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{e^x + \pi^x}{2\pi^x - 3e^x} \right) = ?$$

- A)  $-1$  B)  $-\frac{1}{3}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $1$  E)  $2$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = ?$$

- A)  $-3$  B)  $-2$  C)  $-1$  D)  $0$  E)  $1$

$$11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x-a}}{x-1} = b, b \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow a = ?$$

- A)  $-3$  B)  $-2$  C)  $-1$  D)  $0$  E)  $1$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot (3 \cdot \cos x - \tan 4x)}{\sin 2x} = ?$$

- A)  $0$  B)  $\frac{2}{3}$  C)  $3$  D)  $6$  E)  $\infty$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x}-1}{x-1} = ?$$

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{1}{8}$  D)  $0$  E)  $\infty$

1.B 2.C 3.E 4.A 5.B 6.E 7.D 8.D 9.C 10.B 11.A 12.A

## TEST - 3

1.  $f(x) = \begin{cases} \frac{4x+1}{x-1}, & x < 2 \\ 3x^2+2, & x \geq 2 \end{cases}$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = ?$

- A) 2    B) 4    C) 7    D) 8    E) 9

2.  $f(x) = \frac{3}{x^2 - 4x + m}$

fonksiyonu  $\forall x \in \mathbb{R}$  için sürekli ise  $\min(m) = ?$   
( $M \in \mathbb{Z}$ )

- A) 5    B) 4    C) 3    D) 2    E) 1

3.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \left( 4 - \frac{|3-x|}{x-3} \right) = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 0    E)  $\infty$

4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - 4\frac{1}{x}}{3 + 2^{-x} + 5x^{-1}} = ?$

- A) 1    B)  $\frac{2}{3}$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{2}{7}$     E)  $\frac{1}{8}$

5.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^{14} - 5x^2 + 1}{x^3 + 4x + 5} = ?$

- A)  $-\infty$     B) -1    C) 0    D) 1    E)  $\infty$

6.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2+12} - 4}{x+2} = ?$

- A) -2    B)  $-\frac{1}{2}$     C) 0    D) 1    E) 2

## TEST - 3

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x + 4x}{6x - 5 \sin x} = ?$

- A)  $-\infty$    B) 4   C) 5   D) 7   E)  $\infty$

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^{2x} - 3e^x}{\pi^x - e^{2x}} = ?$

- A) 1   B) 0   C) -1   D) -2   E) -3

9.  $\lim_{a \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{a}\right)^{3a+1} = ?$

- A)  $e^4$    B)  $e^6$    C)  $e^8$    D)  $e^{10}$    E)  $e^{12}$

10.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \tan 4x = ?$

- A)  $-\frac{1}{4}$    B)  $\frac{1}{4}$    C) 0   D)  $-\infty$    E)  $\infty$

11.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+7}}{x-2} = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$    B)  $\frac{1}{3}$    C)  $\frac{1}{6}$    D)  $\frac{1}{8}$    E)  $\frac{1}{10}$

12.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (|x-2| + |2-x^2| + 2|x|-a) = 10$   
 $\Rightarrow a = ?$

- A) -5   B) -4   C) -3   D) -2   E) -1

1E   2A   3C   4C   5A   6B   7D   8D   9E   10A   11C   12B

## EXTRA SORULAR

1.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt[3]{1-2x} = ?$

- A)
- $e^{-2}$
- B)
- $e^{-1}$
- C)
- $e$
- D)
- $e^2$
- E)
- $e^3$

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} = ?$

- A)
- $-\infty$
- B)
- $-1$
- C)
- $0$
- D)
- $3$
- E)
- $+\infty$

3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 5}) = ?$

- A)
- $1$
- B)
- $5$
- C)
- $\frac{1}{5}$
- D)
- $-\infty$
- E)
- $\infty$

4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{2x^2} = ?$

- A)
- $1$
- B)
- $\frac{e}{2}$
- C)
- $\frac{1}{2}$
- D)
- $-\infty$
- E)
- $\infty$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(2x)}{x^3} = ?$

- A)
- $1$
- B)
- $2$
- C)
- $\frac{1}{2}$
- D)
- $0$
- E)
- $8$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 2^x}{3 \cdot 2^x} = ?$

- A)
- $\frac{5}{3}$
- B)
- $\frac{3}{5}$
- C)
- $\frac{1}{2}$
- D)
- $0$
- E)
- $1$

## EXTRA SORULAR

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot e^{\cos x}}{\sin 2x} = ?$$

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $-e$     C)  $e$     D)  $\frac{1}{e}$     E)  $\frac{e}{2}$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) = ?$$

- A)  $\frac{1}{e}$     B)  $0$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{3}{2}$     E)  $2$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-1|}{6x-9} + \lim_{x \rightarrow 2} 2 = ?$$

- A)  $7$     B)  $\frac{7}{6}$     C)  $\frac{1}{6}$     D)  $\frac{13}{6}$     E)  $\frac{13}{2}$

$$10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x + 5}{x^3 - 7} = ?$$

- A)  $-3$     B)  $-\frac{5}{4}$     C)  $-\frac{3}{7}$     D)  $\frac{3}{7}$     E)  $\frac{5}{4}$

$$11. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\sin x - 1}{\sqrt{3} - 2\cos x} = ?$$

- A)  $-1$     B)  $0$     C)  $\frac{1}{4}$     D)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$     E)  $1$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot \sqrt{2x-1}}{x-1} = ?$$

- A)  $-\infty$     B)  $-1$     C)  $0$     D)  $1$     E)  $\infty$



- \*  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$   
 $x_0 \in (a, b)$   
 olmak üzere

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

limiti bir reel sayıya eşitse bu limite fonksiyonun  $x_0$  noktasındaki türevi denir.

$$y', f'(x), \frac{dy}{dx} \text{ ve } \frac{df(x)}{dx}$$

sembolleri ile gösterilebilir.

- \*  $f'(x_0^0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \rightarrow$  soldan türev
- \*  $f'(x_0^+) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \rightarrow$  sağdan türev
- \*  $f'(x_0^0) = f'(x_0^0) \rightarrow f, x_0$  noktasında türevlidir.
- \*  $f'(x_0^+) \neq f'(x_0^0) \rightarrow f, x_0$  noktasında türevi yoktur.

ÖRNEK:

$$f(x) = x^2$$

$$\Rightarrow f'(-1) = ?$$

Çözüm

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \frac{x^2 - (-1)^2}{x + 1}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{x+1} = x-1$$

$$f'(-1) = -1 - 1 = -2$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \begin{cases} 8x, & x < 2 \\ x^4, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(2) = ?$$

Çözüm

$$f'(2^+) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^4 - 2^4}{x - 2} = \frac{(x-2) \cdot (x+2) \cdot (x^2 + 4)}{x - 2} = 32$$

$$f'(2^-) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{8x - 16}{x - 2} = \frac{8(x-2)}{x-2} = 8$$

$$\Rightarrow f'(2^-) \neq f'(2^+)$$

$$\Rightarrow f'(2) \text{ yoktur.}$$

### Türev Alma Kuralları

1. Sabit fonksiyonun türevi sıfırdır.

$$f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0$$

2.  $f(x) = x^n$

$$\Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

3.  $[f(x) \mp g(x)]' = f'(x) \mp g'(x)$

4.  $f(x) = c \cdot x^n \Rightarrow f'(x) = c \cdot n \cdot x^{n-1}$

ÖRNEK:

$$f(x) = 5 \\ \Rightarrow f'(x) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = 0$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow f'(4) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = 0 \\ \Rightarrow f'(4) = 0$$

ÖRNEK:

$$f(x) = x^4 \Rightarrow f'(x) = ?$$

Çözüm

$$f(x) = x^4 \\ \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot x^3$$

ÖRNEK:

$$f(x) = x^3 \\ \Rightarrow f'(2) = ?$$

Çözüm

$$f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot x^2 \\ \Rightarrow f'(2) = 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12 \\ f'(2) = 12$$

ÖRNEK:

$$f(x) = x^3 + x^2 + 4 \Rightarrow f'(x) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = 3x^2 + 2x + 0 \\ f'(x) = 3x^2 + 2x$$

ÖRNEK:

$$f(x) = 4x^3 \Rightarrow f'(x) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = 4 \cdot 3 \cdot x^2 = 12x^2$$

$$5. \quad y = [f(x)]^n \\ \Rightarrow y' = n \cdot [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x)$$

$$6. \quad [f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

ÖRNEK:

$$f(x) = (x^3 + 2x + 1)^2 \\ \Rightarrow f'(x) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = 2 \cdot (x^3 + 2x + 1)^{2-1} \cdot (x^3 + 2x + 1)' \\ f'(x) = 2 \cdot (x^3 + 2x + 1) \cdot (3x^2 + 2)$$

ÖRNEK:

$$f(x) = (x^3 + 1)^3 \\ \Rightarrow f'(1) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = 3 \cdot (x^3 + 1)^{3-1} \cdot (x^3 + 1)' \\ f'(x) = 3 \cdot (x^3 + 1)^2 \cdot 3x^2 \\ f'(1) = 3 \cdot (1^3 + 1)^2 \cdot 3 \cdot 1^2 = 36$$

ÖRNEK:

$$f(x) = (x+1) \cdot (x^2 - 3x) \\ \Rightarrow f'(x) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = (x+1)' \cdot (x^2 - 3x) + (x+1) \cdot (x^2 - 3x)' \\ = 1 \cdot (x^2 - 3x) + (x+1) \cdot (2x - 3) \\ = 3x^2 - 4x - 3$$

ÖRNEK:

$$f(x) = (2x+1)^2 \cdot (x^4+1) \\ \Rightarrow f'(1) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = [(2x+1)^2]' \cdot (x^4+1) + (x^4+1)' \cdot (2x+1) \\ = 2 \cdot (2x+1) \cdot 2 \cdot (x^4+1) + 4x^3 \cdot (2x+1) \\ f'(1) = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \cdot 3^2 \\ = 24 + 36 \\ = 60$$

$$7. \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{[g(x)]^2}$$

$$* f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+1} \Rightarrow f'(x) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x+3)' \cdot (x+1) - (x+1)' \cdot (2x+3)}{(x+1)^2} \\ &= \frac{2 \cdot (x+1) - 1 \cdot (2x+3)}{(x+1)^2} \\ &= \frac{-1}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \frac{x^2+3x}{x^2+1} \Rightarrow f'(-1) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x+3) \cdot (x^2+1) - 2x \cdot (x^2+3x)}{(x^2+1)^2} \\ f'(-1) &= \frac{+1 \cdot 2 + 2 \cdot (-2)}{2^2} = \frac{2-4}{4} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \frac{4}{x^3} \Rightarrow f'(x) = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} f(x) &= 4 \cdot x^{-3} \\ f'(x) &= 4 \cdot (-3) \cdot x^{-3-1} \\ f'(x) &= -12 \cdot x^{-4} \\ f'(x) &= \frac{-12}{x^4} \end{aligned}$$

$$8. (f[u(x)])' = u'(x) \cdot f'(u(x))$$

ÖRNEK:

$$f(2x+1) = x^2 + 3x - 1$$

$$\Rightarrow f'(5) = ?$$

Çözüm

İki tarafın türevini alalım.

$$(2x+1)' \cdot f'(2x+1) = (x^2+3x-1)'$$

$$2 \cdot f'(2x+1) = 2x+3$$

$$x=2 \Rightarrow f'(s) \text{ olur.}$$

$$2 \cdot f'(5) = 2 \cdot 2 + 3$$

$$f'(5) = \frac{7}{2}$$

### 9. Bileşke fonksiyonun türevi

$$(f \circ g)'(x) = [f(g(x))]'$$

$$= g'(x) \cdot f'(g(x))$$

ÖRNEK:

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 3x^2 + 4 \\ g(x) = x^2 + 1 \end{array} \right\} (f \circ g)'(x) = ?$$

Çözüm

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3 \cdot 2 \cdot x = 6x$$

$$f'(x) = 6x \Rightarrow f'(x^2+1) = 6x^2+6$$

$$= (x^2+1)' \cdot f'(x^2+1)$$

$$\Rightarrow (f \circ g)'(x) = 2x \cdot (6x^2+6)$$

$$= 12x^3+12x$$

## 10. Köklü fonksiyonun türevi:

$$\bullet f(x) = \sqrt[m]{u^n} \quad (u \text{ x'e bağılı})$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{n}{m} \cdot \frac{u^{n-1}}{\sqrt[m]{u^{m-n}}}$$

$$\bullet f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(18) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(18) = \frac{1}{2\sqrt{18}} = \frac{1}{6\sqrt{2}}$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} \Rightarrow f'(x) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{(x)^1}{\sqrt[3]{x^{3-2}}} \\ = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \sqrt[4]{(3x-2)^3} \\ \Rightarrow f'(1) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = \frac{3}{4} \cdot \frac{(3x-2)^1}{\sqrt[4]{(3x-2)^{4-3}}} \\ = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{\sqrt[4]{3x-2}} \\ f'(1) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{1} = \frac{9}{4}$$

$$\begin{aligned}
 * \quad y = \tan x &\Rightarrow y' = 1 + \tan^2 x \\
 &= \frac{1}{\cos^2 x} \\
 &= \sec^2 x
 \end{aligned}$$

$$\bullet \quad y = \tan g(x) \Rightarrow y' = g'(x)(1 + \tan^2 g(x))$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad y &= \tan^n (g(x)) \\
 \Rightarrow y' &= n \cdot \tan^{n-1}(g(x)) \cdot g'(x) \cdot (1 + \tan^2 g(x))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \quad y = \cot x &\Rightarrow y' = -(1 + \cot^2 x) \\
 &= -\frac{1}{\sin^2 x} \\
 &= -\operatorname{cosec}^2 x
 \end{aligned}$$

$$\bullet \quad y = \cot g(x) \Rightarrow y' = -g'(x) \cdot (1 + \cot^2 g(x))$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad y &= \cot^n (g(x)) \\
 \Rightarrow y' &= -n \cdot \cot^{n-1}(g(x)) \cdot g'(x) \cdot (1 + \cot^2 g(x))
 \end{aligned}$$

**ÖRNEK:**

$$y = \tan 4x \Rightarrow y' = ?$$

**Çözüm**

$$y' = (4x)' \cdot (1 + \tan^2 4x)$$

$$y' = 4 \cdot (1 + \tan^2 4x)$$

**ÖRNEK:**

$$y = \tan^3(2x^2+1) \Rightarrow y' = ?$$

**Çözüm**

$$y' = 3 \cdot \tan^2(2x^2+1) \cdot (2x^2+1)' \cdot (1 + \tan^2(2x^2+1))$$

$$y' = 3 \cdot \tan^2(2x^2+1) \cdot 4x \cdot (1 + \tan^2(2x^2+1))$$

$$y' = 12x \cdot \tan^2(2x^2+1) \cdot (1 + \tan^2(2x^2+1))$$

**ÖRNEK:**

$$y = \cot(3x^2+x) \Rightarrow y' = ?$$

**Çözüm**

$$y' = (3x^2+x)' \cdot [-(1 + \cot^2(3x^2+x))]$$

$$y' = -(6x+1) \cdot [1 + \cot^2(3x^2+x)]$$

**ÖRNEK:**

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^2 \cdot \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) \\
 \Rightarrow f'(1) &= ?
 \end{aligned}$$

**Çözüm**

$$f'(x) = 2x \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) - x^2 \cdot \frac{2}{x^3} \cdot \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$f'(1) = 2 \cos 1 - 2 \sin 1$$

## 11. Trigonometrik Fonksiyonların Türevi:

$$* y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$$

$$\bullet y = \sin(g(x)) \Rightarrow y' = g'(x) \cdot \cos g(x)$$

$$\bullet y = \sin^n(g(x)) \Rightarrow y' = n \cdot (\sin^{n-1}g(x)) \cdot g'(x) \cdot \cos g(x)$$

$$* y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$$

$$\bullet y = \cos(g(x)) \Rightarrow y' = g'(x) \cdot \sin(g(x))$$

$$\bullet y = \cos^n(g(x))$$

$$\Rightarrow y' = n \cdot \cos^{n-1}(g(x)) \cdot g'(x) \cdot (-\sin(g(x)))$$

ÖRNEK:

$$\sin 3x = y \Rightarrow y' = ?$$

Çözüm

$$y' = (3x)' \cdot \cos 3x$$

$$y' = 3 \cdot \cos 3x$$

ÖRNEK:

$$y = \sin^2(5x) \Rightarrow y' = ?$$

Çözüm

$$y' = 2 \cdot \sin^{2-1}(5x) \cdot (5x)' \cdot \cos 5x$$

$$y' = 2 \cdot \sin(5x) \cdot 5 \cdot \cos 5x$$

$$y' = 5 \cdot \sin 10x$$

ÖRNEK:

$$y = \cos^5(3x^2+1) \Rightarrow y' = ?$$

Çözüm

$$y' = 5 \cdot \cos^4(3x^2+1) \cdot (3x^2+1)' \cdot [-\sin(3x^2+1)]$$

$$y' = -5 \cdot \cos^4(3x^2+1) \cdot 6x \cdot \sin(3x^2+1)$$

$$y' = -30x \cdot \cos^4(3x^2+1) \cdot \sin(3x^2+1)$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \sin(\sin x) + \cos(\cos x)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = \cos x \cdot \cos(\sin x) + \sin x \cdot \sin(\cos x)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(\sin \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 0 \cdot \cos 1 + 1 \cdot \sin 0$$

$$= 0 + 0$$

$$= 0$$



**12. Ters Trigonometrik Fonksiyonların Türevi:**

1.  $f(x) = \arcsin(g(x))$

$$f'(x) = \arcsin(g(x))$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{g'(x)}{\sqrt{1-(g(x))^2}}$$

\*  $f(x) = \arcsin x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$   
dir.

2.  $f(x) = \arccos(g(x))$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{g'(x)}{\sqrt{1-(g(x))^2}}$$

\*  $f(x) = \arccos x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$   
dir.

3.  $f(x) = \arctan(g(x))$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{g'(x)}{1+(g(x))^2}$$

•  $f(x) = \arctan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

4.  $f(x) = \operatorname{arccot}(g(x))$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{g'(x)}{1+(g(x))^2}$$

•  $f(x) = \operatorname{arccot} x \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{1+x^2}$

**ÖRNEK:**

$$f(x) = \arcsin x$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = ?$$

**Çözüm**

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

**ÖRNEK:**

$$f(x) = \operatorname{arccot}(x^2)$$

$$f'(1) = ?$$

**Çözüm**

$$f'(x) = \frac{2x}{1+(x^2)^2} = -\frac{2x}{1+x^4}$$

$$\Rightarrow f'(1) = -\frac{2}{2} = -1$$

**ÖRNEK:**

$$\Rightarrow f(x) = \arcsin(\sqrt{x^2-1})$$

$$\Rightarrow f'(x) = ?$$

**Çözüm**

$$f'(x) = \frac{(\sqrt{x^2-1})^1}{\sqrt{1-(x^2-1)^2}} = \frac{2x}{\sqrt{2-x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{x}{(\sqrt{x^2-1}) \cdot (\sqrt{2-x^2})}$$

## 13. Logaritma Fonksiyonunun Türevi:

$$* y = \log_a^{g(x)} \Rightarrow y' = \frac{g'(x)}{g(x)} \cdot \log_a^e$$

$$\text{ya da } \Rightarrow \frac{g'(x)}{g(x) \cdot \ln a}$$

$$\bullet y = \log_a^x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$* y = \ln g(x) \Rightarrow y' = \frac{g'(x)}{g(x)}$$

$$\bullet y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \log_2(x^2 + 3x - 2)$$

$$\Rightarrow f'(3) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 3x - 2)'}{x^2 + 3x - 2} \cdot \log_2^e$$

$$= \frac{2x + 3}{x^2 + 3x - 2} \cdot \log_2^e$$

$$f'(3) = \frac{9}{16} \cdot \log_2^e$$

ÖRNEK:

$$f(x) = \ln(x^4) \Rightarrow f'(2) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = \frac{(x^4)'}{x^4} = \frac{4x^3}{x^4} = \frac{4}{x}$$

$$f'(2) = \frac{4}{2} = 2$$

ÖRNEK:

$$f(x) = [\ln(x^2)]^3$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = ?$$

Çözüm

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) = 3 \cdot [\ln(x^2)]^2 \cdot \frac{2x}{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6}{x} \cdot [\ln(x^2)]^2$$

## 14. Üstel Fonksiyonun Türevi:

$$* f(x) = a^{g(x)} \Rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot a^{g(x)} \cdot \ln a$$

$$\bullet f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x \cdot \ln a$$

$$\bullet f(x) = e^{g(x)} \Rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot e^{g(x)}$$

$$\bullet f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

ÖRNEK:

$$f(x) = 3^{4x} \Rightarrow f'(1) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = (4x)' \cdot 3^{4x} \cdot \ln 3$$

$$f'(x) = 4 \cdot 3^{4x} \cdot \ln 3$$

$$f'(1) = 4 \cdot 3^4 \cdot \ln 3$$

$$f'(1) = 324 \ln 3$$

ÖRNEK:

$$f(x) = e^{\sin x} \Rightarrow f'(0) = ?$$

Çözüm

$$f'(x) = (\sin x)' \cdot e^{\sin x}$$

$$f'(x) = \cos x \cdot e^{\sin x}$$

$$f'(0) = \cos 0 \cdot e^{\sin 0}$$

$$= 1 \cdot e^0$$

$$f'(0) = 1$$

ÖRNEK:

$$y = 2^{x^3-2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{x=2} = ?$$

Çözüm

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 \cdot 2^{x^3-2} \cdot \ln 2$$

$$= 3 \cdot 2^2 \cdot 2^{2^3-2} \cdot \ln 2$$

$$= 12 \cdot 64 \cdot \ln 2$$

$$= 768 \cdot \ln 2$$

## 15. Ters Fonksiyonun Türevi:

## 1. yol

\*  $f(x_0) = y_0$  olmak üzere

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

## 2. yol

Fonksiyonun tersi bulunur. ve sonra türevi alınır.

## 3. yol

$$f(x_0) = y_0$$

$$\Rightarrow f^{-1}(y_0) = x_0$$

yapılarak her iki tarafın türevi alınır.

ÖRNEK:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^3 - 2 \Rightarrow (f^{-1})'(62) = ?$$

Çözüm

$$f(x_0) = 62 \Rightarrow x_0^3 - 2 = 62$$

$$x_0^3 = 64$$

$$x_0 = 4$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (f^{-1})'(62) &= \frac{1}{f'(4)} = \frac{1}{3x^2} = \frac{1}{3 \cdot 4^2} \\ &= \frac{1}{48} \end{aligned}$$

ÖRNEK:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^3 + 3x$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(14) = ?$$

Çözüm

$$f(x) = x^3 + 3x$$

$$f^{-1}(x^3 + 3x) = x$$

$$(x^3 + 3x)^{\cdot} \cdot (f^{-1})'(x^3 + 3x) = (x)^{\cdot}$$

$$(3x^2 + 3) \cdot (f^{-1})'(x^3 + 3x) = 1$$

$$x = 2 \text{ için}$$

$$15 \cdot (f^{-1})'(14) = 1$$

$$(f^{-1})'(14) = \frac{1}{15}$$

## 16. Parametrik Fonksiyonların Türevi:

$$\left. \begin{array}{l} x = u(t) \\ y = v(t) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{v'(t)}{u'(t)}$$

## 17. Kapalı Fonksiyonların Türevi:

$F(x, y) = 0$  şeklindeki fonksiyonlara kapalı fonksiyon denir.

$$F'(x, y) = -\frac{F'_x}{F'_y}$$

ÖRNEK:

$$\begin{aligned} y &= 2t^3 + t^2 + 1 \\ x &= 3t^2 + 2 \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{t=1} &= ? \end{aligned}$$

Çözüm

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t^2 + 2t}{6t}$$

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{t=1} = \frac{6+2}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

ÖRNEK:

$$\begin{aligned} x^2y + y^3 - x + 4 &= 0 \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} &= ? \end{aligned}$$

Çözüm

$$\begin{aligned} F'_x &= 2xy - 1 \\ F'_y &= x^2 + 3y^2 \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} &= -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{2xy - 1}{x^2 + 3y^2} \end{aligned}$$

ÖRNEK:

$$\begin{aligned} y^2 - 2xy + x^2 &= 2x^3 \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{(1,2)} &= ? \end{aligned}$$

Çözüm

$$\begin{aligned} F'_x &= -2y + 2x - 6x^2 \\ F'_y &= 2y - 2x \\ \Rightarrow \frac{F'_x}{F'_y} &= \frac{-2y + 2x + 6x^2}{2y - 2x} = \frac{2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 6 \cdot 1}{2 \cdot 2 - 2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4 \end{aligned}$$

## 18. Yüksek Meretebeden Türev

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} \rightarrow 1. \text{ mertebeden türev}$$

$$y'' = f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2} \rightarrow 2. \text{ mertebeden türev}$$

$$y''' = f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3} \rightarrow 3. \text{ mertebeden türev}$$

$$y^{(n)} = f^{(n)}(x) = \frac{d^n y}{dx^n} \rightarrow n. \text{ mertebeden türev}$$

$$* f(x) = x^n \Rightarrow f^{(n)}(x) = n!$$

$$* f(x) = \ln(x) \Rightarrow f^{(n)}(x) = (-1)^{n+1} \cdot (n-1)! \cdot x^{-n}$$

ÖRNEK

$$y = x^4 + 2x^3 + x - 3$$

$$\Rightarrow \frac{d^3y}{dx^3} = ?$$

Çözüm:

$$y' = 4x^3 + 6x^2 + 1$$

$$y'' = (y')' = 12x^2 + 12x$$

$$y''' = (y'')' = 24x + 12$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 24x + 12$$

ÖRNEK

$$f(x) = x^{20} \Rightarrow f^{(20)}(x) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = 20 \cdot x^{19}$$

$$f''(x) = 20 \cdot 19 \cdot x^{18}$$

$$f^{(20)}(x) = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 20!$$

ÖRNEK

$$f(x) = \ln x \quad f^{(10)}(x) = ?$$

Çözüm:

$$f^{(10)}(x) = (-1)^{10+1} \cdot (10-1)! \cdot x^{-10}$$

$$= -1 \cdot 9! \cdot x^{-10}$$

$$= -9! \cdot x^{-10}$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1.  $f(x) = 3a^2 + a + 4$

$$\Rightarrow \frac{df(x)}{dx} = ?$$

- A)  $6a + 1$       B)  $6a + 4$       C) 0  
D) 1      E) 6

2.  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 1$

$$f'(1) = ?$$

- A) -3      B) -2      C) -1  
D) 0      E) 1

3.  $f(x) = 2x^5 \cdot (3x^2 + 1)^2$

$$\Rightarrow f'(1) = ?$$

- A) 0      B) 10      C) 20  
D) 196      E) 256

4.  $f(x) = (3x^2 + 1)^2$

$$\Rightarrow [f(-1)]' = ?$$

- A) 0      B) 16      C) -48  
D) 48      E) 2

5.  $f(x) = (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$

$$\Rightarrow f'(0) = ?$$

- A) 0      B) 6      C) 9  
D) 11      E) 24

6.  $f(x) = \frac{2x+1}{x^3} \Rightarrow f'(x) = ?$

A)  $\frac{4x^3 - 3x^2}{x^6}$

B)  $\frac{-4x^3 - 3x^2}{x^6}$

C)  $\frac{-4x^3 + 3x^2}{x^6}$

D)  $\frac{4x^2 - 3x}{x^3}$

E)  $\frac{4x^2 - 3x}{x^6}$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

7.  $\frac{d}{da}(x^4 + a^2 + ax + 3) = ?$

- A) 0                      B)  $2a + x$                       C)  $2n + 1$   
 D)  $4x^2 + a$                       E)  $4x^3$

8.  $f(x) = (2x + 5)^2$   
 $\Rightarrow f'(x) = ?$

- A)  $8x + 20$                       B)  $8x - 20$                       C)  $4x + 10$   
 D)  $4x - 10$                       E) 4

9.  $f(x) = (x^2 + 4x - 5) \cdot (x - 3)^3$   
 $\Rightarrow \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=1} = ?$

- A) 0                      B) -6                      C) -12  
 D) -24                      E) -48

10.  $f(x) = (2x - 1)^3$   
 $\Rightarrow f''(2) = ?$

- A) 9                      B) 27                      C) 54                      D) 72                      E) 96

11.  $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$   
 $f'(1) + f''(1) = 24 = a = ?$

- A) 7                      B) 6                      C) 5                      D) 4                      E) 3

12.  $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'\left(\frac{1}{16}\right) = ?$

- A)  $\frac{1}{4}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C) 2                      D) 4                      E) 8

13.  $f(x) = \log(6x) \Rightarrow f'(x) = ?$

- A)  $\frac{6}{\ln 10}$                       B)  $\frac{1}{x}$                       C)  $\frac{6}{x}$   
 D)  $\frac{\log e}{x}$                       E)  $x \cdot \log e$

14.  $y = e^{x^3 + x - 10}$

$\Rightarrow \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} = ?$

- A) 0                      B) e                      C)  $e^{12}$   
 D) 12                      E) 13



## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

15.  $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 1)$   
 $\Rightarrow f'(3) = ?$

- A)  $\frac{9}{16}$                       B)  $\frac{9}{17}$                       C)  $\frac{9}{19}$   
D)  $\frac{9}{20}$                       E)  $\frac{9}{22}$

16.  $g(x) = 3x^2 + 4$   
 $f(3x + 4) = g(4x - 1) + 12x + 3$   
 $\Rightarrow f'(7) = ?$

- A) 26                      B) 27                      C) 28  
D) 29                      E) 30

17.  $f(x) = \cos 4x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = ?$

- A) -4                      B) 0                      C) 4  
D) 8                      E) 12

18.  $f(x) = \sin^2 4x - \cos^2 4x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = ?$

- A) 0                      B) 8                      C) 16  
D) 24                      E) 32

19.  $f(x) = \cos^2(2x) \Rightarrow f'(x) = ?$

- A)  $\sin 2x \cdot \cos 2x$                       B)  $-2\sin 2x$                       C)  $\sin 4x$   
D)  $-2\cos 4x$                       E)  $-2\sin 4x$

20.  $f(x) = 2^{\cos 3x} \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = ?$

- A)  $\ln 8$                       B)  $\ln 16$                       C) 2  
D) 4                      E) 8

21.  $f(x) = \arccos 4x$

$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{8}\right) = ?$

- A)  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$                       B)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$                       C)  $\sqrt{3}$   
D)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$                       E)  $\frac{\sqrt{3}}{16}$

22.  $f(x) = x^3 + x^4 + \dots + x^{15}$

$\Rightarrow f'(1) = ?$

- A) 115                      B) 116                      C) 117  
D) 15                      E) 0

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

23.  $f(2x + 1) = x^3 + 2x + 4$   
 $\Rightarrow (f^{-1})(16) = ?$

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{5}$       C)  $\frac{1}{6}$   
 D)  $\frac{1}{7}$       E)  $\frac{1}{8}$

24.  $\left. \begin{array}{l} x = t^3 + t \\ y = 3t^2 + 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{t=1} = ?$

- A) 3      B)  $\frac{5}{2}$       C) 2  
 D)  $\frac{3}{2}$       E) 1

25.  $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & , x > 2 \\ 4x^2 + x & , x \leq 2 \end{cases}$

$\Rightarrow f'(3) + f'(1) = ?$

- A) 10      B) 11      C) 12  
 D) 13      E) 14

26.  $f(x) = 16 - 3x^3$   
 $\Rightarrow f'(2) = ?$

- A) -18      B) -12      C) 0  
 D) 18      E) 36

27.  $f(x) = (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3) \cdot \dots \cdot (x + 13) \cdot (x + 14)$   
 $\Rightarrow f'(-1) = ?$

- A) 9!      B) 13!      C) 14!  
 D)  $14! - 1$       E) 0

28.  $f(x) = \cos x$   
 $\Rightarrow f^{(22)}(x) = ?$

- A)  $-\cos x$       B)  $-\sin x$       C)  $\cos x$   
 D)  $\sin x$       E)  $\tan x$

29.  $f(x) = 6x^2 + 12x$   
 $\Rightarrow f''(x) = ?$

- A) 6      B) 8      C) 12  
 D) 18      E) 24

30.  $g(1) = 2$  ,  $g'(1) = 4$   
 $\Rightarrow f(x \cdot g(x)) = x^3 + 2x + 1$   
 $\Rightarrow f'(2) = ?$

- A)  $-\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{2}{3}$   
 D)  $\frac{5}{6}$       E) 1

## ÇÖZÜMLER

$$1. f(x) = 3a^2 + a + 4$$

$$\Rightarrow \frac{df(x)}{dx} = 0 \quad (x'e \text{ bağılı değil})$$

Cevap: C

$$2. f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 1$$

$$f'(x) = 6x^2 - 12x + 3$$

$$f'(1) = 6 \cdot 1^2 = 12 \cdot 1 + 3$$

$$f'(1) = -3$$

Cevap: A

$$3. f(x) = 2x^5 \cdot (3x^2 + 1)^2$$

$$f'(x) = 2 \cdot 5x^4 \cdot (3x^2 + 1)^2 + 2x^5 \cdot 2(3x^2 + 1) \cdot 3 \cdot 2x$$

$$f'(1) = 2 \cdot 5 \cdot 4^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\Rightarrow f'(1) = 256$$

Cevap: E

$$4. f(x) = (3x^2 + 1)^2$$

$$[f(-1)]' = 0 \quad \text{çünkü}$$

$$f(-1) = (3 \cdot 1 + 1)^2 = 16$$

$$[f(-1)]' = (16)' = 0$$

Cevap: A

$$5. f(x) = (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$$

$$f'(x) = 1 \cdot (x+2)(x+3) + (x+1) \cdot 1 \cdot (x+3) + (x+1) \cdot (x+2) \cdot 1$$

$$f'(0) = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 1$$

$$f'(0) = 11$$

Cevap: D

$$6. f(x) = \frac{2x+1}{x^3}$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot x^3 - 3x^2 \cdot (2x+1)}{(x^3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot x^3 - 6x^3 - 3x^2}{x^6}$$

$$f'(x) = \frac{-4x^3 - 3x^2}{x^6}$$

Cevap: B

$$7. \frac{d}{da}(x^4 + a^2 + ax + 3)$$

$$= 0 + 2a + x + 0$$

$$= 2a + x$$

Cevap: B

$$8. f(x) = (2x + 5)^2$$

$$f'(x) = 2 \cdot (2x + 5) \cdot 2$$

$$f'(x) = 8x + 20$$

Cevap: A

## ÇÖZÜMLER

9.  $f(x) = (x^2 + 4x - 5) \cdot (x - 3)^3$

$$f'(x) = (2x + 4) \cdot (x - 3)^3 + (x^2 + 4x - 5) \cdot 3(x - 3)^2 \cdot 1$$

$$f'(1) = (2 + 4) \cdot (-2)^3 + (1 + 4 + 5) \cdot 3 \cdot (-2)^2 \cdot 1$$

$$f'(1) = -48 + 0$$

$$f'(1) = -48$$

Cevap: E

10.  $f(x) = (2x - 1)^3$

$$f'(x) = 3 \cdot (2x - 1)^2 \cdot 2$$

$$f''(x) = 6 \cdot 2 \cdot (2x - 1) \cdot 2$$

$$f''(2) = 6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$$

$$f''(2) = 72$$

Cevap: D

11.  $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$

$$f'(x) = 3x^2 + 4x + a$$

$$f''(x) = 6x + 4$$

$$f'(1) = 3 + 4 + a = a + 7$$

$$f''(1) = 6 + 4 = 10$$

$$a + 7 + 10 = 24 \Rightarrow a = 7$$

Cevap: A

12.  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'\left(\frac{1}{16}\right) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{16}}} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 2$$

Cevap: C

13.  $f(x) = \log^{(6x)}$

$$f'(x) = \frac{6}{6x} \log e = \frac{\log e}{x}$$

Cevap: D

14.  $y = e^{x^3 + x - 10}$

$$y' = (3x^2 + 1) \cdot e^{x^3 + x - 10}$$

$$x = 2 \text{ için } y' = (3 \cdot 4 + 1) \cdot e^{8 + 2 - 10}$$

$$y' = 13$$

Cevap: E

15.  $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 1)$

$$f'(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 1}$$

$$f'(3) = \frac{2 \cdot 3 + 3}{3^2 + 3 \cdot 3 + 1} = \frac{9}{19}$$

Cevap: C

16.  $g(x) = 3x^2 + 4$

$$f(3x + 4) = g(4x - 1) + 12x + 3$$

$$3 \cdot f'(3x + 4) = 4 \cdot g'(4x - 1) + 12$$

$$x = 1 \text{ için;}$$

$$3f'(7) = 3 \cdot g'(3) + 12$$

$$g'(x) = 6x + 0$$

$$g'(3) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$3f'(7) = 4 \cdot 18 + 12$$

$$f'(7) = 28$$

Cevap: C

## ÇÖZÜMLER

17.  $f(x) = \cos 4x$

$f'(x) = -4\sin 4x$

$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = -4 \cdot \sin\left(4 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = -4 \sin \frac{\pi}{2} = -4$

Cevap: A

18.  $f(x) = \sin^2 4x - \cos^2 4x$

$f'(x) = 2 \cdot \sin 4x \cdot \cos 4x \cdot 4 + 2 \cdot \cos 4x \cdot \sin 4x \cdot 4$

$f'(x) = 4 \cdot \sin 8x + 4 \cdot \sin 8x$

$f'(x) = 8 \cdot \sin 8x$

$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 8 \cdot \sin\left(8 \cdot \frac{\pi}{16}\right)$   
 $= 8 \cdot \sin \frac{\pi}{2}$

$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 8$

Cevap: B

19.  $f(x) = \cos^2 2x$

$f'(x) = -2 \cdot \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot 2$

$f'(x) = -2 \cdot \sin 4x$

Cevap: E

20.  $f(x) = 2^{\cos 3x}$

$f'(x) = -\sin 3x \cdot 3 \cdot 2^{\cos 3x} \cdot \ln 2$

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\sin 3 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 3 \cdot 2^{\cos \frac{3\pi}{2}} \cdot \ln 2$

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -(-1) \cdot 3 \cdot 2^0 \cdot \ln 2$

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \ln 8$

Cevap: A

21.  $f(x) = \arccos 4x$

$f'(x) = -\frac{4}{\sqrt{1-(4x)^2}}$

$f'\left(\frac{1}{8}\right) = -\frac{4}{\sqrt{1-\left(4 \cdot \frac{1}{8}\right)^2}} = -\frac{4}{\sqrt{\frac{1}{4}}}$   
 $= -\frac{8\sqrt{3}}{3}$

Cevap: A

22.  $f(x) = x^3 + x^4 + \dots + x^{15}$

$f'(x) = 3x^2 + 4x^3 + \dots + 15x^{14}$

$f'(1) = 3 + 4 + 5 + \dots + 15$

$f'(1) = 117$

Cevap: C

23.  $f(2x + 1) = x^3 + 2x + 4$

$f^{-1}(x^3 + 2x + 4) = 2x + 1$

$(3x^2 + 2) \cdot (f^{-1})'(x^3 + 2x + 4) = 2$

$x = 2$  için;

$(3 \cdot 2^2 + 2)(f^{-1})(16) = 2$

$14 \cdot (f^{-1})(16) = 2 \Rightarrow (f^{-1})'(16) = \frac{1}{7}$

Cevap: D

## ÇÖZÜMLER

24.  $x = t^3 + t$

$y = 3t^2 + 4$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{6t}{3t^2 + 1}$$

$$t = 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{6 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Cevap: D

25.  $f'(3)$  için  $3 > 2$  olduğundan;

$f(x) = 2x + 3$

$f'(x) = 2 \Rightarrow f'(3) = 2$

$f'(1)$  için  $1 < 2$  olduğundan;

$f(x) = 4x^2 + x$

$f'(x) = 8x + 1 \Rightarrow f'(1) = 8 \cdot 1 + 1 = 9$

$f'(3) + f'(1) = 2 + 9 = 11$

Cevap: B

26.  $f(x) = 16 - 3x^3$

$f(2) = 16 - 3 \cdot 8$

$\Rightarrow f(x) = -(6 - 3x^3)$

$f(x) = 3x^3 - 6$

$\Rightarrow f'(x) = 9x^2$

$f'(2) = 9 \cdot 4 = 36$

Cevap: E

27.  $f(x) = (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3) \cdot \dots \cdot (x+13) \cdot (x+14)$

$f'(x) = (x+2) \cdot (x+3) \cdot \dots \cdot (x+14) + (x+1) \cdot (x+3) \cdot \dots \cdot (x+14) + (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+4) \cdot \dots \cdot (x+14) \cdot \dots$

$f'(-1) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 12 \cdot 13 + 0 + 0 + \dots + 0$

$f'(-1) = 13!$

Cevap: B

28.  $f(x) = \cos x$

$f'(x) = \sin x$

$f''(x) = -\cos x$

$f'''(x) = \sin x$

$f^{IV}(x) = \cos x$

$\Rightarrow f^{(22)}(x) = f^{(III)}(x) = \cos x$

22	4
- 20	5
	2

Cevap: A

29.  $f(x) = 6x^2 + 12x$

$f'(x) = 12x + 12$

$f''(x) = 12$

Cevap: C

30.  $f(x.g(x)) = x^3 + 2x + 1$

$(x.g(x))' = f'(x.g(x)) = 3x^2 + 2$

$[g(x) + x.g'(x)].f'(x.g(x)) = 3x^2 + 2$

$x = 1$  için

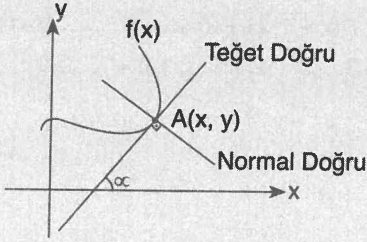
$[g(1) + 1.g'(1)].f'(1.g(x)) = 3 \cdot 1^2 + 2$

$[2 + 4].f'(2) = 5$

$f'(2) = \frac{5}{6}$

Cevap: D

**TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU**



Eğim =  $\tan \alpha = m$

$f(x)$  fonksiyonuna  $A(x_1, y_1)$  noktasında çizilen teğetin eğimi:  $m = f'(x_1)$  dir.

**Teğet Denklemi**

$y - y_1 = f'(x_1) \cdot (x - x_1)$  dir.

**Teğete dik olan normalin eğimi**

$m = -\frac{1}{f'(x_1)}$  dir.

**Normal Denklemi**

$y - y_1 = -\frac{1}{f'(x_1)} \cdot (x - x_1)$  dir.

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

**ÖRNEK**

$f(x) = x^2 + 6x + 3$  fonksiyonuna  $x=2$  noktasında çizilen teğetin denklemini yazın.

**Çözüm:**

$x_1 = 2, y_1 = ? f'(x_1) = ?$

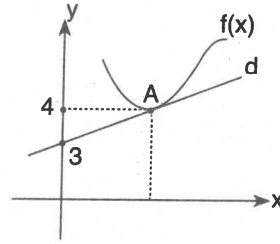
$y_1 = f(2) = 2^2 + 6 \cdot 2 + 3 = 19$

$f'(2) = 2 \cdot 2 + 6 = 10$

$y - y_1 = f'(x) = (x - x_1)$

$y - 19 = 10(x - 2) \Rightarrow y = 10x - 1$

**ÖRNEK**



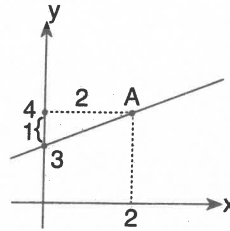
$g(x) = x^2 \cdot f(x) \Rightarrow g'(2) = ?$

**Çözüm:**

$g'(x) = 2x \cdot f(x) + f'(x) \cdot x^2$

$g'(2) = 4 \cdot f(2) + f'(2) \cdot 4$

$f(2) = 4 \quad f'(2) = \text{eğim}$



$m = \frac{1}{2} = f'(2)$

$\Rightarrow g'(2) = 4 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4$

$g'(2) = 16 + 2$

$g'(2) = 18$

## L' HOSPİTAL KURALI

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \text{ veya } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$$

Belirsizliği oluyorsa bu belirsizliği kaldırmak için pay ve paydanın ayrı ayrı türevleri alınarak bulunur.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ tir.}$$

\* Eğer limit  $\frac{0}{0}$  veya  $\frac{\infty}{\infty}$  değilse L' Hospital uygulanmaz.

\* Belirsizlik sona erinceye kadar L' Hospital uygulanabilir.

\*  $0 \cdot \infty$  belirsizliği  $\frac{0}{0}$  veya  $\frac{\infty}{\infty}$  belirsizliğine dönüştürülerek L' Hospital uygulanır.

ÖRNEK

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-16} = ?$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-4}{16-16} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-16} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)^1}{(x^2-16)^1} = \frac{1}{2x} \\ &= \frac{1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x + \sin 0 + 1}{0} = ?$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x + \sin 0 + 1}{0} = \frac{0}{0}$$

$\Rightarrow$  L' Hospital uygulayalım.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x + \sin x + 1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x}{1} \\ &= \frac{\sin 0 + \cos 0}{1} \\ &= 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin x)}{\cot x} = ?$$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin 0^+)}{\cot 0^+} = \frac{\infty}{\infty}$$

$\Rightarrow$  L' Hospital uygulayalım.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin x)}{\cot x} = \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\frac{1}{\sin^2 x}} = (-\cos x \sin x)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} (-\cos x, \sin x) &= -\cos 0, \sin 0 \\ &= -1, 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$



## MAKSİMUM VE MİNİMUM PROBLEMLER

1. Verilenler değişkenlerle ifade edilir.
2. Fonksiyon tek değişkene indirgenir.
3.  $f(x)$ in maksimum veya minimum değeri için.

- ◆  $f'(x_0) = 0 \Rightarrow x_0$  maksimum veya minimum noktasının apsisi,
- ◆  $f(x_0)$  maksimum veya minimum değeri,
- ◆  $(x_0, f(x_0))$  maksimum veya minimum noktası oluyor.

ÖRNEK

$$x, y \in \mathbb{R}^+$$

$$x + 3y = 9 \Rightarrow \max(x.y) = ?$$

Çözüm:

$$x = 9 - 3y$$

$$x.y = y.(9 - 3y)$$

$$\boxed{x.y = 9y - 3y^2} \text{ dir.}$$

$$(9y - 3y^2)' = 0$$

$$9 - 6y = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \max(x.y) = 9y - 3y^2 = 9 \cdot \frac{3}{2} - 3 \cdot \frac{9}{4}$$

$$\max(x.y) = \frac{27}{4}$$

ÖRNEK

$$f(x) = x^2 - 6x + 4$$

$$\Rightarrow \min(f(x)) = ?$$

Çözüm:

$$f'(x) = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$\min f(x) = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 4$$

$$\min f(x) = -5$$

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

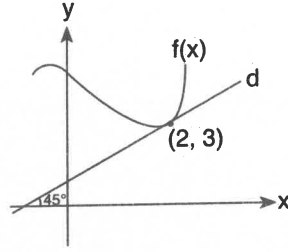
1.  $f(x) = x^3 + x$   
 $\Rightarrow x = 3$  noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?  
 A) 1 B) 6 C) 8 D) 9 E) 28

2.  $y = x^2 - 3x - 2$  eğrisine  $x = 2$  noktasında çizilen teğetin denklemi = ?  
 A)  $y = x - 12$  B)  $y = 2x - 12$   
 C)  $y = x - 6$  D)  $y = x + 6$   
 E)  $y = 2x - 6$

3.  $y = 3x + x \cdot \ln x$  eğrisine  $(1,3)$  noktasında çizilen teğetin denklemi = ?  
 A)  $y = 4x - 1$  B)  $y = 3x - 1$  C)  $y = 2x + 3$   
 D)  $2y = 3x - 4$  E)  $y = x + 6$

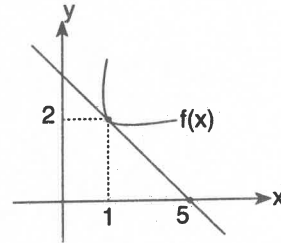
4.  $f(x) = 3x^2 + 2ax$  fonksiyonunun  $x = 1$  noktasındaki eğimi 9 ise  $a = ?$   
 A) 1 B)  $\frac{3}{2}$  C) 2 D)  $\frac{5}{2}$  E) 3

5.



- $g(x) = 2x^3 + (x^2+1) \cdot f(x)$  ise  $g'(2) = ?$   
 A) 34 B) 35 C) 36 D) 42

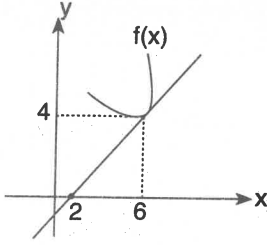
6.



- $g(x) = (x^2+4) \cdot f(x) \Rightarrow g'(1) = ?$   
 A) 4 B)  $\frac{5}{2}$  C) 2 D)  $\frac{3}{2}$  E) 1

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

7.

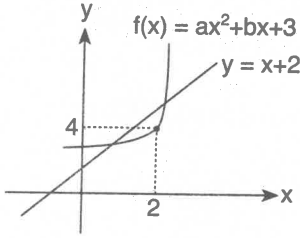


$$\text{ve } g(x) = f^2(x+4)$$

$$\Rightarrow g'(2) = ?$$

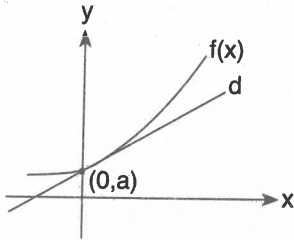
- A) -2    B) 2    C) 4    D) 6    E) 8

8.



$$\Rightarrow b = ?$$

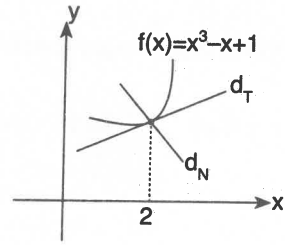
- A) 0    B) 1    C) 2    D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{1}{4}$

9.  $f(x) = e^{4x}$ 

$$\Rightarrow d = ?$$

- A)  $y = x - 4$     B)  $y = 2x - 3$     C)  $y = 3x - 4$   
D)  $y = 4x - 3$     E)  $y = 4x + 3$

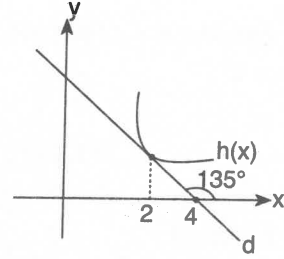
10.



$$\Rightarrow d_N = ?$$

- A)  $x = -15$     B)  $y = -15$     C)  $y = \frac{-x+79}{11}$   
D)  $y = 2x+3$     E)  $y = \frac{x-1}{7}$

11.

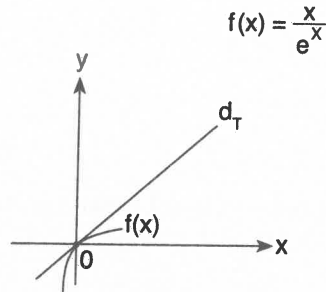


$$f(x) = x^3 \cdot h(x)$$

$$\Rightarrow f'(2) = ?$$

- A) 8    B) 16    C) 24    D) -16    E) -24

12.



$$\Rightarrow d_T = ?$$

- A)  $y = x + 8$     B)  $y = 2x - 1$     C)  $y = x$   
D)  $y = x + 1$     E)  $y = x - 1$

## ÇÖZÜMLER

1.  $f(x) = x^3 + x$

$M = f'(x) = 3x^2 + 1$

$M = f'(3) = 3 \cdot 3^2 + 1$

$M = 28$

Cevap: E

2.  $y = x^2 - 3x - 2$

$y - y_1 = f'(x_1) \cdot (x - x_1)$  Teğet denklemi

$x_1 = 2^2 - 3 \cdot 2 - 2 = -4$

$f'(x) = 2x - 3$

$f'(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 1$

$y - (-4) = 1 \cdot (x - 2)$

$y = x - 6$

Cevap: C

3.  $y = 3x + x \cdot \ln x$

$x_1 = 1, y_1 = 3$

$f'(x) = 3 + x \cdot \frac{1}{x} + 1 \cdot \ln x$

$f'(1) = 3 + 1 = 4$

$y - 3 = 4 \cdot (x - 1)$

$y = 4x - 1$

Cevap: A

4.  $f(x) = 3x^2 + 2ax$

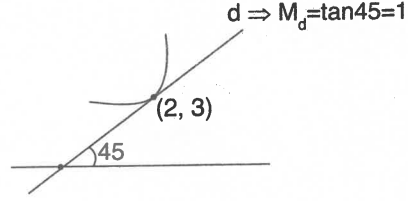
$f'(1) = 9$

$2 \cdot 3x + 2a = 9$

$6 \cdot 1 + 2a = 9 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

Cevap: B

5.



$f(2) = 1$

$f(2) = 3$

$g(x) = 2x^3 + (x^2 + 1) \cdot f'(x)$

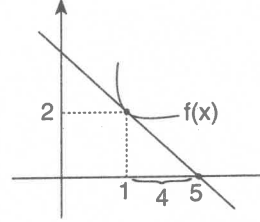
$g'(x) = 6x^2 + 2x \cdot f'(x) + (x^2 + 1) \cdot f''(x)$

$g'(2) = 6 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot f'(2) + (2^2 + 1) \cdot f''(2)$

$g'(2) = 24 + 12 + 5 = 41$

Cevap: D

6.



$f(1) = 2$

$f'(1) = \text{eğim}$

$M = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

$f'(1) = -\frac{1}{2}$

$g(x) = (x^2 + 4) \cdot f(x)$

$g'(x) = 2x \cdot f'(x) + (x^2 + 4) \cdot f''(x)$

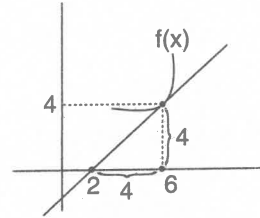
$g'(1) = 2 \cdot 1 \cdot f'(1) + (1 + 4) \cdot f''(1)$

$= 2 \cdot 2 - 5 \cdot \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{2}$

Cevap: D

7.



$f(6) = 4$

$f'(6) = M$

$M = \frac{4}{4} = 1$

$f'(6) = 1$

$g(x) = f^2(x+4)$

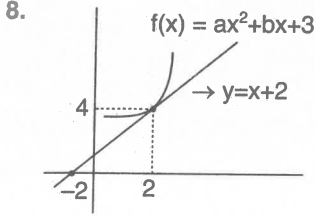
$g'(x) = 2 \cdot f'(x+4) \cdot f'(x+4)$

$g'(2) = 2 \cdot f(6) \cdot f'(6)$

$g'(2) = 2 \cdot 4 \cdot 1 = 8$

Cevap: E

## ÇÖZÜMLER



$$f(2) = 4$$

$$f'(2) = 1$$

$$f(x) = ax^2 + bx + 3$$

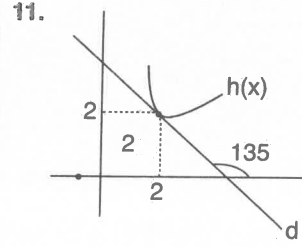
$$f'(x) = 2ax + b$$

$$4a + 2b + 3 = 4 \Rightarrow 4a + 2b = 1$$

$$4a + b = 1 \Rightarrow 4a + b = 1$$

$$\Rightarrow b = 0$$

Cevap: A



$$Md = h'(2) = -1$$

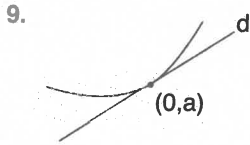
$$f(x) = x^3 \cdot h(x)$$

$$f'(x) = 3x^2 \cdot h(x) + x^3 h'(x)$$

$$f'(2) = 3 \cdot 2^2 \cdot h(2) + 2^3 h'(2)$$

$$f'(2) = 12 \cdot 2 + 8 \cdot (-1) = 16$$

Cevap: B



$$f(x) = e^{4x}$$

$$f'(x) = 4e^{4x}$$

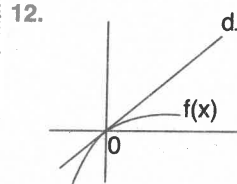
$$f(0) = e^{4 \cdot 0} = 1$$

$$f'(0) = 4 \cdot e^0 = 4$$

$$y - 1 = 4(x - 0)$$

$$d : y = 4x + 1$$

Cevap: D



$$f(x) = \frac{x}{e^x}$$

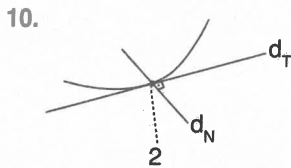
$$f(0) = \frac{0}{e^0} = 0$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot e^x - e^x \cdot x}{(e^x)^2}$$

$$f'(0) = \frac{e^0 - e^0 \cdot 0}{(e^0)^2} \cdot (x - 2)$$

$$d_T : y - 0 = 1 \cdot (x - 0)$$

Cevap: C



$$f(x) = x^3 - x + 1$$

$$f(2) = 8 - 2 + 1$$

$$f(2) = 7$$

$$f'(2) = 3x^2 - 1 = 3 \cdot 2^2 - 1 = 11$$

$$d_N : y - 7 = -\frac{1}{11} \cdot (x - 2)$$

$$y = \frac{-x + 79}{11}$$

Cevap: C

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 3

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \arcsin x}{\sin 2x} = ?$

- A) 0      B) 1      C)  $\frac{2}{3}$       D)  $\frac{4}{3}$       E)  $\frac{1}{6}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\ln x} = ?$

- A)  $-\frac{1}{2}$       B) 0      C)  $\frac{1}{2}$       D) 1      E) 2

3.  $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \cdot \ln(x^2-1) = ?$

- A)  $-\frac{1}{2}$       B) -2      C) 0      D) 1      E) 4

4.  $f(x) = x^2 + 4x + 1$

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3x+1) - f(x+7)}{x^2 - 9} = ?$

- A) 2      B) 4      C) 5      D) 6      E) 8

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - ax + b}{3x - 6} = 4 \Rightarrow b = ?$

- A) -24      B) -20      C) -18  
D) -16      E) -12

6.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x \cdot \sin(\cos x) = ?$

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 3

7.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(1) = 4$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1-2h)}{h} = ?$$

- A) 20    B) 18    C) 16    D) 12    E) 10

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + \sin x}{e^{4x} - 1} = ?$

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E)
- $\infty$

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)^x = ?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E) 3

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x^2 + 3x} = ?$

- A) -6    B) -4    C) -2    D) 0    E) 2

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{\sin 2x} = ?$

- A) 3    B) 6    C) 2    D) 0    E) -1

12.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[5]{x-1}}{\sqrt[3]{x-1}} = ?$

- A) 0    B) 1    C) 2    D)
- $\frac{3}{5}$
- E)
- $\frac{8}{5}$

## ÇÖZÜMLER

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 + \arcsin 0}{\sin 0} = \frac{0}{0}$$

L' Hospital uygulayalım

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \arcsin x}{\sin x} &= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{2 \cos 2x} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{1-0}}}{2 \cdot \cos 0} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

Cevap: B

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\ln \sqrt{x}} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{\ln x} = \frac{1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{x}} = \frac{2}{1} = 2$$

Cevap: A

$$3. \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1), \ln(x^2-1) = 0, \infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1), \ln(x^2-1) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x^2-1)}{x-1} \\ &= \frac{\frac{2x}{x^2-1}}{\frac{1}{(x-1)^2}} = \frac{2x}{(x-1) \cdot (x+1)} \cdot \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{-1} \\ &= \frac{2x \cdot (x-1)}{-(x+1)} \end{aligned}$$

$$x \rightarrow 1 \Rightarrow = 0$$

Cevap: C

$$4. f(x) = x^2 + 4x + 1$$

$$f'(x) = 2x + 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3x+1) - f(x+7)}{x^2-9} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3f'(3x+1) - f'(x+7)}{2x} &= \frac{2f'(10)}{6} \\ &= \frac{f'(10)}{3} \end{aligned}$$

$$f'(10) = 2 \cdot 10 + 4 = 24$$

$$\Rightarrow \frac{24}{3} = 8$$

Cevap: E

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + b}{3x - 2} = \frac{0}{0} \text{ olmalıdır.}$$

$$x^2 - ax + b = 0$$

$$4 - 2a + b = 0$$

$$2a - b = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + b}{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - a}{3}$$

$$\frac{2 \cdot 2 - a}{3} = 4 \Rightarrow \boxed{a = -8}$$

$$2a - b = 4 \Rightarrow -16 - b = 4 \Rightarrow b = -20$$

Cevap: B

$$6. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x \cdot \sin(\cos x) = \infty, 0$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x (\cos x)}{\tan x} &= \frac{-\sin x \cdot \cos(\cos x)}{(1 + \tan^2 x) \tan^2 x} \\ &= \frac{-\sin x \cdot \cos(\cos x)}{\frac{1}{\cos^2 x} \sin^2 x} = 1 \end{aligned}$$

Cevap: D



## ÇÖZÜMLER

$$7. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1-2h)}{h} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3f'(1+3h) + 2f'(1-2h)}{1}$$

$$= 5f'(1)$$

$$= 5 \cdot 4 = 20$$

Cevap: A

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + \sin x}{e^{4x} - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 + \cos x}{4e^{4x}} = \frac{3 + \cos 0}{4 \cdot e^{4 \cdot 0}} = \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

Cevap: B

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)^x = 0^0$$

$$(e^x - 1)^x = y \text{ olsun.}$$

$$\ln y = \ln(e^x - 1)^x = x \cdot \ln(e^x - 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln(e^x - 1) = 0 \cdot \infty$$

$$= \frac{\ln(e^x - 1)}{\frac{1}{x}} = \frac{e^x}{e^x - 1} = \frac{e^x \cdot x^2}{e^x - 1} = \frac{0}{0}$$

$k \in \mathbb{Z}$  L'Hospital uygulayalım.

$$= \frac{e^x \cdot x^2 + 2xe^x}{e^x} = \frac{e^0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \cdot e}{e^0} = 0$$

$$\ln y = 0 \Rightarrow y = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 1 = 1$$

Cevap: C

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x^2 + 3x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \cdot \cos 6x}{2x + 3} = \frac{6 \cdot 1}{3} = 2$$

Cevap: E

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{\sin 2x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3e^{3x} + 3e^{-3x}}{2 \cdot \cos 2x} = \frac{3 + 3}{2} = 3$$

Cevap: A

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[5]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}$$

Cevap: D

## TEST - 1

1.  $f(x) = x^3 + 2x + 1$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = ?$$

- A) 24      B) 25      C) 26      D) 28      E) 29

2.  $f(x) = 2x^2 + ax + 4$

$$f'(1) = 10 \Rightarrow a = ?$$

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 10      E) 12

3.  $f(x) = x^2 + 2x$

$$g(x) = x^3 - 4$$

$$\Rightarrow (f \circ g)'(1) = ?$$

- A) -12      B) 3      C) -6      D) -2      E) 9

4.  $\frac{d}{dx}(3a^3 - 4) = ?$

- A) -1      B) 0      C) 5      D) 7      E) 9

5.  $y = \sin x^2 - \sin 2x$

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x = \frac{\pi}{6}} = ?$$

- A)  $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$       B)  $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$       C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
D)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{2}$       E)  $\frac{1}{2}$

6.  $\left. \begin{array}{l} x = t^2 + 2t + 3 \\ y = t^3 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{t=2} = ?$

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

## TEST - 1

7.  $f: [4, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = x^2 - 5x + 4$   
 $\Rightarrow (f^{-1})'(10) = ?$

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{1}{5}$     C)  $\frac{1}{6}$     D)  $\frac{1}{7}$     E)  $\frac{1}{8}$

8.  $f(x) = x \cdot \arctan x$   
 $\Rightarrow f'(1) = ?$

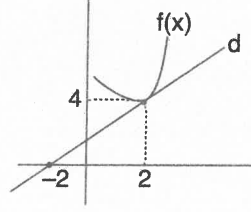
- A)  $\frac{\pi}{4}$     B)  $\frac{\pi+1}{4}$     C)  $\frac{\pi-1}{4}$   
D)  $\frac{\pi-2}{4}$     E)  $\frac{\pi+2}{4}$

9.  $y = e^{3x} \cdot \sin x$

$$\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0} = ?$$

- A) 0    B) 6    C) 9    D) 12    E) 15

10.



$$g(x) = x^3 + f^2(x) \Rightarrow g'(2) = ?$$

- A) 30    B) 20    C) 10    D) 0    E) -10

11.  $f(x) = \sqrt[5]{(x+2)^4} \Rightarrow f'(-1) = ?$

- A)  $\frac{4}{5}$     B) 1    C)  $\frac{6}{5}$     D)  $\frac{7}{5}$     E)  $\frac{8}{5}$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $f(2x-4) = (2x^3+3x)^2$

$$\Rightarrow f'(2) = ?$$

- A) 196    B) 276    C) 296    D) 593    E) 594

1.E    2.B    3.A    4.B    5.A    6.C    7.D    8.E    9.B    10.C    11.A    12.E

## TEST - 2

1.  $f(x) = \begin{cases} 6x + 1, & x \leq 2 \\ 2x^2 + 4, & x > 2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=2} = ?$$

- A) 12    B) 10    C) 8    D) 6    E) Yoktur

2.  $f(x) = |x^2 - 3x - 5|$   
 $f'(4) + f'(-2) = ?$

- A) -14    B) -12    C) -10    D) -8    E) -6

3.  $f(x) = 2x - 3$   
 $g(x) = x^2 + x$   
 $\Rightarrow (f \circ g)'(2) = ?$

- A) 10    B) 12    C) 17    D) 23    E) 27

4.  $f(4x+1) = x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 3$   
 $\Rightarrow f'(5) = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D)  $\frac{25}{2}$     E) 13

5.  $f(x) = e^{4x+2} \Rightarrow f'(0) = ?$

- A) 0    B) e    C)  $2e^2$     D)  $4e^2$     E)  $4e^6$

6.  $f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 3x + 9}$   
 $\Rightarrow f'(3) = ?$

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{2}{5}$     C)  $\frac{1}{6}$     D)  $\frac{3}{10}$     E)  $\frac{1}{12}$

## TEST - 2

7.  $y = \log_2(x^3 + x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = ?$

A)  $\frac{1}{x^3+x} \cdot \log_2^e$

B)  $\frac{3x^2}{x^3+x}$

C)  $\frac{3}{x+1} \cdot \ln 2$

D)  $\frac{3x^2+1}{x^3+x}$

E)  $\frac{3x^2+1}{x^3+1} \cdot \log_2^e$

8.  $f(x) = \tan(\cos x)$   
 $\Rightarrow f' \left( \frac{\pi}{2} \right) = ?$

A) -1

B) 0

C)  $\pi$

D) 2

E)  $\frac{\pi}{3}$

9.  $f(x) = \text{Arctan}x - \text{Arccot}x$   
 $\Rightarrow f'(x) = ?$

A)  $\frac{2}{x^2+x}$

B)  $\frac{2}{x^2+1}$

C) 0

D)  $\frac{2x}{x^2+1}$

E)  $\frac{x}{x^2+1}$

10.  $f: \left[ \frac{3}{2}, \infty \right) \rightarrow \mathbb{R} = ?$

$f(x) = x^2 - 3x - 1$   
 $\Rightarrow (f^{-1})'(-3) = ?$

A) 5

B) 3

C) 2

D) 1

E) 0

11.  $f(x, y) = x^3 \cdot y + y^2x + y + 2 = 0$   
 $\Rightarrow f'(0, 1) = ?$

A)  $-\frac{3}{10}$

B)  $-\frac{2}{5}$

C) -4

D) -1

E) 0

12.  $y = 2\sin^2\theta$   
 $x = -\cos\theta \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{\theta = \frac{\pi}{6}} = ?$

A)  $\frac{1}{2}$

B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C)  $4\sqrt{3}$

D)  $2\sqrt{3}$

E)  $\sqrt{3}$

1.E 2.B 3.A 4.B 5.D 6.C 7.E 8.A 9.B 10.D 11.D 12.D

## TEST - 3

1.  $f(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 \Rightarrow f'(0) = ?$

- A) 6      B) 8      C) 10      D) 3      E) 2

2.  $f(x) = 3^x \cdot \sqrt{3^x} \cdot \sqrt{3^x}$   
 $\Rightarrow f'(0) = ?$

- A)  $\frac{7}{4} \ln 3$       B)  $\frac{1}{4} \ln 3$       C)  $\ln 3$   
 D)  $2 \ln 3$       E)  $\ln 3 + 1$

3.  $f(x) = 6x^2 + 2x$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = ?$$

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

4.  $y = \sin^2 4x \Rightarrow \frac{d^4 y}{dx^4} = ?$

- A)  $8^4 \cdot \cos 8x$       B)  $-4 \cdot 8^3 \cdot \cos 8x$   
 C)  $\sin 8x$       D)  $4 \cdot 8^3 \cos 8x$   
 E)  $-8^4 \cos 8x$

5.  $f(x) = \ln(2^{\sin x} + 3^{\cos x})$   
 $\Rightarrow f'(0) = ?$

- A)  $\ln 5$       B)  $\frac{\ln 2}{2}$       C)  $\frac{\ln 3}{3}$       D)  $\frac{\ln 5}{\ln 2}$       E)  $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

6.  $f(x) = (x^3 + 1) \cdot (x^2 + x + 2)$   
 $f'(1) = ?$

- A) 4      B) 10      C) 12      D) 18      E) 24

## TEST - 3

7.  $f(x) = \text{Arccot}(\tan x)$

$f'(x) = ?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D)  $\tan x$     E)  $\cot x$

8.  $f(x) = e^{\sin x - \cos x}$

$f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = ?$

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

9.  $f(x) = e^{\ln x} \cdot \tan(\text{arccot} x)$

$\Rightarrow f'(1) = ?$

- A) 5    B) 3    C) 2    D) 1    E) 0

10.  $f(x) = (\ln x)^x \Rightarrow f'(e) = ?$

- A) 0    B) 1    C) e    D)  $e^2$     E)  $3e^2$

11.  $f(x) = e^x + \ln x$

$\Rightarrow f^{(20)}(x) = ?$

- A)  $e^x + \frac{19!}{x^{20}}$     B)  $-e^x + 19!$     C)  $e^x - \frac{19!}{x^{20}}$   
 D)  $\frac{19!}{x^{20}}$     E)  $e^x - \frac{20!}{x^{20}}$

12.  $y \cdot \cos x = \sin y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = ?$

- A)  $\frac{\sin x}{\cos y}$     B)  $\frac{\cos y}{\sin x}$     C)  $\frac{\sin x - \cos y}{\sin y + \cos x}$   
 D)  $\frac{\sin x - \tan y}{\cos x + \tan y}$     E)  $\frac{\sin y \cdot \tan x}{\cos x - \cos y}$

1.A    2.A    3.C    4.B    5.C    6.D    7.A    8.E    9.E    10.B    11.C    12.E

## TEST - 4

1.  $f(x) = 4x + 6 \Rightarrow f'(200) = ?$

- A) 4    B) 6    C) 200    D) 600    E) 800

2.  $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{50}$   
 $\Rightarrow f'(1) = ?$

- A) 50    B) 100    C) 978    D) 1953    E) 1275

3.  $f(x) = x^2 + \sqrt{2x} - 4$   
 $\Rightarrow f'(8) = ?$

- A) 16    B)
- $\frac{63}{4}$
- C)
- $\frac{65}{4}$
- D)
- $\frac{23}{2}$
- E)
- $\frac{64}{5}$

4.  $f(x) = (1 + \sin x)^3$

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = ?$

- A) -2    B) 0    C) 1    D) 2    E) 4

5.  $f(x) = x \cdot \ln(x^3) \Rightarrow f'(x) = ?$

- A) 1    B)
- $\ln x$
- C)
- $3 + \ln x$
- 
- D)
- $3 + \ln(x^3)$
- E)
- $3 + (\ln x)^3$

6.  $f(x) = \tan(\sin 4x) \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = ?$

- A) 0    B) -2    C)
- $\tan x$
- D) -4    E)
- $-\sin x$



**TEST - 4**

7.  $4xy + x^2 - 5y = 0$

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = ?$$

- A) -3    B) -2    C) -1    D)  $-\frac{1}{2}$     E)  $-\frac{4}{3}$

8.  $f(x) = \ln(e^{3x} \cdot x)$   
 $\Rightarrow f'(1) = ?$

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

9.  $f(x) = \ln(x^2 \cdot \ln x^3)$   
 $\Rightarrow f'(e) = ?$

- A) 2e    B) 3e<sup>2</sup>    C) 9e    D) 3e<sup>-1</sup>    E) e<sup>-1</sup>

10.  $f(x) = \frac{x^2}{\ln x} \Rightarrow f'(e) = ?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) e    E) -e

11.  $y = \frac{\cos x}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{x=\pi} = ?$

- A)  $-\pi$     B)  $\pi^{-1}$     C)  $\pi^{-2}$     D)  $2\pi^{-2}$     E)  $3\pi^{-1}$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $f(x) = [4 + (x^2 - 2x + 1)^2]^2$   
 $\Rightarrow f'(2) = ?$

- A) 1    B) 5    C) 10    D) 20    E) 40

1.A    2.E    3.C    4.B    5.D    6.D    7.B    8.E    9.D    10.D    11.C    12.E

## TEST - 5

1.  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = ?$$

- A) 0      B) 2      C) 4      D) 8      E) 16

2.  $f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < 1 \\ x^2 - b, & x \geq 1 \end{cases}$

fonksiyonunun  $x = 1$  noktasında türevi varsa  $a + b = ?$

- A) -2      B) -1      C) 1      D) 2      E) 3

3.  $f(x) = x^2 - 2x$

$g(x) = 3x + 1$

$\Rightarrow h(x) = f \circ g(x) \Rightarrow h'(2) = ?$

- A) 3      B) 7      C) 28      D) 35      E) 36

4.  $f: [2, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$

$f(x) = x^2 - 4x \Rightarrow (f^{-1})'(0) = ?$

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 2      D) 4      E) 8

5.  $f(x) = 2^{x^3+2} \Rightarrow f'(1) = ?$

- A)  $12 \cdot 2^{10}$       B)  $2^{12} \cdot \ln 8$       C)  $12 \ln 2$   
D)  $2^{10} \ln 2$       E)  $\ln 2^{10}$

6.  $\frac{d}{dx} [(x^2 - 4x + 3) \cdot (x^2 + 1)]$  ifadesi  $x = 1$  için kaçtır ?

- A) -8      B) -6      C) -4      D) 4      E) 8

## TEST - 5

7.  $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{x^2 + 6}$

$\Rightarrow f'(\sqrt{3}) = ?$

- A)
- $\sqrt{3}$
- B) 3 C)
- $6\sqrt{3}$
- D)
- $7\sqrt{3}$
- E)
- $8\sqrt{3}$

8.  $f^2(x^3 - 2) = x^3 + x^2 + 1$

$\Rightarrow f(6) \cdot f'(6) = ?$

- A) 0 B) 1 C)
- $\frac{2}{3}$
- D)
- $\frac{3}{4}$
- E)
- $\frac{5}{6}$

9.  $y = t^2 + 3t + 1$

$t = u^3 - 6$

$u = 2x^2 - x - 4$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{x=2} = ?$

- A) 7 B) 84 C) 288 D) 588 E) 589

10.  $f(x) = \ln(\cos x) \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = ?$

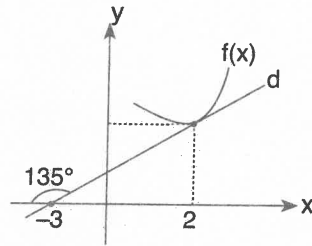
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

11.  $F(x,y) = 3x^3 - 3xy^2 + 8y - 4 = 0$

$\Rightarrow F'(1,0) = ?$

- A)
- $-\frac{9}{8}$
- B)
- $-\frac{8}{9}$
- C)
- $\frac{8}{9}$
- D)
- $\frac{9}{8}$
- E) 0

12.



$g(x) = (x+1) \cdot f(3x-4)$

$\Rightarrow g'(2) = ?$

- A) 0 B) 5 C) 25 D) 45 E) 50

## TEST - 5

13.  $f(x) = \sin 2x$

$$\Rightarrow \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = ?$$

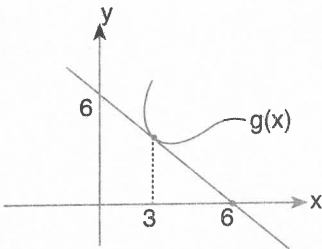
- A) 0      B)  $2^{21}$       C)  $-2^{21}$       D)  $2^{22}$       E)  $2^{20}$

14.  $y = \cos^2(2^{\sin x})$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = ?$$

- A) 0      B)  $\ln \frac{1}{2} \cdot \sin 2$       C)  $-\ln 2$   
D)  $\ln 2 \sin 2$       E)  $\ln 4 \sin^2 1$

15.

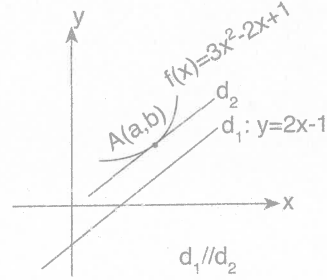


$$h(x) = f(x) \cdot g(x) + f'(x)$$

$$\Rightarrow h'(3) = ?$$

- A) -8      B) -6      C) 2      D) 4      E) 8

16.



$$a = ?$$

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D) 1      E) 2

17.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x + 2x^2 - 2}{e^x - e} = ?$

- A)  $-\frac{1}{e}$       B)  $\frac{1}{e}$       C)  $\frac{2}{e}$       D)  $\frac{3}{e}$       E)  $\frac{5}{e}$

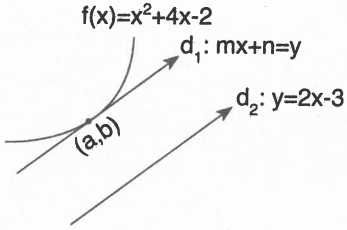
18.  $f(x) = x^2$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - f^2(2)}{x - 2} = ?$$

- A) 4      B) 2      C) 8      D) 12      E) 16

## TEST - 5

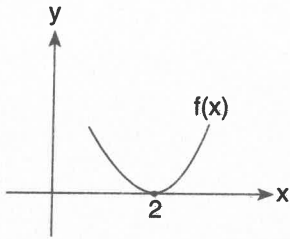
19.



$$d_1 // d_2 \Rightarrow a + b = ?$$

- A) -3    B) -4    C) -5    D) -6    E) -6

20.



$$f(x) = x^3 + ax^2 - 4x + 6 \Rightarrow b = ?$$

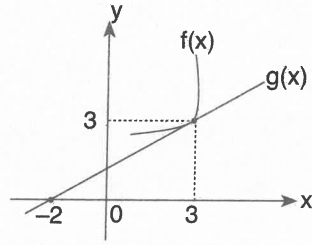
- A) 2    B) 4    C) 6    D) 7    E) 8

$$21. f(3x+2) = x^3 - 3x^2 + 15x$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(+x+2) - f(5)}{3x-3} = ?$$

- A) 5    B) 4    C) 3    D) 2    E) 1

22.



$$(f \circ g)'(3) = ?$$

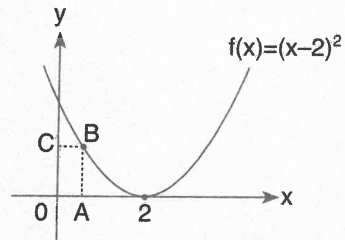
- A)  $\frac{9}{25}$     B)  $\frac{8}{25}$     C)  $\frac{1}{25}$     D)  $\frac{1}{5}$     E)  $\frac{3}{16}$

$$23. f(x) = x^2 - 8x + 3$$

$$\Rightarrow \min f(x) = ?$$

- A) -13    B) -6    C) 6    D) 13    E) 15

24.



$$\max.[Ç(ABC0)] = ?$$

- A)  $\frac{5}{2}$     B) 3    C)  $\frac{7}{2}$     D) 4    E)  $\frac{9}{2}$

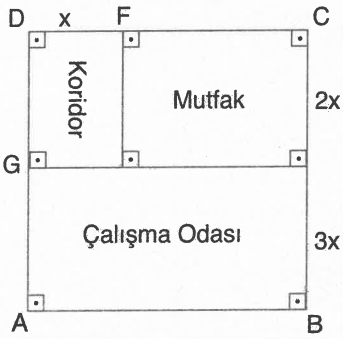
## TEST - 5

25.  $x + y = 6$

max  $(x^2y^3)$  için  $x = ?$ 

- A) 5      B) 4      C) 3      D)  $\frac{12}{5}$       E)  $\frac{9}{5}$       A) -1      B) 0      C)  $\log_5 e$       D)  $\log_5^3$       E)  $\ln 5$

26.



ABCD dikdörtgen

$\Ç(ABCD) = 72m$

Mutfağın maksimum alanlı olması için  $x = ?$ 

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

27.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\arctan x + \arcsin x}{4x} \right) = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$       B) 1      C) 2      D)  $\frac{5}{2}$       E) 3

28.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log_5^{(x-1)}}{x-2} = ?$

- A) -1      B) 0      C)  $\log_5 e$       D)  $\log_5^3$       E)  $\ln 5$

29.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\ln(x+1))^{\frac{1}{x+1}} = ?$

- A) 0      B) 1      C) 2      D)  $\infty$       E) Yoktur

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

30.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \left( (x - \pi) \cdot \tan \frac{x}{2} \right) = ?$

- A) 2      B) 1      C) 0      D) -1      E) -2

1.C	2.A	3.E	4.A	5.B	6.C	7.D	8.C	9.D	10.A	11.A	12.E	13.C	14.B	15.B
16.A	17.E	18.E	19.D	20.E	21.B	22.A	23.A	24.C	25.D	26.C	27.A	28.C	29.B	30.E

## EXTRA SORULAR

1.  $f(x) = (x-1) - (x-1)$

$\Rightarrow f'(-2) + f'(2) = ?$

- A) 0      B) 2      C) 3      D) -2      E) -3

2.  $f(x) = x \cdot \ln(xe^x) \cdot e^x$

$\Rightarrow f'(1) = ?$

- A)  $e^2$       B)  $2e$       C)  $3e$       D)  $4e$       E)  $6e$

3.  $y = f(x)$

$\sin^2 x + \cos^2 y = \sin(x+2y)$

$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=\pi, y=\pi} = ?$

- A) -1      B) -2      C)  $-\frac{1}{2}$       D) 2      E)  $\frac{1}{2}$

4.  $\left. \begin{array}{l} f(x) = 2^x \\ g(x) = \log_2(x+1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{f'(x)}{g'(x)} = ?$

- A)  $2^x \cdot (x+1) \cdot \ln^2 2$       B)  $\frac{2^x}{\log_2(x+1)}$       C)  $\frac{2^x}{x+1}$   
D)  $\frac{2^x}{\ln x}$       E)  $\frac{\ln 2}{\log_2 x}$

5.  $\left. \begin{array}{l} x = 3t^2 - 1 \\ y = t^3 - 2t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{t=1} = ?$

- A) -2      B) -6      C)  $-\frac{1}{6}$       D)  $\frac{1}{2}$       E) 3

6.  $f(x) = 3(\sin^3 3x)^2$

$f'\left(\frac{\pi}{18}\right) = ?$

- A)  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$       B)  $\frac{27\sqrt{3^5}}{2}$       C)  $\frac{\sqrt{3}}{2^5}$   
D)  $\frac{27\sqrt{3}}{32}$       E)  $54\sqrt{3}$

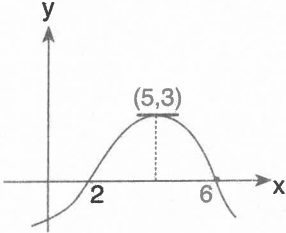
## EXTRA SORULAR

7.  $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^3+3}\right) - e^{-x+1}$

$\Rightarrow f'(0) = ?$

- A)  $1+e$     B)  $\ln 3$     C)  $1$     D)  $-e$     E)  $e$

8.



$g(x) = \frac{f(x)}{x} \Rightarrow g'(5) = ?$

- A)  $-\frac{3}{25}$     B)  $-\frac{3}{5}$     C)  $0$     D)  $\frac{3}{5}$     E)  $\frac{3}{25}$

9.  $f(x) = (\ln(x+1) + \sin 2x)^3 + x \cdot e^x$

$f'(0) = ?$

- A)  $0$     B)  $1$     C)  $\ln 4$     D)  $2$     E)  $e$

10.  $f(x) = (x^2 - 3)^{10}$

$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+5h) - f(2+3h)}{h} = ?$

- A)  $20$     B)  $40$     C)  $80$     D)  $90$     E)  $100$

11.  $\left. \begin{array}{l} f(x) = x^2 + 2 \\ g(x) = f(x-1) \end{array} \right\} \Rightarrow g'(2) = ?$

- A)  $0$     B)  $1$     C)  $2$     D)  $3$     E)  $4$

12.  $f(x) = \ln(x^2 \cdot e^x) \Rightarrow f'(1) = ?$

- A)  $0$     B)  $e$     C)  $1$     D)  $2e$     E)  $3$



## EXTRA SORULAR

13.  $x^2 + \cos x + y^2 + 4 = 0$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\substack{x=\frac{\pi}{2} \\ y=1}} = ?$$

- A)  $\frac{1-\pi}{2}$     B)  $\frac{1+\pi}{2}$     C)  $\frac{3-\pi}{2}$     D)  $\pi$     E) 0

14.  $f(x) = x \cdot \sin x$

$$\Rightarrow (f'' + f')(-\pi) = ?$$

- A) -1    B) -2    C) 0    D) 1    E) 2

15.  $f(2x+1) = x^3 - 6x + 1$

$$f'(1) = ?$$

- A) -3    B) -2    C) 0    D) 1    E) 5

16.  $f(x) = e^x \cdot \sin x$

$$f'(0) = ?$$

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) e

17.  $f(x) = \frac{x}{\ln x} \Rightarrow f'(e) = ?$

- A) -e    B)  $\frac{1}{e}$     C) 0    D) 1    E) e

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

18.  $f(x) = \frac{Mx+4}{x-1}$ ,  $f'(2) = -5$

$$\Rightarrow M = ?$$

- A) -3    B) 0    C) 1    D) 2    E) 4

## EXTRA SORULAR

19.  $f(x) = \tan(\sin 2x) \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = ?$

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

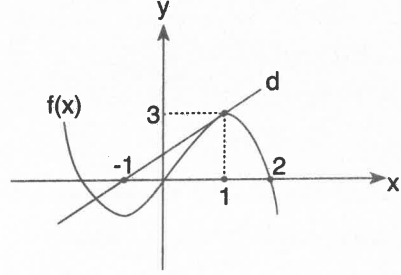
20.  $f(x) = \log e^x \Rightarrow f'(x) = ?$

- A)  $\ln e^x$       B)  $\log x$       C)  $\log e$       D)  $\log x^2$       E)  $\log e^x$

21.  $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{x}} \Rightarrow f(2) \cdot f'(2) = ?$

- A) 1      B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{1}{8}$       E)  $\frac{1}{12}$

22.



$f'(1) + f(2) = ?$

- A) 1      B)  $\frac{3}{2}$       C) 2      D)  $\frac{5}{2}$       E) 3

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\tan 2x)}{\ln(\tan 3x)} = ?$

- A) 1      B)  $\frac{3}{2}$       C)  $\frac{2}{3}$       D) 0      E) 2

24.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{1 - \tan x} = ?$

- A) 1      B) 0      C)  $\sqrt{2}$       D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

### BELİRSİZ İNTEGRAL

\* İntegral işlemi, türevi  $f'(x)$  ya da diferansiyeli  $f'(x) \cdot dx$  olan  $f(x)$  fonksiyonunu bulma işlemidir.

$$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, F: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

tanımlı ve türevlenebilen iki fonksiyon olsun.

$\forall x \in (a, b)$  için  $F'(x) = f(x)$  ise  $F(x)$  fonksiyonuna  $f(x)$  in belirsiz integrali denir. (ilkeli)

$$F'(x) = f(x) \Leftrightarrow \int f(x) dx = F(x) + c$$

$c$  integral sabiti.

$$* * d(f(x)) = f'(x) dx$$

#### ÖRNEK-1

$5x^4 dx$  in ilkeli  $x^5 + c$  dir.

(Yani türevi alınmadan önceki hali)

#### ÖRNEK-2

$$\int 5x^4 dx = x^5 + c$$

#### ÖRNEK-3

$$\int 2x dx = x^2 + c$$

#### ÖRNEK-4

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

↓                      ↑  
Kimin türevi

#### ÖRNEK-5

$$d(x^3) = 3x^2 dx$$

#### ÖRNEK-6

$$d(\ln x) = \frac{1}{x} dx$$

#### ÖRNEK-7

$$d(\sin x) = \cos x dx$$

#### ÖRNEK-8

$$d(\tan x) = (1 + \tan^2 x) dx$$

### Belirsiz İntegralin Özellikleri

$$1. \int d(f(x)) = f(x) + c$$

$$2. \frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

(Türevle integral birbirinin tersi)

$$3. d \int f(x) dx = f(x) dx$$

$$4. \int a \cdot dx = a \int dx$$

$$\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$5. \int [f(x) \mp g(x)] dx = \int f(x) dx \mp \int g(x) dx$$

#### ÖRNEK-9

$$\int d(x^3) = x^3 + c$$

#### ÖRNEK-10

$$\int x \cdot f(x) dx = 2x^3 + 12x$$

$$\Rightarrow f(4) = ?$$

#### Çözüm

$$\frac{d}{dx} \left( \int f(x) dx \right) = \frac{d}{dx} (2x^3 + 12x)$$

$$x \cdot f(x) = 6x^2 + 12$$

$$f(x) = 6x + \frac{12}{x}$$

$$f(4) = 6 \cdot 4 + \frac{12}{4} \Rightarrow f(4) = 27$$

#### ÖRNEK-11

$$d \int x^2 dx = x^2 dx$$

#### ÖRNEK-12

$$\int 3x dx = 3 \int x dx$$

#### ÖRNEK-13

$$\int 5 dx = 5 \int dx$$

#### ÖRNEK-14

$$\int (3x^2 + 2x) dx = \int 3x^2 dx + \int 2x dx$$

$$= \int x^2 dx + 2 \int x dx$$

### Bazı İntegral Formülleri

İntegral içindeki fonksiyon hangi fonksiyonun türevi-  
dir diye bakacağız.

$$1. \int adx = ax + c$$

$$\int adt = at + c$$

$$\int xdt = x.t + c$$

(İntegral t ye bağlı olduğu için x sabit sayı)

$$2. \int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + c$$

$$3. \int \sqrt[m]{x} dx = \int x^{\frac{n}{m}} dx = \frac{x^{\frac{n}{m}+1}}{\frac{n}{m}+1} + c$$

(Üslü sayıya çevirerek yapalım.)

#### ÖRNEK-15

$$\int 3dx = 3x + c$$

#### ÖRNEK-16

$$\int 2dt = 2t + c$$

#### ÖRNEK-17

$$\int 2xdt = 2x.t + c$$

#### ÖRNEK-18

$$\int x^3 dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = \frac{x^4}{4} + c$$

#### ÖRNEK-19

$$\begin{aligned} \int 2x^5 dx &= 2 \int x^5 dx = 2 \cdot \frac{x^6}{6} + c \\ &= \frac{x^6}{3} + c \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-20

$$\int 5a^4 da = 5 \cdot \frac{a^5}{5}$$

#### ÖRNEK-21

$$\begin{aligned} \int \sqrt[3]{x} dx &= \int x^{\frac{1}{3}} dx \\ &= \int \frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + c \\ &= \frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{x^4} + c \end{aligned}$$

$$4. \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln |ax+b| + c$$

$$5. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$\int a^{mx+n} dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \ln a} + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int e^{ax+b} dx = \frac{e^{ax+b}}{a} + c$$

ÖRNEK-22

$$\int \frac{3}{x} dx = 3 \ln |x| + c$$

ÖRNEK-23

$$\int \frac{1}{4x+5} dx = \frac{1}{4} \ln |4x+5| + c$$

ÖRNEK-24

$$\int x^3 + \frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 6 = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \int x^3 dx + \int \frac{\sqrt[3]{x}}{x} dx + \int dx &= ? \\ &= \frac{x^4}{4} + \int x^{\frac{1}{3}-1} dx + 6 \int dx \\ &= \frac{x^4}{4} + \frac{x^{-\frac{2}{3}+1}}{-\frac{2}{3}+1} + 6x + c \\ &= \frac{x^4}{4} + 3 \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} + 6x + c \end{aligned}$$

ÖRNEK-25

$$\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + c$$

ÖRNEK-26

$$\int 2^{3x+1} dx = \frac{2^{3x+1}}{3 \cdot \ln 2} + c$$

ÖRNEK-27

$$\int e^{3x+2} dx = \frac{e^{3x+2}}{3} + c$$

$$6. \int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \sin(ax + b) = -\frac{\cos(ax + b)}{a} + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \cos(ax + b) dx = \frac{\sin(ax + b)}{a} + c$$

$$7. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int \sec^2 x dx = \tan x + c$$

$$8. \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + c$$

$$= -\operatorname{arccot} x + c$$

$$\int \frac{dx}{1+(ax+b)^2} = \frac{\arctan(ax+b)}{a} + c$$

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c$$

$$= -\operatorname{arccos} x + c$$

ÖRNEK-28

$$\int \sin 3x dx = -\frac{\cos 3x}{3} + c$$

ÖRNEK-29

$$\int \sin(2x+3) dx = -\frac{\cos(2x+3)}{2} + c$$

ÖRNEK-30

$$\int \cos(2x+5) dx = \frac{\sin(2x+5)}{2} + c$$

ÖRNEK-31

$$\int \frac{5}{\cos^2 x} dx = 5 \cdot \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = 5 \tan x + c$$

ÖRNEK-32

$$\int \frac{2}{1+4x^2} dx = ?$$

Çözüm

$$2 \int \frac{1}{1+(2x)^2} dx$$

$$= 2 \cdot \frac{\arctan 2x}{2} + c$$

$$= \arctan 2x + c$$

### İntegral Alma Yöntemleri

#### 1. Değişken Değiştirme:

$$\int f^n(x) f'(x) dx \text{ için}$$

$f(x)=u$  (Değişken değiştirilim.)

$f'(x)dx=du$  (İki tarafın türevi alındı.)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int f^n(x) f'(x) dx &= \int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \\ &= \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c \end{aligned}$$

#### NOT

Fonksiyon ve fonksiyonun türevi varsa içeride, değişken değiştirilir.

$$* \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c$$

#### ÖRNEK-33

$$\int (x^2 + 4x + 3)^2 \cdot (2x + 4) dx = ?$$

#### Çözüm

$$x^2 + 4x + 3 = u \Rightarrow (2x + 4) \cdot dx = du$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int u^3 du &= \frac{u^4}{4} + c \\ &= \frac{(x^2 + 4x + 3)^4}{4} + c \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-34

$$\int \sin^2 x \cdot \cos x dx = ?$$

#### Çözüm

$$\sin x = u \Rightarrow \cos x dx = du$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \sin^2 x \cdot \frac{\cos x dx}{du} &= \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + c \\ &= \frac{\sin^3 x}{3} + c \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-35

$$\int (e^x + 2)^4 \cdot e^x dx = ?$$

#### Çözüm

$$e^x + 2 = u \Rightarrow e^x dx = du$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int (e^x + 2)^4 \cdot e^x dx &= \int u^4 du = \frac{u^5}{5} + c \\ &= \frac{(e^x + 2)^5}{5} + c \end{aligned}$$



## 2. Fonksiyonların Farklı Yazılışından Yararlanarak İntegral Alma:

$$* \cos^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

$$* \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$* \sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$* \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$* \sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

özdeşlikleri kullanılır.

$$* \left. \begin{array}{l} \int \tan^2 x dx \\ \int \cot^2 x dx \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \text{ eklenip } 1 \text{ çıkarılır.}$$

ÖRNEK-36

$$\int \sin^2 x dx = ?$$

Çözüm

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \sin^2 x dx &= \int \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2x}{2} \right) dx \\ &= \int \frac{1}{2} dx - \int \frac{\cos 2x}{2} dx \\ &= \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + c \end{aligned}$$

ÖRNEK-37

$$\int \sin 2x \cdot \cos 4x dx = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \int \sin 2x \cdot \cos 4x dx &= \int \frac{1}{2} [\sin 6x + \sin(-2x)] dx \\ &= \frac{1}{2} \left[ \int \sin 6x dx - \int \sin 2x dx \right] \\ &= \frac{1}{2} \left( -\frac{\cos 6x}{6} + \frac{\cos 2x}{2} \right) + c \\ &= \frac{\cos 2x}{4} - \frac{\cos 6x}{12} + c \end{aligned}$$

ÖRNEK-38

$$\int \tan^2 x dx = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} \int \tan^2 x dx &= \int (-1 + 1 + \tan^2 x) dx \\ &= \int (-1) dx + \int (1 + \tan^2 x) dx \\ &= -x + \tan x + c \end{aligned}$$

\*  $\int \sin^n x dx$  veya  $\int \cos^n x dx$  için

$$a \text{ çift sayı ise } \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \\ = 2\cos^2 x - 1$$

kullanılır.

\*  $\int \sin^n x \cdot \cos^m x dx$  için

a) m ve n tek ise ( $n < m$ )

$$\sin^n x = \sin^{n-1} x \cdot \sin x \text{ ve } \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

kullanılır.

ÖRNEK-39

$$\int \cos^2 2x dx = ?$$

Çözüm

$$\cos^2 2x = \frac{\cos 4x + 1}{2}$$

$$\begin{aligned} \int \cos^2 2x dx &= \int \frac{\cos 4x + 1}{2} dx \\ &= \frac{1}{2} \left[ \int \cos 4x dx + \int 1 dx \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 4x}{4} + \frac{x}{2} + c \\ &= \frac{\sin 4x}{8} + \frac{x}{2} + c \end{aligned}$$

ÖRNEK-40

$$\int \sin^2 x \cdot \cos^5 x dx = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} &\int \sin^2 x \cdot \cos^5 x \cdot \sin x dx \\ &\int (1 - \cos^2 x) \cdot \cos^5 x \cdot \sin x dx \\ \cos x = u &\Rightarrow -\sin x dx = du \\ \sin x dx &= -du \\ &\Rightarrow \int (1 - u^2) \cdot u^5 (-du) \\ &= -\int (u^5 - u^7) du = -\left( \frac{u^6}{6} - \frac{u^8}{8} \right) + c \\ &= -\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^8 x}{8} + c \end{aligned}$$

b) m ve n çift ise

$$\begin{aligned}\sin 2x &= 2 \sin x \cos x \text{ ve } \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \\ &= 2 \cos^2 x - 1\end{aligned}$$

kullanılır.

c) m ve n den biri tek ise (n tek olsun.)

$$\begin{aligned}\sin^n x &= \sin^{n-1} x \cdot \sin x \\ &\text{yapılarak çözümlür.}\end{aligned}$$

ÖRNEK-41

$$\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned}\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx &= \int \frac{4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}{4} \\ &= \frac{1}{4} \int (\sin 2x)^2 dx = \frac{1}{4} \int \sin^2 2x dx \\ &= \frac{1}{4} \int \frac{1 - \cos 4x}{2} dx \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \int (1 - \cos 4x) dx \\ &= \frac{1}{8} \cdot \left( x - \frac{\sin 4x}{4} \right) + c \\ &= \frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{32} + c\end{aligned}$$

ÖRNEK-42

$$\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned}\int \sin^4 x \cdot \cos^2 x \cdot \cos x dx \\ \int \sin^4 x \cdot (1 - \sin^2 x) \cdot \cos x dx \\ \sin x = u \Rightarrow \cos x dx = du \\ \Rightarrow \int u^4 \cdot (1 - u^2) du = \int (u^4 - u^6) du \\ = \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + c = \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c\end{aligned}$$

## 3. Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi

$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$  integralinde

a)  $\text{der}[P(x)] < \text{der}[Q(x)]$  ise

\*  $Q(x) = (a_1x + b_1) \cdot (a_2x + b_2)$

şeklinde ise

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A_1}{a_1x + b_1} + \frac{A_2}{a_2x + b_2}$$

olarak yazılır.

\*  $Q(x) = (ax + b)^n$  ise

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A_1}{ax + b} + \frac{A_2}{(ax + b)^2} + \dots + \frac{A_n}{(ax + b)^n}$$

olarak yazılır.

ÖRNEK-43

$$\int \frac{dx}{x^2 - 9} = ?$$

Çözüm

$$\frac{1}{x^2 - 9} = \frac{A}{x - 3} + \frac{B}{x + 3}$$

$$1 = Ax + 3A + Bx - 3B$$

$$1 = (A + B)x + 3A - 3B$$

$$A + B = 0 \quad 3A - 3B = 1$$

$$A = -B \quad 3A + 3A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{6}$$

$$B = -\frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{x^2 - 9} &= \int \frac{1}{x - 3} dx + \int \frac{-1}{x + 3} dx \\ &= \frac{1}{6} \int \frac{1}{x - 3} dx - \frac{1}{6} \int \frac{1}{x + 3} dx \\ &= \frac{1}{6} \ln |x - 3| - \frac{1}{6} \ln |x + 3| + c \\ &= \frac{1}{6} \ln \left| \frac{x - 3}{x + 3} \right| + c \end{aligned}$$

ÖRNEK-44

$$\int \frac{x}{(x - 2)^2} dx = ?$$

Çözüm

$$\frac{x}{(x - 2)^2} = \frac{A}{x - 2} + \frac{B}{(x - 2)^2}$$

$$x = Ax - 2A + B$$

$$A = 1, \quad -2A + B = 0 \Rightarrow \boxed{B = 2}$$

$$\int \frac{x}{(x - 2)^2} dx = \int \frac{1}{x - 2} dx + 2 \int \frac{1}{(x - 2)^2} dx$$

$$= \ln |x - 2| + 2 \int u^{-2} du$$

$$= \ln |x - 2| + 2 \cdot \frac{u^{-2+1}}{-2+1} + c$$

$$= \ln |x - 2| - 2 \cdot \frac{1}{x - 2} + c$$

$$* Q(x)=(a_1x^2+b_1x+c_1).(a_2x^2+b_2x+c_2)$$

$$\Rightarrow \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A_1x+B_1}{a_1x^2+b_1x+c_1} + \frac{A_2x+B_2}{a_2x^2+b_2x+c_2}$$

b)  $\text{der}[P(x)] \geq \text{der}[Q(x)]$

$$\Rightarrow \frac{P(x)}{K(x)} = \frac{Q(x)}{B(x)}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = B(x) + \frac{K(x)}{Q(x)}$$

şeklinde yazılır.

### Bazı Özel Dönüşümler

$$\sqrt{a^2-x^2} \Rightarrow x=a.\sin\theta \text{ veya } x=a.\cos\theta$$

dönüşümü yapılır.

$$\sqrt{a^2+x^2} \Rightarrow x=a.\tan\theta \text{ dönüşümü yapılır.}$$

### ÖRNEK-45

$$\int \frac{x^3+x^2+2x+1}{x+3} dx = ?$$

### Çözüm

$$\begin{array}{r} x^3+x^2+2x+1 \quad | \quad x+3 \\ \underline{x^3+3x^2} \quad \quad \quad | \quad x^2-2x+8 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad | \quad -2x^2+2x+1 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad | \quad \underline{-2x^2-6x} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad | \quad 8x+1 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad | \quad \underline{8x+24} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad | \quad -23 \end{array}$$

$$\int \left( x^2 - 2x + 8 - \frac{23}{x+3} \right) dx$$

$$\int x^2 dx - \int 2x dx + \int 8 dx - \int \frac{23}{x+3} dx$$

$$\frac{x^3}{3} - x^2 + 8x - 23 \ln|x+3| + c$$

#### 4. Kısmi İntegrasyon Yöntemi

$u=f(x)$ ,  $v=g(x)$  olmak üzere,

$$* \int u dv = u \cdot v - \int v du$$

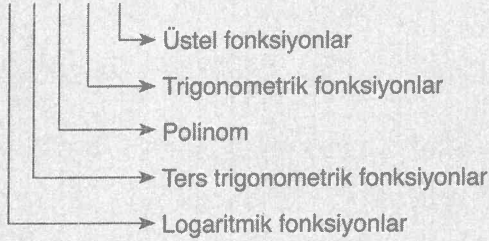
#### NOT

Kısmi integrasyon uygulanırken integral iki parçaya ayrılır. İlk parçaya  $u$ , ikinci parçaya (integrali kolay alınabilecek parçaya)  $dv$  denilir.

Öncelikli hangi fonksiyona  $u$  diyeceğimizi Laptü den görebiliriz.

1 2 3 4 5

L A P T Ü



#### ÖRNEK-46

$$\int x \cdot \cos x dx = ?$$

#### Çözüm

$$x=4 \Rightarrow dx=du \text{ (Türev)}$$

$$\cos x dx = dv \Rightarrow \sin x = v \text{ (İntegral)}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int x \cdot \cos x dx &= \int u dv = u \cdot v - \int v du \\ &= x \cdot \sin x - \int \sin x dx \\ &= x \cdot \sin x + \cos x + c \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-47

$$\int \ln x dx = ?$$

#### Çözüm

$$\ln x = u, dx = dv$$

$$\frac{1}{x} dx = du, x = v$$

$$\begin{aligned} \int u dv &= x \cdot \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= x \cdot \ln x - x + c \end{aligned}$$

**NOT**

Bazen kısmi integrasyon iki veya daha fazla uygulanabilir.

**ÖRNEK-48**

$$\int x^2 \cdot \sin x dx = ?$$

**Çözüm**

$$x^2 = u, \quad \sin x dx = dv$$

$$2x dx = du, \quad -\cos x = v$$

$$\int u dv = -x^2 \cdot \cos x + \int \cos x \cdot 2x dx$$

Bir daha kısmi uygulayalım.

$$2x = 4 \quad \cos x dx = dv$$

$$2 dx = du \quad \sin x = v$$

$$\int \cos x \cdot 2x dx = 2x \cdot \sin x - \int \sin x \cdot dx$$

$$= 2x \cdot \sin x + 2 \cos x$$

$$\Rightarrow \int x^2 \sin x dx = -x^2 \cdot \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c$$

**2. yol: Türev – İntegral Yolu**
**Türev al**
**İntegral al**

+	$x^2$	$\rightarrow$	$\sin x$
-	$2x$	$\rightarrow$	$-\cos x$
+	$2$	$\rightarrow$	$-\sin x$
-	$0$	$\rightarrow$	$\cos x$

$$\Rightarrow \int x^2 \sin x dx = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c$$

**NOT**

Türevi sıfır olana kadar türev alınır. Kaç defa türev alınırsa o kadar da integral alınır. + dan başlanarak +, -, +, - ... gidilir. Çapraz çarpılarak sonuca yazılır.

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 1

1.  $\int 6dx = ?$

- A)  $6x$     B)  $6$     C)  $6x+c$     D)  $0$     E)  $3x^2+c$

Çözüm

$$\int 6dx = 6x + c$$

Cevap C

2.  $\int 2a^3 da = ?$

- A)  $\frac{a^4}{4} + c$     B)  $\frac{a^4}{2} + c$     C)  $\frac{a^4}{2}$   
D)  $\frac{a^3}{2} + c$     E)  $0$

Çözüm

$$\begin{aligned} \int 2a^3 da &= 2 \int a^3 da \\ &= 2 \cdot \frac{a^4}{4} + c = \frac{a^4}{2} + c \end{aligned}$$

Cevap B

3.  $\int 3x\sqrt{x} dx = ?$

- A)  $\frac{6}{5} \cdot x^{\frac{5}{2}} + c$     B)  $6x^{\frac{5}{2}} + c$     C)  $18x^{\frac{5}{2}} + c$   
D)  $6x^{\frac{2}{5}} + c$     E)  $6x^{\frac{2}{5}}$

Çözüm

$$\begin{aligned} 3 \int x \cdot x^{\frac{1}{2}} dx &= 3 \int x^{\frac{3}{2}} dx \\ &= 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + c \\ &= \frac{6}{5} \cdot x^{\frac{5}{2}} + c \end{aligned}$$

Cevap A

4.  $\int \frac{\sqrt{x}}{2x} dx = ?$

- A)  $\sqrt{x}+c$     B)  $2\sqrt{x}=c$     C)  $\frac{1}{\sqrt{x}}+c$   
D)  $\sqrt[3]{x}+c$     E)  $2x+c$

Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x} dx &= \frac{1}{2} \int x^{\frac{1}{2}-1} dx \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}-1+1}}{\frac{1}{2}-1+1} + c \\ &= \sqrt{x} + c \end{aligned}$$

Cevap A



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 1

5.  $\int \frac{4x}{x^5} dx = ?$

A)  $5x^{-4}+c$

B)  $\frac{3}{x^4}+c$

C)  $x^6+c$

D)  $\frac{1}{x^4}+c$

E)  $-\frac{1}{x^4}+c$

6.  $\int \frac{3x^4+2x^2+x}{x^2} dx = ?$

A)  $x^3+2x+c$

B)  $x^3+2x+\ln x$

C)  $x^3+2x+\ln+c$

D)  $x^4+x^2+x+c$

E)  $x^4+x^2+x$

7.  $\int 2 \cos 4x dx = ?$

A)  $\frac{\sin 4x}{4}+c$

B)  $\frac{\sin 2x}{2}+c$

C)  $\sin 4x+c$

D)  $\frac{\sin 4x}{2}+c$

E)  $\sin 8x+c$

8.  $\int 6 \sin(3x+4) dx = ?$

A)  $\cos(3x+4)+c$

B)  $\frac{\cos(3x+4)}{3}+c$

C)  $2\cos(3x+4)+c$

D)  $-2\cos(3x+4)+c$

E)  $-\cos(3x+4)+c$

Çözüm

$$4 \int x^{-5} dx = 4 \cdot \frac{x^{-4}}{-4} + c$$

$$= -\frac{1}{x^4} + c$$

Cevap E

Çözüm

$$\int 3x^2 dx + \int 2 dx + \int \frac{1}{x} dx$$

$$= 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 2x + \ln x + c$$

$$= x^3 + 2x + \ln x + c$$

Cevap C

Çözüm

$$2 \int \cos 4x dx = 2 \cdot \frac{\sin 4x}{4} + c$$

$$= \frac{\sin 4x}{2} + c$$

Cevap D

Çözüm

$$6 \int \sin(3x+4) dx$$

$$= -6 \cdot \frac{\cos(3x+4)}{3} + c$$

$$= -2 \cos(3x+4) + c$$

Cevap D

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 1

9.  $\int \sin 2x \cdot \cos 2x dx = ?$

- A)  $\sin 4x + c$       B)  $\frac{\cos 4x}{4} + c$       C)  $\frac{\cos 4x}{8} + c$   
 D)  $-\frac{\cos 4x}{4} + c$       E)  $-\frac{\cos 4x}{8} + c$

10.  $\int (\sin^2 4x + \cos^2 4x) dx = ?$

- A)  $\cos 4x - \sin 4x + c$       B)  $\cos 4x + \sin 4x + c$   
 C)  $x + c$       D)  $\frac{\cos 8x}{8} + c$   
 E)  $-\frac{\cos 8x}{8} + c$

11.  $\int (\sin^2 x - \cos^2 x) dx = ?$

- A)  $-\frac{\sin 2x}{2} + c$       B)  $\frac{\sin 2x}{2} + c$       C)  $\frac{\cos 2x}{2} + c$   
 D)  $-\frac{\cos 2x}{2} + c$       E)  $\cos x - \sin x + c$

12.  $\int 4 \cos^2 x dx = ?$

- A)  $x + \sin 2x + c$       B)  $2x + \sin 2x + c$   
 C)  $2x - \sin 2x + c$       D)  $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + c$   
 E)  $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} + c$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \int \sin 2x \cdot \cos 2x dx \\ &= \int \frac{2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x}{2} dx \\ &= \int \frac{\sin 4x}{2} dx = \frac{1}{2} \int \sin 4x dx \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{\cos 4x}{4} + c \\ &= -\frac{\cos 4x}{8} + c \end{aligned}$$

Cevap E

Çözüm

$$\begin{aligned} & \sin^2 4x + \cos^2 4x = 1 \\ & \Rightarrow \int 1 \cdot dx = x + c \end{aligned}$$

Cevap A

Çözüm

$$\begin{aligned} & \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \\ & \Rightarrow -\int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = -\int \cos 2x dx \\ &= -\frac{\sin 2x}{2} + c \end{aligned}$$

Cevap A

Çözüm

$$\begin{aligned} & \cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2} \\ & \Rightarrow 4 \cdot \int \frac{\cos 2x + 1}{2} dx = 2 \cdot \int (\cos 2x + 1) dx \\ &= 2 \cdot \frac{\sin 2x}{2} + 2 \cdot x + c \\ &= \sin 2x + 2x + c \end{aligned}$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 1

13.  $\int \cot^2 x dx = ?$

- A)  $x + \tan x + c$       B)  $-x - \tan x + c$       C)  $-x + \cot x + c$   
 D)  $-x - \cot x + c$       E)  $x + \cot x + c$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \int (\cot^2 x + 1 - 1) dx \\ &= \int (\cot^2 x + 1) dx - \int 1 dx \\ &= -\cot x - x + c \end{aligned}$$

Cevap D

14.  $\int (5 + \tan^2 x) dx = ?$

- A)  $5x + \cot^2 x + c$       B)  $5x - \cot^2 x + c$       C)  $5x + \tan x + c$   
 D)  $5x - \tan x + c$       E)  $4x + \tan x + c$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \int (5 + \tan^2 x) dx = \int (4 + 1 + \tan^2 x) dx \\ &= \int 4 dx + \int (1 + \tan^2 x) dx \\ &= 4x + \tan x + c \end{aligned}$$

Cevap E

15.  $\int \frac{6}{\sin^2 x} dx = ?$

- A)  $3 \cot x + c$       B)  $-6 \cot x + c$       C)  $-6 \tan x + c$   
 D)  $3 \cot x + c$       E)  $-6 \tan 2x + c$

Çözüm

$$\Rightarrow 6 \cdot \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -6 \cdot \cot x + c$$

Cevap B

16.  $\int \frac{2}{1 - \cos 2x} dx = ?$

- A)  $2 \cot x + c$       B)  $-\cot x + c$       C)  $\cot x + c$   
 D)  $-2 \cot x + c$       E)  $\tan x + x + c$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \int \frac{2}{1 - (1 - 2 \sin^2 x)} dx \\ &= \int \frac{2}{2 \cdot \sin^2 x} dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx \\ &= -\cot x + c \end{aligned}$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 1

17.  $\int 6 \cdot \sin 2x \cdot \sin x dx = ?$

- A)  $3\sin x - \sin 3x + c$       B)  $3\sin x - 3\sin x + c$   
 C)  $\cos 3x - 3\cos x + c$       D)  $\cos 3x + \cos x + c$   
 E)  $\cos 3x - 2\cos x + c$

Çözüm

$$\sin 2x \cdot \sin x = -\frac{1}{2}[\cos 3x - \cos x]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int 6 \cdot \sin 2x \cdot \sin x dx &= 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \int (\cos 3x - \cos x) dx \\ &= -3 \cdot \left(\frac{\sin 3x}{3} - \sin x\right) + c \\ &= 3 \sin x - \sin 3x + c \end{aligned}$$

Cevap A

18.  $\int 6e^{3x} dx = ?$

- A)  $e^{3x} + c$       B)  $6e^{3x} + c$       C)  $2e^{3x} + c$   
 D)  $2e^{3x+x} + c$       E)  $3e^{3x} + c$

Çözüm

$$\begin{aligned} 6 \int e^{3x} dx &= 6 \cdot \frac{e^{3x}}{3} + c \\ &= 2e^{3x} + c \end{aligned}$$

Cevap C

19.  $\int 3^x \cdot 2^{3x} dx = ?$

- A)  $24^x \cdot \ln 24 + c$       B)  $\ln 24 + c$       C)  $\frac{24^x}{\ln 24} + c$   
 D)  $24^x + c$       E)  $24^x \cdot \ln 24 + x + c$

Çözüm

$$\begin{aligned} \int 3^x \cdot 8^x dx &= \int 24^x dx \\ &= \frac{24^x}{\ln 24} + c \end{aligned}$$

Cevap C

20.  $\int \frac{6}{6x+4} dx = ?$

- A)  $\ln|6x+4| + c$       B)  $6\ln|6x+4| + c$       C)  $3\ln|6x+4| + c$   
 D)  $2\ln|6x+4| + c$       E)  $-\ln|6x+4| + c$

Çözüm

$$\begin{aligned} \int \frac{6}{6x+4} dx \\ 6x+4 = u \Rightarrow 6 \cdot dx = du \\ \int \frac{1}{4} du = \ln u + c \\ = \ln|6x+4| + c \end{aligned}$$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 1

21.  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln(3x+6)$

$f(1)=4 \Rightarrow f(3)=?$

- A)  $e+4$     B)  $e^2$     C) 8    D)  $\frac{20}{3}$     E) 12

Çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c$$

$$\Rightarrow \ln |f(x)| + c = \ln(3x+6)$$

$$\ln |f(1)| + c = \ln 9$$

$$\ln 4 + c = \ln 9$$

$$c = \ln 9 - \ln 4$$

$$\Rightarrow \ln |f(3)| + \ln 9 - \ln 4 = \ln 15$$

$$\ln |f(3)| + \ln \frac{9}{4} = \ln 15$$

$$\ln f(3) = \ln 15 - \ln \frac{9}{4}$$

$$\ln f(3) = \ln \frac{15 \cdot 4}{9}$$

$$f(3) = \frac{20}{3}$$

Cevap D

22.  $f'(x) = 6x^2 - 4x + 2$

$f(0) = 5 \Rightarrow f(2) = ?$

- A) 13    B) 14    C) 15    D) 16    E) 17

Çözüm

$$\int f'(x) dx = \int (6x^2 - 4x + 2) dx$$

$$f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 2x + c$$

$$f(0) = 5 \Rightarrow c = 5$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 5$$

$$f(2) = 17$$

Cevap E

23.  $f''(x) = 2$ ,  $f'(0) = 2$  ve  $f(1) = 4$

$\Rightarrow f(0) = ?$

- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E) 3

Çözüm

$$\int f'(x) dx = \int 2 dx$$

$$f'(x) = 2x + c_1$$

$$f'(0) = 2 \Rightarrow c_1 = 2$$

$$f'(x) = 2x + 2$$

$$\int f'(x) dx = \int (2x + 2) dx$$

$$f(x) = x^2 + 2x + c_2$$

$$f(1) = 1 + 2 + c_2 = 4$$

$$c_2 = 1$$

$$f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 1

24.  $\int xf(x) dx = x^4 + 3x^2 + 2x$   
 $\Rightarrow f(2)=?$

- A) 22      B) 23      C) 24      D) 25      E) 26

25.  $f''(x) = 6x - 2$   
 $f''(0) = 4$   
 $f(0) = 1$  }  $\Rightarrow f(1)=?$

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

26.  $f(x) = \frac{d}{dx} \left( \int (4x^2 + 3x + 2) dx \right)$   
 $\Rightarrow f(1)=?$

- A) 5      B) 6      C) 8      D) 10      E) 11

Çözüm

$$\int xf(x) dx = x^4 + 3x^2 + 2x$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} \left( \int x \cdot f(x) dx \right) = \frac{d}{dx} (x^4 + 3x^2 + 2x)$$

$$x \cdot f(x) = 4x^3 + 6x + 2$$

$$2 \cdot f(2) = 32 + 12 + 2$$

$$2f(2) = 46 \Rightarrow f(2) = 23$$

Cevap B

Çözüm

$$\int f''(x) dx = \int (6x - 2) dx$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + c_1$$

$$f'(0) = 0 - 0 + c_1 = 4$$

$$c_1 = 4$$

$$\int f'(x) dx = \int (3x^2 - 2x + 4) dx$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 4x + c_2$$

$$f(0) = 0 - 0 + 0 + c_2 = 1$$

$$c_2 = 1$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 4x + 1$$

$$f(1) = 1 - 1 + 4 + 1 = 5$$

Cevap B

Çözüm

$$f(x) = \frac{d}{dx} \left( \int (4x^2 + 3x + 2) dx \right)$$

$$f(x) = 4x^2 + 3x + 2$$

$$f'(x) = 8x + 3$$

$$f'(1) = 8 \cdot 1 + 3 = 11$$

Cevap E

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 1**

27.  $f(x) = \int d(2x + \ln x)$   
 $f(1)=4 \Rightarrow f(e)=?$

- A)  $2e+3$                       B)  $2e-3$                       C)  $e^2+3$   
D)  $e^2+2$                       E)  $e^2-2$

**Çözüm**

$$f(x) = \int d(2x + \ln x)$$

$$f(x)=2x+\ln x+c$$

$$f(1)=2 \cdot 1 + \ln 1 + c = 4$$

$$c=2$$

$$f(x)=2x+\ln x+2$$

$$f(e)=2e+\ln e+2$$

$$=2e+3$$

**Cevap A**

28.  $\int d(\operatorname{arccot} x) = ?$

- A)  $-\frac{1}{1+x^2} + c$                       B)  $\frac{1}{1+x^2} + c$                       C)  $\operatorname{arccot} x$   
D)  $\operatorname{arccot} x + c$                       E)  $\operatorname{arctan} x + c$

**Çözüm**

$$\int d(\operatorname{arccot} x)$$

$$= \operatorname{arccot} x + c$$

**Cevap D**

29.  $d\left(\int \cos x dx\right) = ?$

- A)  $\cos x dx$                       B)  $\cos x + c$                       C)  $\sin x dx$   
D)  $\sin x + c$                       E)  $-\sin x + c$

**Çözüm**

$$d \int \cos x dx = \cos x dx$$

**Cevap A**

30.  $\int x^2(x^3 + x + 1) dx = ?$

- A)  $x^5 + x^3 + x^2 + c$                       B)  $x^6 + x^4 + x^3 + c$   
C)  $\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$                       D)  $\frac{x^6}{6} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + c$   
E)  $\frac{x^6}{6} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{2} + c$

**Çözüm**

$$\int (x^5 + x^2 + x^2) dx$$

$$= \frac{x^6}{6} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + c$$

**Cevap D**

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 2

1.  $\int 3(x^2 + 2x)^2 \cdot (x + 1) dx = ?$

A)  $3 \frac{(x^2 + 2x)^3}{2} + c$

B)  $(x^2 + 2x)^3 + c$

C)  $\frac{(x^2 + 2x)^3}{2} + c$

D)  $\frac{(x^2 + 2x)^3}{6} + c$

E)  $2(x^2 + 2x)^2 + c$

Çözüm

$$x^2 + 2x = 4 \Rightarrow (2x + 2) dx = du$$

$$(x + 1) dx = \frac{du}{2}$$

$$\int \frac{3 \cdot 4^2}{2} du = \frac{3}{2} \cdot \frac{4^3}{3} = \frac{4^3}{2} + c$$

$$\Rightarrow \frac{(x^2 + 2x)^3}{2} + c$$

Cevap C

2.  $\int [f(x)]^3 \cdot f'(x) dx = ?$

A)  $\frac{f^4(x)}{4} + c$

B)  $f^2(x) + c$

C)  $f(x) + c$

D)  $\frac{f(x)}{4} + c$

E)  $f^4(x) + c$

Çözüm

$$f(x) = u \Rightarrow f'(x) dx = du$$

$$\Rightarrow \int u^3 \cdot du = \frac{u^4}{4} + c$$

$$= \frac{f^4(x)}{4} + c$$

Cevap A

3.  $\int \frac{2}{(x^2 - 8)^2} \cdot x dx = ?$

A)  $-\frac{1}{x^2 - 8} + c$

B)  $\frac{1}{x^2 - 8} + c$

C)  $\frac{2}{(x^2 - 8)^3} + c$

D)  $-\frac{2}{(x^2 - 8)^3} + c$

E)  $\frac{1}{(x^2 - 8)^3} + c$

Çözüm

$$x^2 - 8 = 4 \Rightarrow 2x dx = du$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{u^2} du = \int u^{-2} du = \frac{u^{-2+1}}{-2+1} + c$$

$$= \frac{u^{-1}}{-1} + c$$

$$= \frac{1}{u} + c$$

$$= \frac{1}{x^2 - 8} + c$$

Cevap A

4.  $\int 4 \cos^3 x \cdot \sin x dx = ?$

A)  $\cos^4 x + c$

B)  $-\cos^4 x + c$

C)  $\sin^3 x + c$

D)  $\sin^4 x + c$

E)  $-\sin^4 x + c$

Çözüm

$$\cos x = u \Rightarrow \sin x dx = -du$$

$$\Rightarrow -\int 4u^3 du = -4 \cdot \frac{u^4}{4} + c$$

$$= -\cos^4 x + c$$

Cevap B



## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 2

5.  $\int 6 \cdot (1 + \sin^2 x)^5 \cdot \sin 2x dx = ?$

- A)  $(1 + \sin^2 x)^5 + c$       B)  $(1 + \cos^2 x)^6 + c$   
 C)  $(1 - \sin^2 x)^6 + c$       D)  $(1 + \sin^2 x)^6 + c$   
 E)  $\frac{(1 + \sin^2 x)^6}{6} + c$

6.  $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx = ?$

- A)  $\frac{\sin^2 x}{2} + c$       B)  $\frac{\cot^2 x}{2} + c$       C)  $\frac{\tan^2 x}{2} + c$   
 D)  $\tan^2 x + c$       E)  $-\tan^2 x + c$

7.  $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx = ?$

- A)  $-\sin(\ln x) + c$       B)  $\sin(\ln x) + c$       C)  $\sin^2(\ln x) + c$   
 D)  $\cos(\ln x) + c$       E)  $-\cos(\ln x) + c$

8.  $\int 6 \cdot \cos(3x^2 + 4) \cdot x dx = ?$

- A)  $-\sin(3x^2 + 4) + c$       B)  $\sin(3x^2 + 4) + c$   
 C)  $6 \cdot \cos(3x^2 + 4) + c$       D)  $-\cos(3x^2 + 4) + c$   
 E)  $\frac{\cos^2(3x^2 + 4)}{3} + c$

Çözüm

$$1 + \sin^2 x = u \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x dx = dx$$

$$\sin 2x dx = dx$$

$$\Rightarrow \int 6 \cdot u^5 \cdot du = 6 \cdot \frac{u^6}{6} + c$$

$$= (1 + \sin^2 x)^6 + c$$

Cevap D

Çözüm

$$\tan x = u \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} dx = du$$

$$\Rightarrow \int u \cdot du = \frac{u^2}{2} + c$$

$$= \frac{\tan^2 x}{2} + c$$

Cevap C

Çözüm

$$\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x} dx = du$$

$$\Rightarrow \int \sin u du = -\cos u + c$$

$$= -\cos(\ln x) + c$$

Cevap E

Çözüm

$$3x^2 + 4 = u \Rightarrow 6x dx = du$$

$$\Rightarrow \int \cos u du = \sin u + c$$

$$= \sin(3x^2 + 4) + c$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 2

9.  $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = ?$

- A)  $e^{\sin x} + c$       B)  $e^{\sin x} + \sin x + c$       C)  $e^{\cos x} + c$   
 D)  $e^{\cos x} + \cos x + c$       E)  $\sin x + c$

Çözüm

$$\sin x = u \Rightarrow \cos x dx = du$$

$$\int e^u du = e^u + c$$

$$= e^{\sin x} + c$$

Cevap A

10.  $\int \frac{1}{x \ln x} dx = ?$

- A)  $\ln|x| - x + c$       B)  $x + \ln|x| + c$       C)  $\ln|x| + c$   
 D)  $\ln|\ln|x|| + c$       E)  $-\ln|x| + c$

Çözüm

$$\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x} dx = du$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c$$

$$= \ln|\ln|x|| + c$$

Cevap D

11.  $\int \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{1 - \tan^2 x}} dx = ?$

- A)  $\arcsin(\sin x) + c$       B)  $\arccos(\tan x) + c$   
 C)  $\arcsin(\tan x) + c$       D)  $\arcsin(\tan^2 x) + c$   
 E)  $\arcsin(\cos x) + c$

Çözüm

$$\tan x = u \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} dx = du$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} du = \arcsin u + c$$

$$= \arcsin(\tan x) + c$$

Cevap C

12.  $\int \frac{dx}{4x^2 - 4x + 2} = ?$

- A)  $\frac{\arctan(2x-1)}{2} + c$       B)  $\operatorname{arccot}(2x-1) + c$   
 C)  $\ln|2x-1| + c$       D)  $\ln|\tan x| + c$   
 E)  $\arctan(2x+1) + c$

Çözüm

$$4x^2 - 4x + 1 + 1 = (2x-1)^2 + 1$$

$$2x-1 = u \Rightarrow dx = \frac{du}{2}$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{1+u^2} \cdot \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \cdot \arctan u + c$$

$$= \frac{1}{2} \arctan(2x-1) + c$$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 2

13.  $\int \tan^2(\sin x) \cdot \cos x dx = ?$

- A)  $\cot(\cos)+c$       B)  $\sin x+c$       C)  $\tan(\cos x)+c$   
 D)  $\tan(\sin x)-\sin x+c$       E)  $\cot x+\cos x+c$

Çözüm

$$\sin x = u \Rightarrow \cos x dx = du$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \tan^2 \cdot du &= \int (1 + \tan^2 u - 1) du \\ &= \tan u - u + c \\ &= \tan(\sin x) - \sin x + c \end{aligned}$$

Cevap D

14.  $\int \frac{dx}{\sqrt{-9x^2 + 12x - 3}} = ?$

- A)  $3 \arccos(3x-2)+c$       B)  $3 \arcsin(3x-2)+c$   
 C)  $\arctan(3x-2)+c$       D)  $\arcsin(3x-2)+c$   
 E)  $\frac{1}{3} \arcsin(3x-2)+c$

Çözüm

$$\begin{aligned} \sqrt{-9x^2 + 12x - 3} &= \sqrt{-9x^2 + 12x - 4 + 1} \\ &= \sqrt{1 - (3x-2)^2} \end{aligned}$$

$$3x-2 = u \Rightarrow 3dx = du$$

$$dx = \frac{du}{3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot \frac{du}{3} &= \frac{1}{3} \arcsin u + c \\ &= \frac{1}{3} \arcsin(3x-2) + c \\ &= \tan(\sin x) - \sin x + c \end{aligned}$$

Cevap E

15.  $\int \frac{1}{x^2 + 6x + 10} dx = ?$

- A)  $\arctan(x+3)+c$       B)  $\arctan(x+2)+c$   
 C)  $\frac{x^3}{3} + 3x^2 + c$       D)  $\arctan x + c$   
 E)  $\arctan(x^2+6x+9)+c$

Çözüm

$$x^2 + 6x + 9 + 1 = (x+3)^2 + 1$$

$$x+3 = u \Rightarrow dx = du$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{1+u^2} du = \arctan u + c$$

$$= \arctan(x+3) + c$$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 2

$$16. \int -\frac{e^x}{\sin^2(e^x+2)} dx = ?$$

- A)  $-\cot(e^x+2)+c$     B)  $\cot(e^x+2)+c$     C)  $\tan(e^x+2)+c$   
 D)  $\ln|e^x+2|+c$     E)  $\frac{1}{\cos(e^x+2)}+c$

## Çözüm

$$e^x+2=u \Rightarrow e^x dx=du$$

$$\Rightarrow \int -\frac{1}{\sin^2 u} du = \int \cot u + c$$

$$= \cot(e^x+2) + c$$

Cevap B

$$17. \int -\frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx = ?$$

- A)  $\ln|\ln x-1|+c$     B)  $-\ln|\ln x-1|+c$     C)  $\arccos(\ln x)+c$   
 D)  $-\arccos(\ln x)+c$     E)  $-\arcsin(\ln x)+c$

## Çözüm

$$\ln x=u \Rightarrow \frac{1}{x} dx = du$$

$$\Rightarrow \int -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du = \arccos u + c$$

$$= \arccos(\ln x) + c$$

Cevap A

$$18. \int \frac{1}{x^2-9} dx = ?$$

- A)  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| + c$     B)  $6 \ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| + c$   
 C)  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + c$     D)  $6 \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + c$   
 E)  $6 \ln|(x-3) \cdot (x+3)| + c$

## Çözüm

$$\frac{1}{x^2-9} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+3}$$

$$\begin{cases} Ax+3A+Bx-3B=1 \\ (A+B)x+3A-3B=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ 3A-3B=1 \end{cases}$$

$$A=-B$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{6}, B = -\frac{1}{6}$$

$$\int \frac{1}{x^2-9} dx = \frac{1}{6} \int \frac{1}{x-3} dx - \frac{1}{6} \int \frac{1}{x+3} dx$$

$$= \frac{1}{6} \ln|x-3| - \frac{1}{6} \ln|x+3| + c$$

$$= \frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + c$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 2

19.  $\int x \ln x dx = ?$

A)  $\frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{x^2}{4} + c$

B)  $x \ln x - \frac{x^2}{2} + c$

C)  $x^2 \ln x + \frac{x^2}{2} + c$

D)  $x^2 \ln x + x + c$

E)  $\ln x - \frac{x^2}{4} + c$

Çözüm

	T	i
+	$\ln x$	$x$
-	$\frac{1}{x}$	$\frac{x^2}{2}$

(Türev sıfıra gitmeyince)

$$\ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx$$

$$\frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + c$$

Cevap A

20.  $\int (x+8)e^x dx = ?$

A)  $e^x + c$

B)  $(x+7)e^x + c$

C)  $\frac{e^x}{2} + c$

D)  $(x+8)e^x + c$

E)  $xe^x + c$

Çözüm

	T	i
+	$x+8$	$e^x$
-	$1$	$e^x$
+	$0$	$e^x$

(Türev sıfıra gidince)

$$(x+8) \cdot e^x - 1 \cdot e^x = (x+7) \cdot e^x + c$$

Cevap B

21.  $\int x^2 \sin x dx = ?$

A)  $x^2 \cos x + 2x \sin x + c$

B)  $x \sin x + x^2 \cos x + 2 \cos x + c$

C)  $-x^2 \cos x - 2x \sin x + 2 \sin x$

D)  $\sin x + \cos x + x + c$

E)  $-x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c$

Çözüm

	T	i
+	$x^2$	$\sin x$
-	$2x$	$-\cos x$
+	$2$	$-\sin x$
-	$0$	$\cos x$

$$-x^2 \cdot \cos x + 2x \cdot \sin x + 2 \cos x + c$$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 2

22.  $\int \arctan x dx = ?$

- A)  $x \arccot x - \ln|x^2+1|+c$   
 B)  $x \arctan x + \ln|x^2+1|+c$   
 C)  $x \arctan x - \ln|x+1|+c$   
 D)  $x \arctan x + \frac{1}{2} \ln|1+x^2|+c$   
 E)  $x \arctan x - \frac{1}{2} \ln|1+x^2|+c$

23.  $\int x f''(x) dx = ?$

- A)  $x f(x) - f'(x) + c$     B)  $x f(x) + f'(x) + c$     C)  $x f'(x) - f(x) + c$   
 D)  $x f'(x) - f(x) + c$     E)  $-x f'(x) + f(x) + c$

24.  $\int \sqrt{4-x^2} dx = ?$

- A)  $2 \left[ \arcsin \frac{x}{2} + \frac{x\sqrt{4-x^2}}{4} \right] + c$   
 B)  $\arcsin x + \frac{x}{2} + c$   
 C)  $\arcsin x + \sqrt{2-x^2} + c$   
 D)  $\arcsin x + c$   
 E)  $\arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{4-x^2} + c$

Çözüm

	T	i
+	arctanx	dx
-	$\frac{1}{1+x^2}$	x

x. arctanx -  $\int \frac{x}{1+x^2} dx$

x. arctanx -  $\frac{1}{2} \ln|1+x^2| + c$

Cevap E

Çözüm

	T	i
+	x	f''(x)
-	1	f'(x)
+	0	f(x)

x.f'(x) - f(x) + c

Cevap C

Çözüm

x=2 sint dönüşümü yapalım.

dx=2. cost dt

$\int 2. \cos t. 2. \cos t dt = \int 4 \cos^2 t dt$

$= \int 4. \left( \frac{\cos 2t + 1}{2} \right) dt$

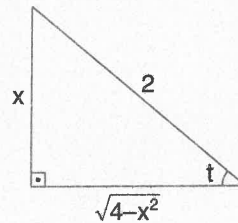
$= 2 \left[ \frac{\sin 2t}{2} + t \right] + c$

$= 2. \frac{x}{2} \cdot \frac{\sqrt{4-x^2}}{2} + 2. \arcsin ??$

sint =  $\frac{x}{2}$

t = arcsin  $\frac{x}{2}$

sin 2t = 2. sin t. cost



$= \frac{x}{2} \cdot \sqrt{4-x^2} + 2 \arcsin \frac{x}{2} ???$

Cevap A

### BELİRLİ İNTEGRAL

\*  $F'(x)=f(x)$  olacak şekilde bir  $F:[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu için

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

işlemine belirli integral denir.

\* Belirsiz integralde öğrendiğimiz kuralları ve integral alma yöntemleri kullanarak integral hesabı yapacağız.

$$\int_a^b f(x) dx \text{ in sonucu sabit sayıdır.}$$

a alt sınır.

b üst sınır.

#### ÖRNEK-1

$$\int_2^4 x dx = ?$$

#### Çözüm

$$\begin{aligned} \int_2^4 x dx &= \frac{x^2}{2} \Big|_2^4 \\ &= \frac{4^2}{2} - \frac{2^2}{2} = 8 - 2 = 6 \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-2

$$\int_1^{e^3} \frac{1}{x} dx = ?$$

#### Çözüm

$$\begin{aligned} \int_1^{e^3} \frac{1}{x} dx &= \ln x \Big|_1^{e^3} = \ln e^3 - \ln 1 \\ &= 3 - 0 \\ &= 3 \end{aligned}$$

#### ÖRNEK-3

$$\int_4^9 \frac{(\sqrt{x}+2)^2}{\sqrt{x}} dx = ?$$

#### Çözüm

$$\begin{aligned} \sqrt{x} + 2 = u &\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = du \\ \frac{1}{\sqrt{x}} dx &= 2du \end{aligned}$$

$$\text{Sınırlar: } x=9 \Rightarrow u=5$$

$$x=4 \Rightarrow u=2$$

$$\begin{aligned} \int_4^9 u^2 \cdot 2du &= 2 \cdot \frac{u^3}{3} \Big|_2^5 = 2 \cdot \frac{125}{3} - 2 \cdot \frac{64}{3} \\ &= \frac{122}{3} \end{aligned}$$

### Belirli İntegralin Özellikleri

$$1. \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$2. \int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$3. \int_a^b (f(x) \mp g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \mp \int_a^b g(x) dx$$

$$4. \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

5.  $a < c < b$  olmak üzere,

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

ÖRNEK-4

$$\int_{\pi}^{\pi} \cos^2 x dx = 0$$

ÖRNEK-5

$$\int_1^3 4x^2 dx = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} 4. \int_1^3 x^2 dx &= 4 \cdot \left. \frac{x^3}{3} \right|_1^3 \\ &= 4 \cdot \frac{3^3}{3} - 4 \cdot \frac{1^3}{3} = \frac{104}{3} \end{aligned}$$

ÖRNEK-6

$$\int_a^2 (x^3 + 2x) dx = ?$$

Çözüm

$$\begin{aligned} &\int_0^2 x^3 dx + \int_0^2 2x dx \\ &= \left. \frac{x^4}{4} \right|_0^2 + \left. x^2 \right|_0^2 \\ &= \frac{2^4}{4} - \frac{0^4}{4} + 2^2 - 0^2 \\ &= 8 \end{aligned}$$



6. f fonksiyonu tek ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

f fonksiyonu çift ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

$$7. \left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$$

ÖRNEK-7

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 0$$

$\sin x$  tek olduğu için

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx (\cos x????)$$

$$= 2 \cdot \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \sin 0$$

$$= 2$$

## Parçalı Fonksiyon ve Mutlak Değerin İntegrali

$$* f(x) = \begin{cases} g(x), & x \leq k \\ h(x), & x \geq k \end{cases}$$

$$\text{ise kritik nokta } k, \int_a^b f(x) dx = ?$$

$$* \int_a^b |f(x)| dx = ? \text{ ise}$$

$f(x)=0$  yapan değerler kritik nokta,

Kritik noktalara göre integral parçalanarak işlem yapılır.

## ÖRNEK-8

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 1 \\ 3x^2, & x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = ?$$

## Çözüm

Kritik nokta  $x=1$

$0 < 1 < 3$  aralığında

$$\Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$$

$$= \int_0^1 (x+2) dx + \int_1^3 3x^2 dx$$

$$= \left. \frac{x^2}{2} + 2x \right|_0^1 + \left. x^3 \right|_1^3$$

$$= \frac{1}{2} + 2 - 0 - 0 + 3^3 - 1^3$$

$$= \frac{5}{2} + 26 = \frac{57}{2}$$

## ÖRNEK-9

$$\int_1^3 |x-2| dx = ?$$

## Çözüm

$x=2$  kritik nokta  $1 < 2 < 3$  aralığında

$$\int_1^3 |x-2| dx = \int_1^2 -(x-2) dx + \int_2^3 (x-2) dx$$

$$= \left. \left( -\frac{x^2}{2} + 2x \right) \right|_1^2 + \left. \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \right|_2^3$$

$$= \left( -\frac{2^2}{2} + 2 \cdot 2 \right) - \left( -\frac{1^2}{2} + 2 \cdot 1 \right) + \left( \frac{3^2}{2} - 2 \cdot 3 \right) - \left( \frac{2^2}{2} - 2 \cdot 2 \right)$$

$$= 2 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 2$$

$$= 1$$

### İntegralin Türevi

\* a, b sabit sayı olmak üzere,

$$\frac{d}{dx} \left( \int_a^b f(x) dx \right) = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left( \int_{g(x)}^{h(x)} f(t) dt \right) = h'(x) \cdot f(h(x)) - g'(x) \cdot f(g(x))$$

#### ÖRNEK-10

$$f(x) = \int_1^3 (x^3 + 1) dx$$

$$\Rightarrow f'(x) = ?$$

#### Çözüm

$$\int_1^3 (x^3 + 1) dx = \text{sabit sayı}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \text{ dir.}$$

#### ÖRNEK-11

$$F(x) = \int_x^{x^2} (t+1) dt \Rightarrow F'(2) = ?$$

#### Çözüm

$$F'(x) = 2x \cdot (x^2 + 1) - 1 \cdot (x + 1)$$

$$F'(x) = 2x \cdot (x^2 + 1) - (x + 1)$$

$$F'(2) = 2 \cdot 2 \cdot 5 - 3 = 17$$

#### ÖRNEK-12

$$F(x) = \int_{-2}^x \frac{t^2}{t^3 + 4} dt$$

$$\Rightarrow F'(1) = ?$$

#### Çözüm

$$F'(x) = 1 \cdot \frac{x^2}{x^3 + 4} - 0 \cdot \frac{(-2)^2}{(-2)^3 + 4}$$

$$F'(x) = \frac{x^2}{x^3 + 4}$$

$$F'(1) = \frac{1^2}{1^3 + 4} = \frac{1}{5}$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 3

1.  $\int_0^1 (x^2 + 3x) dx = ?$

- A)  $\frac{11}{6}$     B)  $\frac{11}{5}$     C)  $\frac{11}{4}$     D)  $\frac{11}{3}$     E)  $\frac{11}{2}$

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_0^1 (x^2 + 3x) dx &= \left. \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right|_0^1 \\ &= \frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 0 = \frac{11}{6} \\ &\quad (2) \quad (3) \end{aligned}$$

Cevap A

2.  $\int_0^1 \frac{3x^2}{1+x^3} dx = ?$

- A)  $\ln 2 - 3$     B)  $\ln 2 + 2$     C)  $\ln 8$     D)  $\ln 4$     E)  $\ln 2$

Çözüm

$$\begin{aligned} 1+x^3=u &\Rightarrow 3x^2 dx = du \\ \int \frac{1}{u} du &= \ln u \\ = \ln(x^3+1) \Big|_0^1 &= \ln 2 - \ln 1 \\ &= \ln 2 \end{aligned}$$

Cevap E

3.  $\frac{d}{dx} \int_2^5 f(t) dt = x^6 + 9$   
 $\Rightarrow f(1) = ?$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

Çözüm

$$\begin{aligned} 5x^4 \cdot f(x^5) - 0 \cdot f(2) &= x^6 + 9 \\ x=1 \text{ için} \\ 5 \cdot f(1) &= 1 + 9 \\ f(1) &= 2 \end{aligned}$$

Cevap B

4.  $\int_0^\pi e^{\sin x} \cdot \cos x dx = ?$

- A) 0    B) 1    C) -1    D)  $\pi$     E)  $-\pi$

Çözüm

$$\begin{aligned} \sin x = u &\Rightarrow \cos x dx = du \\ \int e^u du &= e^u = e^{\sin x} \Big|_0^\pi \\ &= e^{\sin \pi} - e^{\sin 0} \\ &= 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

Cevap A

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 3

$$5. \int_1^2 \frac{x^2 + 2x + 3}{x} dx = ?$$

- A)  $6 - \ln 2$       B)  $6 + \ln 2$       C)  $\ln 4$   
 D)  $\frac{7}{2} + \ln 8$       E)  $\frac{7}{2} - \ln 8$

Çözüm

$$\begin{aligned} & \int_1^2 \left( x + 2 + \frac{3}{x} \right) dx \\ &= \left. \frac{x^2}{2} + 2x + \ln x \right|_1^2 \\ &= \frac{4}{2} + 4 + 3 \ln 2 - \frac{1}{2} - 2 - 3 \ln 1 \\ &= \frac{7}{2} + \ln 8 \end{aligned}$$

Cevap D

$$6. \int_0^1 \frac{(x^2 + 3)2x}{(x^2 + 3)^2 + 1} dx = ?$$

- A)  $\ln \frac{17}{10}$       B)  $2 \ln \frac{17}{10}$       C)  $\frac{1}{2} \ln \frac{17}{10}$   
 D)  $\ln \frac{13}{4}$       E)  $2 \ln \frac{13}{4}$

Çözüm

$$\begin{aligned} (x^2 + 3)^2 = u &\Rightarrow 2 \cdot (x^2 + 3) \cdot 2x dx = du \\ \int \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{u+1} du &= \frac{1}{2} \ln |u+1| \\ &= \frac{1}{2} \ln |(x^2 + 3)^2 + 1| \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{2} \ln 17 - \frac{1}{2} \ln 10 \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{17}{10} \end{aligned}$$

Cevap C

$$7. f(x) \begin{cases} 2x, & x \leq 1 \\ 3x^2, & x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = ?$$

- A) 24      B) 25      C) 26      D) 27      E) 28

Çözüm

$$\begin{aligned} & \int_0^1 2x dx + \int_1^3 3x^2 dx \\ &= x^2 \Big|_0^1 + x^3 \Big|_1^3 = 1 - 0 + 27 - 1 \\ &= 27 \end{aligned}$$

Cevap D

$$8. \int_0^2 |x-2| dx = ?$$

- A)  $\frac{23}{4}$       B)  $\frac{23}{3}$       C)  $\frac{5}{2}$       D) 0      E) -12

Çözüm

$$\begin{aligned} & -\int_0^2 (x-2) dx + \int_2^3 (x-2) dx \\ &= \left. -\frac{x^2}{2} + 2x \right|_0^2 + \left. \frac{x^2}{2} - 2x \right|_2^3 \\ &= -2 + 4 - 0 + \frac{9}{2} - 6 - 2 + 4 = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Cevap C

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 3

9.  $\int_0^{\pi} |\cos x - 3| dx = ?$

- A)  $\pi$       B)  $2\pi$       C)  $3\pi$       D)  $-2\pi$       E)  $0$

10.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx$  integralinde

$x = -u \Rightarrow \int \dots ?$

- A)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan u du$       B)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan u du$       C)  $\int_0^{\pi} \tan u du$   
 D)  $\int_0^{\pi} \cot u du$       E)  $\int_0^{\pi} -\tan u du$

11.  $\int_1^{e^3} \sin(\ln(x)) dx$  integralinde

$\ln x = t \Rightarrow \int \dots ?$

- A)  $\int_0^3 \cos t \cdot e^t dt$       B)  $\int_0^3 \sin t \cdot e^t dt$       C)  $\int_1^3 \cot \cdot e^t \cdot dt$   
 D)  $\int_1^3 \sin t \cdot e^t dt$       E)  $\int_1^{e^3} \sin t dt$

12.  $\int_1^3 \ln^3 x dx = 6 - 2e$

$\Rightarrow \int_1^e \ln^4 x dx = ?$

- A)  $7e - 16$       B)  $8e - 18$       C)  $9e - 24$   
 D)  $10e - 26$       E)  $11e - 28$

Çözüm

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} (3 - \cos x) dx &= 3x - \sin x \Big|_0^{\pi} \\ &= 3\pi - 0 - 0 + 0 \\ &= 3\pi \end{aligned}$$

Cevap C

Çözüm

$\tan x = -\tan u$   
 $x = -u \Rightarrow dx = -du$

Sınırlar

$$\begin{aligned} x = \frac{\pi}{2} &\Rightarrow u = -\frac{\pi}{2} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan u du \\ x = 0 &\Rightarrow u = 0 \end{aligned}$$

Cevap B

Çözüm

$\ln x = t \Rightarrow x = e^t$   
 $dx = e^t dx$

Sınırlar

$$\begin{aligned} x = e^3 &\Rightarrow t = 3 \\ x = 1 &\Rightarrow t = 0 \end{aligned} \quad \int_0^3 \sin t \cdot e^t \cdot dt$$

Cevap B

Çözüm

$\ln^4 x = u \Rightarrow dx = dv$

$\frac{4}{x} \cdot \ln^3 x dx = du$ ,  $x = v$

$$\int_1^e \ln^4 x dx = x \cdot \ln^4 x \Big|_1^e - \int_1^e 4x \cdot \ln^3 x \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= e \cdot 1 - 0 - 4 \cdot \int_1^e \ln^3 x dx$$

$$= e - 4 \cdot (6 - 2e)$$

$$= 9e - 24$$

Cevap C

## TEST - 1

1.  $\int (x^2 + 3x + 1) dx = ?$

A)  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + x + c$

B)  $x^3 + 3x^2 + x + c$

C)  $\frac{x^2}{2} + 3x + c$

D)  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + c$

E)  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - x + c$

2.  $\int (\sqrt{x} + 1) dx = ?$

A)  $\frac{x^2}{2} + \frac{4}{3}x\sqrt{x} + x + c$

B)  $\frac{x^2}{2} + x\sqrt{x} + x + c$

C)  $x^2 + x\sqrt{x} + x + c$

D)  $x^2 + x\sqrt{x} + c$

E)  $\frac{x^2}{3} + \frac{x\sqrt{x}}{2} + x + c$

3.  $\int_{-2}^3 dx = ?$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

4.  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0 \\ x + 4, & x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \int_{-1}^2 f(x) dx = ?$

A)  $\frac{27}{5}$

B)  $\frac{49}{6}$

C)  $\frac{33}{7}$

D)  $\frac{51}{8}$

E)  $\frac{63}{8}$

5.  $\int_1^2 (ax - 1) dx = 2$   
 $\Rightarrow a = ?$

A) -1

B) 1

C) 2

D) 4

E) 6

6.  $f'(x) = 6x - 1$

$f(1) = 3 \Rightarrow f(0) = ?$

A) -2

B) -1

C) 0

D) 1

E) 2

## TEST - 1

7.  $\int (\sin x + \cos x)^2 dx = ?$

- A)  $\frac{1}{2} \sin 2x + x + c$       B)  $\frac{1}{2} \sin 2x + c$   
 C)  $x - \frac{1}{2} \sin 2x + c$       D)  $x - \frac{1}{2} \cos 2x + c$   
 E)  $x + \sin 2x + c$

8.  $\int \frac{x}{x^2+3} dx = ?$

- A)  $\ln|x^2+3|+c$       B)  $\frac{1}{2} \ln|x^2+3|+c$   
 C)  $\frac{1}{3} \ln|x^2+3|+c$       D)  $2 \ln|x^2+3|+c$   
 E)  $3 \ln|x^2+3|+c$

9.  $\int 3^x \cdot 2^{x+1} dx = ?$

- A)  $\frac{2 \cdot 6^x}{\ln 6} + c$       B)  $\frac{6x}{\ln 6} + c$       C)  $6^{x+1} + \ln 6 + c$   
 D)  $\frac{3 \cdot 6^x}{\ln 6} + c$       E)  $6^x \cdot \ln 6 + c$

10.  $\int \sin^2 x dx + \int \cos^2 x dx = ?$

- A)  $\frac{\cos 2x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + c$       B)  $\cos 2x - \sin 2x + c$   
 C)  $x + \frac{\cos 2x}{2} + c$       D)  $x^2 + \sin 2x + c$   
 E)  $x + c$

11.  $\int \cos^2 4x dx - \int \sin^2 4x dx = ?$

- A)  $\sin 4x + \cos 4x + c$       B)  $\frac{\sin 8x}{8} + c$   
 C)  $\frac{\cos 8x}{8} + c$       D)  $\cos 8x - \sin 8x + c$   
 E)  $\sin 8x + \cos x + c$

12.  $\int \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = ?$

- A)  $x - \frac{\cos 2x}{2} + c$       B)  $x + \frac{\sin 2x}{2} + c$   
 C)  $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c$       D)  $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + c$   
 E)  $x + \sin 2x + c$



## TEST - 2

1.  $\int_0^{\pi} \sin^2 2x \cdot \cos 2x dx = ?$

- A) 0      B)  $\frac{1}{6}$       C)  $\frac{1}{2}$       D) 1      E) 2

2.  $\int \frac{x dx}{\sin^2(x^2)} = ?$

- A)  $\frac{1}{2} \tan(x^2) + c$       B)  $-\frac{1}{2} \tan(x^2) + c$   
 C)  $-\frac{1}{2} \cot(x^2) + c$       D)  $\frac{1}{2} \cot(x^2) + c$   
 E)  $\cot^2 x + c$

3.  $\int f(x) dx = x^3 + 4x^2 + x + 2$

$\Rightarrow f(1) = ?$

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 10      E) 12

4.  $\int e^{2x+5} dx = ?$

- A)  $e^{2x+5} + c$       B)  $2x \cdot e^{2x+5} + c$       C)  $2x + e^{2x+5} + c$   
 D)  $2e^{2x+5} + c$       E)  $\frac{1}{2} e^{2x+5} + c$

5.  $\int (\tan^2 + \sin x + 2x) dx = ?$

- A)  $\tan x - \cos x + x^2 - x + c$       B)  $\tan x + \sin x + x^2 - x + c$   
 C)  $\tan x + \sin x + x^2 + x + c$       D)  $\tan x - \sin x + x^2 - x + c$   
 E)  $\tan x - \sin x + x^2 + x + c$

6.  $\int \frac{x}{x-1} dx = ?$

- A)  $x - \ln|x-1| + c$       B)  $x + \ln|x-1| + c$       C)  $\ln|x-1| + c$   
 D)  $2\ln|x-1| + x + c$       E)  $\ln|x| + x + c$

## TEST - 2

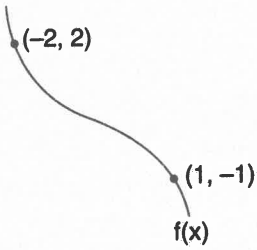
7.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 143 \cdot \sin^{10} x \cdot \cos^3 x dx = ?$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

8.  $\int_0^{\ln a} (e^x + 4e^{-x}) dx = 3$   
 $\Rightarrow a = ?$

- A) 5      B) 4      C) 3      D) 2      E) 1

9.



$\int_{-2}^1 \sqrt{2+f(x)} \cdot f'(x) dx = ?$

- A)  $-\frac{14}{3}$       B)  $-\frac{14}{5}$       C)  $-\frac{7}{2}$       D) -2      E) -3

10.  $\int_0^{\pi} |\cos x| dx = ?$

- A) 0      B) 1      C) 2      D)  $\pi$       E)  $-\pi$

11.  $\int_{-2}^3 (|x-1| + x-2) dx = ?$

- A)  $-\frac{7}{2}$       B)  $-\frac{13}{2}$       C)  $\frac{13}{2}$       D)  $\frac{17}{2}$       E)  $\frac{19}{2}$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

12.  $\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos x} = ?$

- A)  $\ln|x| + \ln|\sin x| + c$       B)  $\ln|x| + \ln|\cos x| + c$   
 C)  $\tan x - \cot x + c$       D)  $\sec x - \csc x + c$   
 E)  $\ln|\sin x| - \ln|\cos x| + c$

1.A    2.C    3.E    4.E    5.A    6.B    7.B    8.D    9.A    10.C    11.C    12.E

## TEST - 3

1.  $\int d(5x) = ?$

- A) 5    B) 5x    C) 5x+c    D)  $\frac{5}{x} + c$     E)  $\frac{5x^2}{2} + c$

2.  $\int \ln x \cdot dy = ?$

- A)  $\ln x \cdot y + c$     B)  $\ln x^y + x$     C)  $x \ln x + x + c$   
D)  $\ln y + x + c$     E)  $\ln y^x + c$

3.  $f(3)=12,$

$f(1)=2$

$$\Rightarrow \int_1^3 \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2} dx = ?$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

4.  $\int x d(\sin x) = f(x) + c$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = ?$$

- A)  $-\frac{\pi}{2}$     B) -1    C) 0    D)  $\frac{\pi}{2}$     E)  $\pi$

5.  $\int_1^2 (x^3 + x^2 + x + 1) dx = ?$

- A)  $\frac{103}{12}$     B)  $\frac{103}{11}$     C)  $\frac{103}{6}$     D)  $\frac{52}{5}$     E)  $\frac{51}{7}$

6.  $\int \frac{2x^2 - 4\sqrt{x}}{x} dx = ?$

- A)  $x^2 - 6\sqrt{x} + c$     B)  $x^2 - 5\sqrt{x} + c$     C)  $x^2 - 2\sqrt{x} + c$   
D)  $x^2 - 8\sqrt{x} + c$     E)  $x^2 - 2x + c$

## TEST - 3

7.  $\int_0^1 \frac{x^3}{x^4+1} dx = ?$

- A) 12    B) 15    C)  $\ln 2$     D)  $\frac{1}{3} \ln 2$     E)  $\frac{1}{4} \ln 2$

8.  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin \frac{5x}{2} dx = ?$

- A)  $\frac{5}{2}$     B)  $-\frac{5}{2}$     C)  $\frac{5\pi}{2}$     D) 0    E)  $\frac{3\pi}{2}$

9.  $\int \frac{x^3+x+1}{x} dx = ?$

- A)  $\frac{x^3}{3} + x + \ln|x| + c$     B)  $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + \ln|x| + c$   
 C)  $x^4 + x^3 + c$     D)  $\ln|x| + c$   
 E)  $\frac{x^2}{2} + x + c$

10.  $\int \cos^3 x dx = ?$

- A)  $\sin x + \frac{\cos^2 x}{2} + c$     B)  $\sin^2 x + \cos x + c$   
 C)  $\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + c$     D)  $\sin x + \frac{1}{3} \sin^3 x + c$   
 E)  $\sin x - \cos x + c$

11.  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx = ?$

- A)  $\frac{\pi}{6}$     B)  $\frac{\pi}{4}$     C) 0    D)  $\frac{\pi}{3}$     E)  $\frac{\pi}{2}$

12.  $\int \sin 3x \cdot \cos 3x dx$

- A)  $\frac{\sin 3x}{3} + c$     B)  $-\frac{\cos 6x}{12} + c$     C)  $\frac{\cos 3x}{6} + c$   
 D)  $\frac{\cos 6x}{12} + c$     E)  $-\frac{\cos 12x}{12} + c$

## TEST - 4

1.  $\int e^{2x+1} \cdot f(x-1) dx = e^{3x}$   
 $\Rightarrow f(1) = ?$

- A)  $-e$     B)  $e^2$     C)  $3e$     D)  $e^5$     E)  $3e^2$

2.  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = ?$

- A)  $\arcsin x + \tan x + c$     B)  $\arcsin x - \tan x + c$   
 C)  $\arccos x + \tan x + c$     D)  $-\arccos x - \tan x + c$   
 E)  $\arccos x + \cot x + c$

3.  $\frac{d}{dx} \left( \int_5^{10} (x^6 + x^4) dx \right) = ?$

- A) 0    B) 1    C)  $\frac{27}{5}$   
 D)  $\frac{x^7}{7} + \frac{x^5}{5} + c$     E)  $x^6 + x^4 + c$

4.  $\int \frac{x+1}{x^2+2x} dx = ?$

- A)  $x^3 + 2x^2 + x + c$     B)  $x^2 + 2x + c$     C)  $2 \ln |x^2 + 2x| + c$   
 D)  $\ln |x^2 + 2x| + c$     E)  $\frac{1}{2} \ln |x^2 + 2x| + c$

5.  $\int \frac{x^2 + 3x}{x-1} dx = ?$

- A)  $x^3 + 3x^2 + c$     B)  $x^3 + \ln |x-1| + c$   
 C)  $\ln |x-1| + 3x + c$     D)  $\frac{x^2}{2} + 4x + 4 \ln |x-1| + c$   
 E)  $\frac{x^2}{2} - 4x + 4 \ln |x-1| + c$

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

6.  $\int \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx = ?$

- A)  $\arctan(x+1) + c$     B)  $\arctan(x+2) + c$   
 C)  $\arctan(x+2) + x + c$     D)  $\operatorname{arccot}(x+2) + c$   
 E)  $\operatorname{arccot}(x+1) - x + c$

## TEST - 4

7.  $\int \sin^3 x \cdot \cos^7 x dx = ?$

- A)  $\frac{\sin^{10} x}{10} - \frac{\sin^8 x}{8} + c$       B)  $\frac{\cos^{10} x}{10} - \frac{\cos^8 x}{8} + c$   
 C)  $\frac{\sin 8x}{8} - \frac{\sin^6 x}{6} + c$       D)  $\frac{\sin^7 x}{7} + \frac{\sin^5 x}{5} + c$   
 E)  $\frac{\cos^8 x}{8} + \frac{\cos^6 x}{6} + c$

8.  $\int \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} dx = ?$

- A)  $\ln|\sqrt{x^2-1}| + c$       B)  $\ln|x^2-1| + c$       C)  $\sqrt{1-x^2} + c$   
 D)  $\sqrt{x^2-1} + c$       E)  $2\sqrt{x^2-1} + c$

9.  $f(x)=e^x, g(x)=x^2-4$

$$\Rightarrow \int_0^1 [f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)] dx = ?$$

- A)  $3e-1$       B)  $e+3$       C)  $2-4e$   
 D)  $4-3e$       E)  $3-4e$

10.  $\int \frac{1}{4x^2+9} dx = ?$

- A)  $\frac{1}{6} \arctan\left(\frac{2x}{3}\right) + c$       B)  $\ln|4x^2+9| + c$   
 C)  $\frac{2}{3} \arctan\left(\frac{2x}{3}\right) + c$       D)  $\operatorname{arccot}\left(\frac{2x}{3}\right) + c$   
 E)  $\frac{1}{6} \operatorname{arccot}\left(\frac{2x}{3}\right) + c$

11.  $\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{3x} dx = ?$

- A)  $\frac{17}{3}$       B)  $\frac{21}{8}$       C)  $\frac{19}{3}$       D) 9      E) 6

12.  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 x dx - \int_{\frac{\pi}{6}}^0 \sin^2 x dx = ?$

- A)  $\frac{2\pi}{3}$       B)  $\pi$       C)  $\frac{\pi}{2}$       D)  $\frac{\pi}{6}$       E)  $\frac{\pi}{3}$

## TEST - 5

1.  $\int_0^1 \frac{d(x^2+1)}{2x^2+1} = ?$

- A)  $\frac{1}{2} \ln 3$       B)  $\frac{\ln 3}{3}$       C)  $3 \ln 3$   
 D)  $x^3+x+c$       E)  $x^2+1+\ln|x|$

2.  $\int_3^5 f(x+2) dx = 8$

$\Rightarrow \int_5^7 f(x) dx = ?$

- A) -8      B) -5      C) 5      D) 8      E) 16

3.  $f(x) = \int_x^{x^2} (t^2+2) dt$

$\Rightarrow f(1) = ?$

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

4.  $\int_0^{\ln 2} (e^{2x}-e^x) dx$  integralinde

$e^x=t$  dönüşümü yapılırsa elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir.

- A)  $\int_1^2 (t-1) dt$       B)  $\int_1^2 (t^2-t) dt$       C)  $\int_1^2 t^2 dt$   
 D)  $\int_0^2 (t^3-t) dt$       E)  $\int_2^1 (t^2-t) dt$

5.  $\int_1^4 |x-3| dx = ?$

- A)  $\frac{7}{3}$       B)  $\frac{29}{8}$       C)  $\frac{39}{5}$       D)  $\frac{43}{3}$       E)  $\frac{41}{2}$

6.  $\int_{-2}^3 |x^2+2x| dx = ?$

- A)  $\frac{61}{5}$       B)  $\frac{58}{3}$       C)  $\frac{47}{11}$       D)  $\frac{39}{12}$       E)  $\frac{3}{2}$

## TEST - 5

7.  $\int \sin 3x \cdot \sin 2x dx = ?$

- A)  $\cos 3x + \cos 2x + c$       B)  $\sin 3x + \cos 2x + c$   
 C)  $\frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 2x}{2} + c$       D)  $\frac{1}{2} \sin 2x + \cos 5x + c$   
 E)  $2 \sin x + \cos 5x + c$

8.  $\int x^2 \sin x dx = ?$

- A)  $(1-x^2)\cos x + 2\sin x + c$       B)  $(2-x^2)\cos x + 2x\sin x + c$   
 C)  $x^2 \sin x + x \cos x + c$       D)  $(2-x^2)\cos x + 2\sin x + c$   
 E)  $(1-x)\cos x + 2\sin x + x + c$

9.  $\int x e^{-x} dx = ?$

- A)  $-e^{-x}(x+1) + c$       B)  $e^{-x}(x+1) + c$       C)  $e^{-x}(-x+1) + c$   
 D)  $e^{-x}(x+1) + x + c$       E)  $e^{-x} + x + c$

10.  $\int x \cdot 3^x dx = ?$

- A)  $\frac{1}{\ln 3} \left( x \cdot 3^x + \frac{1}{\ln 3} 3^x \right) + c$   
 B)  $x \cdot \ln 3 - 3^x \cdot \ln x + c$   
 C)  $\ln 3 - 3^x \cdot x + c$   
 D)  $\frac{1}{\ln 3} \left( x \cdot 3^x - \frac{1}{\ln 3} \cdot 3^x \right) + c$   
 E)  $\frac{1}{\ln 3} (x \cdot 3^x + \ln 3 \cdot 3^x) + c$

11.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx$  integralinde

$x = \pi - \alpha \Rightarrow \int ?$

- A)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin \alpha + \cos \alpha) d\alpha$       B)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin \alpha + \cos \alpha) d\alpha$   
 C)  $\int_0^{\pi} (\sin \alpha - \cos \alpha) d\alpha$       D)  $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2\alpha d\alpha$   
 E)  $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cos 2\alpha d\alpha$

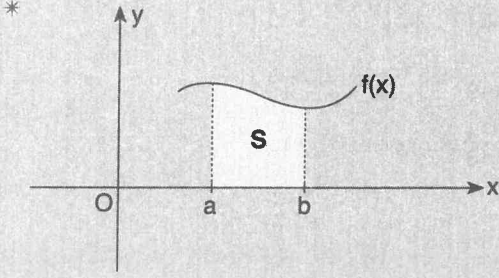
12.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{x} dx$  integralinde.

$u = \sin x \Rightarrow \int ?$

- A)  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{du}{\arcsin u}$       B)  $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{du}{\arccos u}$       C)  $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{du}{\arcsin u}$   
 D)  $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{du}{\arccos u}$       E)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{du}{\arctan u}$

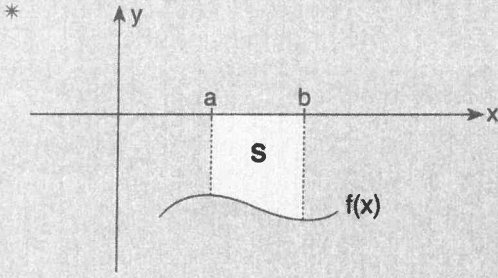


## İNTEGRALDE ALAN



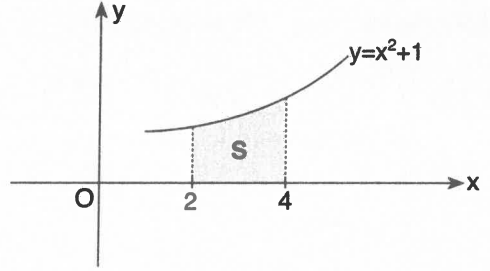
Taralı bölgenin alanı=S

$$S = \int_a^b f(x) dx, (f(x) \geq 0)$$



$$S = -\int_a^b f(x) dx, (f(x) < 0)$$

## ÖRNEK-1

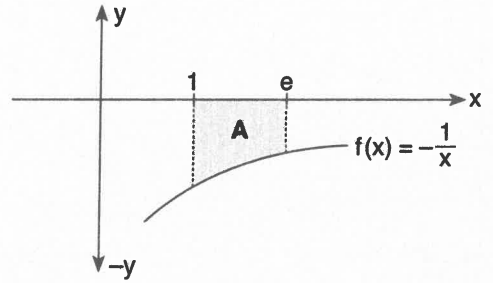


⇒ S=?

Çözüm

$$\begin{aligned} S &= \int_2^4 (x^2 + 1) dx \\ S &= \left. \frac{x^3}{3} + x \right|_2^4 = \frac{4^3}{3} + 4 - \frac{2^3}{3} - 2 \\ &= \frac{56}{3} + 2 \\ &= \frac{62}{3} \end{aligned}$$

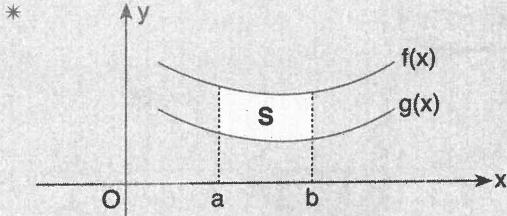
## ÖRNEK-2



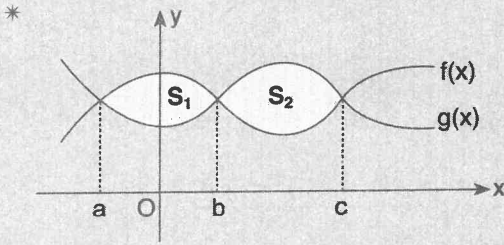
⇒ A=?

Çözüm

$$\begin{aligned} A &= -\int_1^e -\frac{1}{x} dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx \\ A &= \ln|x| \Big|_1^e = \ln e - \ln 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$



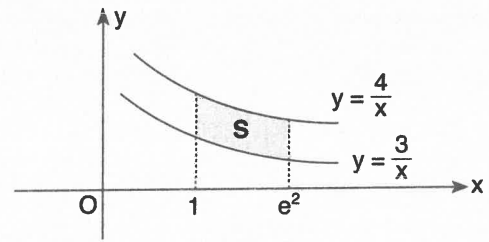
$$S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



$$S_1 + S_2 = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - f(x)] dx$$

(Üsttekenden alttakini çıkar.)

ÖRNEK-3



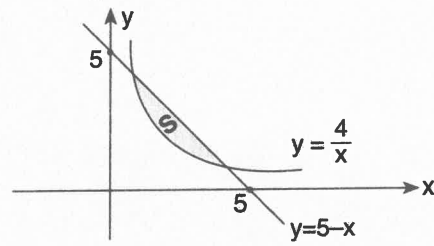
⇒ S=?

Çözüm

$$S = - \int_1^{e^2} \left( \frac{4}{x} - \frac{3}{x} \right) dx$$

$$S = \int_1^{e^2} \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^{e^2} = \ln e^2 - \ln 1 = 2$$

ÖRNEK-4



⇒ S=?

Çözüm

$$S = \int_1^4 \left( 5 - x - \frac{4}{x} \right) dx$$

Sınırlar

$$5 - x = \frac{4}{x}$$

$$5x - x^2 = 4$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x \quad -4$$

$$x \quad -1$$

$$x = 1$$

$$x = 4$$

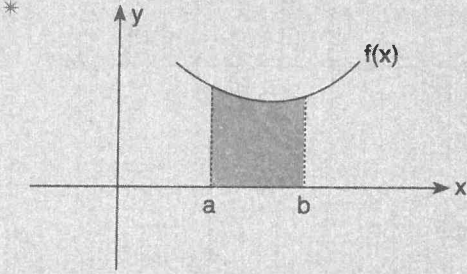
$$S = 5x - \frac{x^2}{2} - 4 \ln x \Big|_1^4$$

$$S = 20 - \frac{16}{2} - 4 \ln 4 - \left( 5 - \frac{1}{2} - 4 \cdot 0 \right)$$

$$S = 12 - 4 \ln 4 - \frac{9}{2}$$

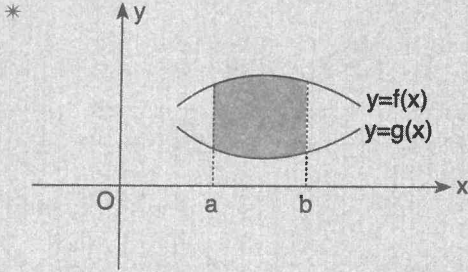
$$S = \frac{15}{2} - 4 \ln 4$$

## İNTEGRALDE HACİM



Taralı bölgenin x eksenini etrafında  $\alpha$  kadar döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi  $V$  ise

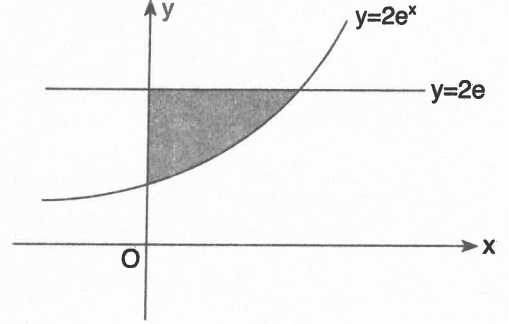
$$V = \pi \cdot \frac{\alpha}{360} \int_a^b f^2(x) dx$$



Taralı alanın x eksenini etrafında  $\alpha$  kadar döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi  $V$  ise

$$V = \pi \cdot \frac{\alpha}{360} \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$$

## ÖRNEK-5



Taralı bölgenin x eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesiyle oluşan şeklin hacmi kaç  $\pi br^3$  tür?

## Çözüm

$$V = \pi \cdot \int_0^1 [(2e)^2 - (2e^x)^2] dx = ?$$

## Sınırlar

Üst sınır lazım.  $V = \pi \cdot \int_0^1 (4e^2 - 4e^{2x}) dx$   
 $2e = 2e^x$

$$\Rightarrow x=1 \quad V = \pi \cdot \left( 4e^2 x - \frac{4e^{2x}}{2} \right) \Big|_0^1$$

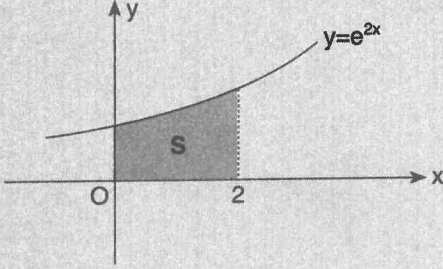
$$V = \pi \cdot (4e^2 x - 2e^{2x}) \Big|_0^1$$

$$V = \pi \cdot [(4e^2 - 2e^2) - (0 - 2)] \text{????}$$

$$V = \pi \cdot (2e^2 + 2)$$

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 4

1.

 $\Rightarrow S=?$ 

- A)  $\frac{e^4-1}{2}$  B)  $e^4-1$  C)  $\frac{e^4}{2}$  D)  $\frac{e^4+1}{2}$  E)  $\frac{e}{2}$

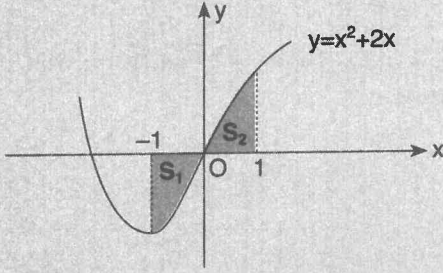
Çözüm

$$S = \int_0^2 e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^2$$

$$= \frac{e^4}{2} - \frac{1}{2}$$

Cevap A

2.

 $\Rightarrow S_1+S_2=?$ 

- A) 1 B) 2 C)  $\frac{5}{2}$  D) 3 E)  $\frac{7}{2}$

Çözüm

$$S_1 = - \int_{-1}^0 (x^2 + 2x) dx$$

$$S_1 = - \left[ \frac{x^3}{3} + x^2 \right]_{-1}^0 = 0 - \left( -\frac{1}{3} - 1 \right)$$

$$= \frac{2}{3}$$

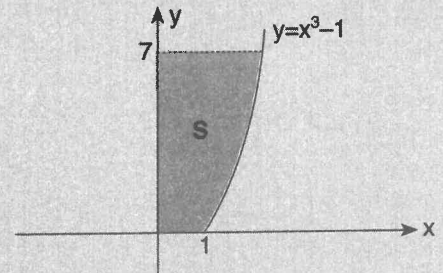
$$S_2 = \int_0^1 (x^2 + 2x) dx = \left[ \frac{x^3}{3} + x^2 \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{3} + 1 - 0$$

$$= \frac{4}{3}$$

Cevap B

3.

 $\Rightarrow S=?$ 

- A)  $\frac{13}{4}$  B) 6 C)  $\frac{29}{3}$  D)  $\frac{34}{5}$  E)  $\frac{45}{4}$

Çözüm

$$S = \int_0^7 \sqrt[3]{y+1} dy = \int_0^7 (y+1)^{\frac{1}{2}} dy$$

$$= \frac{3}{4} \cdot (y+3)^{\frac{4}{3}} \Big|_0^7$$

$$= \frac{3}{4} \cdot 16 - \frac{3}{4} \cdot 1$$

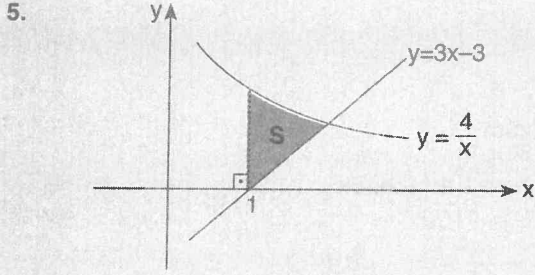
$$= \frac{45}{4}$$

Cevap E

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 4

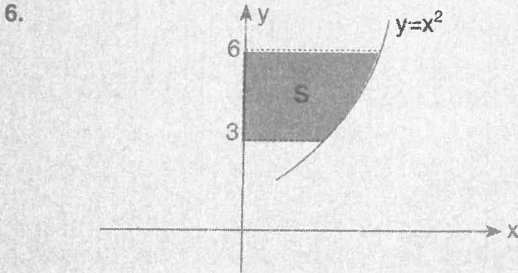
4.  $y=x^2$  eğrisi,  $x=-2$  ve  $x=1$  doğruları ve  $x$  ekseninin arasında kalan bölgenin alanı kaçtır?

- A) 2    B) 5    C) 6    D)  $\frac{13}{3}$     E)  $\frac{17}{4}$



⇒ S=?

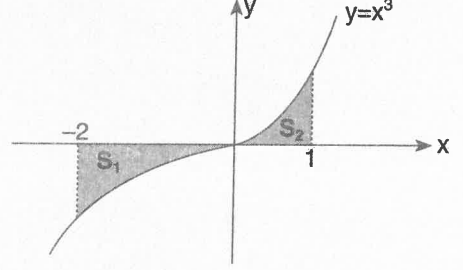
- A)  $6\ln 2 - \frac{3}{2}$     B)  $6\ln 2$     C)  $4\ln 2 - 2$   
D)  $2\ln 3 - 4$     E)  $2\ln 3 + 1$



Taralı bölgenin  $y$  eksenini etrafında  $360^\circ$  döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç  $\text{br}^3$  tür?

- A)  $9\pi$     B)  $4\pi$     C)  $\frac{27}{2}\pi$     D)  $\frac{27}{4}\pi$     E)  $\frac{33}{4}\pi$

Çözüm



$$S_1 = - \int_{-2}^0 x^2 dx \Rightarrow S_1 = - \left. \frac{x^3}{3} \right|_{-2}^0 = 0 - (-\frac{8}{3}) = \frac{8}{3}$$

$$S_2 = \int_0^1 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$S_1 + S_2 = \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Cevap E

Çözüm

$$S = \int_1^2 \left( \frac{6}{x} - 3x + 3 \right) dx \quad \begin{cases} 3x-3 = \frac{6}{x} \\ x=2 \end{cases}$$

$$S = 6 \ln x - \frac{3x^2}{2} + 3x \Big|_1^2$$

$$S = 6 \ln 2 - 6 + 6 - 6 \ln 1 + \frac{3}{2} - 3$$

$$S = 6 \ln 2 - \frac{3}{2}$$

Cevap A

Çözüm

$$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$$

$$V = \pi \int_3^6 (\sqrt{y})^2 dy = \pi \int_3^6 y dy$$

$$= \pi \left. \frac{y^2}{2} \right|_3^6 = 18\pi - \frac{9\pi}{2}$$

$$= \frac{27\pi}{2}$$

Cevap C

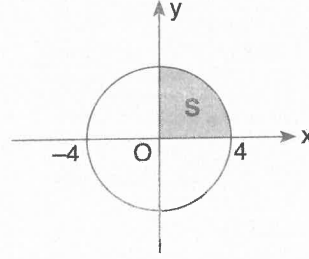
## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 4

7.  $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = ?$

- A)  $\pi$     B)  $2\pi$     C)  $4\pi$     D)  $8\pi$     E)  $16\pi$

Çözüm

$$\sqrt{16-x^2} = y \Rightarrow x^2+y^2=4^2$$



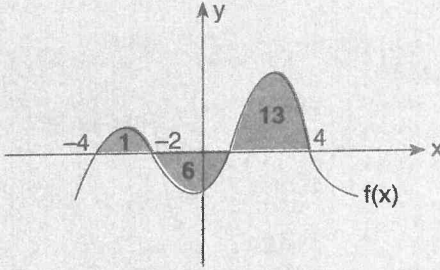
$$A = \pi r^2$$

$$A = 16\pi$$

$$S = \frac{16\pi}{4} = 4\pi$$

Cevap C

8.



$$\Rightarrow \int_{-4}^4 f(x) dx = ?$$

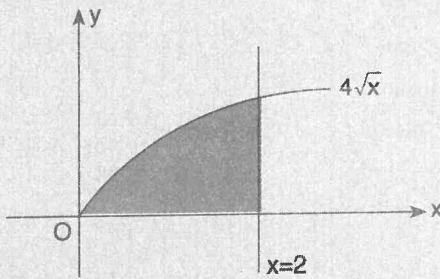
- A) 0    B) 10    C) 20    D) 8    E) 6

Çözüm

$$\int_{-4}^4 f(x) dx = 1 - 6 + 13 = 8$$

Cevap D

9.



Taralı bölgenin x eksenini etrafında  $180^\circ$  döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi V ise  $V = ?$

- A)  $32\pi$     B)  $16\pi$     C)  $8\pi$     D)  $4\pi$     E)  $2\pi$

Çözüm

$$V = \pi \cdot \frac{180}{360} \cdot \int_0^2 (4\sqrt{x})^2 dx$$

$$V = \frac{\pi}{2} \cdot \left( \int_0^2 16x dx \right)$$

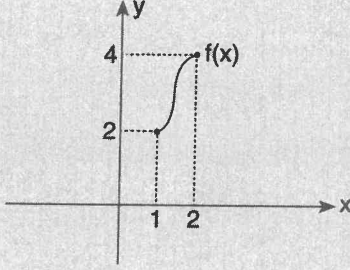
$$V = \frac{\pi}{2} \cdot \left( 8x^2 \Big|_0^2 \right)$$

$$V = \frac{\pi}{2} \cdot (32 - 0) = 16\pi$$

Cevap B

## ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER - 4

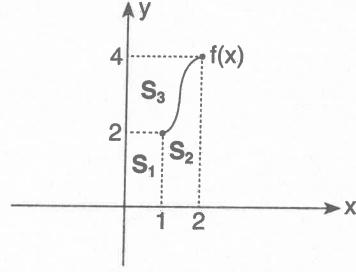
10.



$$\Rightarrow \int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx = ?$$

- A) 2      B) 4      C) 5      D) 6      E) 10

Çözüm

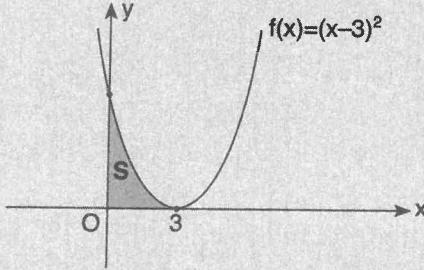


$$\Rightarrow S_2 + S_3 = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} S_1 + S_2 + S_3 = 2 \cdot 4 = 8 \\ S_1 = 2 \cdot 1 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow S_2 + S_3 = 6$$

Cevap D

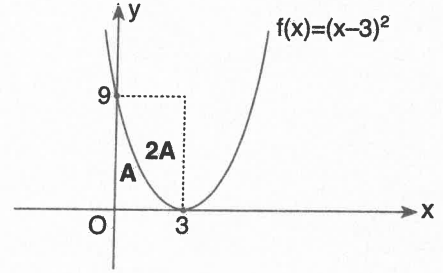
11.



$$\Rightarrow S = ?$$

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 6      E) 9

Çözüm



$$x=0 \Rightarrow y=S$$

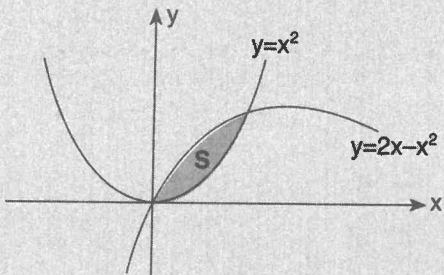
$$3A=3 \cdot 9$$

$$A=9$$

$$\Rightarrow S=9$$

Cevap E

12.



$$\Rightarrow S = ?$$

- A) 1      B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{3}{2}$       E) 3

Çözüm

$$x^2 = 2x - x^2$$

Sınırlar

$$2x^2 - 2x = 0$$

$$x(2x-2) = 0$$

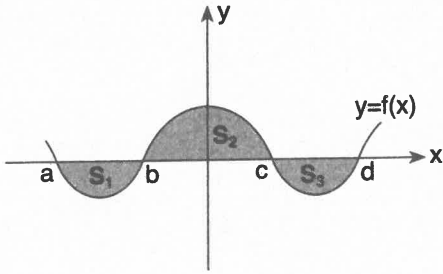
$$x=0 \text{ ve } x=1$$

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 (2x - x^2 - x^2) dx \\ &= \left( x^2 - 2 \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 \\ &= 1 - \frac{2}{3} - 0 \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Cevap B

## TEST

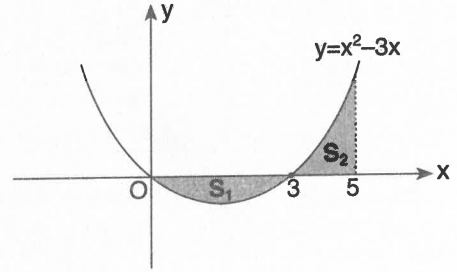
1.



$$\Rightarrow S_1 + S_2 + S_3 = ?$$

- A)  $\int_a^b f(x) dx$     B)  $\int_a^d f(x) dx$     C)  $\int_a^d f^{-1}(x) dx$   
 D)  $\int_a^d |f(x)| dx$     E)  $\int_d^a |f(x)| dx$

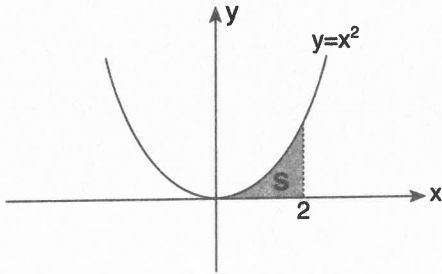
4.



$$\Rightarrow S_1 + S_2 = ?$$

- A)  $\frac{79}{6}$     B)  $\frac{70}{6}$     C)  $\frac{30}{7}$     D)  $\frac{23}{5}$     E)  $\frac{17}{2}$

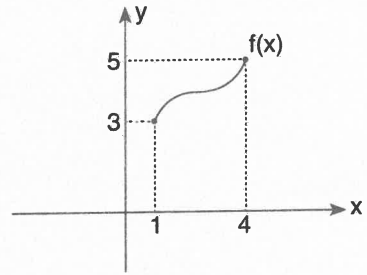
2.



$$\Rightarrow S = ?$$

- A) 2    B)  $\frac{8}{3}$     C) 4    D)  $\frac{10}{3}$     E)  $\frac{12}{5}$

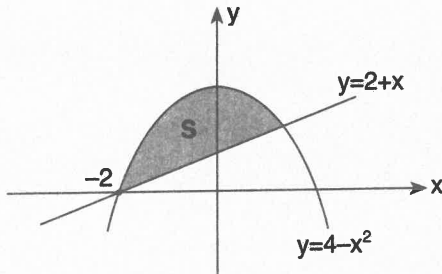
5.



$$\Rightarrow \int_1^4 f(x) dx + \int_3^5 f^{-1}(x) dx = ?$$

- A) 23    B) 20    C) 17    D) 15    E) 11

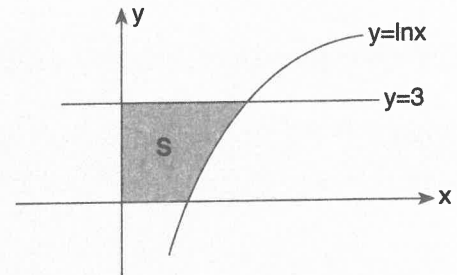
3.



$$\Rightarrow S = ?$$

- A)  $\frac{9}{2}$     B) 5    C) 6    D)  $\frac{11}{2}$     E)  $\frac{13}{2}$

6.



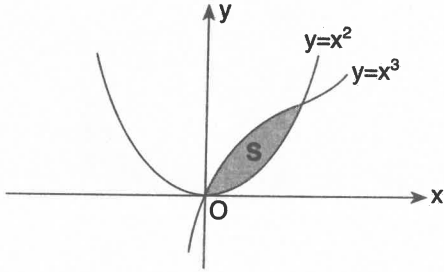
$$\Rightarrow S = ?$$

- A)  $e^3 - 1$     B)  $2e^3$     C)  $2 + \ln 3$     D)  $e^2 + 2$     E)  $2 + \ln 2$



## TEST

7.

 $\Rightarrow S=?$ 

- A)  $\frac{1}{12}$     B)  $\frac{1}{8}$     C)  $\frac{1}{5}$     D)  $\frac{1}{2}$     E) 1

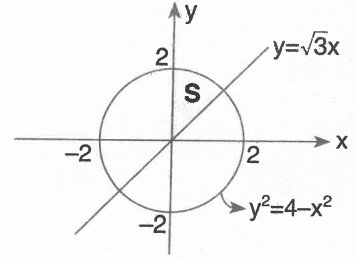
8.  $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx = ?$

- A)  $\pi$     B)  $\frac{3\pi}{2}$     C)  $2\pi$     D)  $\frac{5\pi}{2}$     E)  $3\pi$

9.  $\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} + x - 1) dx = ?$

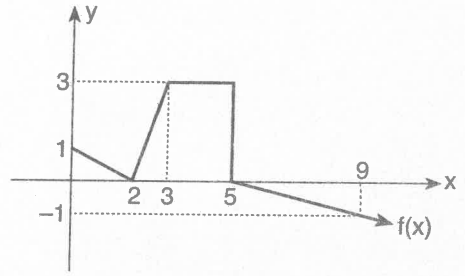
- A)  $\frac{\pi}{2} + 3$     B)  $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$     C)  $\frac{\pi}{2} - 1$   
D)  $\frac{3\pi}{2}$     E)  $\pi$

10.

 $\Rightarrow S=?$ 

- A)  $\frac{\pi}{4}$     B)  $\frac{\pi}{3}$     C)  $\pi$     D)  $2\pi$     E)  $3\pi$

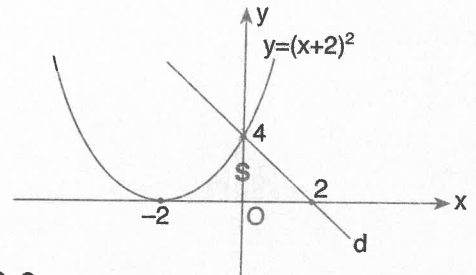
11.



$\Rightarrow \int_0^9 f(x) dx = ?$

- A) 6    B)  $\frac{9}{2}$     C)  $\frac{11}{2}$     D)  $\frac{13}{2}$     E)  $\frac{15}{2}$

12.

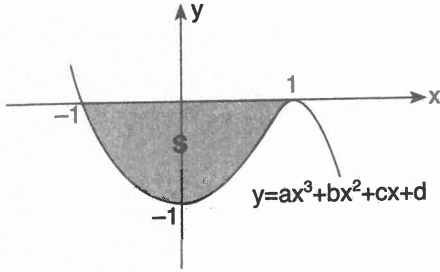
 $\Rightarrow S=?$ 

- A) 5    B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

1D 2B 3A 4A 5C 6A 7A 8C 9E 10B 11D 12A

## EXTRA SORULAR

1.

 $\Rightarrow S = ?$ 

- A)  $\frac{2}{3}$     B) 1    C)  $\frac{4}{3}$     D)  $\frac{5}{3}$     E) 2

$$2. f(x) = \begin{cases} x^{-1}, & x < e \\ x, & x \geq e \end{cases}$$

$$\int_1^3 f(x) dx = ?$$

- A)  $\ln 3$     B)  $\ln 3 + \frac{9}{2}$     C)  $\frac{1}{2} - e$     D)  $\frac{11 - e^2}{2}$     E)  $\frac{e^2 - 3}{2}$

$$3. \int_0^{\frac{3\pi}{2}} (\cos^2 2x) dx = ?$$

- A)  $\frac{3\pi}{4}$     B)  $\frac{\pi}{4}$     C)  $\frac{7\pi}{4}$     D)  $\frac{5\pi}{2}$     E)  $\frac{3\pi}{2}$

$$4. \int x e^{-2x} dx = ?$$

A)  $\frac{e^{-x}}{4} - \frac{e^{-2x}}{2} + c$

B)  $-\frac{e^{-x}}{2} - \frac{e^{-2x}}{4} + c$

C)  $-\frac{x e^{-x}}{4} - \frac{e^{-2x}}{4} + c$

D)  $-\frac{x e^{-2x}}{2} - \frac{e^{-2x}}{4} + c$

E)  $-\frac{x e^x}{2} - \frac{x e^{-2x}}{4} + c$

$$5. \int_1^2 \frac{x}{(x^2 + 2)^3} dx = ?$$

- A)  $-\frac{1}{16}$     B)  $\frac{1}{48}$     C)  $\frac{1}{40}$     D)  $\frac{1}{16}$     E)  $\frac{1}{8}$

$$6. \int x^4 \cdot \ln x dx$$

A)  $\frac{x^5}{5} \ln x - \frac{x^5}{25} + c$

B)  $\frac{x^5}{2} \ln x - \frac{x^5}{20} + c$

C)  $\frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^4}{20} + c$

D)  $2x \ln x - x^5 + c$

E)  $x^5 \ln x - x \ln x + c$

## EXTRA SORULAR

$$7. \left. \begin{array}{l} \int_2^{16} f(x) dx = 20 \\ \int_6^{16} f(x) dx = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \int_6^2 f(x) dx = ?$$

- A) -6    B) -12    C) -6    D) 12    E) 2

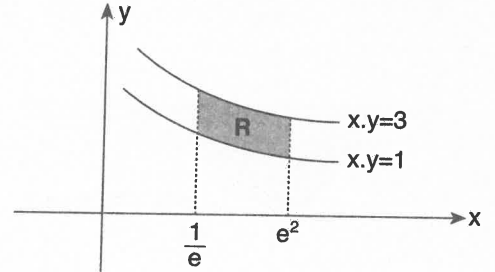
$$8. \begin{array}{l} h(x) = \int 3x dx \\ h(2) = 9 \Rightarrow h(6) = ? \end{array}$$

- A) 9    B) 19    C) 27    D) 57    E) 73

$$9. \int_0^1 (x^2 + 4x + a) dx = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow a = ?$$

- A) -3    B) -2    C) -1    D) 2    E) 3

10.


 $\Rightarrow R = ?$ 

- A)  $e^{-1}$     B) 1    C) 2    D)  $e$     E) 4

$$11. \int_1^2 e^{\ln x^2} dx = ?$$

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{4}{3}$     C)  $\frac{2}{3}$     D)  $\frac{7}{3}$     E)  $\frac{3}{2}$

$$12. \int_2^4 \frac{x^2 + 2x}{x} dx = ?$$

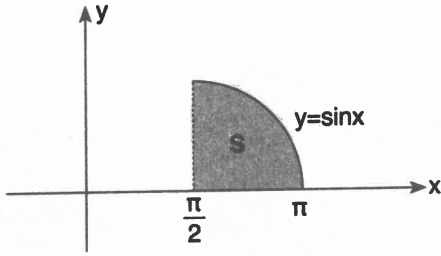
- A) 10    B) 8    C) 6    D) 4    E) 2

## EXTRA SORULAR

$$13. \int_{-1}^1 x(x^2 + 1)^2 dx = ?$$

- A) -2      B) 0      C) 2      D) 3      E) 5

14.


 $\Rightarrow S = ?$ 

- A)  $\frac{1}{2}$       B) 1      C)  $\frac{4}{3}$       D) 2      E)  $\frac{5}{3}$

$$15. \int x \cos x dx = ?$$

- A)  $x \cdot \sin x + \cos x + c$       B)  $x^2 \cdot \sin x + c$   
 C)  $\sin x + \cos x + c$       D)  $\cos x + c$   
 E)  $\cos^2 x + c$

$$16. \int \frac{dx}{1-x^2} = ?$$

- A)  $\arcsin x + c$       B)  $\arccos x + c$   
 C)  $\arctan x + c$       D)  $\ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) + c$   
 E)  $\ln(x + \sqrt{1 - x^2}) + c$

$$17. \int \frac{4}{x^2 - 4} dx = ?$$

- A)  $\ln|x - 2| \cdot |x + 2| + c$       B)  $x^3 - 4x + c$   
 C)  $\ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$       D)  $\ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + c$   
 E)  $\ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + x + c$

$$18. \int \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}} dx = ?$$

- A)  $\frac{6}{7}(x+1)^{\frac{7}{6}} + c$       B)  $\frac{7}{6}(x+1)^{\frac{7}{6}} + c$   
 C)  $\frac{6}{7}(x+1)^{\frac{6}{7}} + c$       D)  $\frac{6}{7}(x-1)^{\frac{7}{6}} + c$   
 E)  $\frac{7}{6}(x-1)^{\frac{7}{6}} + c$

## EXTRA SORULAR

19.  $\int_0^1 xe^x dx = ?$

- A) e    B) e+1    C) -1    D) 1    E) e-1

22.  $\int_1^e \frac{x^2+1}{x} dx = ?$

- A) 0    B) 1    C) e<sup>2</sup>    D)  $\frac{e^2+1}{2}$     E) 3

20.  $\int_2^{10} |2x-8| dx = ?$

- A) 0    B) 20    C) 40    D) 45    E) 60

23.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \sin x dx = ?$

- A) 0    B)  $\frac{1}{2}$     C) 1    D)  $\frac{\pi}{2}$     E)  $\pi$

21.  $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+2} dx = ?$

- A) 1    B) e    C)  $\frac{1}{3} \ln\left(\frac{3}{2}\right)$     D)  $\ln 3$     E)  $\frac{1}{9} \ln 2$

24.  $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{d}{dx} \cos^2 x dx = ?$

- A) 1    B)  $\frac{1}{2}$     C) 0    D)  $\frac{1}{3}$     E)  $\frac{1}{4}$

1.C	2.D	3.A	4.D	5.B	6.A	7.B	8.D	9.D	10.E	11.D	12.A
13.B	14.B	15.A	16.A	17.C	18.A	19.D	20.C	21.C	22.D	23.B	24.C

Boş olmayan bir A kümesi verilsin  $A \times A$  kümesinin bir alt kümesinden A'ya tanımlanan her fonksiyona A'da bir ikili işlem veya kısaca işlem denir.

İşlem  $*$ ,  $\Delta$ ,  $\square$ ,  $\oplus$ ,  $\otimes$  ... gibi sembollerle gösterilir.



YÖS sınavında işlemin özelliklerine dayalı genellikle soru sorulmamakta, modele uyarılama işlemleri yapılmaktadır.



Tamsayılar kümesi üzerinde;  
 $a \Delta b = 3a + 2b$  işlemi veriliyor.

Buna göre  $(3 \Delta 4)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5      B) 3      C) 10      D) 17      E) 21

**Çözüm**

Verilen işlem modeline uyarılama yaparız. Buna göre  $(3 \Delta 4)$  işleminde  $a = 3$  ve  $b = 4$  olur.

$$\begin{aligned} a \Delta b &= 3a + 2b \\ 3 \Delta 4 &= 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \\ &= 9 + 8 \\ &= 17 \end{aligned}$$

Cevap: D



Tamsayılar kümesinde;

$a^b * b^a = a^2 + b^2 + a \cdot b$  işlemi veriliyor.

Buna göre  $(9 * 8)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 9      B) 10      C) 19      D) 22      E) 29

**Çözüm**

Verilen işlemde a ve b yerine yazmamız gereken sayıları bulalım.

$$\begin{aligned} a^b &= 9 & \text{ve} & & b^a &= 8 \\ a^b &= 3^2 & & & a^b &= 2^3 & \text{eşitliklerinden} \\ a &= 3 & \text{ve} & & b &= 2 & \text{olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^b * b^a &= a^2 + b^2 + a \cdot b \\ 9 * 8 &= 3^2 * 2^3 = 3^2 + 2^2 + 3 \cdot 2 \\ &= 9 + 4 + 6 \\ &= 19 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap: C



Reel (gerçek) sayılarda tanımlı  $\square$  işlemi

$\sqrt{a} \square \sqrt{b} = \frac{a \cdot b}{a + b}$  olduğuna göre,  $(4 \square 3)$  işleminin

sonucu kaçtır?

- A) 25      B) 144      C)  $\frac{12}{7}$   
D)  $\frac{144}{25}$       E)  $\frac{144}{35}$

**Çözüm**

$$\begin{aligned} \sqrt{a} &= 4 & \text{ise} & & a &= 16' \text{dir.} \\ \sqrt{b} &= 3 & \text{ise} & & b &= 9' \text{dur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a} \square \sqrt{b} &= \frac{a \cdot b}{a + b} \\ 4 \square 3 &= \frac{16 \cdot 9}{16 + 9} = \frac{144}{25} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap: D



## Çözüm

Öncelikle  $\Delta$  işlemi yapılır.

$$(a \Delta b) = \frac{3a+b}{2}$$

$$(1 \Delta 7) = \frac{3 \cdot 1 + 7}{2} = \frac{10}{2}$$

$$= 5$$

$(-3) * 5 =$  işleminde

$$a * b = 2a^2 - b$$

$$(-3) * 5 = 2 \cdot (-3)^2 - 5$$

$$= 2 \cdot 9 - 5$$

$$= 18 - 5$$

$$= 13 \text{ bulunur.}$$

Cevap: E

## ÖRNEK-8

Pozitif tamsayılar kümesinde  $*$  işlemi

$a * b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre  $5 * x = \frac{1}{4}$  olduğuna göre  $x$  kaçtır?

- A) 1      B) 9      C) 10      D) 15      E) 20

## Çözüm

$a * b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  işleminde

$$5 * x = \frac{1}{4} \text{ ise } (a = 5 \text{ ve } b = x \text{ alınır.})$$

$$5 * x = \frac{1}{5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{20} \text{ ise } x = 20 \text{ dir.}$$

Cevap: E

## ÖRNEK-9

Reel sayılar kümesi üzerinde

$$\frac{4}{a * b} = \frac{2}{a} + \frac{2}{b} \text{ ise}$$

$(3 * 4)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{24}{7}$       B) 24      C) 30      D) 32      E) 36

## Çözüm

$(3 * 4)$  işleminde ( $a = 3$  ve  $b = 4$ ) alınır.

$$\frac{4}{a * b} = \frac{2}{a} + \frac{2}{b}$$

$$\frac{4}{3 * 4} = \frac{2}{3} + \frac{2}{4}$$

$$\frac{4}{3 * 4} = \frac{8+6}{12}$$

$$\frac{4}{3 * 4} = \frac{14}{12}$$

$$\frac{4}{3 * 4} = \frac{7}{6}$$

$$7(3 * 4) = 24$$

$$3 * 4 = \frac{24}{7} \text{ bulunur.}$$

Cevap: A

## ÖRNEK-10

Gerçek sayılarda tanımlı  $\Delta$  işleminin değişme özelliği vardır.

$a \Delta b = 3a + b - 2(b \Delta a)$  olduğuna göre,

$3 \Delta 5$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 14      B) 13      C) 11      D) 7      E)  $\frac{14}{3}$

## Çözüm

Değişme özelliği varsa

$a \Delta b = b \Delta a$ 'dir.

$$(a \Delta b) = 3a + b - 2(b \Delta a)$$

$$(3 \Delta 5) = 3 \cdot 3 + 5 - 2(3 \Delta 5)$$

$$2(3 \Delta 5) + (3 \Delta 5) = 9 + 5$$

$$3(3 \Delta 5) = 14$$

$$(3 \Delta 5) = \frac{14}{3}$$

Cevap: E



## Tablo ile Verilen İşlemin Özellikleri

$\Delta$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Yukarıdaki tablo ile  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  kümesinde  $\Delta$  işlemi tanımlanmış olsun.

- \* Tablo ile verilen bütün sonuçlar  $A$  kümesinin elemanı olduğundan  $A$  kümesi  $\Delta$  işlemine göre kapalıdır.
- \* Hem satırlarda hem de sütunlarda işleme girdiği elemanların değerlerini değiştirmeyen eleman birim (etkisiz) elemandır.

$\Delta$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Etkisiz eleman sıfırdır.

- \* Tabloda bir elemanın tersini bulmak için o eleman ile başlayan satırdan birim eleman seçilir ve birim elemanın bulunduğu sütun hangi eleman ile başlıyorsa o eleman, ters elemanı verir.

$\Delta$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Yukarıdaki tabloya göre 2'nin tersini bulmak için 2 ile başlayan satırdan birim elemanı buluruz. Birim eleman 0 olduğundan ve sıfır 3 ile başlayan sütunda bulunduğundan 2'nin tersi 3'tür.

$$*3^{-1} = 2, 4^{-1} = 1, 1^{-1} = 4 \text{ gibi}$$

## ÖRNEK-11

*	B	İ	L	G	E
B	İ	L	G	E	B
İ	L	G	E	B	İ
L	G	E	B	İ	L
G	E	B	İ	L	G
E	B	İ	L	G	E

$A = \{B, İ, L, G, E\}$  kümesi üzerinde \* işlemi yukarıdaki tablo ile tanımlanıyor.

Buna göre \* işleminde  $(L * G^{-1})$  işlemin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) B    B) İ    C) L    D) G    E) E

## Çözüm

*	B	İ	L	G	E
B					B
İ					İ
L					L
G					G
E	B	İ	L	G	E

Tablodaki yazılış sırasına göre satır ve sütundaki aynı harf bulunur. İkisinin kesişimindeki eleman birim elemandır.

Birim eleman E'dir.

$G^{-1}$  tersi için satırdan E bulunur sütundaki karşılığı B'dir.

$$(L * G^{-1}) = (L * B)$$

Satırdan L sütundan B'nin kesiştiği karşılığı G'dir.

Cevap: D

## ÖRNEK-12

*	0	1	2	3	4
0	3	4	0	1	2
1	4	0	1	2	3
2	0	1	2	3	4
3	1	2	3	4	0
4	2	3	4	0	1

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  kümesi üzerinde \* işlemi yukarıdaki tablo ile tanımlanıyor.

$$3^n = \underbrace{3 * 3 * 3 * \dots * 3}_{n \text{ tane}}$$

$$3^2 = 3 * 3 = 4 \text{ olduğuna göre}$$

$3^{20} = x$  olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

## Çözüm

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 * 3 = 4$$

$$3^3 = 4 * 3 = 0$$

$$3^4 = 0 * 3 = 1$$

$$3^5 = 1 * 3 = 2$$

$$3^6 = 2 * 3 = 3$$

$$3^7 = 3 * 3 = 4$$

görüldüğü gibi 5'inci kuvvetten sonra tekrar başlar 0 halde (mod 5)dir. Yani  $3^5 = 3^{10} = 3^{15} = 3^{20} = 2$ 'dir.

Cevap: C

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1. Gerçel sayılar kümesinde  $\Delta$  işlemi  
 $a \Delta b = 2a + b - 1$  işlemi tanımlanıyor.  
 Buna göre  $(3 \Delta 2)$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 8      B) 7      C) 6      D) 5      E) 4

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı  $*$  işlemi  
 $a^b * b^a = 4a - 3b$  işlemi veriliyor.  
 Buna göre  $(9 * 8)$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

3. Reel sayılarda tanımlı  $\oplus$  işlemi

$$\sqrt{a} \oplus \sqrt{b} = \frac{a-b}{7}$$

olduğuna göre  $(4 \oplus 3)$  işleminin sonucu kaçtır?

A) -1      B)  $\frac{1}{7}$       C) 1      D)  $\frac{3}{2}$       E) 4

4. Reel sayılar kümesinde a, b için  
 $a \square b = a^2 + b^2 - ab$   
 biçiminde  $\square$  işlemi tanımlanıyor.  
 Bu işleme göre  
 $(2 \square (-1)) \square 4$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 18      B) 27      C) 33      D) 35      E) 37

5. Tamsayılar kümesinde

$$x \Delta y = \begin{cases} x \cdot y & x > y \\ x + y & x \leq y \end{cases}$$

şeklinde tanımlı  $\Delta$  işlemi veriliyor.

$(3 \Delta 2) \Delta (-1 \Delta 7)$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 12      B) 10      C) 8      D) 7      E) 5

6. Reel sayılar kümesinde

$\Delta$  ve  $*$  işlemleri

$$a \Delta b = a + b - 2$$

$$x * y = 2x + y$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre

$$(-5 \Delta 4) * (2 \Delta -4)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -10      B) -6      C) -4      D) 4      E) 10

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

7. Tamsayılar kümesi üzerinde  $*$  işlemi

$$a * b = 2a - 3b + 1$$

biçiminde tanımlanıyor.

$k * (2k) = 9$  olduğuna göre, k kaçtır?

A) -4      B) -2      C) 1      D) 3      E) 6

8. Reel sayılar kümesi üzerinde

$$\frac{2}{a \Delta b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \text{ ise}$$

$(2 \Delta 4)$  işleminin sonucu kaçtır?

A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{3}{5}$       D)  $\frac{8}{3}$       E) 3

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

9.  $a \otimes b = \{a, b\}$ 'nin en büyük asal böleni şeklinde tanımlı  $\otimes$  işlemi için  $(16 \otimes 11) \otimes (13 \otimes 57)$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 11    B) 13    C) 17    D) 19    E) 23

10. Reel sayılarda  $\Delta$  işlemi  $a \Delta b = (a + b)^2 - 4ab$  işlemi tanımlanıyor. Buna göre  $(450 \Delta 448)$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 4    B) 16    C) 256    D) 898    E) 1028

11.  $x \Delta y = \max \{x^2 \cdot y, y\}$  ve  $a * b = \min \{a - b, a + b\}$  şeklinde tanımlanan  $\Delta$  ve  $*$  işlemlerine göre  $(-2) * 3) \Delta (6 * (-2))$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 100    B) 150    C) 200    D) 250    E) 300

12. Reel sayılarda tanımlı  $*$  işleminin değişim özelliği vardır.  $a * b = a + b - 2(b * a)$  biçiminde tanımlanıyor. Buna göre  $(5 * 7)$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 12

13. - 14. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

$\Delta$  ve  $*$  işlemleri

$$x \Delta y = \frac{x}{y} - 1 \text{ ve}$$

$$x * y = x \cdot y + 1 \text{ şeklinde tanımlanıyor.}$$

13.  $(4 \Delta 2) * 3$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 1    B) 3    C) 4    D) 6    E) 7

14.  $(6 * 4) \Delta k = 4$  olduğuna göre  $k$  kaçtır?

A) -1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

15. Reel sayılar kümesinde  $\Delta$  işlemi  $a \Delta b = a + b - 3$  biçiminde tanımlandığına göre  $\Delta$  işleminin etkisiz elemanı kaçtır?

A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 6

16. Reel sayılar kümesinde her  $a, b$  için  $a * b = a + b - 2ab$  işlemi tanımlanmıştır. Buna göre 4'nin tersi kaçtır?

A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{3}{7}$     C)  $\frac{4}{7}$     D)  $\frac{5}{7}$     E) 4

## ÇÖZÜMLER

- \* Bu ünitedeki amaç öğrencinin dikkatini ölçmek ve uygulama becerisini görmektir. Öğrenci elindeki verileri soru üzerinde uygulamayı öğrenir.

1.  $a \triangle b = 2a + b - 1$   
 $3 \triangle 2$  işleminde  $a = 3$  ve  $b = 2$  olur.  
 $3 \triangle 2 = 2 \cdot 3 + 2 - 1$   
 $= 6 + 2 - 1$   
 $= 7$  bulunur.

Cevap: B

2.  $a^b * b^a = 4a - 3b$   
 $9 * 8$  işleminde  
 $a^b = 9$  ve  $b^a = 8$  olduğuna dikkat edilmeli  
 $a^b = 9 \Rightarrow a^b = 3^2$   
 $b^a = 8 \Rightarrow b^a = 2^3$   
buradan  $a = 3$  ve  $b = 2$  olduğu anlaşılır.  
O halde  
 $9 * 8 = 4 \cdot 3 - 3 \cdot 2$   
 $= 12 - 6$   
 $= 6$  olur.

Cevap: A

3.  $\sqrt{a} = 4 \Rightarrow a = 16$   
 $\sqrt{b} = 3 \Rightarrow b = 9$   
alınır.  
 $\sqrt{a} \oplus \sqrt{b} = \frac{a-b}{7}$   
 $4 \oplus 3 = \frac{16-9}{7}$   
 $= \frac{7}{7} = 1$  bulunur.

Cevap: C

4.  $(2 \square (-3)) \square 4$  işleminde öncelikle parantezli kısım yapılır.  
 $a \square b = a^2 + b^2 - ab$   
 $2 \square (-1)$  işleminde  $a = 2$  ve  $b = -1$  alınır.  
 $2 \square (-1) = 2^2 + (-1)^2 - 2 \cdot (-1)$   
 $= 4 + 1 + 2$   
 $= 7$  bulunur.  
\*  $7 \square 4$  işleminde  $a = 7$  ve  $b = 4$  alınır.  
 $7 \square 4 = 7^2 + 4^2 - 7 \cdot 4$   
 $= 49 + 16 - 28$   
 $= 37$

Cevap: E

5.  $(3 \triangle 2) \triangle (-1 \triangle 7)$

işleminde her parantez ayrı ayrı ele alınır.

\*  $3 \triangle 2$  işlemine göre

$$x = 3 \text{ ve } y = 2 \quad x > y$$

olduğuna göre parçalı fonksiyondaki  $x \cdot y$  denklemi kullanılır.

$$3 \triangle 2 = 3 \cdot 2 = 6$$

\*\*  $(-1 \triangle 7)$  işlemine göre

$$x = -1 \text{ ve } y = 7 \quad x < y$$

olduğuna göre  $x + y$  denklemi kullanılır.

$$(-1 \triangle 7) = -1 + 7 = 6$$

\* ve \*\*'den

$6 \triangle 6$  işleminde  $x = 6$  ve  $y = 6$   $x = y$  olduğundan  $x + y$  denklemi kullanılır.

$$6 \triangle 6 = 6 + 6 = 12 \text{ bulunur.}$$

Cevap: A

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

6.  $(-5 \triangle 4) (2 \triangle -4)$

işleminde sırasıyla

$(-5 \triangle 4)$  işlemine ve  $(2 \triangle -4)$  işlemine bakalım.

$(-5 \triangle 4)$  işleminde  $a = -5$  ve  $b = 4$

$$a \triangle b = a + b - 2$$

$$(5 \triangle 4) = -5 + 4 - 2$$

$$= -3$$

$(2 \triangle -4)$  işleminde  $a = 2$  ve  $b = -4$

$$(2 \triangle -4) = 2 - 4 - 2$$

$$= -4$$

ve buradan

$(-3) * (-4)$  işleminde

$x = -3$  ve  $y = -4$  alınır.

$$x * y = 2x + y$$

$$(-3) * (-4) = 2 \cdot (-3) + (-4)$$

$$= -6 - 4$$

$$= -10 \text{ bulunur.}$$

Cevap: A

## ÇÖZÜMLER

7.  $k * (2k) = 9$  işleminde  
 $a = k$  ve  $b = 2k$  alınır.  
 $a * b = 2a - 3b + 1$   
 $k * 2k = 2k - 3 \cdot 2k + 1 = 9$   
 $2k - 6k + 1 = 9$   
 $-4k = 9 - 1$   
 $-4k = 8$   
 $k = -2$  bulunur.

Cevap: B

8.  $2 \triangle 4$  işleminde  
 $a = 2$  ve  $b = 4$

$$\frac{2}{a \triangle b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{2}{2 \triangle 4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{2 \triangle 4} = \frac{2+1}{4}$$

$$\frac{2}{2 \triangle 4} = \frac{3}{4}$$

(içler dışlar çarpımı)  
 $3(2 \triangle 4) = 8$   
 $2 \triangle 4 = \frac{8}{3}$  bulunur.

Cevap: D

9.  $a \otimes b = \{a \cdot b \text{nin en büyük asal böleni}\}$   
\*  $(16 \otimes 11) = 16 \cdot 11$  çarpımının en büyük asal böleni 11'dir.  
\*\*  $(13 \otimes 57) = 13 \cdot 57$  çarpımının en büyük asal böleni 19'dür.  
 $11 \otimes 19 = 11 \cdot 19$  çarpımının en büyük asal böleni 19 bulunur.

Cevap: D

10.  $(a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2$   
özdeşliğine eşittir.  
O halde  
 $450 \triangle 448$  işleminde  
 $a = 450$   $b = 448$   
 $450 \triangle 448 = (450 - 448)^2$   
 $= 2^2$   
 $= 4$  bulunur.

Cevap: A

11.  $*$  işlemi

$$a * b = \min \{a - b, a + b\}$$

şeklinde tanımlanmış.  
 $((-2) * 3)$  işleminde  $a = -2$  ve  $b = 3$   
 $(-2 * 3) = \min \{-2 - 3, -2 + 3\}$   
 $= \min \{-5, 1\}$   
işleminin sonucu  $-5$  bulunur.  
 $(6 * (-2))$  işleminde  $a = 6$  ve  $b = -2$   
 $(6 * (-2)) = \min \{6 - (-2), 6 + (-2)\}$   
 $= \min \{6 + 2, 4\}$   
 $= \min \{8, 4\}$

işleminin sonucu 4 olur.

$\triangle$  işlemi  
 $x \triangle y = \max \{x^2 \cdot y, y\}$   
şeklinde tanımlanmış.  
 $(-5) \triangle 4$  işleminde  
 $x = -5$  ve  $y = 4$   
 $= \max \{(-5)^2 \cdot 4, 4\}$   
 $= \max \{100, 4\}$   
işleminin sonucu 100 bulunur.

Cevap: A

12. Değişim özelliği var ise

$$a * b = b * a \text{ olur.}$$

O halde  
 $a * b = a + b - 2(b * a)$   
 $(a * b) + 2(b * a) = a + b$   
 $3(a * b) = a + b$   
 $a * b = \frac{a+b}{3}$   
işlemi oluşur.

$$5 * 7 = \frac{5+7}{3} = \frac{12}{3}$$

$$= 4 \text{ bulunur.}$$

Cevap: B

## ÇÖZÜMLER

13.  $(4 \triangle 2) * 3$  işleminden

$$(4 \triangle 2) = \frac{4}{2} - 1 = 2 - 1$$

$$= 1$$

$1 * 3$  işleminde

$$= 1 \cdot 3 + 1$$

$$= 4 \text{ bulunur.}$$

Cevap: C

14.  $6 * 4 = 6 \cdot 4 + 1$

$$= 25 \text{ bulunur.}$$

$$25 \triangle k = \frac{25}{k} - 1 = 4$$

$$\frac{25}{k} = 4 + 1$$

$$5 \cdot k = 25$$

$$k = 5 \text{ dir.}$$

Cevap: E

15. Etkisiz birim eleman  $e$  olsun.

Birim eleman var ise

$$x \triangle e = e \triangle x = x \text{ olmalıdır.}$$

$$x \triangle e = x + e - 3$$

$$x + e - 3 = x$$

$$e = 3 \text{ bulunur.}$$

Cevap: D

16. Reel sayılar kümesinde her  $a, b$  için

$$a * b = a + b - 2ab$$

işlemi tanımlanmıştır. Buna göre 4'nin tersini bulmak için önce birim elemanı bulalım.

$$x * e = x \Rightarrow$$

$$x + e - 2xe = x$$

$$e(1 - 2x) = 0$$

$$e = 0 \text{ olur.}$$

4'nin tersini  $4^{-1} = k$  ile gösterelim.

$$4 * k = e \Rightarrow$$

$$4 + k - 2 \cdot 4k = 0$$

$$4 - 7k = 0 \Rightarrow k = \frac{4}{7} \text{ bulunur.}$$

Cevap: C

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

1. Tamsayılar kümesinde  $a * b = a \cdot b + 4$  şeklinde tanımlı  $*$  işlemine göre  $(2 * 5)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 7      B) 9      C) 10      D) 12      E) 14

2. Reel sayılar kümesinde,

$$x \Delta y = \begin{cases} x^2 - y^2 & x > y \\ x^2 + y^2 & x \leq y \end{cases}$$

şeklinde tanımlı  $\Delta$  işlemine göre,  $(3\Delta 2) \Delta (1\Delta 2)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0      B) 5      C) 15      D) 25      E) 50

3. Pozitif tam sayılarda;

$$a * b = \{a + b \text{ 'nin } 3 \text{ ile bölümünden kalan}\}$$

$$a \Delta b = \{a^2 \cdot b^2 \text{ 'nin } 5 \text{ ile bölümünden kalan}\}$$

şeklinde tanımlanan  $*$  ve  $\Delta$  işlemlerine göre,  $(23 * 32) \Delta 7$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

4.  $\mathbb{R} - \{0\}$  da tanımlı " $\oplus$ " işlemi

$$a \oplus b = b^a + a^b$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre  $x \oplus 4 = 32$  olduğuna göre  $x$  değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

5.  $\mathbb{R} - \{0\}$ 'da tanımlı  $y$  işlemi

$$\frac{1}{a} * \frac{1}{b} = \frac{a+b}{a \cdot b}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,  $(\frac{1}{4} * 2)$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 2      B)  $\frac{9}{2}$       C)  $\frac{9}{4}$       D)  $\frac{18}{5}$       E)  $\frac{17}{3}$



## ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

7.  $\mathbb{R} - \{0\}$  da tanımlı " $\square$ " işlemi

$$a \square b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \text{ şeklinde tanımlanıyor.}$$

Buna göre,  $3 \square x = 2$  denklemini sağlayan  $x$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{5}$     B)  $\frac{2}{3}$     C)  $\frac{3}{2}$     D)  $\frac{3}{5}$     E)  $\frac{7}{3}$

8. Reel sayılar kümesinde tanımlı " $\Delta$ " işlemi

$$a \Delta b = \begin{cases} a^b - 2a & a < b \\ b^a - 3b & a \geq b \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,  $(4 \Delta 2) \Delta (1 \Delta 3)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 6

9. Reel sayılar kümesinde tanımlı " $\Delta$ " işlemi

$$\frac{a}{4} \Delta \frac{3}{b} = 5a + b$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre  $3 \Delta \frac{1}{2}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 12    B) 20    C) 26    D) 60    E) 66

10. Pozitif reel sayılar kümesinde

$$\sqrt[3]{x} \Delta y^3 = 2 \cdot \sqrt{x} + 5y$$

işlemi tanımlanıyor.

Buna göre,  $4 \Delta 27$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15    B) 16    C) 21    D) 31    E) 45

11. Pozitif reel sayılar  $*$  işleminde

$$a * b = \begin{cases} a \text{ ile } b \text{ 'nin aritmetik ortalaması} & a \geq b \\ a \text{ ile } b \text{ 'nin okek'i} & a < b \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre  $(18 * 24) * 28$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 100    B) 80    C) 50    D) 25    E) 20

12.  $\mathbb{R}^2$ 'de " $\Delta$ " işlemi,

$$(a, b) \Delta (c, d) = (a - d, b - c)$$

$$(5, 7) \Delta (c, d) = (-2, 3)$$

olduğuna göre  $(c, d)$  nedir?

- A) (7, 4)    B) (-1, 3)    C) (4, 7)  
D) (2, 3)    E) (3, 2)

## ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

13.

$\Delta$	a	b	c	d	e
a	d	e	a	b	c
b	e	a	b	c	d
c	a	b	c	d	e
d	b	c	d	e	a
e	c	d	e	a	b

$A = \{a, b, c, d, e\}$  kümesi üzerinde tanımlanan " $\Delta$ " işlemine göre  $(a^{-1} \Delta c^{-1}) \Delta e$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a      B) b      C) c      D) d      E) e

14.

$\Delta$	1	2	3	4	5
1	3	4	5	1	2
2	4	5	1	2	3
3	5	1	2	3	4
4	1	2	3	4	5
5	2	3	4	5	1

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  kümesinde " $\Delta$ " işlemi tablodaki gibi verilmiştir.

Buna göre,

$$(3 \Delta 2^{-1}) \Delta (1 \Delta 5)^{-1} \Delta 4$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

15.

$\Delta$	A	H	M	E	T
A	H	M	E	T	A
H	M	E	T	A	H
M	E	T	A	H	M
E	T	A	H	M	E
T	A	H	M	E	T

$A = \{A, H, M, E, T\}$  kümesinde " $\Delta$ " işlemi tablodaki gibi verilmiştir.

Buna göre,

$$(H \Delta X^{-1}) \Delta A = E \Delta M^{-1}$$

olduğuna göre,

X aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A      B) H      C) M      D) E      E) T

TASARI AKADEMİ YAYINLARI

16.

*	0	1	2	3	4
0	3	4	0	1	2
1	4	0	1	2	3
2	0	1	2	3	4
3	1	2	3	4	0
4	2	3	4	0	1

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  kümesi üzerinde \* işlemi aşağıdaki tablo ile tanımlanmıştır.

Buna göre,  $1 * 4 = 3$

Ayrıca pozitif tamsayı olmak üzere  $4^n$ 'de,

$$4^n = \underbrace{4 * 4 * \dots * 4}_{n \text{ tane}}$$

tanımlanıyor.

$$4^2 = 4 * 4 = 1$$

olduğuna göre  $4^7 = x$  ise x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

## ÇÖZÜMLER

1.  $a * b = a \cdot b + 4$

 $2 * 5$  işleminde  $a = 2$  ve  $b = 5$ 'tir.

$$\begin{aligned} 2 * 5 &= 2 \cdot 5 + 4 \\ &= 10 + 4 \\ &= 14 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap: E

2.  $x \triangle y = \begin{cases} x^2 - y^2 & x > y \\ x^2 + y^2 & x \leq y \end{cases}$

\*  $3 \triangle 2$  işleminde  $x = 3$  ve  $y = 2$  $x > y$  olduğundan  $x^2 - y^2$ 

$$\begin{aligned} 3 \triangle 2 &= 3^2 - 2^2 \\ &= 9 - 4 \\ &= 5 \end{aligned}$$

\*\*  $1 \triangle 2$  işleminde  $x = 1$  ve  $y = 2$  $x < y$  olduğundan  $x^2 + y^2$ 

$$\begin{aligned} 1 \triangle 2 &= 1^2 + 2^2 \\ &= 1 + 4 \\ &= 5 \end{aligned}$$

\* ve \*\*'den

 $(5 \triangle 5)$  işleminde $x = 5$  ve  $y = 5$  $x = y$  olduğundan $x^2 + y^2$ 

$$\begin{aligned} 5 \triangle 5 &= 5^2 + 5^2 \\ &= 25 + 25 \\ &= 50 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap: E

3.  $a * b = \{a + b\text{'nin } 3 \text{ ile bölümünden kalan}\}$

$23 * 32 = 23 + 32$

$= 55$  sayısının

3 ile bölümünden kalan 1'dir.

$a \triangle b = \{a^2 \cdot b^2\text{'nin } 5 \text{ ile bölümünden kalan}\}$

$1 \triangle 7 = 1^2 \cdot 7^2$

$= 49$  sayısının

5 ile bölümünden kalan 4'tür.

Cevap: E

4.  $R - \{0\}$

$a \oplus b = b^a + a^b$

$x \oplus 4 = 32$  işleminde

$a = x$  ve  $b = 4$

$4^x + x^4 = 32$

işleminde  $x = 2$  olabilir.

Cevap: B

5.  $\frac{1}{a} * \frac{1}{b} = \frac{a+b}{a \cdot b}$   $\frac{1}{4} * 2$  işleminde

$\frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 4$

$\frac{1}{b} = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$ 'dir.

$$\frac{1}{4} * 2 = \frac{4 + \frac{1}{2}}{4 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{9}{2}}{2} = \frac{9}{4}$$

Cevap: C

6. Değişim özelliği var ise

$a \triangle b = b \triangle a$  dır.

$a \triangle b = a \cdot b + 1 - 2$  ( $a \triangle b$ )

$(a \triangle b) + 2(a \triangle b) = a \cdot b + 1$

$3(a \triangle b) = a \cdot b + 1$

$a \triangle b = \frac{a \cdot b + 1}{3}$

$4 \triangle 2 = \frac{4 \cdot 2 + 1}{3}$

$= \frac{9}{3}$

$= 3$  bulunur.

Cevap: C

7.  $a \square b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$3 \square x = 2$  ise

$3 \square x = \frac{1}{3} + \frac{1}{x} = 2$

$\frac{1}{x} = 2 - \frac{1}{3}$

$\frac{1}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{5}$

Cevap: D

## ÇÖZÜMLER

$$8. a \triangle b = \begin{cases} a^b - 2a & a < b \\ b^a - 3b & a \geq b \end{cases}$$

$$(4 \triangle 2) \text{ işleminde } a > b$$

$$b^a - 3b$$

$$4 \triangle 2 = 2^4 - 3 \cdot 2$$

$$= 16 - 6$$

$$(1 \triangle 3) \text{ işleminde } a < b$$

$$a^b - 2a$$

$$(1 \triangle 3) = 1^3 - 2 \cdot 1$$

$$= 1 - 2$$

$$= -1$$

$$* 10 \triangle (-1) \text{ işleminde}$$

$$a > b \quad b^a - 3b$$

$$10 \triangle (-1) = (-1)^{10} - 3 \cdot (-1)$$

$$= 1 + 3$$

$$= 4$$

Cevap: D

$$9. \frac{a}{4} \triangle \frac{3}{b} = 5a + b$$

$$\frac{a}{4} = 3 \Rightarrow a = 12$$

$$\frac{3}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 6$$

$$3 \triangle \frac{1}{2} = 5 \cdot 12 + 6$$

$$= 60 + 6$$

$$= 66$$

Cevap: E

$$10. \sqrt[3]{x} \triangle y^3 = 2\sqrt{x} + 5y$$

$$\sqrt[3]{x} = 4 \Rightarrow x = 64$$

$$y^3 = 27 \Rightarrow y = 3 \text{ tür.}$$

$$4 \triangle 27 = 2 \cdot \sqrt{64} + 5 \cdot 3$$

$$= 2 \cdot 8 + 15$$

$$= 16 + 15 = 31 \text{ bulunur.}$$

Cevap: D

$$11. a * b = \begin{cases} a \text{ ile } b \text{ 'nin aritmetik ortalaması} & a \geq b \\ a \text{ ile } b \text{ 'nin okek'i} & a < b \end{cases}$$

$$(18 * 24) \text{ işleminde } a < b \text{ olduğundan okek}(18, 24)$$

$$= 72 \text{ bulunur.}$$

$$72 * 28 \text{ işleminde } a > b \text{ olduğundan } \frac{72+28}{2}$$

$$= 50 \text{ bulunur.}$$

Cevap: C

$$12. (a, b) \triangle (c, d) = (a - d, b - c)$$

$$(5, 7) \triangle (c, d) = (-2, 3)$$

$$(5 - d, 7 - c) = (-2, 3)$$

$$5 - d = -2$$

$$5 + 2 = d \Rightarrow d = 7$$

$$7 - c = 3$$

$$7 - 3 = c \Rightarrow c = 4$$

$$(c, d) = (4, 7) \text{ olur.}$$

Cevap: C

13.

$\Delta$	a	b	c	d	e
a	d	e	a	b	c
b	e	a	b	c	d
c	a	b	c	d	e
d	b	c	d	e	a
e	c	d	e	a	b

Tablodan öncelikle birim eleman bulunur.

Tablodan birim eleman c'dir.

a'nın tersini ( $a^{-1}$ ) bulmak için tabloda a ile başlayan satırdan birim elemanı buluruz. Sütun karşılığı tersidir.

$$a^{-1} = e$$

$$c^{-1} = c$$

$$(a^{-1} \triangle c^{-1}) = e \triangle c$$

$$= e$$

$$* e \triangle e = b \text{ bulunur.}$$

Cevap: B

## ÇÖZÜMLER

14. Tabloya göre birim eleman 4'tür.

O halde  $2^{-1} = 1$ 'dir.

$3 \triangle 2^{-1} = 3 \triangle 1 = 5$  olur.

$(1 \triangle 5)^{-1} = (2)^{-1} = 1$ 'dir.

$(3 \triangle 2^{-1}) \triangle (1 \triangle 5)^{-1} \triangle 4$

$= 5 \triangle 1 \triangle 4$

$= 2 \triangle 4$

$= 2$  bulunur.

Cevap: B

15. Tabloya göre birim eleman T'dir.

$(H \triangle x)^{-1} \triangle A = E \triangle M^{-1}$

$(H \triangle x)^{-1} \triangle A = E \triangle H$

$(H \triangle x)^{-1} \triangle A = A$

T olmalı

$H \triangle x = T$  olması için

$X = M$  olmalıdır.

Cevap: C

16.  $4^2 = 4 * 4 = 1$

$4^3 = 1 * 4 = 3$

$4^4 = 3 * 4 = 0$

$4^5 = 0 * 4 = 2$

$4^6 = 2 * 4 = 4$

$4^7 = 4 * 4 = 1$

$x = 1$ 'dir.

Cevap: B

## TEST - 1

1. Tam sayılar kümesi üzerinde her  $x, y$  için  $x \Delta y = x + 3y - x \cdot y + 2$  işlemi tanımlanıyor. Buna göre  $(3 \Delta 2) \Delta 4$  işleminin sonucu kaçtır?
- A) -1    B) 0    C) 1    D) 2    E) 4

2. Reel (gerçel) sayılarda her  $a, b$  için  $a * b = a^2 - 2ab + b^2$  işlemi tanımlanıyor. Buna göre  $572 * 575$  işleminin sonucu kaçtır?
- A) 1    B) 3    C) 9    D) 27    E) 81

3. Pozitif tamsayılar kümesinde  $\otimes$  ve  $*$  işlemleri  $a \otimes b = 3ab - (a + b)$  ve  $a * b = a + 3b$  biçiminde tanımlanmıştır.  $(2 * 5) \otimes 3$  işleminin sonucu kaçtır?
- A) 153    B) 133    C) 111    D) 93    E) 17

4. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı  $\oplus$  işlemi, her  $a$  ve  $b$  gerçel sayısı için  $a \oplus b = -3(b \oplus a) + a$  eşitliğini sağlıyor. Buna göre,  $7 \oplus 5$  işleminin sonucu kaçtır?
- A) -3    B) -1    C) 1    D) 2    E) 4

5. Reel sayılar kümesinde  $*$  işlemi  $\frac{1}{a*b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$  biçiminde tanımlanıyor.  $2 * 4$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) -4    B) -2    C) -1    D) 0    E) 4

6.  $*$  ve  $\square$  işlemleri  $a * b = \sqrt{b} + \sqrt[3]{a}$   $x \square y = \frac{x^2}{y}$  şeklinde tanımlanıyor.  $(1 \square 8) * 1$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3    B) 2    C)  $\frac{3}{2}$     D) 1    E)  $\frac{2}{3}$

7.  $a \Delta b = \begin{cases} 2a + b & ; a < b \\ 3b & ; a = b \\ a^2 - 5b & ; a > b \end{cases}$

biçiminde tanımlandığına göre  $(1 \Delta 2) \Delta (3 \Delta 1)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10    B) 11    C) 12    D) 13    E) 14

## TEST - 1

8. - 10. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

a ve b birer tamsayı olmak üzere;

$\square$  işlemi  $a \square b = a + b - a \cdot b$  biçiminde tanımlanıyor

8.  $[(-7) \square 5] \square (-4)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 160 B) 161 C) 162 D) 163 E) 164

9.  $3 \square b = 15$  olduğuna göre b kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) -6 D) -5 E) -4

10.  $a \square b = 3$  olduğuna göre a aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

11. - 12. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

$K = \{E, R, S, İ, N\}$  kümesi üzerinde  $*$  işlemi aşağıdaki tablo ile tanımlanıyor.

*	E	R	S	İ	N
E	R	S	İ	N	E
R	S	İ	N	E	R
S	İ	N	E	R	S
İ	N	E	R	S	İ
N	E	R	S	İ	N

Buna göre,

Örneğin;  $S * R = N$

Ayrıca, n pozitif tamsayı olmak üzere  $S^n$ 'de

$$S^n = \underbrace{S * S * S * \dots * S}_{n \text{ tane}}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Örnek:  $S^2 = S * S = E$ 'dir.

11.  $(E * İ) * R$  işlemin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) E B) R C) S D) İ E) N

12.  $S^{10} = x$  olduğuna göre x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) E B) R C) S D) İ E) N

## TEST - 1

13. Reel sayılar kümesinde

$$\frac{a+b}{a \Delta b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \text{ olarak tanımlanıyor.}$$

Buna göre;  $(2 \Delta 3)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10    B) 15    C) 30    D)  $\frac{5}{6}$     E)  $\frac{6}{5}$

15.  $x \Delta y = \max\{x^2 \cdot y, y\}$  ve

$$x \square y = \min\{x - y, x + y\}$$

şeklinde tanımlanan  $\Delta$  ve  $\square$  işlemlerine göre

$(-2 \square 3) \Delta (6 \square -2)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 100    B) 150    C) 200    D) 300    E) 400

14. Gerçel sayılarda tanımlı  $\Delta$  işleminin değişme özelliği vardır.

$$x \Delta y = x - 2y + 3(y \Delta x)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre  $(1 \Delta 2)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $-\frac{8}{3}$     B)  $\frac{3}{2}$     C) 1    D) 2    E)  $\frac{8}{3}$

16. Pozitif tam sayı kümesi üzerinde  $\otimes$  işlemi

$a \otimes b = a$ 'nın  $b$ 'ye bölümünden elde edilen kalanın 1 fazlası olarak tanımlanıyor.

Buna göre; her  $a$  ve  $b$  için

I.  $a \otimes b = b \otimes a$

II.  $[a \otimes 2] + [(a + 1) \otimes 2] = 3$

III.  $(a + b) \otimes b = a \otimes b$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve III    B) II ve III    C) I ve II  
D) Yalnız III    E) Yalnız II



## (Kalan Sınıflar)

$x, y, m \in \mathbb{Z}$  ve  $m > 1$  olmak üzere  $(x - y)$   $m$  ile tam bölünürse  $x$  ile  $y$   $m$  modülüne göre denktir.

$m: (x - y) \Leftrightarrow x \equiv y \pmod{m}$  biçiminde yazılır.

## \* Amaçlar

- 1) Modüllerde oluşan bir dizide  $n$ . terimi bulabilme
- 2) Modüller üzerine kurgulanan problemleri çözebilme
- 3)  $n$  gün sonraki veya önceki günü bulabilme
- 4)  $a^n$  sayısının  $m$  ile bölümünden kalanı bulabilme

## ÖRNEK-1

532 sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

## ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r|l} 532 & 6 \\ - 530 & 106 \\ \hline & \text{Kalan: 2} \end{array}$$

Modüler yazılımı

$532 \equiv 2 \pmod{5}$  şeklindedir.

## ÖRNEK-2

$243^{243}$  sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

## ÇÖZÜM

$$243^{243} \equiv x \pmod{5}$$

Bu tip sorularda 243 sayısının 5 ile bölümünden sıfır veya 1 kalanı veren kuvvetini buluruz.

$$243^1 \equiv 3 \pmod{5} \quad (\text{kalanın kuvvetiyle devam edilir.})$$

$$3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{5}$$

Buna göre 4'ün katı olan bütün kuvvetlerde 243'ün 5 ile bölümünden kalan 1'dir.

$$243^{243} = (243^4)^{60} \cdot 243^3 = 1^{60} \cdot 2 \equiv 2 \pmod{5}$$

Kalan 2'dir.

Cevap: C

## ÖRNEK-3

$3^{17}$  sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 1      B) 3      C) 4      D) 7      E) 9

## ÇÖZÜM

$3^{17}$ 'nin 10 ile bölümünden kalan, istenen rakamdır.

$$3^{17} \equiv x \pmod{10}$$

$$3^1 \equiv 3 \pmod{10}$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$3^3 \equiv 7 \pmod{10}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{10}$$

$$3^{17} = (3^4)^4 \cdot 3^1 \equiv 1^4 \cdot 3 \equiv 3 \pmod{10}$$

Kalan 3 birler basamağındaki rakamdır.

Cevap: B

## (Kalan Sınıflar)

## ÖRNEK-4

$5^1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{19} \equiv x \pmod{6}$  denkleğini sağlayan  $x$ 'in en küçük pozitif tamsayı değeri kaçtır?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

## ÇÖZÜM

$$5^1 \equiv 5 \pmod{6}$$

$$5^2 \equiv 1 \pmod{6}$$

$$5^3 \equiv 5 \pmod{6}$$

$$5^4 \equiv 1 \pmod{6}$$

Kuvveti tek olanların sonucu 5

Kuvveti çift olanların sonucu 1'dir.

Tek kuvvetli 10 terim, çift kuvvetli 9 terim vardır.

$$5^1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{19} \equiv x \pmod{6}$$

$$10 \cdot 5 + 9 \cdot 1 = 59 \equiv 5 \pmod{6}$$

$$x = 5 \text{tir.}$$

Cevap: C

## ÖRNEK-5

$12^5 + 13^5 + 14^5 + \dots + 86^5 + 87^5$  toplamının 99 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0    B) 1    C) 3    D) 4    E) 5

## ÇÖZÜM

İlk ve son iki terimi inceleyelim.

$$87 \equiv -12 \pmod{99}$$

$$86 \equiv -13 \pmod{99}$$

$$12^5 + 13^5 + 14^5 + \dots + 86^5 + 87^5 = x \pmod{99}$$

Görüldüğü gibi ikiye ikiye birbirini götürüyor.

$$12 + 87 \equiv 12 + (-12) \equiv 0 \pmod{99}$$

$$13 + 86 \equiv 13 + (-13) \equiv 0 \pmod{99}$$

Buna göre kalan sıfırdır.

Cevap: A

## ÖRNEK-6

BİLGEBİLGEBİLGE...

Yazılımda 93. harf nedir?

- A) B    B) İ    C) L    D) G    E) E

## ÇÖZÜM

Aynı harfe 5 harfte bir sıra gelmektedir.

$$93 \equiv x \pmod{5}$$

$$93 \equiv 3 \pmod{5}$$

B	İ	L	G	E
↓	↓	↓	↓	↓
1	2	3	4	5

93. harf L'dir.

Cevap: C

## ÖRNEK-7

$(344)^{45}$  sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 10    B) 8    C) 6    D) 4    E) 2

## ÇÖZÜM

344 sayısının 10 ile bölümünden kalan, birler basamağındaki rakamı verir.

$$344 \equiv 4 \pmod{10}$$

$$4^1 \equiv 4$$

$$4^2 \equiv 6$$

$$4^3 \equiv 4$$

$$4^4 \equiv 6$$

$$\pmod{10}'na \text{ göre } 4^{2n+1} = 4$$

$$4^{2n} = 6$$

4'ün tek kuvvetleri 4'ü çift kuvvetleri 6'yı verdiğiinden yanıt  $(344)^{45} \equiv 4^{45} \equiv 4$  bulunur.

Cevap: D

## (Kalan Sınıflar)

## ÖRNEK-8

Bir bahçenin çitleri sırasıyla sarı, kırmızı, siyah, beyaz, pembe, yeşil olmak üzere 6 renkten oluşmaktadır.

Buna göre baştan 88. çit hangi renktir?

- A) Sarı                      B) Kırmızı                      C) Siyah  
D) Beyaz                      E) Pembe

## ÇÖZÜM

Renkleri sırasıyla yanyana boyadığımızda 6 renkte bir tekrar edildiği görülür.

$$\begin{array}{r} 88 \quad | \quad 6 \\ - \quad \quad | \quad 14 \\ \hline \text{Kalan: } 4 \end{array}$$

Sarı,	Kırmızı,	Siyah,	Beyaz,	Pembe,	Yeşil
↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	2	3	4	5	6

88. çit beyaz renkle boyanır.

Cevap: D

## ÇÖZÜMLÜ TEST

1. KEMALKEMAL . . . . .

yazılımda 207. harf aşağıdakilerden hangisidir?

- A) K                      B) E                      C) M                      D) A E) L

2.  $237 \cdot 548$  çarpımının 9 ile bölümünden kalan kaç-  
tır?

- A) 3                      B) 5                      C) 6                      D) 7 E) 8

3. Bir bayan dokuduğu kilimi sırasıyla kırmızı, beyaz,  
sarı, mavi, siyah, yeşil olmak üzere 6 renkte ipe do-  
kumaktadır.  
Buna göre baştan 75. sırayı hangi ip ile dokumuş-  
tur?

- A) Kırmızı                      B) Beyaz                      C) Sarı  
D) Mavi                      E) Yeşil

4.  $2^{90}$  sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4

5.  $3^{67}$  sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 7                      E) 8

6.  $284^{83}$  sayısının birler basamağındaki rakam kaç-  
tır?

- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) 7

7.  $32^{78}$  sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E) 8

8.  $264^{242}$  sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6

## ÇÖZÜMLÜ TEST

9.  $2^{107}$  sayısının 6 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10.  $5^1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{27} \equiv x \pmod{6}$

denkliğini sağlayan  $x$ 'in en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11.  $2005^{2005} \equiv x \pmod{7}$

denkliğini sağlayan  $x$  kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12.  $22^{55} + 33^{44}$  sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

13.  $12^5 + 13^5 + 14^5 + \dots + 86^5 + 87^5$

toplamının 99 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14.  $3^1 = a$      $3^5 = a$      $3^9 = a$

$3^2 = b$      $3^6 = b$      $3^{10} = b$

$3^3 = c$      $3^7 = c$     •

$3^4 = d$      $3^8 = d$     •

Yukarıda verilenlere göre  $3^{240}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) a B) b C) c D) d E) e

15. 5,1023410234.....

devirli ondalık sayının virgülden sonraki 133'üncü basamağında hangi rakam bulunur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

## ÇÖZÜMLER

## Amaç:

- \* Modüllerde oluşan bir dizide n. terimi bulabilme
- \* Modüller üzerinde kurgulanan problemleri çözebilme
- \* n gün sonraki veya önceki günü bulabilme
- \*  $a^n$  sayısının m ile bölümünden kalanı bulabilme

## Özellikler

- $x \equiv y \pmod{m}$   $m > 1$   $m \in \mathbb{Z}^+$  x'in m ile bölümünden kalan y'dir.
- $x \equiv y \pmod{m}$   
 $z \equiv t \pmod{m}$ 
  - $x \pm z \equiv y \pm t \pmod{m}$
  - $x \cdot z \equiv y \cdot t \pmod{m}$
  - $x^n \equiv y^n \pmod{m}$

1. KEMALKEMAL . . . . .

yazılımında aynı harfe 5 harfte bir sıra gelmektedir.

$$207 \equiv x \pmod{5}$$

$$207 \equiv 2 \pmod{5}$$

K E M A L  
↓ ↓ ↓ ↓ ↓  
1 2 3 4 5

Kalan 2 ve 207. harf E'dir.

Cevap: B

2. 237 sayısının 9 ile bölümünden kalan 3, 548 sayısının 9 ile bölümünden kalan 8'dir. Bu durumda

$$237 \equiv 3 \pmod{9}$$

$$x \cdot 548 \equiv 8 \pmod{9}$$

$$237 \cdot 548 \equiv 3 \cdot 8 \pmod{9}$$

$$237 \cdot 548 \equiv 6 \pmod{9}$$

Böylece kalan 6 bulunur.

Cevap: C

3. İpleri sırasıyla renklerine göre dokuduğumuzda 6 renkte bir tekrar edildiği görülür.

$$75 \equiv x \pmod{6}$$

$$75 \equiv 3 \pmod{6}$$

$$1. \text{ renk} \longrightarrow \text{kırmızı}$$

$$2. \text{ renk} \longrightarrow \text{beyaz}$$

$$3. \text{ renk} \longrightarrow \text{sarı}$$

$$4. \text{ renk} \longrightarrow \text{mavi}$$

$$5. \text{ renk} \longrightarrow \text{siyah}$$

$$6. \text{ renk} \longrightarrow \text{yeşil}$$

O halde 75. sıradaki ip rengi sarı olur.

Cevap: C

4.  $2^{90} \equiv x \pmod{5}$

$$2^1 \equiv 2$$

$$2^2 \equiv 4$$

$$2^3 \equiv 3$$

$$2^4 \equiv 1$$

Buna göre 4'ün katı olan bütün kuvvetlerde kalan 1'dir.

$$\begin{array}{r|l} 90 & 4 \\ \hline & 22 \end{array}$$

Kalan: 2

$$(2^4)^{22} \cdot 2^2 \equiv 1^{22} \cdot 4 \pmod{5}$$

$$2^{90} \equiv 4 \pmod{5} \text{ olur.}$$

yani kalan 4'tür.

Cevap: E

## ÇÖZÜMLER

5.  $3^{67}$  sayısının 10 ile bölümünden kalan, birler basamağındaki rakamı verir.

$$3^{67} \equiv x \pmod{10}$$

$$3^1 \equiv 3$$

$$3^2 \equiv 9$$

$$3^3 \equiv 7$$

$$3^4 \equiv 1$$

$$3^{67} \equiv (3^4)^{16} \cdot 3^3 \equiv 1^{16} \cdot 7 \pmod{10} \\ \equiv 7 \pmod{10}$$

Birler basamağındaki rakam 7'dir.

Cevap: D

6.  $284^{83} \equiv x \pmod{10}$

$$4^1 \equiv 4 \pmod{10}$$

(Kalan ile işleme devam edilir.)

$$4^2 \equiv 6 \pmod{10}$$

$$4^3 \equiv 4$$

$$4^4 \equiv 6$$

(mod10)'a göre

$$4^{2n+1} = 4$$

$$4^{2n} = 6$$

4'ün tek kuvvetlerinde kalan 4, çift kuvvetlerinde 6'yı verdiği görülür.

Sorunun kuvveti tek olduğundan

$$284^{83} \equiv 4^{83} \equiv 4 \pmod{10}$$

birler basamağındaki rakam 4'tür.

Cevap: B

7.  $32^{78} \equiv x \pmod{10}$

$$2^1 \equiv 2$$

$$2^2 \equiv 4$$

$$2^3 \equiv 8$$

$$2^4 \equiv 6$$

$$32^5 \equiv 2^5 \equiv 2$$

Yukarıda görüldüğü gibi 32'nin hiçbir kuvvetinde 1 bulamayız. 2, 4, 8, 6 sayıları dörtlü grup halinde tekrarlanacaktır. Bu durumda

$$\begin{array}{r} 78 \quad | \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

Kalan: 2

yani ikinci sayıdır.

Cevap 4'tür.

Cevap: A

8.  $264^{242} \equiv x \pmod{7}$

$$264^1 \equiv 5 \pmod{7}$$

$$264^2 \equiv 5^2 \equiv 4$$

$$264^3 \equiv 5 \cdot 4 \equiv 20 \equiv 6$$

$$264^4 \equiv 5 \cdot 6 \equiv 30 \equiv 2$$

$$264^5 \equiv 5 \cdot 2 \equiv 10 \equiv 3$$

$$264^6 \equiv 5 \cdot 3 \equiv 15 \equiv 1$$

1'i 6. kuvvete bulduğumuz için 242'yi 6'ya böleriz.

$$\begin{array}{r} 242 \quad | \quad 6 \\ \hline 2 \quad \longrightarrow \quad 264^2 \equiv 4 \end{array}$$

Not:  $a \equiv b \pmod{m}$

a sayısı m'in katı olmayan pozitif bir tamsayı ve m asal sayı ise  $a^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$  olur.

Cevap: C

## ÇÖZÜMLER

9.  $2^{107} \equiv x \pmod{6}$

$2^1 \equiv 2$

$2^2 \equiv 4$

$2^3 \equiv 2$

$2^4 \equiv 4$

İkili grup halinde tekrarlanacaktır.

Bu durumda

$$\begin{array}{r} 107 \quad | \quad 2 \\ \hline \text{Kalan: } 1 \end{array}$$

birinci kuvvette kalandır. Cevap 2'dir.

Cevap: C

10.  $5^1 \equiv 5 \pmod{6}$

$5^2 \equiv 1 \pmod{6}$

$5^3 \equiv 5 \pmod{6}$

$5^4 \equiv 1 \pmod{6}$

kuvveti tek olanların kalan sonucu 5 kuvveti çift olanların 1 tek kuvvetli 14 terim çift kuvvetli 13 terim bulunmaktadır.

$$\begin{aligned} 14 \cdot 5 + 13 \cdot 1 &\equiv 70 + 13 \\ &\equiv 83 \pmod{6} \\ &\equiv 5 \pmod{6} \end{aligned}$$

$x = 5$ 'tir.

Cevap: E

11.  $2005^{2005} \equiv x \pmod{7}$

modül asal sayı 7 olduğu için  $2005^{7-1} \equiv 2005^6 \equiv 1$  olmalıdır.

$$\begin{array}{r} 2005 \quad | \quad 6 \\ \hline \text{kalan: } 1 \end{array}$$

$$(2005^6)^{334} \cdot 2005^1 \equiv 3 \pmod{7}$$

$$\begin{array}{r} \hline 1 \end{array}$$

$x = 3$ 'tür.

Cevap: A

12.  $22^{55} + 33^{44} \equiv x \pmod{5}$

her bir terimin ayrı ayrı işlemi yapılır.

\*  $22^{55} \equiv a \pmod{5}$

$22^1 \equiv 2$

$2^2 \equiv 4$

$22^3 \equiv 2^3 \equiv 3$

$22^4 \equiv 1$

$(22^4)^{13} \cdot 22^3 \equiv 3 \pmod{5}$

\*  $33^{44} \equiv b \pmod{5}$

$3^1 \equiv 3$

$3^2 \equiv 4$

$3^3 \equiv 2$

$3^4 \equiv 1$

$(33^4)^{11} \equiv 1 \pmod{5}$

$$\begin{array}{r} 33 \quad | \quad 5 \\ \hline 6 \\ 3 \end{array}$$

$22^{55} + 33^{44} \equiv 3 + 1 \equiv 4 \pmod{5}$

bu toplamın 5 ile bölümünden kalan 4'tür.

Cevap: E

13. İlk ve son iki terimi inceleyelim.

$87 \equiv -12 \pmod{99}$

$86 \equiv -13 \pmod{99}$

$$12^5 + 13^5 + \dots + 86^5 + 87^5 \equiv x \pmod{99}$$

görüldüğü gibi ikiye ikiye birbirini götürüyor.

$12 + 87 \equiv 12 + (-12) \equiv 0 \pmod{99}$

$13 + 86 \equiv 13 + (-13) \equiv 0 \pmod{99}$

Buna göre kalan sıfırdır.

Cevap: A



## ÇÖZÜMLER

14. Veri doğru incelendiğinde

$$3^4 = d \quad 3^8 = d \quad 3^{12} = d$$

olduğu görülür bu da kuvvet 4 ve 4'ün katlarında d olduğunu gösterir.

240'da 4'ün katı olduğundan

$$3^{240} = d \text{ olur.}$$

Cevap: D

15. 5, 1023410234 . . . . .

$$= 5, 10234$$

virgülden sonraki 5 basamakta bir devir olmakta o halde

$$\begin{array}{r|l} 113 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Kalan: 3

virgülden sonra 3. üncü basamaktır.

$$\begin{array}{cccccc} 5,1 & 0 & 2 & 3 & 4 & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \end{array}$$

113. basamakta 2 rakamı bulunur.

Cevap: C

## SAYMANIN TEMEL İLKESİ

Eğer bir işlem  $a_1$  ayrımlı (farklı) biçimde ve bunu izleyen işlemler  $a_2, a_3, \dots$  ayrımlı biçimde yapılmış ise, bu işlemlerin yapılaş sayısı  $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots$  çarpımı kadar olur ki, buna saymanın temel ilkesi denir.

## ÖRNEK-1

A, B, C, D kavanozlarında sıra ile 5, 6, 8 ve 10 bilye vardır.

Her kavanozdan birer bilye alınarak kaç tane dördü bilye grupları oluşturulabilir?

## Çözüm

A kavanozundaki 5 bilyeden birini 5 değişik biçimde seçebiliriz. B'dekini 6, C'dekini 8 ve D'dekini 10 değişik biçimde seçebiliriz. Bu işlemi  $5 \times 6 \times 8 \times 10 = 2400$  değişik biçimde yapabiliriz.

## ÖRNEK-2

20 kişilik bir sınıftan 1 sınıf başkanı, 1 başkan yardımcısı seçimi kaç değişik biçimde yapılabilir?

## Çözüm

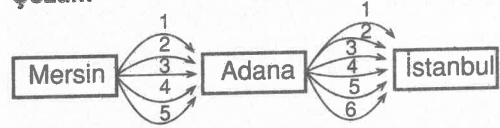
Başkanı 20 değişik biçimde, başkan yardımcısını geri kalan 19 kişi arasından 19 değişik biçimde seçebiliriz. Tüm seçimlerin sayısı  $20 \cdot 19 = 380$ 'dir.

## ÖRNEK-3

Mersin'den, Adana'ya 5 değişik, Adana'dan İstanbul'a 6 değişik yol vardır.

Mersin'den İstanbul'a gitmek isteyen bir kişi Adana'ya uğramak koşuluyla kaç değişik biçimde gidebilir?

## Çözüm



$5 \cdot 6 = 30$  değişik biçimde

## ÖRNEK-4

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  kümesinin elemanları ile rakamları tekrarlı 3 basamaklı;

I) Kaç sayı yazılabilir?

II) Kaç çift sayı yazılabilir?

III) 300'den büyük kaç çift sayı yazılabilir?

## Çözüm

(Elemanları tekrarlı)

$$I) \begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 5 & 5 \\ \hline \end{array} = 5^3 = 125$$

II) Bir sayının çift olması için son rakamının çift olması gerekir.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 5 & 2 \\ \hline \end{array} = 5 \cdot 5 \cdot 2 = 50$$

{2,4}

III) 300'den büyük olması için

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 5 & 2 \\ \hline \end{array} = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$$

↓                      ↓  
{3,4,5}                  {2,4}

## ÖRNEK-5

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  kümesinin elemanları ile rakamları tekrarsız dört basamaklı:

I) Kaç sayı yazılabilir?

II) Kaç çift sayı yazılabilir?

## Çözüm

I) Her rakam bir kez kullanılacaktır.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

(0 olmaz)

II)  $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 2 & 0 \\ \hline \end{array} = 24$  (birler basamağı 0 olan)

{0}

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} = 36$$
 (birler basamağı 2 ve 4 olan)

{2,4}

Toplam  $24 + 36 = 60$  çift sayı yazılabilir.

## ÖRNEK-6

Spor toto oyununda 13 maçı da kesin bilmek için en az kaç kolon oynamak gerekir?

## Çözüm

Her maç için 0, 1, 2 olmak üzere 3 seçenek vardır.

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdots 3}_{13 \text{ tane}} = 3^{13} \text{ kolon oynamak gerekir.}$$

## ÖRNEK-7

20 kişinin katıldığı bir matematik sınavında başarı kaç farklı biçimde sonuçlanabilir?

## Çözüm

Her öğrencinin başarılı ya da başarısız olmak üzere iki seçeneği vardır.

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2}_{20 \text{ tane}} = 2^{20} \text{ farklı biçimde sonuçlanabilir.}$$

8. – 9.örnekleri aşağıdaki bilgilere göre birbirinden bağımsız olarak cevaplayınız.

1, 2, 4, 5 ve 9 rakamları birbirinden farklı üç basamaklı ABC doğal sayıları oluşturuluyor.

## ÖRNEK-8

Bu sayılardan kaç tanesi 5'e tam bölünür?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

## Çözüm

Bu sayının 5'e bölünebilmesi için birler basamağında 5 rakamı bulunmalı

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline A & B & C \\ \hline 4 & 3 & 5 \\ \hline \end{array} = 4 \cdot 3 \cdot 1 = 12 \text{ tanesi bölünür.}$$

{1,2,4,9}                      {5}

Cevap: C

## ÖRNEK-9

Bu sayılardan kaç tanesinin rakamları toplamı 12'den küçüktür?

- A) 12    B) 15    C) 18    D) 21    E) 24

## Çözüm

1,2,4,5 ve 9 rakamlarından 9 sayılar oluşturulurken kullanılmalıdır. O halde,

A	B	C
4	3	2

= 24 tanesi

Cevap: E

### FAKTÖRYEL (ÇARPANSAL) KAVRAMI

$n \in \mathbb{N}^+$  olmak üzere 1'den n'a kadar (n dahil) olan doğal sayıların çarpımına n faktöryel denir ve  $n!$  ile gösterilir.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n \text{ dir.}$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720 \text{ şeklinde}$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

⋮

$$n! = (n-1)! \cdot n = (n-2)! \cdot (n-1) \cdot n \text{ dir.}$$

### PERMÜTASYON

$n \geq r$  olmak üzere n tane elemanın r'li dizilişleri, sıralanışları, yer değiştirme şekillerinin herbirine n'n r'li bir permütasyonu denir.

$$P(n; r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(8; 2) = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 56$$



r = n ise permütasyon n!'dir.

$$P(5; 5) = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

## ÖRNEK-10

3 kişi 3 sandalyeye kaç farklı şekilde oturur.

## Çözüm

$$P(3;3) = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \text{ bulunur.}$$



- I) n farklı eleman hiç koşul olmaksızın aralarında n! farklı şekilde sıralanabilir.
- II) n farklı elemanlardan r tanesi yan yana gelme koşuluyla  $r! \cdot (n-r+1)!$  kadar sıralanabilir.
- III) n farklı elemandan r farklı tanesi yan yana gelme koşuluyla  $n! - r! \cdot (n-r+1)!$  kadar sıralanır.

## ÖRNEK-11

Ali, Hasan, Hüseyin, Mehmet, Ahmet isimli beş kişi bir sırada,

- I) Kaç farklı biçimde dizilebilir?
- II) Ali ile Hasan daima yan yana olmak koşuluyla kaç farklı şekilde dizilebilirler?

## Çözüm

I) Koşul olmaksızın  $n! = 5! = 120$

II) Ali ile Hasan daima yan yana gelecekse bu iki kişiyi bir kişi düşünürsek bu durumda  $4! = 24$ 'dür.

Ali ile Hasan kendi aralarında  $2! = 2$  şekilde sıralanır. Tüm sıralanış  $2! \cdot 4! = 2 \cdot 24 = 48$ 'dir.

## ÖRNEK-12

9 kişi bir dolmuş taksiye üçü önde altısı arkada oturmak koşulu ile kaç farklı biçimde binebilir?

Çözüm

$$P(9; 3) \cdot P(6, 6) = \frac{9!}{6!} \cdot \frac{6!}{0!} = 9!$$

## DAİRESEL PERMÜTASYON

n elemanın dairesel sıralanmalarının sayısı  $(n-1)!$ 'dir.

## ÖRNEK-13

5 kişi yuvarlak bir masanın etrafında kaç değişik şekilde oturabilir?

Çözüm

$$n = 5 \text{ olduğundan } (n-1)! = (5-1)! = 4! = 24$$

## ÖRNEK-14

4 evli çift yuvarlak bir masa etrafında, eşler daima yan yana oturmak koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

Çözüm

Çiftleri 1'er kişi sayarsak 4 çift  $(4-1)! = 3!$  kadar oturabilir. Her çift kendi arasında  $2!$  kadar toplam oturma sayısı  $= 3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! = 96$  olur.

## ÖRNEK-15

5 anahtar, yuvarlak ve maskotsuz bir anahtarlığa kaç farklı şekilde takılabilir?

Çözüm

5 anahtar, anahtarlık ters çevrilmeseydi

$(5 - 1)! = 4! = 24$  değişik biçimde takılabilirdi.

Anahtarlığın tersine çevrilebileceği göz önüne alınırsa

$$\frac{4!}{2} = 12 \text{ değişik biçimde takılabilir.}$$

## TEKRARLI PERMÜTASYON

Sıralanacak n elemandan bazıları aynı olabilir. Dolayısı ile bunların yer değiştirmesi ayrı bir sıralama olmayabilir.

$$S = \binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{(n_1!)(n_2!) \dots (n_r!)} \text{ dir.}$$

## ÖRNEK-16

TASARI kelimesinin harfleri ile anlamlı veya anlamsız 6 harfli kaç farklı kelime yazılabilir?

Çözüm

6 harfin hepsi farklı olsaydı

$6! = 720$  tane farklı sözcük yazılırdı oysa A harfi 2 kez tekrar ettiğinden her dizilişte bunların yer değiştirmesi ayrı bir sıralama oluşturmaz.

$$\frac{6!}{2!} = \frac{720}{2} = 360 \text{ farklı sözcük yazılabilir.}$$

## ÖRNEK-17

33110022 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek 8 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

## Çözüm

Toplam sıralanış  $\frac{8!}{2!2!2!2!} = 2520$  olur.

0 ile başlayan sayılar 8 basamaklı olmadığından bu 2520 sayıdan  $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ 'si 0 ile başlar.

0 halde tüm sayılar  $2520 \cdot \frac{3}{4} = 1890$

## KOMBİNASYON

$n, r$  doğal sayı ve  $r \leq n$  olmak üzere,  $n$  elemanlı bir  $A$  kümesinin  $r$  elemanlı her alt kümesine  $A$  kümesinin  $r$ 'li kombinasyonu denir.

$$C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Permütasyondaki gibi sıranın önemi yoktur. Permütasyonda sıralı diziliş, kombinasyonda ise seçim söz konusudur.

## ÖRNEK-18

6 elemanlı bir kümenin 2 elemanlı kaç tane alt kümesi vardır?

## Çözüm

$$C(6, 2) = \frac{6!}{2!4!} = 15$$

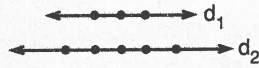
## ÖRNEK-19

10 öğrenci arasında 6 tanesi Edebiyat yarışmasına, 4 tanesi de Matematik yarışmasına seçilecektir. Bu iki grup kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

## Çözüm

$$C(10, 6) \cdot C(4, 4) = 210 \cdot 1 = 210 \text{ değişik grup.}$$

## ÖRNEK-20



Şekildeki paralel doğruların biri üzerinde 3, diğeri üzerinde 5 nokta vardır.

Köşeleri bu noktalar olan kaç tane üçgen çizilebilir?

## Çözüm

$$\binom{3}{1} \cdot \binom{5}{2} + \binom{3}{2} \cdot \binom{5}{1} = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 5 = 45$$

## ÖRNEK-21

Bir basketbol takımının kadrosunda 12 sporcu bulunmaktadır. Bu sporculardan 4'ünün boyu iki metreden uzundur. 3 kişinin boyu iki metreden uzun olacak biçimde bu sporculardan 5 kişilik bir takım oluşturulacaktır.

**Bu takım kaç farklı şekilde oluşturulabilir?**

- A) 72    B) 80    C) 84    D) 96    E) 112

## Çözüm

Seçilen kişilerden 3'ünün boyu iki metreden uzun olacağına  $C(4, 3)$  dır.

Kalan 2 kişi takımdaki diğer 8 kişinin içinden seçileceğinden  $C(8, 2)$  dir.

$$C(4, 3) \cdot C(8, 2) = \frac{4!}{(4-3)!3!} \cdot \frac{8!}{(8-2)!2!}$$

$$= \frac{4 \cdot 3!}{1 \cdot 3!} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 2}$$

$$= 4 \cdot 28 = 112 \text{ şekilde oluşturulabilir.}$$

## OLASILIK

Bir deneyin sonucunda olabilecek tüm sonuçların kümesine örnek uzay denir.



## ÖRNEK

Bir madeni paranın atılması deneyinde örnek uzay  $E = \{Y, T\}$ 'dir.



## ÖRNEK

Bir tavla zarının atılması deneyinde örnek uzay  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 'dir.



## TANIM

E örnek uzayında bir A olayının olma olasılığı

$$O(A) = \frac{s(A)}{s(E)} \text{ 'dir.}$$



## NOT

Herhangi bir A olayının olasılığı  $0 \leq O(A) \leq 1$ 'dir.

## ÖRNEK-22

**Bir zar atılıyor üst yüze gelen sayının çift olma olasılığı nedir?**

## Çözüm

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad A = \{2, 4, 6\}$$

$$o(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

## ÖRNEK-23

Bir torbada 5 sarı ve 3 beyaz bilye vardır. Torbadan rasgele iki bilye alınıyor.

**I) Bu deneydeki örnek uzay kaç elemanlıdır?**

**II) Bilyelerin birinin sarı, diğerinin beyaz olma olasılığı nedir?**

## Çözüm

$$i) C(8, 2) = \frac{8!}{(8-2)!2!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

$$s(E) = 28$$

$$ii) C\binom{5}{1} \cdot C\binom{3}{1} = 5 \cdot 3 = 15 \text{ 'dir.}$$

$$s(A) = 15 \quad o(A) = \frac{15}{28}$$

## ÖRNEK-24

Bir zar ve bir madeni para birlikte atılıyor.  
Zarın 4 veya 4'ten küçük ve paranın tura gelmesi olasılığı nedir?

## Çözüm

Bir zarın atılma deneyinde örnek uzay  $E_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ve zarın 4 veya 4'ten küçük gelmesi olayı  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  dir.

$$\text{Buna göre } P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ tür}$$

Bir madeni paranın atılması deneyinde örnek uzay  $E_2 = \{Y, T\}$  ve tura gelme olayı  $B = \{T\}$  dir. Buna göre,

$$\text{bu olayın olasılığı; } P(B) = \frac{s(B)}{s(E_2)} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Buna göre A ve B olayının birlikte gelme olasılığı;

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

## ÖRNEK-25

Bir torbada 1'den 100'e kadar numaralanmış 100 tane top vardır.

Torbadan rastgele çekilen bir topun üzerindeki sayının 6 ile bölünebilen sayı olma olasılığı nedir?

## Çözüm

$$\begin{array}{r} s(E) = 100 \\ 100 \overline{) 6} \\ \underline{60} \phantom{0} \\ 40 \phantom{0} \\ \underline{36} \phantom{0} \\ 4 \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ (6'ya bölünebilen)} \\ s(A) = 16 \end{array}$$

$$O(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$$

## ÖRNEK-26

Bir torbada 1'den 6'ya kadar numaralanmış 6 kart vardır. Çekilen kart torbaya tekrar konmamak koşuluyla art arda iki kart çekiliyor.

Bu iki karttaki sayıların toplamının 8 veya 8'den büyük olma olasılığı kaçtır?

$$\text{A) } \frac{1}{3} \quad \text{B) } \frac{2}{3} \quad \text{C) } \frac{1}{5} \quad \text{D) } \frac{2}{5} \quad \text{E) } \frac{1}{6}$$

## Çözüm

Bir zarın atılma deneyinde örnek uzayı

$$E = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6), (5,6)\}$$

8 veya 8'den büyük çekme olasılığı

$$A = \{(2,6), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6), (5,6)\}$$

$$\text{Buna göre: } P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

**Cevap: D**

## ÖRNEK-27

1		
2	3	
4	5	6

Ayşen elindeki değişik renkteki 8 boya kalemini kullanarak yukarıdaki şekilde verilen altı kareyi, 3 ve 6 numaralı kareler aynı renkte, diğer karelerden ve birbirlerinden farklı renklerde olmak koşuluyla boyamak istiyor.

Ayşen, bu boyama işini kaç farklı şekilde yapabilir?

$$\text{A) } 6720 \quad \text{B) } 6048 \quad \text{C) } 3024 \quad \text{D) } 336 \quad \text{E) } 56$$

## Çözüm

Kutular →

1	2	3-6	4	5
---	---	-----	---	---

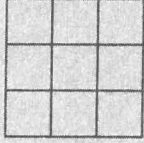
$$\begin{array}{cccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ = 8 & \cdot 7 & \cdot 6 & \cdot 5 & \cdot 4 & \\ = 6720 & \text{şekilde} & & & & \end{array}$$

**Cevap: A**



28 ve 29. örnekleri aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

Aşağıda verilen 9 birim kare 6 farklı boya kullanılarak boyanmak isteniyor.



ÖRNEK-28

İki köşegen üzerindeki tüm kareler aynı, kalan diğer karelerde bu karelerden farklı ve birbirleriyle aynı renk olmak koşuluyla karelerin tümü kaç farklı şekilde boyanabilir?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 60 E) 120

Çözüm

Elimizde 6 farklı renkte boya vardır. Köşegenler için 6 farklı renkten biri kalan kareler içinde 5 farklı renkten biri seçilir.

$6 \times 5 = 30$  farklı şekilde boyanabilir.

Cevap: C

ÖRNEK-29

Her bir satırdaki üç kare birbiriyle aynı fakat diğer satırdaki karelerde farklı renklerde boyanmak isteniyor. Karelerin tümü kaç farklı şekilde boyanabilir?

- A) 120 B) 140 C) 160 D) 180 E) 240

Çözüm

- I. satır 6 farklı renkten biriyle
- II. satır 5 farklı renkten biriyle
- III. satır 4 farklı renkten biriyle

O halde  $6 \times 5 \times 4 = 120$  farklı şekilde boyanabilir.

Cevap: A

ÖRNEK-30

Bir tiyatro gösterisinin biletleri öğrenciye 1 TL, çalışana 5 TL ve yaşlılara 3 TL'den satılmaktadır. Gösteriye 3 öğrenci, 4 çalışan ve 2 yaşlı bileti olan 9 kişi geliyor.

Bu kişilerden seçilen 4 kişinin ödediği toplam paranın 8 TL olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{18}$  B)  $\frac{7}{18}$  C)  $\frac{11}{18}$  D)  $\frac{5}{25}$  E)  $\frac{7}{24}$

Çözüm

Seçilen 4 kişinin toplam ödediği paranın 8 TL olması için 3 öğrenci 1 çalışan veya 2 yaşlı, 2 öğrenci olmalıdır.

$$\frac{\binom{3}{3}\binom{4}{1} + \binom{2}{2}\binom{3}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{1 \cdot 4 + 1 \cdot 3}{126} = \frac{7}{126} = \frac{1}{18}$$

Cevap: A

ÖRNEK-31

İçinde 3 kırmızı, 5 beyaz, 2 sarı bilye bulunan bir torbadan rastgele bir bilye çekiliyor.

Çekilen bilyenin sarı olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{1}{5}$  E)  $\frac{2}{5}$

Çözüm

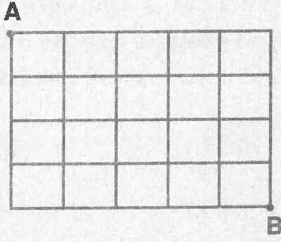
$$s(E) = 3 + 5 + 2 = 10$$

$$s(S) = 2$$

$$p(S) = \frac{s(S)}{s(E)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ olur.}$$

Cevap: D

ÖRNEK-32



A noktasından B noktasına sağa ve aşağı gitmek şartıyla kaç değişik yoldan gidilebilir?

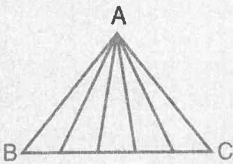
- A) 126 B) 120 C) 116 D) 96 E) 80

Çözüm

A'dan B'ye gidilen yol kenar çizgi sayısı: 9  
Doğu yönünde kenara kadarki çizgi sayısı: 5  
Güney yönünde kenara kadarki çizgi sayısı: 4  
 $\frac{9!}{5!4!} = 126$  yoldan gidilebilir.

Cevap: A

ÖRNEK-33



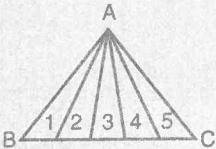
Şekilde kaç tane üçgen vardır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Çözüm

Tepe noktası A olan  $c\binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$  tane

II. Yol:



Yazılan sayıların toplamı  
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$  üçgen sayısındır.

Cevap: C

ÖRNEK-34

Herhangi üçü doğrusal olmayan 7 noktanın oluşturduğu kaç doğru vardır?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 26

Çözüm

2 nokta bir doğru belirtir. Oluşturulabilecek şekil sayısı

$$c\binom{7}{2} = \frac{7!}{5!2!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21 \text{ tane}$$

Cevap: D

ÖRNEK-35

6 farklı noktadan kaç çember oluşturulur?

- A) 10 B) 15 C) 16 D) 20 E) 40

Çözüm

Üç nokta bir çember oluşturur.

$$\text{O halde } c\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = 20 \text{ tane çember oluşturulur.}$$

Cevap: D

## ÖRNEK-36

Bir kutuda 3'ü bozuk 7 ampul, ikinci bir kutuda 4'ü bozuk 9 ampul vardır. Kutulardan birer ampul alınır.

Her iki ampulunda sağlam olması olasılığı nedir?

- A)  $\frac{20}{63}$  B)  $\frac{17}{63}$  C)  $\frac{7}{27}$  D)  $\frac{6}{11}$  E)  $\frac{9}{12}$

## Çözüm

I. Kutu	II. Kutu
3 bozuk	4 bozuk
4 sağlam	5 sağlam

I. kutudan sağlam çekme olasılığı,  $P(A) = \frac{4}{7}$

II. kutudan sağlam çekme olasılığı,  $P(B) = \frac{5}{9}$

Her iki kaleminde sağlam olması olasılığı

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{9} = \frac{20}{63}$$

Cevap: A

## ÖRNEK-37

Bir kutuda 7 sarı, 4 kırmızı bilye vardır.

Kutudan rastgele alınan iki bilyenin her ikisinin de kırmızı olması olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{55}$  B)  $\frac{6}{55}$  C)  $\frac{3}{29}$  D)  $\frac{1}{27}$  E)  $\frac{4}{11}$

## Çözüm

$$P(A) = \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{55}$$

Cevap: B

## ÖRNEK-38

Bir torbada 6 beyaz, 4 siyah bilye vardır.

Bu torbadan rastgele çekilen 3 bilyeden birinin beyaz, diğer ikisinin siyah olma olasılığı nedir?

- A)  $\frac{3}{10}$  B)  $\frac{3}{19}$  C)  $\frac{4}{15}$  D)  $\frac{4}{14}$  E)  $\frac{5}{13}$

## Çözüm

$$P(A) = \frac{\binom{6}{1} \binom{4}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{6 \cdot 6}{120} = \frac{3}{10}$$

Cevap: A

39 – 41. örnekleri aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

0, 2, 4, 5 rakamları istenildiği kadar kullanılarak oluşturulabilecek üç basamaklı sayıların tümü farklı kağıtlara yazılarak bir torbaya atılıyor.

## ÖRNEK-39

Buna göre, torbada toplam kaç kağıt vardır?

- A) 24 B) 28 C) 36 D) 48 E) 60

## Çözüm

Üç basamaklı sayılar ABC olsun.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 4 \\ \hline \end{array} = 3.4.4$$

↓

0 olamaz.

= 48 kağıt vardır.

Cevap: D

## ÖRNEK-40

Üzerinde 400'den küçük bir sayının yazılı olduğu kaç kağıt vardır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

## Çözüm

$$ABC < 400$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 4 \\ \hline \end{array} = 1.4.4$$

↓ = 16 tane  
2

Cevap: D

## ÖRNEK-41

Üzerinde 300'den büyük bir tek sayının yazılı olduğu kaç kağıt vardır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

## Çözüm

$$\begin{array}{c} 300 < A B C \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 4 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} = 1.4.1 = 4 \text{ tane}$$

$$\begin{array}{c} 300 < A B C \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 4 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} = 1.4.1 = 4 \text{ tane}$$

Toplam  $4 + 4 = 8$  tane vardır.

Cevap: B

42 – 43. örnekleri aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

X şehrinden Y şehrine 4 farklı yol, Y şehrinden Z şehrine 3 farklı yol ile ulaşabilmektedir. X ile Z şehirleri arasında yolculuk yapılırken Y şehrinden mutlaka geçilmelidir.

## ÖRNEK-42

X'den Z'ye kaç farklı şekilde ulaşılabilir?

- A) 9 B) 12 C) 16 D) 20 E) 27

## Çözüm

$$X \xrightarrow{4 \text{ yol}} Y \xrightarrow{3 \text{ yol}} Z$$

$4.3 = 12$  farklı şekilde ulaşılabilir.

Cevap: B

## ÖRNEK-43

Bir sürücü X'den Z'ye gidip tekrar X'e dönmüştür. Sürücü aynı yoldan 2 kez geçmediğine göre, bu yolculuğu kaç farklı şekilde yapmış olabilir?

- A) 64 B) 68 C) 72 D) 76 E) 80

## Çözüm

$$X \xrightarrow{4 \text{ yol}} Y \xrightarrow{3 \text{ yol}} Z$$

Gidiş:  $4.3 = 12$

Dönüş:  $3.2 = 6$  olmak üzere

$12.6 = 72$  farklı şekilde gidip dönebilir.

Cevap: C

44 – 45. örnekleri aşağıdaki bilgilere göre cevaplayınız.

1 ve 2 rakamları istenildiği kadar kullanılarak beş basamaklı doğal sayılar yazılıyor.

Örnekler: 11122, 21212, 22112, 22222

ÖRNEK-44

Bu şekilde kaç tane beş basamaklı sayı yazılabilir?

- A) 16    B) 18    C) 24    D) 30    E) 32

**Çözüm**

Her basamak için 2 farklı seçenek olduğundan beş basamaklı  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$  tane sayı yazılabilir.

**Cevap: E**

ÖRNEK-45

İçinde iki tane 1, üç tane 2 olan kaç tane beş basamaklı sayı yazılabilir?

- A) 6    B) 8    C) 10    D) 12    E) 16

**Çözüm**

İstenilen sayılardan bir tanesi 11222 olabilir. Bu sayıdaki rakamların yer değiştirmesiyle

$$\frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 3!} = 10 \text{ tane}$$

sayı yazılabilir.

**Cevap: C**

ÖRNEK-46

1, 2, 3 ve 4 rakamları kullanılarak oluşturulan rakamları birbirinden farklı üç basamaklı doğal sayıların kaç tanesi 300'den küçüktür?

- A) 12    B) 16    C) 20    D) 24    E) 32

**Çözüm**

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12 \text{ tane}$$

↓  
1,2

**Cevap: A**

ÖRNEK-47

4 çift mavi ve 10 çift siyah çorabın bulunduğu bir çekmecedен 1 tek çorap kaybolmuştur.

Buna göre, kaybolan çorabın siyah renkte olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{4}{7}$     B)  $\frac{5}{7}$     C)  $\frac{19}{27}$     D)  $\frac{20}{27}$     E)  $\frac{19}{28}$

**Çözüm**

4 çift mavi ve 10 çift siyah çorap olduğuna göre, 8 mavi 20 siyah olmak üzere toplam 28 çorap vardır.

Kaybolan çorabın siyah olma olasılığı

$$\frac{20}{28} = \frac{5}{7} \text{ 'dir.}$$

**Cevap: B**

## ÖRNEK-48

Ali, Barış, Ceren, Doruk, Elif ve Fuat adlı öğrenciler ikiye ayrılarak üç çalışma grubuna ayrılacaktır.

Ceren ve Fuat farklı grupta olacağına göre, bu altı öğrenci kaç farklı biçimde gruplandırılabilir?

- A) 12      B) 16      C) 18      D) 20      E) 24

## Çözüm

Üçlü gruplardan birinde Ceren olsun.

$$\left\{ \begin{array}{c} C, \text{---} \\ 1.\text{grup} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} \text{---}, \text{---} \\ 2.\text{grup} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} \text{---}, \text{---} \\ 3.\text{grup} \end{array} \right\}$$

Ceren'in olduğu grupta Fuat olamayacağına göre, Ceren'in yanındaki kişi kalan 4 kişi arasından seçilir. Bu grup tamamlandıktan sonra diğer iki gruptakiler içinde Fuat'ında bulunduğu 4 kişi arasından seçilerek işlem tamamlanır.

Buna göre,

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2} = 4 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 1 \\ = 4 \cdot 6 \cdot 1 = 24$$

farklı biçimde gruplandırma yapılır.

Fakat 2. ve 3. grupların kendi içinde yer değişimleri (2!) önemsiz olduğundan  $\frac{24}{2!} = 12$  farklı gruplandırma yapılır.

**Cevap: A**

## ÖRNEK-49

4 kız ve 5 erkek öğrenci arasından en az biri kız olacak biçimde 3 temsilci seçilecektir.

Buna göre, bu 3 temsilci kaç farklı şekilde seçilebilir?

- A) 68      B) 70      C) 72      D) 74      E) 80

## Çözüm

En az biri kız olacak şekilde;

(1 kız, 2 erkek) (2 kız, 1 erkek) ve (3 kız) olacak şekilde 3 temsilci seçilebilir.

Buna göre;

$$\binom{4}{1} \binom{5}{2} + \binom{4}{2} \binom{5}{1} + \binom{4}{3}$$

$$= 4 \cdot 10 + 6 \cdot 5 + 4$$

$$= 40 + 30 + 4 = 74 \text{ farklı seçim yapılabilir.}$$

**Cevap: D**

## ÖRNEK-50

Hilesiz bir zar iki kez rastgele atıldığında zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamı 5'in tam katı olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{5}$       B)  $\frac{1}{6}$       C)  $\frac{7}{36}$       D)  $\frac{5}{36}$       E)  $\frac{2}{9}$

## Çözüm

İki zar atıldığında 36 farklı durum oluşur. Bunların içinden 5'in katı olacak şekilde 5 ve 10 olabilir. Bu durumlar;

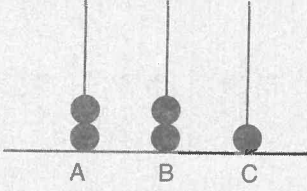
(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2), (4, 6), (6, 4) ve (5, 5) olmak üzere 7 tanedir.

Bunun gelme olasılığı  $\frac{7}{36}$  dir.

**Cevap: C**

## ÖRNEK-51

Aşağıdaki şekilde, A, B ve C harfleriyle belirtilmiş çubuklarda sırasıyla 2,2 ve 1 adet olmak üzere, toplam 5 adet boncuk bulunmaktadır.



Her seferinde sadece bir çubuktan en üstteki 1 boncuk alınarak çubuklardaki boncukların tamamı çıkarılacaktır.

**Bu işlem kaç farklı şekilde yapılabilir?**

- A) 20    B) 22    C) 24    D) 28    E) 30

## Çözüm

AABBC harflerinin farklı diziliş sayısı istenen durumu sağlar.

$$\frac{5!}{2!.2!.1!} = \frac{120}{2.2.1} = 30$$

**Cevap: E**

## ÖRNEK-52

Bir sinemada 6 farklı salon vardır. Bu salonların yalnızca ikisinde aynı film, diğer salonların her birinde ise farklı filmler gösterilmektedir.

Bu sinemaya giden Burcu ve Cansu farklı salonlarda gösterilen filmler için bilet almıştır.

**Buna göre, Burcu ve Cansu'nun aynı filmi izleme olasılığı kaçtır?**

- A)  $\frac{1}{9}$     B)  $\frac{1}{12}$     C)  $\frac{1}{15}$     D)  $\frac{1}{18}$     E)  $\frac{1}{30}$

## Çözüm

Salonlar  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$  olsun.

$A_{1c}$  ve  $A_2$  salonlarında aynı film diğerlerinde farklı film olsun.

İkisinin aynı filmi izleme olasılığı;

$$\frac{1}{\binom{6}{2}} = \frac{1}{15}$$

**Cevap: C**

## ÖRNEK-53

5 erkek ve 4 kadından oluşan bir toplulukta 4 evli çift bulunmaktadır. Bu topluluk içerisinde eşlerin birlikte bulunmadığı 3 kişilik bir grup oluşturulacaktır.

**Buna göre, bu grup kaç farklı biçimde oluşturulabilir?**

- A) 40    B) 42    C) 48    D) 52    E) 56

## Çözüm

Hiç bir koşul olmasaydı  $\binom{9}{3} = \frac{9!}{6!.3!} = \frac{9.8.7.6!}{6!.3.2} = 84$  seçim yapılırdı.

Evli çiftlerin birlikte olabilmesi için 4 evli çiftten 1'nin ve kalan 7 kişiden 1'nin seçilmesi gerekir.

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{7}{1} = 28 \text{ 'dir.}$$

O halde  $84 - 28 = 56$  durumda evli çiftler birlikte bulunmaz.

**Cevap: E**

## TEST - 1

1.  $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$  kümesindeki rakamları kullanarak üç basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

- A) 60    B) 75    C) 100    D) 120    E) 125

2.  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 9\}$  kümesinin elemanları ile üç basamaklı kaç farklı çift sayı yazılabilir?

- A) 60    B) 72    C) 108    D) 110    E) 216

3. 7 matematikçi ile 9 fizikçi arasından 1 matematikçi ve 1 fizikçi kaç değişik şekilde seçilebilir?

- A) 7    B) 16    C) 49    D) 63    E) 81

4.  $A = \{0, 1, 2, 4, 6, 7\}$  kümesinin rakamlarını kullanarak rakamları farklı üç basamaklı kaç farklı çift sayı yazılabilir?

- A) 20    B) 48    C) 68    D) 108    E) 144

5. 5 bakkal 4 manav, 4 kasap bir hatıra resmi çektireceklerdir.

Aynı meslektekiler yan yana gelecek şekilde kaç farklı resim çektirebilirler?

- A)  $5! \cdot 4! \cdot 4!$     B)  $5! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 3!$   
 C)  $5! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 3$     D)  $13!$   
 E)  $5! \cdot 8!$

6. Bir çember üzerinde farklı 7 nokta varsa, köşeleri bu noktalar olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

- A) 15    B) 25    C) 35    D) 70    E) 7!

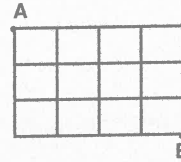
7. 5 kişilik bir ailede anne ve baba yan yana gelmek şartıyla yuvarlak bir masa etrafında kaç değişik şekilde otururlar?

- A) 48    B) 24    C) 12    D) 10    E) 8

8. 5054425 sayısının rakamlarıyla 7 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

- A) 240    B) 300    C) 320    D) 360    E) 420

9.



Şekildeki A noktasından yola çıkan bir araç B noktasına doğu ve güney yönlerinde gitmek şartıyla kaç farklı şekilde gidebilir?

- A) 21    B) 35    C) 38    D) 49    E) 64

10. Bir madeni para ile hilesiz bir zar birlikte atıldığında paranın tura gelmesi ve zarın 5 gelmemesi olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{5}{6}$     C)  $\frac{7}{12}$     D)  $\frac{5}{12}$     E)  $\frac{1}{3}$



## TEST - 1

11. 1'den 8'e kadar rakamlar ile numaralandırılmış toplam 8 topun bulunduğu bir torbadan rastgele iki top çekiliyor.

Buna göre, çekilen toplar üzerindeki rakamlardan büyük olanın küçük olana oranının bir tam sayıya eşit olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{2}{3}$  C)  $\frac{3}{4}$  D)  $\frac{3}{7}$  E)  $\frac{5}{14}$

12. Bir çift zar atılıyor. Üst yüze gelen sayılar toplamının 9 olma olasılığı nedir?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{6}$  C)  $\frac{1}{8}$  D)  $\frac{1}{9}$  E)  $\frac{1}{18}$

13. Bir torbada 3 sarı, 5 kırmızı top vardır. Torbadan rastgele alınan bir topun kırmızı gelmesi olasılığı nedir?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{3}{8}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{5}{8}$  E)  $\frac{3}{4}$

14. Bir torbada bulunan 24 bilyeden 8 tanesi sarı diğerleri kırmızıdır.

Rasgele seçilen 4 bilyesinde sarı olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{23}{743}$  B)  $\frac{5}{759}$  C)  $\frac{11}{617}$  D)  $\frac{4}{17}$  E)  $\frac{1}{24}$

15. Bir kutudaki 12 ampülden 4'ü bozuktur.

Bu ampullerden rastgele seçilen 3 ampülden üçünün de bozuk olması olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{36}$  B)  $\frac{1}{42}$  C)  $\frac{1}{48}$  D)  $\frac{1}{55}$  E)  $\frac{1}{62}$

16.  $A = \{a, b, c, d, e\}$  kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a ve d harfleri birlikte bulunmaz?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

17. Her öğrencinin futbol ve basketbol oyunlarından en az birini oynadığı 14 kişilik bir sınıfta futbol bilenlerin sayısı 7 ve basketbol bilenlerin sayısı 10'dur.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin hem futbol hem basketbol bilme olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{5}{14}$  B)  $\frac{3}{14}$  C)  $\frac{5}{7}$  D)  $\frac{3}{7}$  E)  $\frac{1}{7}$

18. 5 soruluk bir testte her sorunun 4 seçeneği vardır. Ardışık soruların doğru yanıtları farklı olduğuna göre kaç farklı cevap anahtarı hazırlanabilir?

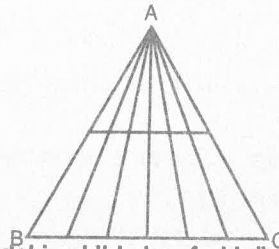
- A) 234 B) 300 C) 324 D) 348 E) 512

19. Bir sınıftaki öğrencilerin 20 tanesi erkek ve 10 tanesi kızdır. Erkeklerin 5'i kızların 6'sı mavi gözlüdür.

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin kız veya mavi gözlü olması olasılığı nedir?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{2}{5}$  D)  $\frac{3}{5}$  E)  $\frac{5}{7}$

20.



Yukarıdaki şekilde kaç farklı üçgen vardır?

- A) 15 B) 21 C) 30 D) 42 E) 63

---

---

# NOT ALINIZ

A series of horizontal dotted lines for writing, spanning the width of the page.

---

---

# NOT ALINIZ

---

---

A series of horizontal dotted lines for writing, spanning the width of the page.

---

---

# NOT ALINIZ

A series of horizontal dotted lines for writing.

---

---

# NOT ALINIZ

---

---





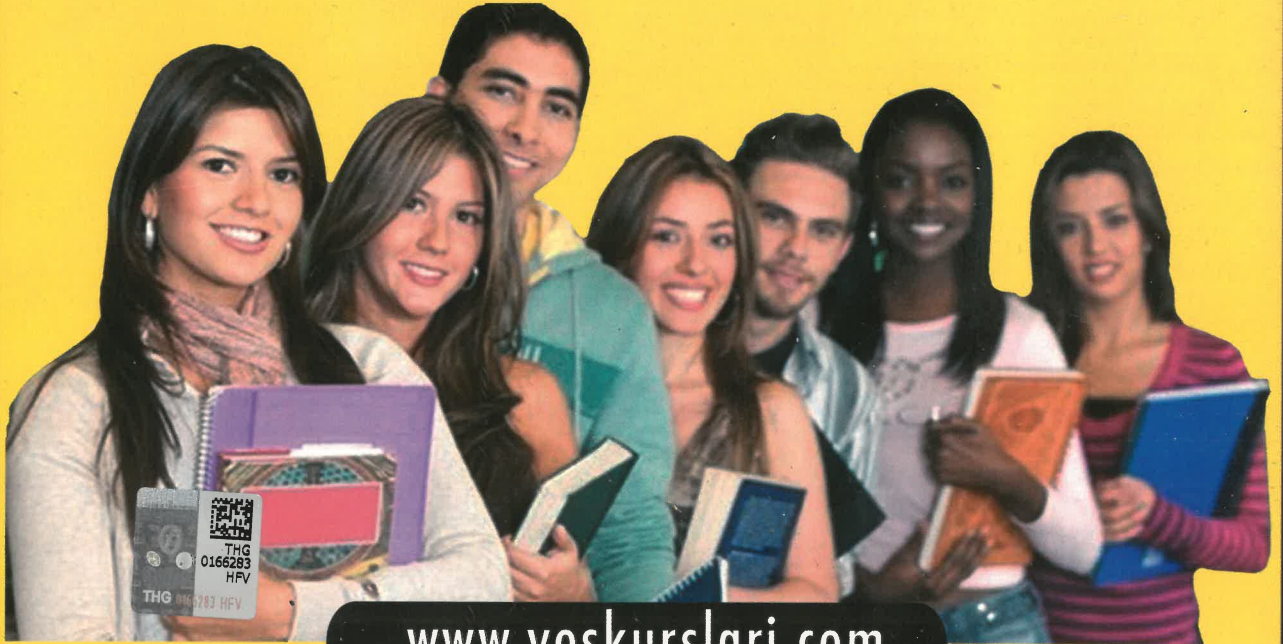
# YÖS

(Yabancı Öğrenci Sınavı)

Türkiye'nin En Başarılı Yös Kursu

## TASARI

EĞİTİM KURUMLARI



[www.yoskurslari.com](http://www.yoskurslari.com)

**33 YILLIK TECRÜBEMİZLE  
YÖS' Ü KAZANACAKSINIZ!**

Yayınlarımızı  
[kitap.tasari.com.tr](http://kitap.tasari.com.tr)  
adresinden temin  
edebilirsiniz

Siparişleriniz için: 0212 570 16 32 - 0532 762 85 60  
Hatboyu Cd. Meydan İşhanı No:4 Bakırköy / İstanbul

[satis@tasari.com.tr](mailto:satis@tasari.com.tr)

